	z'_n	$z'_{n^{(m)}}$
Sector	$\pi \cdot n$	$\frac{\pi}{4} (4m - 1)$
Prismatischer Stab . .	$\frac{\pi}{4} (4n - 1)$	$\frac{\pi}{2} (2m - 1)$
Parallelepipedischer Stab	$\frac{\pi}{2} (2n - 1)$	$\frac{\pi}{4} (4m - 3)$

Dies merkwürdige Resultat wird sich auch wohl direct beweisen lassen. Jedenfalls aber darf man für den prismatischen Stab für z'_n und $z'_{n^{(m)}}$ obige Näherungswerthe annehmen und hierauf eine Berechnung der ersten Wurzeln, der Gl. (VII) und (IX) gründen, indem man ähnlich wie Lord Rayleigh¹⁾ verfährt und resp. setzt:

$$z'_n = \frac{\pi}{4} (4n - 1) - (-1)^n \alpha,$$

$$z'_{n^{(m)}} = \frac{\pi}{2} (2m - 1) - (-1)^m \beta,$$

und hierin α und β als sehr kleine Grössen behandelt, also ihre Potenzen vernachlässigt.

Zum Schluss möchte ich Hrn. Privatdocent Dr. A. Elsas in Marburg meinen Dank aussprechen, mich zu gegenwärtiger Abhandlung veranlasst zu haben.

VII. *Das Wärmeleitungsvermögen harten und weichen Stahles; von Fr. Kohlrausch.*

(Aus den Sitzungsber. d. Würzburger phys.-med. Ges., vom Dec. 1887, mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Man weiss durch Mousson²⁾, besonders aber durch die eingehende Untersuchung von Barus³⁾, dass das electrische Leitungsvermögen des Stahls von dem Härtezustande abhängt:

1) Lord Rayleigh, Theorie des Schalles. 1. § 174. 1880.

2) Mousson, Neue Denkschr. d. Schweiz. Ges. 14. p. 1. 1855.

3) Barus, Dissert. Würzburg; Wied. Ann. 7. p. 399. 1879.

und zwar, wie Barus fand, so stark, dass die Härtung eines weichen Stahlstabes dessen Leitungswiderstand auf das Zweibis Dreifache steigern kann.

Wenn nun die von Wiedemann und Franz an verschiedenen Metallen nachgewiesene Beziehung, dass ein Metall von Wärme und von Electricität ungefähr gleich leicht durchdrungen wird¹⁾, auch für den Einfluss der mechanischen Zubereitung oder der Molecularaggregation gilt, so ist zu erwarten, dass das Wärmeleitungsvermögen des Stahls von dessen Härtezustand stark beeinflusst wird.

Untersuchungen über den Einfluss der mechanischen Beschaffenheit eines Metalles auf sein Wärmeleitungsvermögen liegen meines Wissens bis jetzt nicht vor. Um so mehr erschien es mir der Mühe werth, in dem Falle des Stahles, wo die Unterschiede sich vielleicht ohne Schwierigkeit nachweisen lassen, eine Bestimmung zu versuchen.

Die Wahrscheinlichkeit der Bejahung der gestellten Frage folgt schon aus der Thatsache, dass die Angaben über das Wärmeleitungsvermögen in Eisen und Stahl viel weiter auseinandergehen, als bei anderen Stoffen. Kirchhoff und Hansemann finden an drei Sorten die Zahlen 0,096, 0,137 und 0,142 Gr-Cal./cm sec. Die Verfasser sprechen nicht über mögliche Ursachen des grossen Unterschiedes und erklären dieselben wohl hauptsächlich aus dem verschiedenen Gehalt an Kohlenstoff oder Silicium. Eine Anmerkung jedoch, aus welcher hervorgeht, dass die magnetische Coercitivkraft des schlechter leitenden Eisens die grössere war, lässt schon einen Einfluss des Härtezustandes auf das Leitungsvermögen vermuthen.²⁾

Ich untersuchte zwei kreiscylindrische abgedrehte und gut polirte Stahlstäbe von 1,20 cm Durchmesser, 30 cm Länge und 270 g Mass.³⁾ Sie waren aus demselben Stück geschnitten. Der eine war gegläht und langsam erkaltet, der andere „glasgehärtet“.

1) G. Wiedemann u. Franz, Pogg. Ann. 89. p. 531. 1853.

2) Kirchhoff u. Hansemann, Wied. Ann. 13. p. 417. 1881; daselbst wird das Leitungsvermögen in Mg-Cal./mm sec. angegeben.

3) Der weiche Stab wog 271, der harte 268 g.

Empfindliche Hände bemerken schon bei dem blossen Anfassen der kalten Stäbe, dass der weiche Stahl besser leitet als der harte. Auch ein Vorlesungsversuch über die Geschwindigkeit des Abschmelzens von Wachs oder ähnliches genügt, um die Verschiedenheit augenfällig zu machen.¹⁾

Um einen ungefähren Anhaltspunkt über die quantitativen Verhältnisse zu erhalten, habe ich nach der sogenannten Despretz'schen Methode, ähnlich wie Wiedemann und Franz, einige Messungen ausgeführt. Man erhitzte das Stabende mit Dampf und mass nach dem Stationärwerden der Temperatur den Temperaturüberschuss u über die umgebende Luft in drei gleich voneinander abstehenden Querschnitten.²⁾

Hierzu wurde ein Thermoelement aus zusammengelöthetem, ganz dünnem Neusilber- und Eisendraht benutzt. Diese Drähte wurden, durch ein kleines Gewicht beschwert, so über den horizontal liegenden Stab gehängt, dass die Löthstelle sich oben befand. In etwa 10 cm Abstand von dieser Stelle waren beide Drähte an dünne Kupferdrähte angelöthet, die durch einen Commutator mit einem Spiegelgalvanometer mit starker Dämpfung von etwa 700 Ohm Widerstand verbunden waren. Wenn das Thermoelement stets in derselben Weise mit dem Stabe in Berührung steht, so ist offenbar die Temperatur der Löthstelle derjenigen des betreffenden Querschnittes proportional. Dass ersteres der Fall war, ergab sich daraus, dass ein wiederholtes Ueberhängen des Thermoelementes über denselben Querschnitt des stationär erhitzten Stabes merklich denselben Nadelausschlag gab. Kleine Schwankungen der Temperatur eliminirten sich durch eine geeignete Wiederholung der Beobachtungen.

Strahlungen waren durch Schirme und durch Belegungen

1) Am bequemsten ist hier vielleicht das folgende Verfahren. Man stellt die zu vergleichenden Stäbe mit den unteren Enden in eine Kältemischung, etwa aus Schnee und Weingeist und beobachtet, die Höhe, bis zu welcher ein Wasser, resp. Eisbeschlag aus der umgebenden Atmosphäre stattfindet.

2) Da das Wärmeleitungsvermögen des Eisens von 0 auf 100° nach Lorenz (Wied. Ann. 13. p. 598. 1881) sich nur um 2 Proc. ändert, so brauchte ich für meine Zwecke dies nicht zu berücksichtigen.

mit Watte hinreichend vermieden. Die Löthstellen an das Kupfer hatten für meine Zwecke hinreichend genau die Lufttemperatur. Da das Neusilbereisenelement zufällig eine der Temperaturdifferenz nahe proportionale electricische Kraft zeigte, so wurde der Ausschlag, welchen das Galvanometer gab, wenn man den Commutator umlegte, für die Temperaturdifferenz u gesetzt.

Um eine ungefähre Angabe über das absolute Leitungsvermögen zu gewinnen, wurde die Wärmeabgabe der Stäbe an die Umgebung gemessen, indem man den ganzen Stab erwärmte und demnächst mit übergehängtem Thermoelement seine allmähliche Temperaturabnahme bestimmte. Hr. Sheldon führte diese Beobachtung aus. Nach derselben nahm die Temperatur in 10 Minuten im Verhältniss 1,67:1 ab; das „äussere Temperaturleitungsvermögen“ in 1 Secunde ist also $= 1,67^{1/100} - 1 = 0,00086$.

Diese Zahl mit der specifischen Wärme 0,117¹⁾ und der Dichtigkeit 7,9 multiplicirt, gibt das auf den Querschnitt eins reducirte „äussere Wärmeleitungsvermögen“ $= 0,00080$, sodass man, das innere Leitungsvermögen mit k bezeichnet, hat:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{0,00080}{k} u.$$

Betrachtet man nun in drei je um die Länge l auseinanderliegenden Querschnitten die Temperaturen u_1, u_2, u_3 , setzt:

$$\frac{u_1 + u_3}{2u_2} = n,$$

so ist das Wärmeleitungsvermögen k bekanntlich:

$$k = 0,00080 \left[\frac{l}{\log \text{nat} (n + \sqrt{n^2 - 1})} \right]^2.$$

Man erhielt:

für l	=	4	5	8	8 cm
k hart	=	0,063	0,062	0,061	0,062
k weich	=	—	0,106	0,118	0,111

im Mittel also:

k hart	=	0,062 [Gramm-Cal./cm sec.]
k weich	=	0,111 „ „ „

1) Nach Regnault, der die specifische Wärme des harten Stahles um 1 Proc. höher, die Dichtigkeit um etwa ebenso viel niedriger fand, als beim weichen Stahl. Pogg. Ann. 72. p. 73. 1844. Vgl. auch vor. S.

Hiernach ist das Leitungsvermögen des weichen Stahles also um beinahe 80 Procent grösser als dasjenige des harten. Ja, da mit dem Erwärmen zu Temperaturen von der Ordnung des siedenden Wassers schon ein merkliches Anlassen vor sich geht, so würde das Leitungsvermögen in niederer Temperatur bestimmt bei dem harten Stabe noch etwas kleiner ausgefallen sein.

Ferner wurde das electriche Leitungsvermögen der beiden Stäbe bestimmt, indem man einen constanten gemessenen Strom hindurchsandte und mittelst zweier aufgesetzter Schneiden hiervon einen Strom durch ein empfindliches Galvanometer in einer Leitung von 5000 bis 10000 Ohm Widerstand abzweigte. Der Reductionsfactor auf absolutes Strommaass war mit Hülfe eines Clark'schen Elementes bestimmt worden. Die auf Quecksilber bezogenen Leitungsvermögen sind nach einer Messung von Hrn. Sheldon:

$$\alpha \text{ hart} = 3,3, \quad \alpha \text{ weich} = 5,5.$$

Es wurde noch ein geglühter und langsam erkalteter Stab von gleichen Dimensionen aus Schmiedeeisen untersucht.¹⁾ Sein Leitungsvermögen war noch um 40 Proc. grösser als dasjenige des weichen Stahles:

$$\alpha \text{ weiches Schmiedeeisen} = 7,6.$$

Dass sein Wärmeleitungsvermögen in ähnlichem Verhältniss grösser war, zeigte ein Versuch in der Kältemischung (S. 680. Anm.). Die Beschlagshöhe betrug bei dem harten Stahl 72 mm, bei dem weichen Stahl 92 mm, bei dem weichen Eisen 110 mm.

Als Verhältniss des Wärmeleitungsvermögens k zu dem electriche Leitungsvermögen α ist also gefunden worden:

	Harter Stahl	Weicher Stahl
$\frac{k}{\alpha} =$	$\frac{0,062}{3,3} = 0,019$	$\frac{0,111}{5,5} = 0,020.$

Die entsprechenden Zahlen bei Kirchhoff und Hansmann lauten für 15°:

1) Dieses Eisen wurde von Flussspath geritzt; der weiche Stahl von Apatit, der harte von Quarz.

Stab Nr. I.	Nr. II.	Nr. III.
$\frac{k}{\kappa} = \frac{0,1418}{6,803} = 0,0208$	$\frac{0,0964}{4,006} = 0,0237$	$\frac{0,1375}{6,569} = 0,0209.^1)$

Da meine Bestimmung des Leitungsvermögens für Wärme nur den Anspruch einer genäherten Messung macht, so ist die Uebereinstimmung von k/κ nicht vollständiger zu erwarten.

Während also das Leitungsvermögen verschiedenen und verschieden behandelten Eisens und Stahles bis gegen das Dreifache verschieden sein kann, scheint, wie schon Kirchhoff und Hansemann für ihre Stäbe bemerken, das Verhältniss der Leitungsvermögen für Wärme und Electricität ungefähr dasselbe zu bleiben.

Würzburg, November 1887.

VIII. Ueber die kinetische Theorie unvollkommener Gase; von Ladislaus Natanson.

Von den Kräften, die zwischen Gasmoleculen thätig sind, will ich voraussetzen, dass man ihre Wirkung erst bei gewisser Annäherung der Moleculé zu berücksichtigen braucht. Für die Rechnung wollen wir dafür eine Grenze annehmen, die R heissen mag. Ist ein Molecul von allen übrigen mehr als um R entfernt, so bewegt es sich geradlinig; solche Moleculé wollen wir freie Moleculé nennen. Nähern sich dagegen zwei (oder mehrere) Moleculé bis zur Entfernung R , so findet krummlinige Bewegung statt, und es können, je nach Grösse und Richtung der relativen Geschwindigkeit, zwei Fälle eintreten: entweder nähern sich die Moleculé bis zu einer Minimentfernung und gehen sodann auseinander; oder wird die Bewegung stationär, ein beständiges System wird gebildet. Den ersten Fall will ich als einen Zusammenstoss bezeichnen; die im zweiten entstehenden Systeme sollen Aggregate heissen.

1) Aus Lorenz' Zahlen (l. c.) leite ich für Eisen ab $k/\kappa = 0,166/9,2 = 0,018$ für 15° .