PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XLV.

I. *Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Lichtbrechung des Glases; von C. Pulfrich.*

(Hierzu Tafel VIII Fig. 1—2.)

Das optische Verhalten des Glases und einer Anzahl ein- und zweiaxiger Krystalle unter dem Einfluss der Temperatur bildet eine bemerkenswerthe Ausnahme von dem Verhalten der übrigen durchsichtigen, festen, flüssigen und gasförmigen Körper. Während nämlich bei diesen mit erhöhter Temperatur, der Abnahme der Dichtigkeit entsprechend, auch das Brechungsvermögen abnimmt, tritt bei der Mehrzahl der Glassorten und einigen Krystallen gerade das Umgekehrte ein: *Die Brechungsindizes wachsen mit steigender Temperatur.* In Hinblick auf die bekannte und allgemein als Regel betrachtete Proportionalität von brechender Kraft und Dichtigkeit bildet somit das angegebene Verhalten eine höchst auffällige Erscheinung, die zwar schon seit Jahren bekannt ist, aber bis jetzt noch keine Erklärung gefunden hat.¹⁾

1) In der nachstehenden Literaturzusammenstellung ist hinter jeder Literaturangabe in Parenthese bemerkt, auf welche Substanz sich die Untersuchung bezieht. Die Namen derjenigen Substanzen, welche das oben beschriebene Verhalten zeigen, sind durch besonderen Druck hervorgehoben; bei allen anderen angeführten Körpern nimmt der Brechungsindex mit der Temperatur ab.

Rudberg, Pogg. Ann. **26**. p. 291. 1832 (*Kalkspath*, Quarz, Aragonit). Fizeau, Ann. ch. phys. (3) **66**. p. 429. 1862. Pogg. Ann. **119**. p. 87. 297. 1863 (*Kalkspath*, Flusspath, *Zinnglas von Maïs*, *Glas von St. Gobain*, *Gew. Flintglas*). Ann. ch. phys. (4) **2**. p. 143. 1864 (Quarz). Stefan, Wien. Ber. (II) **63**. p. 239. 1871. (Steinsalz, Sylvin, Kaliumalaun, Flusspath, *Glas*.) Hastings, Astron. Nach. Nr. 2501 und Americ. Journ. of sc. (3) **15**. p. 269. 1878 (2 *Feil's Flintgläser*, *Feil's Crownglas*). G. Müller, Publ. des astrophysik. Obs. zu Potsdam (16) **4**. p. 151. 1885 (*Kalkspath*, Quarz, mehrere *Flint-* und *Crowngläser*).

Bei den doppeltbrechenden Krystallen erscheint die Sache noch viel verwickelter als beim Glase. Denn hier ist schon bei gewöhnlicher Temperatur weniger die verschiedene Dichte, als vielmehr die lineare Anordnung der Massentheilchen für die nach den verschiedenen Richtungen stattfindende Fortpflanzungsgeschwindigkeit maassgebend. Deshalb ist auch die bei den Krystallen beobachtete Erscheinung nicht in dem Maasse von grundsätzlicher Bedeutung wie beim Glase, welches in seinen Eigenschaften vollständig den Charakter eines isotropen Körpers besitzt. Sehr wahrscheinlich ist aber auch bei den Krystallen die Erklärung in der gleichen Ursache zu suchen, welche das Verhalten des Glases bestimmt und welche darzulegen, der Zweck dieser Arbeit ist.

Bei der grossen Wichtigkeit, welche die Frage nach einer genauen Kenntniss des Einflusses der Temperatur auf die Lichtwirkung des optischen Glases in theoretischer und praktischer Hinsicht besitzt, und bei den zum Theil von einander abweichenden Angaben, die sich in der Literatur vorfinden, war es in erster Linie wünschenswerth, den Gegenstand einer gründlichen experimentellen Untersuchung zu unterwerfen. Unterstützt durch die reichen Mittel der optischen Werkstätte von Carl Zeiss in Jena, in deren Laboratorium diese Arbeit ausgeführt wurde, und des Glastechnischen Laboratoriums von Schott und Gen. ist es mir unter Anwendung einer neuen, ausserordentlich bequemen und sicheren Beobachtungsmethode gelungen, die Temperaturvariationen für eine grössere Anzahl der von dem genannten Jenenser Glaswerk hergestellten optischen Gläser und für einige durchsichtige Mineralien über allen Zweifel sicher festzustellen. Auf Grund der so gewonnenen Thatsachen ist es mir dann möglich gewesen, der Frage nach dem physikalischen Grunde für das abweichende Verhalten des Glases näher zu treten und auf diese Frage eine, wie ich glaube, eindeutige Antwort zu geben.

F. Vogel, Wied. Ann. 25. p. 87. 1886 (*Kalkspath, schweres Flintglas, weisses Glas*). Offret, Bull. de la soc. franç. de min. 10. p. 405—697. 1890 (*Beryll, Phenacit, Kalkspath, Aragonit, Baryt, Topas de Minas Geraes, Topas von Schneckenstein, Cordierit, Sanidin, Oligoclas*). Arzruni, Groth's Z. f. Kryst. 1. p. 165. 1877 (*Schwerspath, Coelestin, Anglesit*). Dufet, Bull. de la soc. minér. de France 7. p. 182 und 8. p. 187 und 257 (*Quarz, Beryll, Flussspath*).

Die Arbeit zerfällt in zwei Theile: der I. Theil enthält die Beschreibung der Methode und der benutzten Apparate, die Beobachtungsergebnisse und den Vergleich mit den Resultaten anderer Beobachter. In dem II. Theile sind die Gründe mitgetheilt, welche für die von uns gegebene Erklärung maassgebend gewesen sind.

I. Theil.

Experimentelle Untersuchungen.

§ 1. Methode der Untersuchung; das Abbe'sche Spectrometer; Erhitzungsapparat.

Zum besseren Verständniss der von mir angewandten Methode ist es zunächst erforderlich, das zu den Messungen benutzte Abbe'sche Spectrometer ¹⁾ einer kurzen Besprechung zu unterziehen.

Das Princip, auf welchem dieser Apparat beruht, ist das der Autocollimation. Ein einziges Fernrohr dient sowohl zur Beleuchtung als auch zur Beobachtung. In der Brennebene des Fernrohrobjectivs ist ein Verticalspalt angebracht, der von einer seitwärts aufgestellten Lichtquelle mittelst eines kleinen den Spalt bedeckenden Reflexionsprismas beleuchtet wird. Das aus dem Fernrohr austretende parallelstrahlige Büschel wird je nach der Stellung des zu untersuchenden Prismas entweder direct reflectirt, oder zuerst gebrochen und dann an der Hinterfläche des Prismas reflectirt. Das Strahlenbündel kehrt hierauf wieder in das Fernrohr zurück und erzeugt in der Focalebene des Objectivs ein scharfes Bild des Spaltes, das mit letzterem zusammenfällt, wenn das reflectirte Strahlenbündel vollkommen senkrecht zu der reflectirenden Fläche gerichtet ist. Der am Theilkreis abgelesene Drehungswinkel des Prismas führt zu der Kenntniss des Prismenwinkels φ und des einem bestimmten homogenen Strahlenbündel zugehörigen Einfallswinkel α (Fig. 1 Taf. VIII). Man findet dann den Brechungsindex (N) vermöge der einfachen Beziehung:

1) E. Abbe, Neue Apparate, Jena 1874. — Eine ausführliche Beschreibung der neuesten Construction des Spectrometers, sowie aller bei dieser Arbeit verworthen instrumentellen Hilfsmittel soll demnächst mit Abbildungen in der Zeitschrift für Instrumentenkunde veröffentlicht werden.

$$(I) \quad N = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi}.$$

Aus naheliegenden Gründen ist der Winkel φ nicht grösser als die Hälfte der bei der Methode der minimalen Ablenkung üblichen Winkelgrösse zu bemessen, also ungefähr gleich 30° .

In Wirklichkeit kann das Zusammenfallen des Spaltbildes mit dem Spalt nicht direct beobachtet werden, weil der Spalt von dem Reflexionsprisma bedeckt ist. Deshalb ist in der für die Beobachtung freien Hälfte des Gesichtsfeldes eine Marke angebracht — in unserem Falle ein feiner, parallel zur Spaltichtung aufgezogener Spinnfaden — und es wird nun das Zusammenfallen des Spaltbildes mit diesem Faden beobachtet. Eine solche Einstellung kann mit sehr grosser Genauigkeit ausgeführt werden. Auch lehrt eine nähere Betrachtung, dass, obgleich jetzt den Anforderungen der Methode nicht in aller Strenge genügt wird, für die Methode selbst kein Nachtheil entsteht. Denn so lange man es mit directen Reflexionen zu thun hat (Bestimmung des Winkels φ), ist es überhaupt gleichgültig, unter welchem Incidenzwinkel die Strahlen auf die reflectirende Fläche auffallen, und nur in dem anderen Falle (Bestimmung von α) entsteht durch die Brechung eine Collimationsdifferenz, die aber so klein ist, dass sie unbedenklich vernachlässigt werden kann. Sind nämlich Spalt und Faden nebeneinander gelegen, wie in unserem Falle, sodass die sämmtlichen Strahlen dem Hauptschnitt des Prismas angehören, so lässt sich der Fehler im Resultat leicht rechnerisch verfolgen, und es ergibt sich, dass bei einer Brennweite des Fernrohrobjectivs von 28 cm und einem Abstand von 2 mm zwischen Spalt und Faden, der praktisch leicht eingehalten werden kann, die so erhaltenen Brechungsindices eine Abweichung von 1—2 Einheiten der 5. Decimale von N besitzen, die aber, da sie für alle Farben die gleiche ist, für uns ganz bedeutungslos ist. Etwas verwickelter, aber im Resultat nicht ungünstiger liegen die Verhältnisse, wenn die Marke — zwei halbkreisförmige Backen, zwischen denen das Spaltbild einzustellen ist — in der Längsrichtung des Spaltes unterhalb desselben angebracht ist.

Es ist als ein grosser Vorzug der Methode hervorzuheben, dass man nicht nöthig hat, wie es z. B. bei der Methode der

minimalen Ablenkung der Fall ist, die richtige Einstellung besonders zu prüfen; die Handhabung ist dadurch ausserordentlich vereinfacht, denn man braucht nur den Theilkreis mit Prisma so weit zu bewegen, bis das Spaltbild mit der Marke zusammenfällt, das ist dann die richtige Einstellung. Zur Feinbewegung des Theilkreises dient eine Mikrometerschraube.

Ein weiterer Vorzug des Abbe'schen Spectrometers, wohl der wichtigste aber bisher nur noch wenig beachtete, besteht in der ausserordentlichen Genauigkeit, mit der die *Dispersionsbestimmung* ausführbar ist. Dieselbe geschieht nicht, wie fast allgemein üblich, durch Ermittlung der Brechungsindices für einzelne Fraunhofer'sche Linien, sondern durch eine *Differenzmessung*, auf *mikrometrischem Wege*. Man bedient sich zu dem Zwecke der vorhin erwähnten Mikrometerschraube, welche mit einer Trommel und Theilung versehen ist, und lässt die einzelnen Spectrallinien nacheinander mit dem Faden zusammen fallen. Die Differenz der abgelesenen Trommeltheile, in Winkelmaass umgerechnet, ergibt die Winkelgrösse, um welche sich die Einfallswinkel (α) der verschieden gefärbten Strahlenbüschel von einander unterscheiden. Diese für die Grösse der Dispersion maassgebenden Winkeldifferenzen werden so unabhängig vom Theilkreis und viel genauer gemessen, als eine directe Ablesung am Theilkreise erlauben würde.

Der grösseren Genauigkeit der mikrometrischen Messung entspricht auch die Art der Berechnung. Bezeichnet man für eine Farbe (Natriumlicht), für welche der Brechungsindex *direct* bestimmt werden soll, den zugehörigen Einfallswinkel mit α_0 , den mikrometrisch ermittelten Winkelabstand eines anders gefärbten Strahlenbündels, welches an der Hinterfläche senkrechte Reflexion erleidet, mit β , so lässt sich vermöge der beiden Beziehungen:

$$N_D = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \varphi}, \quad N = \frac{\sin (\alpha_0 + \beta)}{\sin \varphi}$$

schreiben:

$$\begin{aligned} N - N_D &= \frac{1}{\sin \varphi} (\sin (\alpha_0 + \beta) - \sin \alpha_0) \\ &= \frac{1}{\sin \varphi} \cdot 2 \cos \left(\alpha_0 + \frac{\beta}{2} \right) \cdot \sin \frac{\beta}{2}, \end{aligned}$$

wofür man in Anbetracht der kleinen Grösse β auch setzen kann:

$$(II) \quad N - N_D = \frac{1}{\sin \varphi} \cos \left(\alpha_0 + \frac{\beta}{2} \right) \cdot \sin \beta.$$

Unter Benutzung der vorstehenden Formel erhält man direct aus den beobachteten Winkeldifferenzen β die Differenz der Brechungsindices für die verschiedenen Spectralfarben gegen den Brechungsindex für gelbes Licht. Der Vortheil dieser Rechnungsweise liegt auf der Hand, denn man ist bei der Ausführung der Rechnung der Anwendung einer mehr als vierstelligen Logarithmentafel völlig enthoben, während bei directer Bestimmung der Brechungsindices selbst die Anwendung einer siebenstelligen Logarithmentafel nicht ausreicht, um eine der mikrometrischen Messung entsprechende Genauigkeit des Resultats zu erzielen.

Noch eine andere damit zusammenhängende Bemerkung möchte ich mir hier erlauben. Es ist vielfach üblich ¹⁾, zur Charakteristik für das optische Verhalten der Substanz, die Brechungsindices des Körpers für eine Anzahl Fraunhofer'scher Linien einzeln aufzuzählen. Dadurch ist es aber dem Leser ausserordentlich erschwert, sich über den Verlauf der Dispersion schnell zu orientiren. Ohne Bildung von Differenzen und ohne vergleichende Rechnungen geht es dabei nicht ab. Weit vortheilhafter ist es, den Brechungsindex nur für eine Farbe (N_0) anzugeben und im Uebrigen zur Charakteristik der Dispersion die Differenzen der Brechungsindices bez. die relativen Dispersionen mitzutheilen. Es ist das eine den praktischen Bedürfnissen entsprungene und auch für theoretische Untersuchungen werthvolle Vereinfachung, welche in dem Glaswerk sowohl wie in der optischen Werkstätte von Carl Zeiss in Jena schon seit Jahren in Anwendung gebracht worden ist, und deren ich mich im Folgenden ebenfalls bedienen werde. —

Um dem Prisma eine höhere Temperatur (Siedetemperatur des Wassers) zu geben, benutzte ich bei meinen Untersuchungen einen von Abbe construirten *Erhitzungsapparat*. Eine kurze Mittheilung über diesen Apparat findet sich in der

1) U. A. auch in den Landolt'schen Tabellen.

Zeitschr. für Instrumentenk. p. 362 1889. Derselbe besteht aus einem Tischchen, welches mit mehreren übereinanderliegenden Böden und Rinnen versehen ist und auf das Tischchen des Spectrometers aufgesetzt werden kann; ferner aus einem überhängenden doppelwandigen Gehäuse, welches an einem besonderen Stativ befestigt ist und an der Drehung des Theilkreises nicht theilnimmt. Die Rinnen sind mit Quecksilber als Sperrflüssigkeit gefüllt. Es entstehen auf diese Weise zwei von einander getrennte Hohlräume; der äussere wird von dem Dampfe einer siedenden Flüssigkeit durchströmt, der innere Hohlraum enthält das zu untersuchende Prisma. Der Austritt des Dampfes erfolgt durch eine am unteren Ende des Gehäuses angebrachte Röhre mit Schlauch und Kühlapparat. Wie die in dem inneren Hohlraum luftdicht eingesetzten Thermometer erkennen lassen, ist die Temperatur im Innern der Temperatur der constant siedenden Flüssigkeit (Wasser, Alkohol, Aether) gleich; denn die Wärme wird dem inneren Hohlraum von allen Seiten, auch von unten und oben zugeführt, und man ist im Stande, durch fortgesetztes Kochen die constante Siedetemperatur beliebig lange zu erhalten. Das Gehäuse selbst, sowie die untere Seite des Tellers sind mit einer dicken Filzlage versehen. Bei niederer (Zimmer-) Temperatur wirkt die Vorrichtung als Schutzmittel gegen den Einfluss einer Temperaturänderung von aussen.

Zum Einblick in den inneren Hohlraum ist dem Fernrohr-objectiv gegenüber in dem Gehäuse eine Oeffnung angebracht, welche durch eine Glasplatte mit guten ebenen Flächen verschlossen ist. Das Gehäuse wird so gestellt, dass die beiden Flächen annähernd senkrecht zur Axe des Fernrohrs gerichtet sind. Alsdann hat die Platte keinen Einfluss auf den Gang der Lichtstrahlen.

Der hier nur kurz skizzirte Apparat hat mir für die besonderen Zwecke dieser Arbeit gute Dienste geleistet. Aber auch für allgemeinere Aufgaben lässt sich die Heizvorrichtung mit Vortheil verwenden, u. A. zur spectrometrischen Untersuchung von Flüssigkeiten im Hohlprisma, zum Studium der Gesetze der Ausdehnung doppelt brechender Krystalle durch Bestimmung der durch die Wärme hervorgerufenen Winkeländerungen bestimmt orientirter Prismen solcher Körper. —

Was endlich die von mir angewandte *Methode zur Be-*

stimmung der Temperaturvariationen der Brechungsindices anbe-
trifft, so gründet sich dieselbe auf ein von Abbe angegebenes
und schon vor längerer Zeit veröffentlichtes Verfahren.¹⁾ Das-
selbe ist bisher unbeachtet geblieben, sonst würde man mit
Rücksicht auf den vorliegenden Zweck wohl schon längst ver-
sucht haben, die Methode in Anwendung zu bringen, denn
sie besitzt sowohl in Bezug auf die Einfachheit der Beob-
achtung, als auch in Hinsicht der Genauigkeit der Resultate,
Vorzüge, welche sie jedem anderen spectrometrischen Ver-
fahren weit überlegen machen. Die Methode gestattet näm-
lich, die dem Einfluss der Temperatur unterworfenen Winkel-
größen *in ihren Differenzen* von einer Beobachtung zur ande-
ren *selbstständig, durch mikrometrische Messung* zu bestimmen.

Der Gedanke ist folgender: Auf der dem Fernrohr zuge-
wandten Fläche des zu untersuchenden Prismas sei ein zweites,
kleineres Prisma von solchem Winkel befestigt, dass das von
ihm herrührende Spiegelbild des Spaltes sich auf das gleich-
falls im Gesichtsfeld erscheinende Spectrum projicirt. Bei
einer Temperaturänderung wird dann, da die Winkel der bei-
den Prismen sich nicht ändern, und unter der Voraussetzung,
dass auch die Verbindung der beiden Prismen keine
Änderungen erfährt, eine Lagenänderung der reflectiren-
den Flächen gänzlich ausgeschlossen sein. Es sind also die
mit Hülfe der Mikrometerschraube des Spectrometers ermittel-
ten Einstellungsunterschiede der verschiedenen Spectralfarben
gegen die genannte unveränderliche Hülfsmarke gleich den
Veränderungen, welche die bezüglichen Einfallswinkel (α) durch
die Temperatur erleiden und welche in der weiter unten zu
besprechenden Weise in Rechnung gezogen werden.

Die Bestimmung des Einfallswinkels selbst — durch
Winkelmessung am Theilkreise — ist somit *auf eine einzige
Farbe* (Natriumlicht) *und auf eine einzige Temperatur* (Zimmer-
temperatur) beschränkt, sodass, wenn der Winkel, mit mässiger
Genauigkeit, einmal ermittelt ist, man zur Bestimmung der
Abhängigkeit der Lichtbrechung von Temperatur und Farbe
des Theilkreises nicht mehr bedarf. In der That würde man
für diesen Zweck mit den denkbar einfachsten instrumentellen

1) l. c. p. 29.

Hülfsmitteln auskommen: einem feststehenden Fernrohr und einem drehbaren Tischchen für das Prisma mit Mikrometerbewegung.

Die Methode hat in dieser Form den Nachtheil, dass die Befestigung des Hülfsp Prismas an das zu untersuchende Prisma schwer in praktisch ausreichender Vollkommenheit erzielt werden kann. Derselbe fällt aber gleich fort, wenn man, wie ich bei der vorliegenden Untersuchung verfahren bin, *die Hülf sfläche direct an das zu untersuchende Prisma anschleift*. Zur näheren Erläuterung diene die Fig. 1 Taf. VIII, welche den Hauptschnitt eines so zugerichteten Prismas in zweimaliger Vergrösserung darstellt. Das abgetrennte Stück des Prismas ist durch die beiden punktirten Linien angedeutet. Es bezeichnet wieder φ den brechenden Winkel, ferner ist α_0 der Einfallswinkel des an der Vorderfläche (II) gebrochenen Strahlenbündels. Die Fläche III ist nahezu senkrecht zur Richtung des Strahlenbündels gelegen. Es empfiehlt sich, dieselbe so anschleifen zu lassen, dass die Marke ganz ausserhalb des Spectrums zu liegen kommt, weil sonst leicht ein Zusammenfallen der Marke mit einer Spectrallinie eintreten kann, was für die Genauigkeit der Einstellung von Nachtheil ist.

Noch ein anderer Umstand muss hier erwähnt werden. Die Form des Prismas bewirkt nämlich, wie leicht ersichtlich, eine Halbiring des Fernrohrobjectivs, derart, dass die beiden Hälften in der Richtung der zu messenden Verschiebung *neben einander* zu liegen kommen. Dieser Umstand verlangt, dass man darauf achte, dass während der Dauer einer Versuchsreihe keine Aenderung in der Einstellung des Oculars stattfinde, weil eine solche, verbunden mit einer Aenderung in der Accommodation des beobachtenden Auges scheinbare Verschiebungen der beiden Bilder gegeneinander hervorruft, deren Betrag grösser sein kann als die zu messenden Werthe. Unter Berücksichtigung der angegebenen Vorsichtsmaassregel kann aber die bezeichnete Fehlerquelle ganz vermieden werden. Ebenso verhält es sich mit einer Aenderung des Spaltabstandes vom Objectiv des Fernrohres und einer Aenderung der Brennweite des letzteren, welche durch Temperaturschwankungen der umgebenden Luft, bez. durch die vom Erhitzungsapparat auf Objectiv und Fernrohr überströmende Wärme hervorgerufen werden können. Da die ganze Versuchsreihe in ungefähr zwei

Stunden erledigt werden konnte und auch für die Abhaltung der Wärmestrahlung in praktisch ausreichender Weise gesorgt war — ein zwischen Objectiv und Heizkammer eingeschobener Schirm wurde nur für die Zeit der eigentlichen Messung entfernt —, so ist auch diese Fehlerquelle für unsere Beobachtungsmethode ganz ohne Nachtheil. Damit ist überhaupt jeder Einwand gegen die Anwendbarkeit der Methode beseitigt.

Die beschriebene Methode setzt die Unveränderlichkeit der drei Prismenwinkel voraus. Die Voraussetzung trifft für die isotropen Körper infolge der nach allen Seiten stattfindenden gleichartigen Ausdehnung ohne weiteres zu.¹⁾ Bei doppelt brechenden Krystallen ist das natürlich anders. Hier ist bekanntlich die Ausdehnung nach den verschiedenen Richtungen verschieden und nur bei einaxigen Krystallen findet in der senkrecht zur optischen Axe gelegenen Ebene eine gleichmässige Ausdehnung statt. Macht man in diesem Falle die genannte Ebene zum Hauptschnitt des Prismas, so bleiben auch hier die Prismenwinkel unverändert. Die weiter unten mitgetheilte Versuchsreihe an Quarz habe ich mit einem so orientirten Prisma (optische Axe parallel zur brechenden Kante) ausgeführt.

Bezüglich der rechnerischen Verwerthung der mikro-

1) Einzelne der untersuchten Glasprismen gestatteten aber auch eine directe *experimentelle* Prüfung dieser Voraussetzung. Dieselbe erfolgte auf mikrometrischem Wege durch Ausmessung des Abstandes zweier Spaltbilder, von denen das eine (die eigentliche Marke) durch normale Reflexion an der Fläche III (Fig. 1) entstanden ist und das andere einer mehrfachen inneren Reflexion seinen Ursprung verdankt. In Fällen nämlich, wo der Winkel α nahezu doppelt so gross ist als φ , ist das dreiseitige Prisma ein gleichschenkeliges und die an der Fläche III normal eintretenden Strahlen werden nach einer Reflexion an Fläche I von der Fläche II normal zurückgeworfen. Der Abstand, den das so entstandene zweite Bild vom ersten besitzt, hängt allein von der Grösse der drei Winkel des Prismas ab. Denn da das zweite Bild nur eine geringe spectrale Färbung besitzt, was daher rührt, dass die Bedingung der Gleichheit der beiden Prismenwinkel nicht vollständig erfüllt ist, so ist klar, dass schon der Unterschied der Indices für die verschiedenen Farben nur einen sehr geringen Einfluss auf den Abstand ausüben kann, von einem Einfluss der Temperaturvariationen der Brechungsindices also gar keine Rede sein kann. Die Ausmessung des Abstandes ergab für diesen eine vollständige Constanz innerhalb der Genauigkeitsgrenze der mikrometrischen Messung

metrisch gemessenen Verschiebungen gilt dasselbe, was weiter oben über die Bestimmung der Dispersion gesagt wurde. Auch hier muss im Interesse der grösseren Genauigkeit und Bequemlichkeit ein besonderes Verfahren angewandt werden, denn es wäre sehr wenig rationell, wollte man die mikrometrisch ermittelten Temperaturvariationen der Einfallswinkel α einfach an diesen Winkeln selbst anbringen.

Der Weg ist durch die Analogie mit der Dispersionsbestimmung vorgeschrieben. Wir nennen t_2 die höhere, t_1 die niedere (Zimmer-) Temperatur. Die beobachtete Temperaturänderung des Einfallswinkels α wollen wir mit δ , und die den beiden Temperaturen zukommenden Brechungsindices bezogen auf Luft von derselben Temperatur wie das erwärmte Prisma mit N_1 und N_2 bezeichnen.

Eine der früheren völlig gleiche Behandlung der beiden Gleichungen

$$N_1 = \frac{1}{\sin \varphi} \sin (\alpha_0 + \beta)$$

$$N_2 = \frac{1}{\sin \varphi} \sin (\alpha + \beta + \delta)$$

ergibt dann für die zu bestimmende Differenz

$$(III) \quad N_2 - N_1 = \frac{1}{\sin \varphi} \cdot \cos \left(\alpha_0 + \beta + \frac{\delta}{2} \right) \sin \delta,$$

aus der sich die *Änderung des relativen Index pro 1° C.* gültig für die Mitteltemperatur $t = \frac{1}{2}(t_2 + t_1)$ ableitet zu:

$$(IV) \quad \Delta N = \frac{N_2 - N_1}{t_2 - t_1}.$$

§ 2. Reduction auf den leeren Raum.

Die Kenntniss des vorstehenden Ausdruckes ist überall da von grossem Interesse, wo, wie es in der Praxis meist der Fall ist, die Luft an den Temperaturvariationen des Glases Theil nimmt, u. a. wenn es darauf ankommt, die Veränderungen der Brennweite des Objectives eines astronomischen Fernrohres zu bestimmen, welche durch die veränderte Lichtbrechung des Glases und der Luft im Innern des Fernrohr tubes entstanden sind. Für den theoretischen Zusammenhang aber der Lichtbrechung mit der Dichte und für die richtige Erkenntniss des

thatsächlichen Verhaltens des Glases unter dem Einflusse der Temperatur ist aber eine andere Grösse maassgebend, die man erhält, wenn man die Brechungsindices des Glases auf Luft von constanter Temperatur, oder was das rationellste ist, direct auf den leeren Raum reducirt.

Wir bezeichnen zu dem Ende die den beiden Temperaturen zukommenden *absoluten* Brechungsindices mit $\mathfrak{N}_1$ und $\mathfrak{N}_2$. Die Beziehung zwischen dem absoluten und dem relativen Brechungsindex des Glases wird dann durch folgende Gleichungen ausgedrückt:

$$\mathfrak{N}_1 = N_1 \cdot n_1 \quad \text{und} \quad \mathfrak{N}_2 = N_2 \cdot n_2,$$

wo n_1 und n_2 die Brechungsindices der Luft gegen den leeren Raum bedeuten.

Durch Subtraction erhält man zunächst:

$$\mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}_1 = N_2 n_2 - N_1 n_1$$

und wenn man rechts $N_1 n_2$ addirt und subtrahirt

$$= (N_2 - N_1) n_2 + N_1 (n_2 - n_1),$$

in welchem Ausdruck rechts der Factor n_2 des ersten Gliedes unbedenklich fortgelassen werden kann. Endlich ergibt sich für die *Aenderung des absoluten Brechungsindex pro 1° C.* und für die Mitteltemperatur $t = \frac{1}{2} (t_1 + t_2)$ der Ausdruck:

$$(V) \quad \Delta \mathfrak{N} = \Delta N + N \cdot \Delta n.$$

In dieser Gleichung ist die Grösse Δn , die Aenderung des Brechungsindex der Luft für eine Temperaturzunahme von 1° C., noch unbekannt. Dieselbe lässt sich aber mit Hülfe des Satzes vom constanten Brechungsvermögen leicht berechnen. der bekanntlich für Gase mit grosser Annäherung zutrifft. Vermöge der Beziehung

$$\frac{n-1}{d} = \frac{n_0-1}{d_0} = \text{const.}$$

lässt sich nämlich zunächst schreiben

$$n-1 = (n_0-1) \frac{1}{1 + \alpha t} \frac{b}{760}.$$

Hieraus erhält man dann die gesuchte Grösse Δn zu:

$$(VI) \quad \Delta n = - (n_0 - 1) \frac{\alpha}{(1 + \alpha t) [1 + \alpha (t + 1)]} \cdot \frac{b}{760}.$$

In dieser Gleichung bezeichnet n_0 den Brechungsindex der trockenen atmosphärischen Luft für 0° und 760 mm Druck. α ist der Ausdehnungscoefficient (0,00367), b der Barometerstand und t die Mitteltemperatur. In Bezug auf n_0 genügt es, für alle Farben $n_0 - 1 = 0,000294$ zu setzen.

Man kann sich die Berechnung der Grösse Δn für jeden einzelnen Fall dadurch sehr erleichtern, dass man für den Umfang der in Betracht kommenden Temperaturen und Barometerstände die Werthe für Δn tabellarisch zusammenstellt und den gesuchten Werth dieser Tabelle entnimmt. In dieser Weise bin ich bei der vorliegenden Untersuchung verfahren. Die nachfolgende Tabelle gibt einen Ueberblick über den Verlauf der Grösse Δn für einige Temperaturen und Barometerstände (mittlerer Barometerstand für Jena $b = 748$).

$$- \Delta n_{(t, b)}$$

t	$b = 730$	740	750	760	770
0°	0,1033	0,1047	0,1061	0,1074	0,1089
10°	0,0961	0,0974	0,0987	0,1000	0,1013
20°	897	909	921	0,0933	0,0946
30°	837	848	859	871	882
40°	785	796	807	818	829
50°	738	748	758	768	778
60°	694	704	713	723	732
70°	654	663	672	681	690
80°	617	626	635	643	651
90°	584	592	600	608	616
100°	554	561	568	576	583

Die Zahlen sind in Einheiten der fünften Decimale von n gerechnet. Der Grenzwert für sehr hohe Temperaturen ist Null.

Die Benutzung der Tabelle vorausgesetzt, gestaltet sich die ganze Reduction zu einem sehr einfachen Rechenexempel.

Die so erhaltene Grösse $\Delta \mathfrak{N}$ stellt eine von den Druck- und Temperaturverhältnissen der umgebenden Luft *unabhängige Constante* dar, während ΔN mit diesen veränderlich ist und für jeden einzelnen Fall mit Hülfe der Gleichung

$$\Delta N = \Delta \mathfrak{N} - N \cdot \Delta n$$

aus den mitgetheilten Daten berechnet werden kann.

Ob $\Delta \mathfrak{N}$ für alle Temperaturen gleich bleibt oder sich mit

ihr verändert, hängt ebenso wie die Art der Veränderung nur von der Natur der Substanz ab. Sehen wir aber davon ab und betrachten ΔN als angenähert constant, so ist die Art der Veränderung von ΔN vorzugsweise durch den Verlauf der negativen Grösse Δn bestimmt. Es kann also der bemerkenswerthe Fall eintreten (ΔN ist negativ, dem absoluten Werthe nach aber kleiner als das Glied $N \cdot \Delta n$, z. B. bei dem Glase O. 1022), dass die anfangs positive Grösse ΔN für eine etwas höhere Temperatur Null wird und bei einem weiteren Anwachsen der Temperatur negative Werthe annimmt. In einem solchen Falle wird also je nach der gewählten Temperatur der relative Index entweder zunehmen oder abnehmen oder constant bleiben, während der absolute Index stetig abnimmt.

Man sieht aus den bisherigen Erörterungen, dass mit Rücksicht auf eine richtige Erkennung des thatsächlichen Verhaltens der Gläser der Reduction der Brechungsindices, bez. der Aenderungen derselben auf den leeren Raum ganz besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden musste. Bei Flüssigkeiten pflegt man fast allgemein von einer diesbezüglichen Reduction abzusehen,* da die Werthe ΔN und Δn in anbetracht der grossen Temperaturvariationen der Flüssigkeit gegenüber denen der Luft (Δn) sich nur wenig unterscheiden. Für die festen Körper aber würde durch eine solche Unterlassung der klare Einblick vollständig gestört werden, wie in einem weiter unten angeführten Falle thatsächlich geschehen ist.

§ 3. Das Beobachtungsverfahren.

In bezug auf die Justirung und Handhabung des Spectrometers sei auf die erwähnte Schrift¹⁾ verwiesen. Es erübrigt hier nur, eine Erörterung der für die Zwecke der Untersuchung geschaffenen besonderen Vorkehrungen hinzuzufügen.

Nachdem in bekannter Weise das Collimator-Fernrohr senkrecht zur Drehungsaxe des Theilkreises gestellt, der brechende Winkel (φ) und der Einfallswinkel (α_0) für gelbes Licht und für Zimmertemperatur ermittelt war, wurde das Prisma, wie oben p. 617 angegeben, mit der dritten Fläche ver-

1) Abbe, l. c.

sehen und nun das Spectrometer für die Temperaturuntersuchung vorgerichtet.

Zu dem Ende wurde zuerst das mit drei Stellschrauben versehene Tischchen des Erhitzungsapparates auf das von allen Nebentheilen befreite Tischchen des Spectrometers aufgesetzt und nach Augenmaass die Justirung vorgenommen. Da die drei radial verlaufenden Schlitzze, in welche die drei Spitzen zu stehen kommen, ein für allemal so justirt waren, dass die Mitte des Tischchens mit der Drehungsaxe zusammenfiel, so bedurfte es jedesmal nur einer kleinen Verschiebung der drei Stellschrauben, um eine etwa vorhandene Höhenabweichung der drei Rinnen zu beseitigen.

Alsdann wurde das Prisma, dessen Hinterfläche zur Erhöhung der Reflexionsfähigkeit mit einem Quecksilberbeleg (einige Tropfen Quecksilber auf einem Stanniolstreifen verrieben und auf die Fläche gebracht) versehen war, lose auf den oberen Teller des Tischchens aufgesetzt. Der Teller war durch eine aufgeschraubte Metallplatte soweit erhöht, dass das Prisma gerade der Mitte des Objectivs gegenüberstand. Die Basisfläche des Prismas war entweder plan geschliffen oder kugelig ausgehöhlt, in welch' letzterem Falle das Prisma mit drei Punkten auf der Metallplatte zu stehen kam; in beiden Fällen erwies sich die Aufstellung als hinreichend sicher. Bei der Aufstellung des Prismas musste ferner darauf Bedacht genommen werden, dass durch die Drehung des Theilkreises keine seitlichen Verschiebungen der Prismenflächen gegen das Objectiv stattfanden, weil in einem solchen Falle stets andere Flächentheile zur Wirkung kommen und hierdurch leicht Fehler eintreten. Man kann diese Fehlerquelle aber dadurch vermeiden, dass man die Kante, in welcher die beiden Flächen II und III des Prismas zusammenstossen, mit der Drehungsaxe des Theilkreises zusammenfallen lässt.

Auf diese Weise vorgerichtet, konnte die genaue Justirung des Prismas (Ebene der drei Normalen parallel zur Ebene des Theilkreises) direct mit den drei Schrauben des Tellers des Erhitzungsapparates bewerkstelligt werden, ohne dass daraus ein Nachtheil für die Justirung des Tischchens selbst entstand. Die richtige Justirung des Prismas war erreicht, wenn die von den drei Flächen herrührenden Spaltbilder und die verschie-

denen Spectren bei einer Drehung des Theilkreises das Gesichtsfeld stets in gleicher Höhe hindurchgingen.

Schliesslich wurden die drei Rinnen mit Quecksilber gefüllt, neben das Prisma noch einige Stückchen Chlorcalcium gelegt und nun das überhängende Gehäuse soweit herabgelassen, dass eine völlige Trennung der beiden inneren Hohlräume erreicht war, ohne dass die freie Beweglichkeit des Tischchens eine Hemmung erfuhr. Alsdann war der Apparat zur Temperaturuntersuchung eingerichtet.

Der Träger des Gehäuses wurde unmittelbar neben dem Spectrometer auf den gleichen Bock aufgestellt, auf welchem auch das Spectrometer stand. Dagegen fand die Kochflasche, zur Vermeidung einer directen Uebertragung von etwaigen durch das Kochen entstandenen Erschütterungen auf den Apparat, seitwärts auf einem besonderen Tisch ihren Platz.

In bezug auf die Justirung des Gehäuses sei noch bemerkt, dass durch ein leichtes Drehen desselben um die verticale Axe die von der Glasplatte herrührenden Reflexe möglichst an den Rand des Gesichtsfeldes gebracht werden.

Die Untersuchung wurde auf folgende Spectrallinien ausgedehnt:

H_{α} (C),	N_{α} (D),	H_{β} (F) und	H_{γ} (G').
$\lambda = 0,6563$	0,5893	0,4862	0,4341

Ich hätte gern noch die rothe Kaliumlinie (0,7677) mit herangezogen, aber dieselbe ist meist so lichtschwach, dass das Auge bald ermüdet und dadurch die Genauigkeit der Einstellung auch für die übrigen Linien sehr geschädigt wird.

Die seitwärts vom Fernrohrocular hinter einem Schuttschirm aufgestellte Beleuchtungsvorrichtung bestand somit in einer Natriumflamme und einer Geissler'schen Wasserstoffröhre, letztere mit horizontaler Durchsicht hinter einem Linsensystem, welches die von der punktförmigen Lichtquelle der Röhre ausgehenden Strahlen convergirend zu dem Reflexionsprisma sandte und dieselben dort zu einem kreisförmigen Bilde vereinigte.

Die mikrometrische Durchmessung der Spectrums erfolgte stets in fünf oder sechs getrennten Versuchsreihen, wobei die Mikrometerschraube abwechselnd in der einen und in der anderen Richtung bewegt wurde. Auch kam die Schraube

jedesmal an anderen Stellen des Gewindes zur Geltung. Aus jeder einzelnen Reihe wurden dann die Abstände der Spectrallinien von der Marke, wie wir kurz die Einstellungsunterschiede bezeichnen wollen, gebildet und schliesslich die sämmtlichen Werthe durch Mittelbildung vereinigt. Dasselbe geschah bei höherer und niederer Temperatur.

Die Messung wurde gewöhnlich auf das zwischen der Zimmertemperatur und der Siedetemperatur des Wassers liegende Intervall beschränkt, in einigen Fällen auch Temperaturen unterhalb der Zimmertemperatur (im Winter durch Oeffnen der Fenster erreicht) und die Temperatur des siedenden Aethers (35°) zur Beobachtung benutzt.

§ 4. Grenzen der Genauigkeit. Die vollständigen Daten einer Versuchsreihe.

Es wird am besten sein, die Besprechung der Genauigkeit direct an eine der von mir vorgenommenen Versuchsreihen anzuknüpfen.

Zunächst seien die Constanten des Apparates angeführt. Der Theilkreis ist in $\frac{1}{6}^{\circ}$ getheilt, die beiden Mikrometermikroskope gestatten eine directe Ablesung bis auf einzelne Secunden genau. Die zur Bewegung des Theilkreises dienende Mikrometerschraube ergab aus einer grösseren Anzahl von Messungen folgenden Werth für die Mikrometerconstante: 1 Umdrehung = $10' 1,6''$ gültig für etwa 20 Umdrehungen. Die Trommel ist in 100 Theile getheilt, *ein Theil entspricht somit einem Winkelwerth von $6,016''$ Secunden.*

Wir wählen als *Beispiel* folgende Versuchsreihe:

Baryt-Leichtflint. Schmelznummer des Glaswerkes: O. 527.

Brech. Winkel des Prismas $\varphi = 31^{\circ} 46' 24''$ $N_D = 1,57175$.
Einfallswinkel für D $\alpha_0 = 55^{\circ} 51' 18''$

Die Marke liegt auf der rothen Seite des Spectrums. $b = 738$ mm.

1. *Zimmertemperatur:* $t_1 = 17,5^{\circ}$ C.

Angaben der Trommeltheilung.

Marke	811,0	53,5	87,5	40,5	7,4
H _{α}	922,5	65,0	99,2	51,9	19,1
Na	1027,6	70,7	5,0	57,7	25,1
H _{β}	1287,2	29,8	63,6	16,7	83,6
H _{γ}	1502,4	44,6	79,0	31,6	98,7

Hieraus ergeben sich die folgenden Werthe für den Abstand der vier Spectrallinien von der Marke:

						Mittel	w. Fehler
H _α	111,5	11,5	11,7	11,4	11,7	111,56	± 0,04 = ± 0,24''
Na	216,6	17,2	17,5	17,2	17,7	217,24	± 0,12 = ± 0,72
H _β	476,2	76,3	76,1	76,2	76,2	476,20	± 0,02 = ± 0,12
H _γ	691,4	91,1	91,5	91,1	91,3	691,28	± 0,05 = ± 0,30

Für den Winkelabstand der Spectrallinien von der *D*-Linie (β) und die mittelst der obigen Gleichung (II) berechneten Unterschiede der Brechungsindices gelten folgende Zahlen:

Spectralbezirk	β		$N - N_D$
	in Trommelth.	in Winkelwerth	
<i>C</i> — <i>D</i>	— 105,68	— 10' 35,9''	— 0,00329,4
<i>D</i> — <i>F</i>	258,96	25' 38,1''	0,00800,7
<i>D</i> — <i>G'</i>	474,04	47' 31,6''	0,01458,6

Die hieraus abgeleiteten optischen Constanten finden sich auf p. 629 in der Tabelle, in welcher die bezüglichen Werthe der sämtlichen übrigen Körper zusammengestellt sind.

2. *Temperatur des siedenden Wassers*: $t_2 = 99,2^0$.

Angaben der Trommeltheilung.

Marke	713,6	91,1	20,9	85,2	77,3
H _α	828,2	5,2	35,0	99,5	91,3
Na	934,8	11,4	41,1	6,0	97,5
H _β	1195,0	72,0	2,1	66,5	58,9
H _γ	1412,2	88,9	18,3	83,2	75,3

Abstand der Spectrallinien von der Marke.

						Mittel	w. Fehler
H _α	114,6	14,1	14,1	14,3	14,0	114,22	± 0,07 = ± 0,42''
Na	221,2	20,3	20,2	20,8	20,2	220,54	± 0,13 = ± 0,78
H _β	481,4	80,9	81,2	81,3	81,6	481,28	± 0,06 = ± 0,36
H _γ	698,6	97,8	97,4	98,0	98,0	697,96	± 0,13 = ± 0,78

Die vorstehenden Zahlen geben ein sehr deutliches Bild von der ausserordentlichen Genauigkeit der Beobachtungsmethode. Die fünf Versuchsreihen für jede der beiden Tempe-

raturen stimmen bis auf Zehntel-Trommeltheile unter sich überein. Der wahrscheinliche Fehler des Mittelwerthes ist meist geringer als $\frac{1}{10}$ Trommeltheil, im Winkelmaass gerechnet also ungefähr gleich $\frac{1}{2}$ Secunde. Die vorstehende Beobachtungsreihe ist zwar eine der besten der von mir erledigten, aber die übrigen stehen dieser nur wenig nach.

Die vorstehenden Angaben mögen zugleich zur Beurtheilung der Genauigkeit der in folgender Tabelle mitgetheilten Zahlenwerthe dienen. Die erste Columne enthält die durch die Temperaturerhöhung bewirkte Verschiebung der Spectrallinien (die Verschiebung findet in der Richtung nach dem blauen Ende des Spectrums statt und ist deshalb positiv zu rechnen), die zweite und dritte enthalten die Aenderungen der relativen Brechungsindices für das ganze Temperaturintervall, bez. für 1°C. , und endlich sind in der letzten Columne die mit Hülfe der Reductionsformel (V) berechneten Werthe für ΔN , die Aenderung des absoluten Brechungsindex für 1°C. Temperaturerhöhung, mitgetheilt. Die bezüglichen Werthe sind:

Linie	Verschiebung δ	$N_2 - N_1$	ΔN in Einheiten der 5. Decimale	ΔN
<i>C</i>	2,66 = 16,2''	− 0,00008,40	− 0,103	− 0,008
<i>D</i>	3,30 = 19,8''	10,23	0,125	0,014
<i>F</i>	5,08 = 30,7''	15,69	0,192	0,080
<i>G'</i>	6,68 = 40,3''	20,40	0,250	0,137

§ 5. Die übrigen Versuchsreihen.

Im ganzen wurden 12 verschiedene Glassorten aus dem glastechnischen Laboratorium untersucht, welche meist charakteristische Typen darstellen; ferner Quarz, Flussspath, Steinsalz und Sylvin.

Hr. Dr. Schott hatte die Freundlichkeit, mir folgende Angaben über die chemische Zusammensetzung der Gläser zu machen:

S. 57 (Fabrik-Nummer). *Schwerstes Silicatflint.*

Annähernd PbO 82 SiO₂ 18 Proc.

O. 165. *Schweres Silicatflint.*

PbO	K ₂ O	SiO ₂	As ₂ O ₅	Mn ₂ O ₃
69	2,5	28,36	0,1	0,04 Proc.

40*

O. 544. *Gewöhnliches Silicatflint.*

PbO	K ₂ O	Na ₂ O	SiO ₂	Mn ₂ O ₃	As ₂ O ₅
45,2	8,0	0,5	45,83	0,07	0,4 Proc.

O. 154. *Leichtes Silicatflint.*

PbO	K ₂ O	Na ₂ O	B ₂ O ₃	SiO ₂	Mn ₂ O ₃	As ₂ O ₅
33,0	8,0	3,0	1,5	54,22	0,08	0,2 Proc.

O. 658. *Leichtes Borosilicatflint.*

PbO 25, B₂O₃ 31, SiO₂ 32,7, kleinere Mengen Alkalien und Thonerde.

O. 527. *Baryt Leichtflint.*

BaO 20, PbO 10, ZnO 7, SiO₂ 51,6, Rest Alkalien.

O. 211. *Schweres Bariumsilicat-Crown.*

BaO 29, ZnO 10,3, SiO₂ 48,7, kleinere Mengen Alkalien und Borsäure.

O. 1022. *Gewöhnliches Silicat-Crown.*

K ₂ O	Na ₂ O	BaO	ZnO	B ₂ O ₃	M ₂ O ₃	As ₂ O ₅	SiO ₂
15,0	5,0	9,6	2,0	2,5	0,1	0,4	65,4 Proc.

S. 205. *Leichtes Borat-Crown.*

B₂O₃ 69, Al₂O₃ 18, Na₂O, Rest Baryt und etwas Arsensäure.

O. 627. *Borosilicat-Crown.*

K ₂ O	Na ₂ O	ZnO	B ₂ O ₃	Mn ₂ O ₃	As ₂ O ₅	SiO ₂
9,5	10,0	2,0	10,0	0,07	0,2	68,24 Proc.

S. 40. *Phosphat-Crown.*

P₂O₅ 59,5, BaO 28, kleinere Mengen Borsäure und Arsensäure; ferner 3 Proc. Didymoxyd.

O. 225. *Leichtes Phosphat-Crown.*

P₂O₅ 70,5, K₂O 12, Al₂O₃ 10, kleinere Mengen Borsäure, Magnesium und Arsensäure.

Nach meinen Messungen ergaben sich zunächst für die *optischen Constanten* (Brechung und Dispersion) der verschiedenen Glassorten und der übrigen angegebenen Substanzen die in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellten Werthe. Unseren obigen Ausführungen entsprechend ist der Brechungsindex selbst nur für die *D*-Linie angegeben; zur Kennzeichnung der Dispersion dienen die Differenzen der Brechungsindices für die Intervalle *C* — *F*, *C* — *D*, *D* — *F* und *F* — *G'*. Das erste Intervall umfasst den mittleren sichtbaren Theil des Spectrums und bezeichnet die *mittlere Dispersion* der Substanz. Diese

und der Brechungsindex für D bestimmen die Grösse der sogenannten *relativen Dispersion*, die sich durch den Ausdruck

$$\frac{1}{\nu} = \frac{N_F - N_C}{N_D - 1}$$

darstellt. Die mit ν überschriebene Columnne der Tabelle enthält die reciproken Werthe dieser Dispersionsgrösse, und wie man sieht, sind in den beiden Gruppen die einzelnen Substanzen in ihrer Reihenfolge so angeordnet, dass diejenigen mit grösserer relativer Dispersion (kleinerem ν) denen mit kleinerer relativer Dispersion (grösserem ν) vorangehen.

Bezeichnung	N_D	Mittl. Disper- sion $C - F$	$\nu =$ $\frac{N_D - 1}{N_F - N_C}$	Partielle Dispersion		
				$C - D$	$D - F$	$F - G'$
S. 57.	1,9625	0,04877	19,7	0,01336 0,274	0,03541 0,726	0,03235 0,663
O. 165.	1,7545	0,02738	27,6	0,00768 0,281	0,01970 0,720	0,01720 0,628
O. 544.	1,6130	0,01652	37,1	0,00472 0,286	0,01180 0,714	0,01004 0,608
O. 154.	1,5710	0,01324	43,1	0,00382 0,289	0,00942 0,711	0,00789 0,596
O. 658.	1,5452	0,01084	50,3	0,00320 0,296	0,00764 0,705	0,00622 0,574
O. 527.	1,5718	0,01130	50,6	0,00329 0,291	0,00801 0,709	0,00658 0,582
O. 211.	1,5727	0,00988	58,0	0,00295 0,298	0,00693 0,701	0,00560 0,567
O. 1022.	1,5173	0,00860	60,2	0,00254 0,296	0,00606 0,705	0,00475 0,552
S. 205.	1,5075	0,00838	60,6	0,00255 0,305	0,00583 0,696	0,00459 0,548
O. 627.	1,5128	0,00806	63,7	0,00241 0,299	0,00564 0,700	0,00449 0,557
S. 40.	1,5619	0,00845	66,5	0,00253 0,299	0,00592 0,701	0,00469 0,555
O. 225.	1,5160	0,00734	70,3	0,00219 0,299	0,00515 0,701	0,00402 0,548
Steinsalz v. Stassfurt	1,5440	0,01267	42,9	0,00367 0,290	0,00900 0,710	0,00748 0,590
Sylvin v. Stassfurt	1,4904	0,01110	44,2	0,00321 0,289	0,00789 0,711	0,00656 0,591

Bezeichnung	N_D	Mittl. Disper- sion $C - F$	$\nu =$ $\frac{N_D - 1}{N_F - N_C}$	Partielle Dispersion		
				$C - D$	$D - F$	$F - G'$
Quarz, extra- ord. Strahl	1,5533	0,00803	68,9	0,00243 0,303	0,00560 0,697	0,00438 0,546
Quarz, ord. Strahl	1,5442	0,00777	70,1	0,00236 0,304	0,00541 0,696	0,00425 0,547
Flussspath	1,4399	0,00452	96,1	0,00137 0,303	0,00315 0,697	0,00246 0,590

Die übrigen Intervalle dienen zur Charakteristik für den Verlauf der Dispersion in den verschiedenen Spectralregionen (partielle Dispersion). Die unterhalb dieser Zahlenwerthe stehenden und mit kleineren Ziffern angeführten Zahlen bedeuten die jedesmaligen Quotienten, die man erhält, wenn man die Differenz der Brechungsindices für das betreffende Theilintervall durch die mittlere Dispersion $C - F$ dividirt. Eine Zunahme dieser Quotienten gegenüber denjenigen anderer Substanzen deutet immer auf eine relative Steigerung der (partiellen) Dispersion in jener Spectralregion, mit anderen Worten, auf eine dort stattfindende Dehnung des Spectrums. So z. B. zeigt gleich die erste Glassorte (S. 57) im Vergleich zu allen folgenden Körpern eine auffallend starke relative Dispersionssteigerung im Blau (0,663), während das Roth (0,274) einen relativ geringen Spectralraum einnimmt. Etwas geringer, aber nicht minder charakteristisch für das optische Verhalten, sind die bei den übrigen Körpern auftretenden Schwankungen der bezüglichen Zahlenwerthe dieser partiellen Dispersionen.

Die Ergebnisse der *Temperaturuntersuchung* sind in den folgenden Tabellen enthalten.

Es bedeuten wieder, wie früher, die unter „Abstände“ stehenden Zahlenwerthe die durch Messung mit der Mikrometerschraube ermittelten Einstellungsunterschiede zwischen Spectrallinie und Marke in Trommeltheilen. Die Verschiebung ist in Trommeltheilen und Winkelmaass angegeben. Endlich bedeutet ΔN die Aenderung des relativen, $\Delta \mathfrak{N}$ die Aenderung des absoluten Brechungsindex, in Einheiten der fünften Decimale und gültig für die Mitteltemperatur.

Die einzelnen Versuchsreihen sind in gleicher Reihenfolge

angeordnet wie in obiger Tabelle. Etwaige Bemerkungen sind an Ort und Stelle beigelegt. In denjenigen Fällen, in welchen die Temperaturvariation der Grösse $\Delta \mathfrak{N}$ festgestellt wurde, ist nur der Werth für $\Delta \mathfrak{N}_0$ angegeben und ausserdem die gefundene Temperaturformel.

S. 57. *Schwerstes Silicatiflint.*Brech. Winkel des Prismas $\varphi = 17^\circ 56' 52''$ Einfallswinkel für D $\alpha_0 = 31^\circ 12' 41''$.

Die Marke liegt auf der rothen Seite des Spectrums. Barom. = 739 mm.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{58,8^\circ}$
	18,5°	99,2°				
<i>C</i>	710,8	725,1	14,3	1' 26,1''	1,336	1,204
<i>D</i>	887,7	904,4	17,0	1' 42,3''	1,588	1,449
<i>F</i>	1360,0	1384,2	24,2	2' 25,6''	2,231	2,090
<i>G'</i>	1795,9	1828,2	32,3	3' 14,3''	2,954	2,810

O. 165. *Schweres Silicatiflint.* $\varphi = 29^\circ 10' 25''$ $\alpha_0 = 58^\circ 47' 15''$.Die Marke liegt zwischen *C* und *D*. $b = 750$ mm.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{56,7^\circ}$
	13,8°	99,6°				
<i>C</i>	— 66,3	— 43,6	22,7	2' 16,5''	0,829	0,700
<i>D</i>	179,9	205,0	25,1	2' 31,0''	0,906	0,775
<i>F</i>	825,2	859,0	33,8	3' 23,3''	1,182	1,051
<i>G'</i>	1406,5	1449,2	42,7	4' 16,8''	1,443	1,311

O. 544. *Gew. Silicatiflint.* $\varphi = 33^\circ 1' 56''$ $\alpha_0 = 61^\circ 32' 57''$.Die Marke liegt zwischen *C* und *D*. $b = 735$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{55,1^\circ}$	$\Delta \mathfrak{N}_0$
	11,1°	99,1°					
<i>C</i>	— 148,8	— 136,4	12,8	1' 14,6''	0,360	0,244	0,113
<i>D</i>	35,5	49,3	13,8	1' 23,0''	0,397	0,281	0,158
<i>F</i>	504,1	522,1	18,0	1' 48,3''	0,506	0,389	0,264
<i>G'</i>	911,2	933,8	22,6	2' 15,8''	0,621	0,503	0,377

$\Delta \mathfrak{N}_0$ wurde durch weitere Beobachtung der Abstände bei $24,0^\circ$ erhalten. Es ist:

$$\Delta \mathfrak{N}_t = \Delta \mathfrak{N}_0 + 0,0023 \cdot t.$$

O. 154. *Leichtes Silicatflint.*

$$\varphi = 35^{\circ} 11' 35''$$

$$\alpha_0 = 64^{\circ} 52' 56''.$$

Die Marke liegt auf der rothen Seite des Spectrums. $b = 738$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{58,4^{\circ}}$
	17,9 ^o	99,2 ^o				
<i>C</i>	144,1	156,8	12,7	1' 16,4''	0,336	0,225
<i>D</i>	321,0	335,2	14,2	1' 25,5''	0,372	0,261
<i>F</i>	765,7	783,2	17,5	1' 45,3''	0,446	0,334
<i>G'</i>	1148,2	1169,1	20,9	2' 5,7''	0,520	0,407

O. 658. *Leichtes Borosilicatflint..*

$$\varphi = 29^{\circ} 40' 23''$$

$$\alpha_0 = 49^{\circ} 54' 18''.$$

Die Marke liegt zwischen *D* und *F*. $b = 738$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{59,2^{\circ}}$
	19,3 ^a	99,2 ^o				
<i>C</i>	- 262,2	- 270,1	7,9	0' 47,5''	0,376	0,267
<i>D</i>	- 177,1	- 185,8	8,6	0' 51,7''	0,408	0,299
<i>F</i>	26,2	16,3	9,9	0' 59,5''	0,466	0,356
<i>G'</i>	192,8	181,7	11,1	1' 6,8''	0,520	0,410

O. 527. *Baryt Leichtflint*, ausführlich im vorigen Paragraphen enthalten.

O. 211. *Schweres Barium Silicat-Crown.*

$$\varphi = 31^{\circ} 31' 43''$$

$$\alpha_0 = 55^{\circ} 19' 32''.$$

Die Marke liegt auf der rothen Seite des Spectrums. $b = 737$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{57,8^{\circ}}$
	16,6 ^o	99,1 ^o				
<i>C</i>	13,7	17,2	3,5	0' 21,0''	0,132	0,021
<i>D</i>	106,5	110,5	4,0	24,1''	0,151	0,040
<i>F</i>	326,0	331,7	5,7	34,3''	0,215	0,103
<i>G'</i>	504,8	511,6	6,8	40,9''	0,255	0,142

O. 1022. *Gew. Silicat-Crown.*

$$\varphi = 33^{\circ} 5' 40''$$

$$\alpha_0 = 55^{\circ} 56' 41''.$$

Die Marke liegt zwischen *D* und *F*. $b = 743$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{59,3^{\circ}}$
	19,0 ^o	99,7 ^o				
<i>C</i>	- 128,4	- 128,9	- 0,5	0' 3,0''	- 0,020	- 0,129
<i>D</i>	- 43,1	- 42,9	0,2	0' 1,2''	0,004	- 0,105
<i>F</i>	158,1	159,7	1,4	0' 8,4''	0,050	- 0,060
<i>G'</i>	321,2	324,0	2,8	0' 16,8''	0,101	- 0,010

S. 205. *Leichtes Borat-Crown.*

$$\varphi = 33^{\circ} 4' 58''$$

$$\alpha_0 = 55^{\circ} 22' 30''.$$

Die Marke liegt auf der rothen Seite des Spectrums. $b = 747$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{60,0^{\circ}}$
	20,5 ^o	99,5 ^o				
<i>C</i>	73,1	74,2	1,1	0' 6,6''	0,040	− 0,066
<i>D</i>	157,0	157,9	0,9	0' 5,4''	0,033	− 0,074
<i>F</i>	349,7	351,7	2,0	0' 12,0''	0,075	− 0,033
<i>G'</i>	502,6	503,4	2,8	0' 16,8''	0,106	− 0,003

O. 627. *Borosilicat-Crown.*

$$\varphi = 33^{\circ} 14' 50''$$

$$\alpha_0 = 56^{\circ} 2' 5''$$

Die Marke liegt zwischen *C* und *D*. $b = 757$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{52,8^{\circ}}$	$\Delta \mathfrak{N}_0$
	5,8 ^o	99,9 ^o					
<i>C</i>	− 65,0	− 57,6	7,4	0' 44,5''	0,233	0,119	0,065
<i>D</i>	16,1	24,1	8,0	0' 48,1''	0,251	0,137	0,105
<i>F</i>	206,0	215,4	9,4	0' 56,5''	0,293	0,178	0,130
<i>G'</i>	357,5	368,1	10,6	1' 3,8''	0,329	0,213	0,175

Die Werthe für $\Delta \mathfrak{N}_0$ wurden durch Beobachtung der Abstände für die weiteren Temperaturen: 9,0^o, 35,0^o, 18,7^o, 21,1^o und 100,0^o erhalten. Die Temperaturvariation wird dargestellt durch

$$\Delta \mathfrak{N}_t = \Delta \mathfrak{N}_0 + 0,0008 \cdot t.$$

S. 40. *Didymhaltiges Phosphat-Crown.*

$$\varphi = 29^{\circ} 35' 1''$$

$$\alpha_0 = 50^{\circ} 27' 14''$$

Die Marke liegt auf der rothen Seite des Spectrums. $b = 749$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{60,3^{\circ}}$
	21,0 ^o	99,6 ^o				
<i>C</i>	378,4	379,2	− 4,2	− 0' 25,3''	− 0,204	− 0,314
<i>D</i>	445,5	441,5	− 4,0	− 0' 24,1''	− 0,194	− 0,305
<i>F</i>	608,3	600,5	− 2,8	− 0' 16,8''	− 0,134	− 0,246
<i>G'</i>	729,0	726,4	− 2,6	− 0' 15,6''	− 0,124	− 0,237

O. 225. *Leichtes Phosphat-Crown.*

$$\varphi = 35^\circ 2' 28''$$

$$\alpha_0 = 60^\circ 30' 28''.$$

Die Marke liegt am rothen Ende des Spectrums. $b = 751$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{58,10}$
	16,6°	99,7°				
<i>C</i>	31,8	28,8	− 3,0	− 0' 18,0''	− 0,093	− 0,202
<i>D</i>	119,3	116,7	− 2,6	− 0' 15,6''	− 0,080	− 0,190
<i>F</i>	326,2	324,3	− 1,9	− 0' 11,4''	− 0,057	− 0,168
<i>G'</i>	489,4	488,4	− 1,0	− 0' 6,0''	− 0,031	− 0,142

Steinsalz von Stassfurt.

$$\varphi = 26^\circ 17' 20''$$

$$\alpha_0 = 43^\circ 8' 43''.$$

Die Marke liegt im Blau. $b = 743$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{58,80}$
	18,2°	99,4°				
<i>C</i>	− 441,6	− 502,9	− 61,3	− 6' 8,8''	− 3,639	− 3,749
<i>D</i>	− 365,3	− 426,6	− 61,2	− 6' 8,5''	− 3,629	− 3,739
<i>F</i>	− 177,4	− 237,4	− 60,0	− 6' 1,0''	− 3,537	− 3,648
<i>G'</i>	− 20,7	− 79,9	− 59,2	− 5' 56,0''	− 3,473	− 3,585

Mit diesen Daten stimmen die Angaben von Stefan (l. c.) sehr gut überein:

Linie	12,2°—34°	18,8°—91,6°	20,5°—93,7°
<i>B</i>	—	− 3,74	− 3,74
<i>D</i>	− 3,72	− 3,76	− 3,70
<i>F</i>	—	− 3,65	− 3,62

Sylvin von Stassfurt.

$$\varphi = 30^\circ 1' 49''$$

$$\alpha_0 = 48^\circ 14' 3''.$$

Die Marke liegt am rothen Ende des Spectrums. $b = 744$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{59,50}$
	19,6°	99,4°				
<i>C</i>	233,8	160,6	− 73,2	− 7' 20,3''	− 3,575	− 3,681
<i>D</i>	316,3	243,7	− 72,6	− 7' 16,7''	− 3,535	− 3,641
<i>F</i>	520,3	448,0	− 72,3	− 7' 14,9''	− 3,498	− 3,605
<i>G'</i>	690,9	619,2	− 71,7	− 7' 11,3''	− 3,449	− 3,557

Stefan gibt an:

Linie	15°—42,7°	21°—94°
<i>B</i>	—	— 3,49
<i>D</i>	— 3,43	— 3,46
<i>F</i>	—	— 3,46

Quarz, ord. Strahl senkrecht zur optischen Axe.

Die optische Axe liegt parallel zur brechenden Kante des Prismas (vgl. p. 618).

$$\varphi = 29^\circ 58' 20''$$

$$\alpha_0 = 50^\circ 29' 6''.$$

Die Marke liegt am rothen Ende des Spectrums. $b = 743$.

Linie	Abstände		Verschiebung Δ		ΔN	$\Delta \mathfrak{N}_{59,6^\circ}$
	19,8°	99,4°				
<i>C</i>	107,3	95,8	— 11,5	— 1' 9,2''	— 0,540	— 0,649
<i>D</i>	170,8	159,5	— 11,3	— 1' 8,0''	— 0,529	— 0,638
<i>F</i>	316,7	306,2	— 10,5	— 1' 3,2''	— 0,489	— 0,599
<i>G'</i>	431,9	421,9	— 10,0	— 1' 0,2''	— 0,466	— 0,577

Quarz, ausserord. Strahl, senkrecht zur opt. Axe. Dasselbe Prisma.

<i>C</i>	350,5	336,5	— 14,0	— 1' 24,3''	— 0,651	— 0,761
<i>D</i>	416,5	402,6	— 13,9	— 1' 23,6''	— 0,644	— 0,754
<i>F</i>	468,9	555,8	— 13,1	— 1' 18,8''	— 0,604	— 0,715
<i>G'</i>	688,8	676,1	— 12,7	— 1' 16,4''	— 0,582	— 0,694

Zum Vergleich der vorstehenden Daten mit den Resultaten anderer Beobachter seien zunächst die Messungen von Fizeau (l. c.) angeführt:

	ord. Strahl	ausserord. Strahl
für $t = 20^\circ$	$\Delta \mathfrak{N}_D = - 0,537$	— 0,628
$t = 30^\circ$	— 0,548	— 0,644
$t = 40^\circ$	— 0,559	— 0,661.

Das von Fizeau angewandte Verfahren gründet sich bekanntlich auf die Messung der durch die Temperatur bewirkten Verschiebung von Newton'schen Streifen. Die Methode setzt die Kenntniss der Ausdehnungscoefficienten des Quarzes senkrecht und parallel zur optischen Axe voraus. Hr. Dufet¹⁾ hat nun aber nachgewiesen, dass, wenn man statt der von Fizeau zur Berechnung der Temperaturvariationen benutzten Ausdehnungscoefficienten die durch die Arbeiten von Benoit²⁾

1) l. c. p. 47.

2) Benoit, Mesures de dilatations par la méthode de Fizeau. Mem. du bureau international des poids et mesures 6. p. 190. 1888.

genauer bekannt gewordenen Werthe benutzt, die obigen Werthe sich nicht unbeträchtlich verschieben. Auf diese Weise neu berechnet erhielt Dufet aus den Fizeau'schen Beobachtungen:

$$(\text{im Mittel}) \quad - 0,600 \quad - 0,714,$$

wobei noch als besonders bemerkenswerth hervorzuheben ist, dass eine Abhängigkeit dieser Werthe von der Temperatur, wie sie in den obigen Angaben auftritt, jetzt nicht mehr vorhanden ist.

Als Resultat seiner eigenen Messungen, die ebenfalls mit Hülfe eines Interferenzverfahrens gewonnen sind, gibt Dufet an:

$$\Delta \mathfrak{N}_t = - (0,625 + 0,00005 t) \quad - (0,722 + 0,00037 t)$$

Hieraus geht hervor, dass die Veränderung der Grösse $\Delta \mathfrak{N}$ mit der Temperatur zwar im Sinne einer Zunahme des absoluten Werthes erfolgt, aber doch erheblich geringer ist, als es nach den früheren Fizeau'schen Zahlen den Anschein hatte.

Die in obiger Tabelle (für die *D*-Linie) angeführten Werthe sind, wie man sieht, in *sehr guter* Uebereinstimmung mit den vorstehenden Resultaten.

Grössere Abweichungen zeigen die von Hrn. G. Müller¹⁾ gefundenen Temperaturvariationen, welche durch directe spectrometrische Bestimmung der Brechungsindices bei verschiedenen Temperaturen erhalten wurden. Doch sind die Unterschiede zwischen seinen Resultaten und den Fizeau'schen nicht so gross, wie Hr. Müller annimmt. Die Angaben des Hrn. Müller bedürfen nämlich, bevor man sie mit den Fizeau'schen Zahlen zusammenstellt und vergleicht, noch der Reduction auf den leeren Raum oder auf Luft von constanter Temperatur, ein Umstand, der von Hrn. Müller übersehen wurde. Führt man nach den oben besprochenen Grundsätzen diese Reduction aus, so erhält man statt der Angaben von Müller

$$- 0,447 \quad - 0,471 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(Mittel der für verschiedene Strahlen} \\ \text{gemachten Beobachtungen und gültig} \\ \text{für eine Mitteltemperatur von } 10^{\circ} \text{ C.)} \end{array} \right.$$

die folgenden Werthe:

$$- 0,601 \quad \text{und} \quad - 0,626,$$

1) l. c.

welche also von den Fizeau'schen sich nur wenig unterscheiden.

Die gleiche Correctur ist an den von Hrn. Müller mitgetheilten Temperaturvariationen einiger Gläser und des ordentlichen Strahles von Kalkspath anzubringen. Gegenüber dem von Fizeau für Kalkspath ord. Strahl gefundenen Werth 0,057, der auch durch die Vogel'schen Messungen bestätigt wird, ist der von Hrn. Müller angegebene Werth 0,234 viel zu gross, während die Reduction auf den leeren Raum für ΔN den mit den obigen Angaben fast identischen Werth 0,077 ergibt.

Flussspath.

$$\varphi = 25^{\circ} 20' 43''$$

$$\alpha_0 = 37^{\circ} 51' 57''.$$

Die Marke liegt auf der rothen Seite des Spectrums. $b = 748$.

Linie	Abstände		Verschiebung δ		ΔN	$\Delta n_{60,5^{\circ}}$	$\Delta n_{20,1^{\circ}}$ (5,0—35,2°)
	21,5°	99,6°					
<i>C</i>	60,1	43,9	—16,2	—1' 37,5''	—1,118	—1,220	—1,421
<i>D</i>	85,5	69,5	—16,0	—1' 36,3''	—1,104	—1,206	—1,420
<i>F</i>	144,1	128,6	—15,5	—1' 33,3''	—1,067	—1,170	—1,347
<i>G'</i>	190,0	174,9	—15,1	—1' 30,9''	—1,039	—1,142	—

Fizeau erhielt für 33,5° den Werth —1,36 und nach den Stefan'schen Messungen ist Δn für eine Mitteltemperatur von 57,3°.

$$D - 1,24; \quad F - 1,23; \quad H - 1,24.$$

Man sieht bei einem Vergleich der Werthe untereinander, dass eine nicht unbeträchtliche Veränderung von Δn mit der Temperatur stattfindet. Dieselbe erfolgt aber in umgekehrtem Sinne wie bei Quarz. Hier nimmt der absolute Werth der Grösse Δn mit wachsender Temperatur ab, während für Quarz eine geringe Zunahme constatirt wurde.

§ 6. Discussion der Beobachtungsergebnisse.

Wir stellen zunächst die Ergebnisse der Messungen in nachfolgender Tabelle übersichtlich zusammen. Und um endlich auch einen bequemen Ueberblick über den relativen Verlauf der Temperaturvariationen von Farbe zu Farbe erhalten, sind die sämmtlichen beobachteten Werthe Δn in Curven graphisch

dargestellt (Fig. 2 Taf. VIII). In dieser Figur gelten die reciproken Werthe der Quadrate der Wellenlängen als Abscissen. Als Ordinaten sind die beobachteten Werthe Δn eingezeichnet, und zwar so, dass die positiven Grössen von dem Nullstrich nach oben, die negativen von demselben Nullstrich nach unten gezählt sind.

Was auf den ersten Blick in die Augen fällt, ist der übereinstimmende Charakter in dem Verlaufsämmtlicher Curven. Man sieht, dass alle Curven, unbekümmert um den Nullstrich, nach dem blauen Ende des Spectrums mehr oder weniger ansteigen, sowohl bei den Curven oberhalb, als auch bei denjenigen unterhalb des Nullstrichs. Wir können also den Satz aussprechen, *dass für alle von uns untersuchten Substanzen eine Steigerung des Dispersionsvermögens mit wachsender Temperatur eintritt*. Denn da, wo das Brechungsvermögen mit der Temperatur zunimmt, sind die bezüglichen Temperaturvariationen im Blau grösser als im Roth, und in Fällen, wo die Brechungsindices mit der Temperatur abnehmen, ist die Abnahme im Blau kleiner als im Roth; d. h. also, in allen Fällen wird das Spectrum gedehnt. Auch die als Specialfall immerhin bemerkenswerthe Erscheinung, dass für eine der untersuchten Glassorten (O. 527) im Roth negative, im Blau positive Aenderungen vorliegen und für einen mittleren Spectralbezirk der Einfluss der Temperatur auf den Brechungsindex ganz verschwindet, ist wie alle anderen im Sinne einer Dispersionszunahme.

Dieselbe Erscheinung hat Vogel (l. c. 1885) für einige von ihm untersuchte Gläser und für den ordentlichen und ausserordentlichen Strahl von Kalkspath beobachtet. Dagegen schien nach den Untersuchungen von Stefan (1871) für die Körper Flussspath, Sylvin und Steinsalz jede Dispersionsänderung ausgeschlossen zu sein und für Quarz hatte Hr. Müller (1885) sogar eine geringe Abnahme der Dispersion aus seinen Beobachtungen abgeleitet.

Aenderungen des Brechungsindices und der Dispersion mit der Temperatur (vgl. Fig. 2 Taf. VIII).

Benennung	Mitteltemperatur	C	D	F	G'	relative Steigerung d. Dispersion $-\frac{\Delta \nu}{\nu} \cdot 100$
in Einheiten der 5. Decimale						
S. 57. Schwerstes Silicatflint	58,8°	1,204	1,447	2,090	2,810	0,0166
O. 165. Schweres Silicatflint	56,7°	0,700	0,775	1,051	1,311	0,0118
O. 544. Gewöhnliches Silicatflint	55,1°	0,244	0,281	0,389	0,503	0,0083
O. 154. Leichtes Silicatflint	58,4°	0,225	0,261	0,334	0,407	0,0078
O. 658. Leichtes Borosilicatflint	59,2°	0,267	0,299	0,356	0,410	0,0077
O. 527. Baryt Leichtflint	58,3°	-0,008	0,014	0,080	0,137	0,0079
O. 211. Schweres Barium Silicat-Crown	57,8°	0,021	0,040	0,103	0,142	0,0082
O. 1022. Gewöhnliches Silicat-Crown	59,3°	-0,129	-0,105	-0,060	-0,010	0,0082
S. 205. Leichtes Borat-Crown	60,0°	-0,066	-0,074	-0,033	-0,003	0,0041
O. 627. Borosilicat-Crown	52,8°	0,119	0,137	0,178	0,213	0,0072
S. 40. Didymhaltiges Phosphat-Crown	60,3°	-0,314	-0,305	-0,246	-0,237	0,0086
O. 225. Leichtes Phosphat-Crown	58,1°	-0,202	-0,190	-0,168	-0,142	0,0049
Steinsalz von Stassfurt	58,8°	-3,749	-3,739	-3,648	-3,585	0,0148
Sylvin von Stassfurt	59,5°	-3,681	-3,641	-3,605	-3,557	0,0143
Quarz ord. Strahl senkr. zur Axe	59,6°	-0,649	-0,638	-0,599	-0,577	0,0076
Quarz ausserord. Strahl senkr. zur Axe	59,6°	-0,761	-0,754	-0,715	-0,694	0,0071
Flusspath	60,5°	-1,220	-1,206	-1,170	-1,142	0,0137
Kalkspath ord. Strahl (nach Vogel)	103°	0,071	0,081	0,091	0,100	0,0137
Kalkspath ausserord. Strahl	103°	1,012	1,020	1,073	1,090	0,0078

Bestimmte, im folgenden näher ausgeführte Gründe hatten mich veranlasst, diese letzteren vier Körper einer erneuten experimentellen Untersuchung zu unterwerfen, und Dank der hohen Leistungsfähigkeit der angewandten Methode hat sich meine Vermuthung, dass auch bei diesen Körpern eine Dispersionsänderung im Sinne einer Zunahme vorhanden sein *müsse*, in unzweideutiger Weise bestätigt.

Die Dispersionszunahme mit wachsender Temperatur scheint sogar sämmtlichen durchsichtigen festen Körpern eigen zu sein, denn die gleiche Erscheinung hat kürzlich Offret¹⁾ an zehn ein- und zweiaxigen Krystallen (in der Anmerkung p. 610 namhaft gemacht) ebenfalls beobachtet. Flüssigkeiten und Gase zeigen bekanntlich das entgegengesetzte Verhalten, die Dispersion nimmt ab und bleibt nur in wenigen Fällen constant.

Wir stehen somit vor einer Erscheinung, welche mit Rücksicht auf den theoretischen Zusammenhang von Brechungsvermögen und Dichte nicht weniger auffallend ist als das anfangs erwähnte Auftreten von positiven Temperaturvariationen, die uns aber den Schlüssel zu der Erklärung gegeben hat. Ich werde im nächsten Theile versuchen nachzuweisen, dass die Erscheinung als eine Wirkung der anomalen Dispersion aufzufassen ist, hervorgerufen durch das mit der Temperatur wachsende Absorptionsvermögen der durchsichtigen festen Körper.

Ehe wir im einzelnen auf diese Erklärung selbst eingehen, wollen wir vorher noch einen kurzen Blick auf die Stärke der Dispersionszunahme für die einzelnen Körper werfen. Schon aus dem grösseren oder geringeren Abfall der einzelnen Curven in obiger Figur geht hervor, dass die Zunahme der Dispersion nicht für alle Körper die gleiche ist. Dieselbe ist offenbar am stärksten bei den Flintgläsern, am geringsten bei den Phosphat- und Boratgläsern und bei Quarz. Die relative Stärke dieser Dispersionssteigerung, bezogen auf die p. 629 erwähnte Grösse $1/\nu$, welche uns als Maass der Dispersion diene, wird durch den Ausdruck $-\Delta\nu/\nu$ dargestellt, unter $\Delta\nu$ die Aenderung von ν pro 1°C . Temperaturerhöhung verstanden. Eine einfache Rechnung ergibt für diesen letzteren Ausdruck:

1) l. c.

$$\Delta v = \frac{v}{n_D^3 - 1} [\Delta n_D - v(\Delta n_F - \Delta n_G)],$$

nach welcher Gleichung die sämmtlichen mit 100 multiplicirten Werthe der obigen Tabelle berechnet worden sind. Da Δv in allen Fällen, wenn auch sehr klein (für 1° C. im Mittel gleich 0,01 Proc.), negativ ist, so erscheinen die obigen Zahlen überall mit dem positiven Vorzeichen behaftet. Die für die einzelnen Körper vorhandenen Unterschiede in den stattfindenden Dispersionserhöhungen treten noch stärker hervor, wenn wir nicht, wie in der Tabelle geschehen, die relativen, sondern die absoluten Beträge der Dispersionssteigerungen ausrechnen, welche durch den Ausdruck $-\Delta v/v^2$ erhalten werden.

II. Theil.

Schlussfolgerungen.

In dem vorstehenden I. Theil habe ich die Ergebnisse einer auf zwölf verschiedene Glassorten und mehrere durchsichtige Mineralien ausgedehnten Experimentaluntersuchung mitgetheilt. Es soll jetzt versucht werden, eine Erklärung für die gefundenen Resultate zu geben.

Man hat bisher, wenn von den Temperaturvariationen der Brechungsindices eines Körpers die Rede war, dieselben immer durch die Veränderungen der Dichte oder des Volumens, welche der Körper durch den Einfluss der Temperatur erleidet, zu erklären gesucht. Bei der Natur der in Frage kommenden Einwirkung erscheint es aber als höchst unwahrscheinlich, dass die Volumänderung die einzige Wirkungsäusserung der Temperatur sei. Ebensowenig wie die durch Wärme bewirkte Dilatation eines Körpers mit derjenigen Dilatation zu identificieren ist, die man erhält, wenn man den Körper mechanischen (Zug-) Kräften unterwirft, ebenso wenig dürfen wir von vornherein eine Uebereinstimmung in Bezug auf das optische Verhalten erwarten, wenn die gleiche Volumänderung durch die eine oder die andere der beiden Ursachen hervorgerufen wird. Auf einen diesbezüglichen Unterschied in dem Verhalten von Quarz hat vor Kurzem Herr Pockels ¹⁾ aufmerksam gemacht. Durch

1) Pockels Ann. **37**. 305. 1889.

den Einfluss der Wärme werden die kleinsten Theilchen des Körpers nicht allein in immer grösseren Abstand von einander gebracht, sondern auch in einen lebhafteren Schwingungszustand versetzt, und es können gerade hierdurch Kräfte geweckt oder verstärkt werden, die nunmehr ihrerseits einen Einfluss auf die Lichtgeschwindigkeit ausüben. Auch spielt der Aggregatzustand dabei eine nicht unwesentliche Rolle und es ist klar, dass bei den festen Körpern, ganz besonders bei den Krystallen, wegen des complicirten Aufbaues derselben, die in Betracht kommenden Molecularkräfte recht verwickelter Natur sein können.

Unter diesen ist keine für die Brechungs- und Dispersionsverhältnisse eines Körpers von solcher Wichtigkeit wie das *Absorptionsvermögen*. Seit der Entdeckung, der sogenannten anomalen Dispersion ist bekannt, welche enormen Modificationen in dem Verlauf der Brechungsindices von Farbe zu Farbe statthaben können, wenn kräftig wirkende Absorptionen vorhanden sind, und man weiss auch, dass die als farblos oder durchsichtig bezeichneten Körper durchaus nicht dieser Absorptionswirkung entbehren (vergl. den nächsten Paragraphen). Die Lage dieser Absorptionsgebiete ist jedoch dem beobachtenden Auge entrückt und nur die letzten Ausläufer dieser Absorptionswirkung ragen bis in das sichtbare Spectrum hinein. Aber auch bei diesen sogenannten farblosen Körpern tritt die innige Beziehung zwischen dem Absorptions- und Dispersionsvermögen deutlich zu Tage, wie schon daraus erhellt, dass fast alle Körper mit relativ hoher Dispersion wenig durchlässig für violette und ultraviolette Strahlen sind. Es ist sogar nicht unwahrscheinlich, dass der ganze moleculare Vorgang, dem die Dispersion ihren Ursprung verdankt, nur auf einer einfachen Absorptionswirkung kurzweiliger Strahlen beruht.

Es ist bemerkenswerth, dass in keiner der bisherigen Arbeiten über den Einfluss der Temperatur auf die Lichtbrechung fester durchsichtiger Körper auch nur die Möglichkeit einer Aenderung des Absorptionsvermögens zur Sprache gebracht worden ist. Wäre das geschehen, so würde das früher bezeichnete Verhalten des Glases schon lange den Charakter einer auffälligen und unerklärbaren Erscheinung verloren haben.

Unsere Behauptung, die wir im Stande sind in einigen besonders eclatanten Fällen direct durch das Experiment zu erhärten, im übrigen durch eine Reihe von Schlussfolgerungen, die sich aus unseren Beobachtungen ergeben und im Wesen der anomalen Dispersion begründet sind, ausserdem noch durch eine bisher noch nicht erkannte Gesetzmässigkeit in dem Verhalten der durchsichtigen festen Körper zu dem Satze vom constanten Brechungsvermögen zu unterstützen, ist demnach folgende:

Zur Erklärung für das Verhalten der Brechungsindices durchsichtiger fester Körper unter dem Einfluss der Temperatur ist die Annahme einer neben der Volumänderung herlaufenden Vergrösserung des Absorptionsvermögens im blauen und ultrablauen Theile des Spectrums nicht nur nothwendig, sondern auch vollständig ausreichend. Die beiden Ursachen sind in ihren Wirkungen einander entgegengesetzt, die Abnahme der Dichte vermindert den Index, die sich steigende Absorption im Blau erhöht denselben wieder; jenachdem nun die eine oder andere der beiden Wirkungen überwiegt, haben wir es mit einer Abnahme oder mit einer Zunahme des Brechungsindex zu thun (vergl. Fig. 2 p. 661); wenn die beiden Wirkungen sich gerade aufheben, bleibt der Brechungsindex anscheinend ganz befreit von dem Einfluss der Temperatur.

Bei den relativ sehr geringen Dichteänderungen der festen Körper sind von vornherein alle drei Fälle möglich und nur dem Umstand, dass die Ausdehnungscoefficienten des Glases beträchtlich kleiner sind, als die der meisten übrigen festen Körper, ist es zuzuschreiben, dass bei den Gläsern die *positiven* Temperaturvariationen der Brechungsindices überwiegen. Auch unter den Krystallen giebt es solche mit positiven und andere mit negativen Temperaturvariationen, doch treten die ersteren meist da auf, wo auch die kubischen Ausdehnungscoefficienten sehr klein sind (Kalkspath, Beryll u. A.).

Eine Sonderstellung kann somit den Gläsern nach unserer Erklärung nicht mehr zugeschrieben werden, anomal bleibt die Erscheinung, welche das Auftreten positiver Temperaturvariationen der Brechungsindices darbietet, nur in dem Sinne, in welchem man auch die Erscheinung der „anomalen Dispersion“ auffasst. Aber auch in Bezug auf die übrigen Körper er-

scheint die Erklärung von Bedeutung, weil dadurch es möglich ist, die Abweichungen in dem Verhalten dieser Körper von dem Satze der Proportionalität zwischen Brechungsvermögen und Dichte auf eine andere Weise als bisher zu deuten.

Von besonderem Interesse ist in dieser Hinsicht das Verhalten der *Metalle*. Nach den Untersuchungen von Herrn Kundt¹⁾ nimmt der Brechungsindex der Metalle ebenfalls mit der Temperatur zu. Auch ist diese Zunahme (pro 1° C. 0,00370) mit Rücksicht auf den Ausdehnungskoeffizienten der Metalle, der nur wenig denjenigen der Gläser überschreitet, so enorm gross, dass hier jeder etwaige Zusammenhang zwischen Dichte und Brechungsvermögen verschwindet. Vielleicht genügt schon die Annahme einer Veränderlichkeit des ausserordentlich hohen Absorptionsvermögens mit der Temperatur, um das Verhalten der Metalle in derselben Weise zu erklären, wie dasjenige der Gläser. Eine Abhängigkeit des Temperaturcoefficienten von der Farbe, also eine Aenderung der Dispersion, hat Hr. Kundt nicht feststellen können.

§ 1. Directe Versuche zum Nachweis einer Steigerung des Absorptionsvermögens des Glases mit wachsender Temperatur.

Im Anschluss an die vorliegende Untersuchung habe ich es unternommen, die hauptsächlichsten Glastypen aus dem Glastechn. Laboratorium zu Jena einer quantitativen photometrischen Prüfung zu unterziehen, wobei insbesondere auch die Veränderungen, welche das Absorptionsvermögen dieser Körper durch die Temperatur erleidet, berücksichtigt werden sollen. Doch sind diese Messungen, welche auf das sichtbare Spectrum beschränkt bleiben, und zu welchen das Glan'sche Photometer benutzt wird, noch nicht so weit vorgeschritten, um über dieselben jetzt schon Bericht erstatten zu können.

Ich werde mich deshalb hier darauf beschränken, durch einige qualitative Versuche nachzuweisen, dass in der That eine Veränderung in der Absorptionswirkung des Glases mit

1) A. Kundt, Wied. Ann. **36**. p. 824. 1889.

der Temperatur stattfindet, die in einigen Fällen so auffällig zu Tage tritt, dass sie ohne Weiteres mit dem blossen Auge erkannt werden kann.

Zu dem Ende wurden Stücke der einzelnen Glassorten nebeneinander in eine Porzellanschale gelegt, und diese durch einen Bunsen'schen Brenner auf 200°, 300° und höher bis zur Schmelztemperatur des Glases, welche ungefähr bei 400° liegt, erhitzt. Machten sich schon bei gewöhnlicher (Zimmer-) Temperatur die Unterschiede in der Absorptionsfähigkeit der einzelnen Glassorten durch eine mehr oder weniger stark ausgesprochene Gelbfärbung bemerkbar, so traten diese Unterschiede bei erhöhter Temperatur immer schärfer hervor. Während das fast farblose Borosilicat-Crown O. 144 (ähnlich O. 627) wenig oder gar keine Aenderung für den blossen Anblick darbot, erschien das bei gewöhnlicher Temperatur fast vollkommen farblose Phosphatglas O. 168 (ähnlich O. 225) bei erhöhter Temperatur intensiv gelb, und bei denjenigen Gläsern, welche schon bei gewöhnlicher Temperatur eine mehr oder weniger starke Gelbfärbung besitzen, so z. B. bei dem Boratglas O. 134 und bei sämtlichen Flintgläsern, erhöht sich diese Gelbfärbung in geradezu schlagender Weise.

Letzteres ist namentlich der Fall bei dem stark brechenden Silicatflint S. 57. Hier genügte schon die Siedehitze des Wassers, um eine deutlich wahrnehmbare Steigerung der Gelbfärbung herbeizuführen und umgekehrt nahm bei der Abkühlung — der Versuch wurde mit fester Kohlensäure, in Aether gelöst, ausgeführt —, die Färbung ab, das Glas erschien merklich blasser. Wurde dann die Erwärmung von S. 57 in der oben beschriebenen Weise auf höhere Temperaturen ausgedehnt, so nahmen die erwähnten Glasstücke allmählich die Farbe von dunklem Bernstein an, und wenn diejenige Temperatur erreicht war, wo ein Erweichen des Glases eintrat, sah das Glas dunkelroth bis braun aus. Mit dem Spectroscop in diesem Zustand untersucht, ergab sich das Resultat, dass schon bei geringer Dicke der durchstrahlten Schicht die ganze blaue Seite des Spectrums bis auf einen kleinen Theil im Roth absorbirt war. Beim Abkühlen trat wieder die ursprüngliche helle Gelbfärbung ein. Auch konnte der Versuch mit dem gleichen Erfolg beliebig oft wiederholt werden. Daraus

geht also hervor, dass der Vorgang *nicht durch chemische Veränderungen veranlasst, sondern rein physikalischer Natur ist.*

Noch eine andere Erscheinung, die sich bei diesen Erhitzungsversuchen darbot, erscheint mir erwähnenswerth, da dieselbe geeignet ist, eine Erklärung für das von F. Vogel¹⁾ beobachtete Anwachsen der Temperaturvariationen der Brechungsindices von Flintgläsern für höher gelegene Temperaturen zu geben, die Erscheinung nämlich, dass die Zunahme der Gelbfärbung des erhitzten Glases S. 57 viel schneller bei *höheren* Temperaturen erfolgt als bei niederen, mit anderen Worten, dass die Temperaturvariationen der Extinctionscoefficienten mit der Temperatur einen Zuwachs erleiden. —

Die beschriebenen Versuche stehen, wie Hr. Dr. Schott mir freundlichst mittheilte, in vollständigem Einklang mit den Erfahrungen des Glaswerks. Mehr oder weniger zeigen fast alle Gläser, wenn sie eben unter die Temperatur des Selbstleuchtens in den Schmelzhäfen erkaltet sind, eine grössere Absorptionsfähigkeit für durchfallende Strahlen, als im völlig abgekühlten Zustande. Auch bei anderen festen Körpern hat man die Erscheinung der Absorptionssteigerung mit wachsender Temperatur schon früher beobachtet, so insbesondere beim Schwefel²⁾, beim Phosphor, Zinkoxyd, Bleioxyd etc. und einer Anzahl von mineralischen Substanzen, z. B. dem Rubin-Spinell³⁾. Alle Substanzen nehmen nach dem Erkalten die ursprüngliche Farbe wieder an. Auch bei Gasen tritt in einigen Fällen eine erhebliche Steigerung des Absorptionsvermögens ein, so z. B. beim Jodgas, bei welchem bekanntlich die Erscheinung der anomalen Dispersion zuerst beobachtet wurde.

Ich hoffe die bei den Gläsern beobachtete Steigerung des Absorptionsvermögens mit der Temperatur durch die in Aussicht genommenen photometrischen Untersuchungen im einzelnen noch etwas genauer verfolgen zu können, im Uebrigen aber können die erhaltenen Resultate schon jetzt als eine

1) F. Vogel, Wied. Ann. 25. p. 87. 1885.

2) Hierüber und über die optischen Constanten des prismatischen Schwefels bei verschiedener Temperatur vgl. die Arbeit von A. Schrauf. Z. f. Krystallogr. 18. p. 113. 1890.

3) Brewster, Optik 1. p. 121. 1885.

directe experimentelle Bestätigung der Schlussfolgerungen der folgenden Paragraphen angesehen werden.

Bei der gegenwärtigen Untersuchung kam mit Ausnahme der Glassorte S. 40 nur optisches, von färbenden Beimengungen und Verunreinigungen möglichst befreites Glas zur Verwendung. Es war aber von grossem Interesse, den Einfluss solcher Beimengungen bei verschiedenen Temperaturen zu erforschen. Aus diesem Grunde wurde das Glas S. 40, dem 3 proc. Didymoxyd zugesetzt war, der Prüfung unterworfen (siehe oben p. 633). Das sonst farblose Glas hatte durch den Zusatz des Didymoxyds eine schwach rosa Färbung angenommen, und zeigte das charakteristische Absorptionsspectrum des letzteren. Die Erhitzungsversuche ergaben folgendes Resultat. Die rosa Färbung machte bei höherer Temperatur einer mehr grünlichen Platz, die schmalen Absorptionsstreifen im Grün verschwanden und der breite scharf markirte Streifen bei D erfuhr eine geringe seitliche Verschiebung nach dem rothen Theile des Spectrums.¹⁾ Für die Temperaturvariationen der Brechungsindices scheinen aber diese Veränderungen von geringerer Bedeutung zu sein, als diejenigen, welche in dem Absorptionsvermögen des Glases selbst statt haben und die als eine spezifische Eigenschaft desselben, wenigstens eines grösseren Bestandtheils anzusehen sind.

§ 2. Die Absorptionswirkung der sogenannten durchsichtigen Körper, hergeleitet aus dem Verlauf der Dispersionscurve.

Ehe wir dazu übergehen, die Veränderungen im Verlauf der Dispersionscurve mit der Temperatur zu besprechen, wollen wir versuchen, etwas genauer darzulegen, welchen Einfluss bei constanter Temperatur etwa vorhandene Absorptionen auf den Verlauf der Refractionscurve ausüben, und wie man im Stande ist, aus dem Verlauf der Refractionscurve allein sichere Schlüsse auf die Existenz von ausserhalb des sichtbaren Spectrums liegenden Absorptionsstreifen zu ziehen.

Da für die von uns untersuchten Körper nur ultraroth und ultrablau Absorptionen in Betracht kommen so haben

2) Ueber Beobachtungen dieser Art vgl. Rizzo, Atti di Torino. 16. p. 442. 1890—91. Brewster, l. c.

wir für jedes der beiden Absorptionsgebiete unsere Aufmerksamkeit nur auf denjenigen Theil der Refractionscurve zu richten, welcher von der Mitte des betreffenden Absorptionsstreifens dem sichtbaren Spectrum zugewandt ist. Die Erscheinung der „anormalen Dispersion“ macht sich also in folgender Weise bemerkbar. Die ultrarothten Absorptionen bewirken eine Senkung der Refractionscurve, die ultrablauen eine Hebung derselben; auf der rechten Seite der unten stehenden Fig. 1 findet also eine Erhöhung, auf der linken eine Verminderung der Brechungsindices statt und zwar ist für jeden einzelnen Punkt der modificirten Refractionscurve die Abweichung von der Refractionscurve des absorptionsfreien Körpers um so grösser, je näher der Strahl dem rothen oder blauen Ende des Spectrums gelegen ist. Mit anderen Worten, unter dem Einfluss jeder einzelnen Absorption sowohl, wie auch unter dem vereinigten beider Absorptionen wird eine Dehnung des Spectrums herbeigeführt, oder was dasselbe sagt, eine *Steigerung der Dispersion*. Ueberwiegt dabei die Absorptionswirkung im Blau, so ist natürlich die Dispersionssteigerung dort auch grösser als im Roth und umgekehrt ist es bei einer überwiegenden Absorption im Roth. Die Resultate, die wir auf diese Weise aus dem Verlauf der Refractionscurve für die Existenz von entfernten und selbst weit entlegenen Absorptionsgebieten gewinnen, können somit als *ebenso zuverlässig betrachtet werden, als die auf directen photometrischen Methoden beruhenden Messungen*.

Fig. 1.

durch die Cauchy'sche Dispersionsformel $n = a + b/\lambda^2$ dar-

Nach dem Vorgange von Sellmeyer bezeichnen wir als Refractionscurve diejenige Curve, deren Abscissen die reciproken Werthe der Quadrate der Wellenlängen und deren Ordinaten die Brechungsindices bedeuten. Da diese Curve für die meisten durchsichtigen Körper sich angenähert

stellen lässt, welche Gleichung in Bezug auf die gewählten Abscissen ($1/\lambda^2$) eine gerade Linie mit constantem Neigungswinkel gegen die Abscissenaxe bedeutet (siehe Fig. 1), so kann man durch Bildung des Neigungswinkels für jeden einzelnen Spectralbezirk die Constanz desselben prüfen und damit den Verlauf der Refractionscurve von Farbe zu Farbe genau feststellen. Der Neigungswinkel selbst wird durch folgende Beziehung erhalten:

$$\tan \alpha = \frac{n_2 - n_1}{\frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_1^2}} = \frac{\delta n}{\delta 1/\lambda^2},$$

in welchem Ausdruck n_2 und λ_2 auf Strahlen kürzerer, n_1 und λ_1 auf Strahlen grösserer Wellenlänge sich beziehen.

Dieses zuerst von Sellmeyer¹⁾ zur Untersuchung der Absorptionswirkung durchsichtiger Körper angewandte Verfahren wurde bei der gegenwärtigen Arbeit verwerthet. Die Resultate der Rechnung sind in den beiden folgenden Tabellen zusammengestellt. Als Einheit für die Wellenlänge gilt das Tausendstel mm. Die erstere Gruppe enthält diejenigen Körper, deren Refractionscurven nach neueren Messungen weit über die Grenzen des sichtbaren Spectrums bekannt sind, die zweite enthält die 12 von mir untersuchten Glassorten. Die zur Berechnung der Neigungstangenten benutzten Indices von Quarz, Flusspath, Steinsalz und Flintglas, letzteres nach Maassgabe seiner Brechung und Dispersion ($N_D = 1.5797$ $\gamma = 41.3$)²⁾ ein leichtes Silicatflint, wurden den Angaben von Ketteler, Theoretische Optik p. 543 u. ff. entnommen; für Kalkspath wurden die Sarasin'schen Werthe³⁾ zu Grunde gelegt. Die sämmtlichen Werthe wurden in Curven aufgetragen und diesen dann die in der Tabelle stehenden Angaben entnommen. Für die Gläser endlich wurde unter Benutzung der Productionsliste des Glastechn. Laboratoriums, in welcher die Brechungsindices auch für A angegeben sind, die Neigungstangente im Ganzen für 4 Spectralbezirke berechnet.

1) Sellmeyer, Pogg. Ann. **143**. p. 272. 1871.

2) Langley, Wiedem. Ann. **22**. p. 598. 1884.

3) Sarasin, Arch. des sc. phys. **8**. p. 392. 1892.

Die Neigungstangenten der Refractionscurven.¹⁾

λ	Steinsalz	Flintglas	Kalkspath ord. Strahl	Quarz ord. Strahl	Flussspath
5,0	$10^{-4} \cdot 1820$	—	—	—	—
3,5	482	—	—	—	—
2,5	160	$10^{-4} \cdot 1400$	—	—	—
2,0	102	488	—	$10^{-4} \cdot 640$	—
1,5	74	195	—	214	—
1,0	65	92	—	70	—
0,8	64	75	$10^{-4} \cdot 83$	50	$10^{-4} \cdot 28$
0,7	65	72	74	44	25
0,6	67	71	71	41	24
0,5	69	75	70,5	40	24
0,45	72	80	71	40	24
0,40	—	87	73,5	40	24
0,35	—	100	79,5	41	24,5
0,30	—	—	90	44	26
0,25	—	—	113	50	28
0,20	—	—	195	60	34
0,185	—	—	—	—	37

Dasselbe für die verschiedenen Glassorten.

Bezeichnung	$A - C$ $\lambda = 0,712$	$C - D$ 0,623	$D - F$ 0,538	$F - G'$ 0,460
S. 57	$10^{-4} \cdot 229,7$	$10^{-4} \cdot 239,2$	$10^{-4} \cdot 262,6$	$10^{-4} \cdot 302,2$
O. 165	134,1	137,9	146,1	160,8
O. 544	84,8	85,3	87,6	93,7
O. 154	69,6	68,8	69,8	73,5
O. 658	—	57,4	56,6	57,8
O. 527	60,2	59,2	59,4	61,3
O. 211	53,9	52,5	51,9	52,8
O. 1022	—	45,5	44,9	44,1
S. 205	49,1	45,3	43,5	43,3
O. 627	45,0	42,7	41,4	41,4
S. 40	47,7	44,5	43,5	43,3
O. 225	42,1	39,8	38,1	37,8

Die Tabelle gewährt einen ausserordentlich interessanten Einblick in die vorliegenden Verhältnisse. Sehen wir von den Einzelheiten ab, so tritt der gesetzmässige Verlauf der erhaltenen Werthe für die Neigungstangente überall klar zu Tage. Man sieht, dass in allen Fällen die anfängliche Abnahme der Neigungstangente vom rothem zum blauen Ende des Spectrums

1) Ueber den Verlauf von $\tan a$ im *Ultraroth* für Flussspath und einige Gläser vgl. weiter unten p. 665.

durch ein Minimum in eine Zunahme übergeht, wie namentlich die Werthe für Steinsalz, Flintglas und Kalkspath etc. zu erkennen geben. Für die von uns untersuchten Flintgläser tritt schon gleich zu Anfang eine Steigerung der Neigungstangente ein, das Minimum ist bereits überschritten. In keinem einzigen Falle aber geht die Zunahme in eine Abnahme über. Hieraus folgt, dass die sämmtlichen Refractionscurven im wesentlichen den *gleichen* Verlauf besitzen, derselbe möge in Fig. 1 p. 648 durch die ausgezogene Linie dargestellt sein. Diese Gesetzmässigkeit, welche sich auch bei farblosen Flüssigkeiten bestätigt findet, kann nach meinen Rechnungen als ein *sehr empfindliches Prüfmittel für die Genauigkeit von spectrometrischen Messungen* benutzt werden.¹⁾

Mit Rücksicht auf den übereinstimmenden Verlauf der sämmtlichen Refractionscurven lässt sich also sagen, dass bei allen durchsichtigen festen Körpern sowohl ultraroth als auch ultrablau Absorptionen vorhanden sind. Selbst für die als sehr durchlässig bekannten Körper Kalkspath, Quarz und Flusspath (für ultraviolette) und Steinsalz (für ultraroth Strahlen) weist der Gang der Neigungstangente darauf hin, dass auch hier an den äussersten bis jetzt erreichten Grenzen kräftig wirkende Absorptionsstreifen zur Geltung kommen. Ein principieller Unterschied dieser Körper untereinander und der Gläser ist nicht vorhanden.

Mit diesem Ergebniss unserer Betrachtung stimmen auch die Resultate, die man anderwärts durch directe photometrische Prüfung über die Absorptionswirkung der durchsichtigen Körper gewonnen hat, vollständig überein.²⁾ Ein besonderes Interesse bieten ferner die neuerdings von Arons und Rubens³⁾ an einigen Gläsern vorgenommenen Messungen des Brechungsindices für sehr grosse (electrische) Wellenlängen.

1) In der That ergibt sich bei denjenigen spectrometrischen Bestimmungen anderer Beobachter, die durch Ermittlung der einzelnen Brechungsindices erhalten waren, statt wie bei uns durch mikrometrische Ausmessung von *Winkeldifferenzen* (vgl. I. Theil p. 613), nicht überall die gleiche Regelmässigkeit im Verlaufe von $\tan \alpha$, wie bei den vorliegenden Messungen, obschon manchmal die Indices angeblich bis auf 6 Dezimalen genau mitgetheilt sind.

2) vgl. insbes. Eder, Handb. d. Photographie. 2. p. 284. 1890.

3) Arons und Rubens, Wied. Ann. 44. p. 206. 1891.

Es bleibt noch zu bemerken, dass für die Mehrzahl der durchsichtigen festen Körper der sichtbare Theil des Spectrums mehr unter dem Einflusse der blauen als der rothen Absorptionen zu stehen scheint, denn fast überall, ausgenommen die Phosphat- und Boratgläser, welche einen besonders nahegelegenen Absorptionsstreifen im Roth besitzen, liegt das Minimum der Neigungstangente, dessen Lage den Wendepunkt der Refractionscurve bezeichnet, auf der rothen Seite des Spectrums. Damit im Zusammenhang stehen die Resultate aller bisherigen photometrischen Untersuchungen farbloser Gläser, die Beobachtung nämlich, dass die Absorptionswirkung, welche sich auf das ganze sichtbare Spectrum erstreckt, für die stärker brechbaren Strahlen eine grössere ist, als für die schwächer brechbaren.¹⁾

§ 3. Veränderung der Neigungstangente mit der Temperatur und die Schlussfolgerungen, die sich hieraus für die Abhängigkeit der Absorptionswirkung von der Temperatur ergeben.

Wenn es nach den Erörterungen des vorigen Paragraphen richtig ist, dass man die Veränderung der Neigungstangente von einem Spectralbezirk zum anderen als einen Prüfstein für das Vorhandensein von Absorptionen betrachten darf, die sich ohne besondere Hülfsmittel der Beobachtung entziehen, so wird man mit demselben Recht und derselben Sicherheit der Schlussfolgerung auch aus den Veränderungen der Neigungstangente mit der Temperatur auf Veränderungen des Absorptionsvermögens schliessen dürfen.

Unter diesem Gesichtspunkte betrachten wir eine Zu- oder Abnahme der Neigungstangente als das Kriterium des mit steigender Temperatur zu- oder abnehmenden Absorptionsvermögens. Von dem Einfluss der Dichteänderung auf die Neigungstangente können wir bei dieser Betrachtung absehen, denn die dadurch bewirkte Verringerung (vergl. § 4 weiter unten) ist im Vergleich zu der beobachteten Dispersionssteigerung, oder wie wir hier sagen, Steigerung der Neigungstangente, verschwindend klein und kann somit vernachlässigt werden.

1) Vergl. H. Krüss. Naturw. Verein Hamburg. 1890.

Daraus ergibt sich zunächst, dass die bei den durchsichtigen festen Körpern beobachtete Dispersionszunahme¹⁾ mit steigender Temperatur als die Folge des mit der Temperatur wachsenden Absorptionsvermögens dieser Körper zu betrachten ist.

Um ferner zu erkennen, von welcher Seite des Spectrums diese Steigerung der Absorption ausgeht, müssen wir die Aenderungen der Neigungstangente für die einzelnen Spectralbezirke etwas genauer betrachten. Denn es muss für den Verlauf dieser Werthe einen wesentlichen Unterschied machen, ob der Absorptionsstreifen im Blau oder der im Roth, oder beide gleichzeitig eine Steigerung erfahren.

Wir können von vornherein erwarten, dass bei den Flintgläsern, deren Absorptionsstreifen im Blau dem sichtbaren Ende des Spectrums beträchtlich näher gelegen ist, als bei den übrigen Substanzen, auch der Einfluss einer Absorptionssteigerung nicht allein entsprechend *stärker* hervortreten wird, sondern auch, dass dieser Einfluss *mehr den blauen, als den mittleren und rothen Theilen* des Spectrums zu gute kommen muss. Dagegen sind bei den übrigen Substanzen, infolge der grösseren Entfernung des Absorptionsstreifens, bei gleicher Zunahme des Absorptionsvermögens nur *kleinere* Werthe für die Zunahme der Neigungstangente zu erwarten und ausserdem muss der Einfluss für alle Theile des sichtbaren Spectrums *angenähert constant* sein.

Wir benutzen zur Berechnung der Aenderung der Neigungstangente folgenden Ausdruck, der sich aus dem obigen Ausdruck für $\tan \alpha$ in leicht ersichtlicher Weise ableitet:

$$\Delta \tan \alpha = \frac{1}{\delta \frac{1}{\lambda^2}} (\Delta \mathfrak{N}_2 - \Delta \mathfrak{N}_1)$$

und gültig ist für einen Temperaturzuwachs von 1°C .

In der nachstehenden Tabelle sind die für die drei Spectralbezirke $C - D$, $D - F$, $F - G'$ gefundenen Werthe zusammengestellt.

Durch die Tabelle wird in erster Linie bestätigt, dass für sämtliche bis jetzt untersuchten festen durchsichtigen Substanzen und für jeden Spectralbezirk des sichtbaren Systems

1) Vergl. Theil I. p. 638.

eine Zunahme der Dispersion eintritt. Wie man sieht, besitzen nämlich alle Werthe der Tabelle das positive Vorzeichen, mit Ausnahme eines einzigen (S. 205, $C - D$), von dem weiter unten noch näher die Rede sein wird.

Aenderung der Neigungstangente mit der Temperatur.

Benennung	$C - D$	$D - F$	$F - G'$
S. 57	10^{-6} .0,439	10^{-6} .0,474	10^{-6} .0,670
O. 165	0,134	0,204	0,241
O. 544	0,066	0,080	0,106
O. 154	0,064	0,054	0,068
O. 658	0,048	0,042	0,050
O. 527	0,041	0,049	0,053
O. 211	0,034	0,047	0,036
O. 1022	0,043	0,033	0,046
S. 205	-- 0,014	0,031	0,028
O. 627	0,025	0,034	0,029
S. 40	0,013	0,044	0,008
O. 225	0,021	0,016	0,024
Steinsalz	0,018	0,067	0,060
Sylvin	0,068	0,028	0,045
Quarz <i>o</i>	0,020	0,029	0,020
<i>e</i>	0,012	0,029	0,020
Flusspath	0,025	0,026	0,026
Kalkspath <i>o</i>	0,018	0,007	0,008
<i>e</i>	0,014	0,039	0,016

Man sieht aber auch, dass die Zahlen der Tabelle unseren eben ausgesprochenen Erwartungen vollständig entsprechen. In der That sind bei den zuerst stehenden Flintgläsern (S. 57, O. 165, O. 544 und O. 527) die für die drei Spectralbezirke gefundenen Werthe $\Delta \tan \alpha$ nicht allein viel *grösser* als die Werthe für die anderen Körper, sondern sie zeigen auch eine nicht unbeträchtliche Zunahme nach der stärker brechenden Seite des Spectrums.

Bei den übrigen Substanzen ist dagegen von einem regelmässigen Verlauf der bezüglichen Werthe $\Delta \tan \alpha$ nichts zu bemerken. In diesen Fällen sind die drei nebeneinander stehenden Werthen jedesmal als angenähert constant zu betrachten. Die etwa vorhandene Gesetzmässigkeit wird hier durch die Fehler der Beobachtung verdeckt, und es hätte, um dieselbe zu erkennen, einer Untersuchung über einen weit grösseren Raum auch des unsichtbaren Spectrums bedurft. Das von uns untersuchte Gebiet aber begreift für die meisten der durch-

sichtigen Substanzen gerade denjenigen Theil der Refractions-curve, wo die Neigungstangente von Farbe zu Farbe nur sehr geringe Aenderungen erleidet und in dem auch das Minimum gelegen ist. Es wäre gewiss von Interesse, zu untersuchen, ob in dem Verlauf der Grösse $\Delta \tan \alpha$ und demjenigen der Neigungstangente mit Rücksicht auf die Lage des Minimums ein Zusammenhang besteht, welcher gestattet, Schlüsse über die Veränderung der Absorptionswirkung im Blau und Roth mit der Temperatur zu ziehen.

Auch bei den untersuchten Borat- und Phosphatgläsern (S. 205, S. 40 und O. 225) vermögen die vorstehenden Tabellenangaben keinen Aufschluss über etwaige Veränderungen der diesen Gläsern eigenthümlichen stärkeren Absorption im Roth zu geben (vgl. p. 652). Die Werthe $\Delta \tan \alpha$ sind auch hier klein im Vergleich zu denjenigen der Flintgläser und nahezu constant. Der bei dem leichten Borat-Crown S. 205 für den Spectralbezirk $C - D$ gefundene negative Werth macht allein eine Ausnahme. Wenn hier kein grösserer Beobachtungsfehler vorliegt, muss man annehmen, dass eine *Verminderung* der Absorptionswirkung im Roth durch die Erhöhung der Temperatur stattgefunden hat.

Dagegen ist bei den Flintgläsern das Resultat unserer Betrachtung in jeder Beziehung klar und eindeutig. Hier weist der Verlauf der Grösse $\Delta \tan \alpha$ direct darauf hin, dass die Absorptionzunahme von dem im *ultrablauen* Theile des Spectrums befindlichen Absorptionsstreifen ausgegangen ist. Innerhalb der Reihe der Flintgläser selbst herrscht die grösste Gesetzmässigkeit. In der Reihenfolge, in welcher dieselben aufgezählt sind, nimmt die Gelbfärbung dieser Gläser ab, d. h. der ultrablaue Absorptionsstreifen rückt immer weiter fort vom sichtbaren Ende des Spectrums, oder was auf dasselbe hinauskommt, er wird bei gleicher Lage der Mitte des Absorptionsstreifens immer geringer an Intensität. In der gleichen Reihenfolge aber werden auch die Werthe $\Delta \tan \alpha$ immer kleiner, und auch das Ansteigen derselben nach dem blauen Ende erfolgt immer langsamer (vergl. Tabelle). Die Flintgläser leiten, wie man sieht, allmählich zu den übrigen Gläsern und den Krystallen über, die in noch weiter entlegenen Gebieten des ultrablauen Spectrums Absorptionswirkungen ausüben.

Wir fassen die Resultate unserer Ueberlegung in folgendem Satz zusammen:

Die bei den durchsichtigen festen Körpern beobachtete Dispersionssteigerung ist, wenigstens für die Mehrzahl der Flintgläser, die directe Folge einer durch den Einfluss der Temperatur gesteigerten Absorptionswirkung im Ultrablau; dieser gegenüber kommen etwaige Veränderungen des Absorptionsvermögens im Ultraroth für den Bereich des mittleren Spectrums wenig oder gar nicht in Betracht. Bei den übrigen Körpern können wir aus den Veränderungen, welche die Neigungstangente der Refractionscurve unter dem Einfluss der Temperatur erleidet, allein keine Entscheidung darüber treffen, ob die Dispersionssteigerung von einer Zunahme des ultrarothern oder des ultrablauen Absorptionsvermögens herrührt.

Erst die im folgenden Paragraphen angestellte Betrachtung macht es wahrscheinlich, dass auch hier ebenso wie bei den Flintgläsern das letztere stattfindet. Die Betrachtung bezieht sich auf das Verhalten der untersuchten Körper zu dem bekannten Satze der Proportionalität zwischen Brechungsvermögen und Dichte. Ich habe nämlich gefunden, dass hier eine hervorstechende Eigenthümlichkeit der durchsichtigen festen Körper vorliegt, die bisher noch gar keine Beachtung gefunden hat, die mir aber, da meine Aufmerksamkeit zuerst hierauf gelenkt wurde, die gesuchte Erklärung zuerst nahe gelegt hat.

§ 4. Das Verhalten der durchsichtigen festen Körper zu dem Satze der Proportionalität zwischen Brechungsvermögen und Dichte. — Dilatometrische Messungen.

Man hat bekanntlich den Zusammenhang zwischen dem Brechungsvermögen und der Dichte eines Körpers bei verschiedenen Temperaturen durch folgende Ausdrücke zu realisiren gesucht:

$$\frac{n-1}{d} = \text{const.} \quad \frac{n^2-1}{d} = \text{const.} \quad \frac{n^2-1}{n^2+2} \frac{1}{d} = \text{const.}$$

Von einem gesetzmässigen Zusammenhang kann schon wegen der Verschiedenheit der dafür aufgestellten Ausdrücke keine Rede sein, wenn auch der letzte (Lorentz'sche) Ausdruck den Vorzug der am weitesten — namentlich in neueren chemischen Untersuchungen — ausgedehnten Anwendbarkeit

besitzt. Auch hat es sich als ziemlich nebensächlich herausgestellt, ob das „von der Dispersion befreite“ Glied (a) der Cauchy'schen Dispersionsformel oder irgend ein dem sichtbaren Spectrum entnommener Brechungsindex der Rechnung zu Grunde gelegt wird. Die Formeln sind *Näherungsformeln*, eine vollständige Uebereinstimmung mit der Erfahrung ist weder bei den Gasen noch bei den Flüssigkeiten, noch bei den festen Körpern vorhanden.

Was die letzteren anbetrifft, so sind nach meinen Rechnungen, obschon die Aenderungen der Dichte und daher auch die Aenderungen der Brechungsindices im Vergleich zu den bei den Flüssigkeiten stattfindenden Veränderungen sehr klein sind, doch die Abweichungen, welche zwischen den beobachteten Aenderungen der Indices und den mit Hülfe der obigen Formeln aus den Ausdehnungscoefficienten abgeleiteten Werthen bestehen, in Bezug auf die Veränderungen selbst, in allen Fällen sehr gross, ja meist ebenso gross und oft grösser als diese. Es kann deshalb für die festen Körper eine Wiedergabe der beobachteten Aenderungen durch eine der obigen Formeln auch nicht angenähert erzielt werden¹⁾. Man vergleiche auch die im § 2 des I. Theiles gegebenen Erörterungen.

Dennoch bleibt, wie wir gleich zeigen werden, die angenäherte Gültigkeit der obigen Formeln auch für die festen Körper bestehen, nur erscheint hier der Einfluss der Dichte stark verdeckt durch den Einfluss des geänderten Absorptionsvermögens.

Ich möchte zunächst durch die folgende kleine Zusammenstellung, in welcher einige durchsichtige feste Körper nach der Grösse ihres cubischen Ausdehnungscoefficienten geordnet sind, zeigen, dass in der gleichen Reihenfolge die Aenderungen der Brechungsindices stattfinden. Dieselben sind zuerst positiv und wachsen dann nach der negativen Seite immer mehr an. Auch innerhalb der Gruppe der Körper Quarz, Flussspath,

1) Es ist dieser Umstand von besonderer practischer Bedeutung, wenn es sich darum handelt, die Veränderungen der Brennweite eines Fernrohrobjectivs zu bestimmen, welche durch die Veränderungen der Brechungsindices des Glases hervorgerufen werden. Bisher hat man vielfach die aus den obigen Formeln sich ergebenden Werthe hierzu verworhet und ist deshalb oft zu abweichenden Resultaten gelangt.

Sylvin und Steinsalz ist diese Uebereinstimmung in der Reihenfolge vorhanden, und man kann somit, wenn man sich auf die obigen Körper mit negativen Werthen $\Delta \mathfrak{N}$ beschränkt, sagen, dass diejenigen Körper, welche die relativ grösste Dichteänderung aufweisen, auch die stärkste Abnahme des Brechungsindex besitzen¹⁾.

Substanz	cub. Ausdehnungs- coefficient	$\Delta \mathfrak{N}_D$ in Einh. der 5. Dec.
Kalkspath ²⁾	$10^{-8} \cdot 1447$	<i>o. w</i> 0,08 <i>e.</i> 1,02
Glas	1500—3000	2,0 bis — 0,3
Quarz	3530	<i>o.</i> — 0,63 <i>e.</i> — 0,74
Flussspath	5730	— 1,2
Sylvin	11400	— 3,6
Steinsalz	12100	— 3,7

Aus meinen Rechnungen hat sich aber noch eine andere für unsere Darstellung des Sachverhaltes viel wichtigere Gesetzmässigkeit ergeben: *Es zeigt sich nämlich, dass der Sinn der Abweichungen bei sämmtlichen durchsichtigen festen Körpern der gleiche ist, mag man es mit grösseren oder kleineren Ausdehnungscoefficienten, mit positiven oder negativen Aenderungen*

1) Hrn. Stefan ist bei Gelegenheit einer ähnlichen Betrachtung (Wien. Ber. **63.** p. 1. 1871.) diese Regelmässigkeit durch ein Versehen leider entgangen. Der Umstand nämlich, dass er irrthümlich die linearen Ausdehnungscoefficienten von Sylvin und Steinsalz (nach Fizeau) mit den cubischen von Flussspath (nach Kopp) und Quarz zusammengestellt und verglichen hat, hat ihn zu Resultaten geführt, die von den obenstehenden ganz abweichen und die die Sache natürlich viel verwickelter erscheinen lassen, als sie in der That ist.

2) Kalkspath zeigt in Bezug auf Ausdehnung ein bemerkenswerthes Verhalten, denn in der Richtung der optischen Axe findet eine verhältnissmässig sehr starke Ausdehnung, senkrecht dazu eine etwa fünfmal geringere Zusammenziehung statt. Diese axialen Ausdehnungen sind aber für die Werthe $\Delta \mathfrak{N}$ von nebensächlicher Bedeutung, wie schon daraus hervorgeht, dass der für den ord. Strahl erhaltene Werth $\Delta \mathfrak{N}$ keine Aenderung erfährt, wenn der ord. Strahl statt senkrecht zur optischen Axe parallel zu dieser durch den Krystall hindurch geht. Ich habe dieses Resultat aus Beobachtungen von Offret (l. c.) entnommen, das gleiche Verhalten zeigt auch Beryll (nach demselben Beobachter), ein Körper, der, wenn auch in viel geringerem Maasse, in Bezug auf Ausdehnung und Zusammenziehung sich dem Kalkspath gerade entgegengesetzt verhält.

der Brechungsindices zu thun haben. *In allen Fällen, die bis jetzt untersucht sind* (auch die Beobachtungen anderer Beobachter habe ich darauf hin geprüft) *bleibt ein positiver Rest übrig, wenn man die aus der Dichteänderung berechneten Aenderungen der Brechungsindices von den beobachteten Werthen Δn subtrahirt.* Hierbei ist es im Wesentlichen gleichgültig, welchen der obigen drei Ausdrücke wir der Rechnung zu Grunde legen.

Zur Durchführung dieser Rechnung bedurfte ich der cubischen Ausdehnungscoefficienten der untersuchten Körper. Für einige derselben waren die betreffenden Werthe aus anderweitigen Messungen hinlänglich bekannt. Die übrigen Zahlen für die Gläser habe ich selbst bestimmt und zwar mit Hülfe der dilatometrischen Methode. Ich benutzte zu diesem Zwecke das im Jahre 1884 von Hrn. Professor Abbe construirte *Dilatometer*, das im Princip auf die von Fizeau angegebene Methode hinausläuft, aber doch in manchen wichtigen Punkten sich von jenem unterscheidet, vor allem eine viel bequemere und sichere Messung der Streifenverschiebung gestattet.¹⁾ Die Resultate der dilatometrischen Messungen sind in der zweitnächsten Tabelle mit aufgenommen. Die Zahlen gelten ungefähr für dieselbe Mitteltemperatur (50—60°), für welche auch die spectrometrischen Messungen ausgeführt wurden.

Unter Benutzung der so erhaltenen Werthe für die cubischen Ausdehnungscoefficienten (3α) wurde zunächst der *Dichte-einfluss* berechnet. Man erhält denselben durch Anwendung der folgenden Gleichungen, die sich aus den obigen Formeln in leicht ersichtlicher Weise ableiten:

$$(I) \quad \Delta' n = -(n-1) \cdot 3\alpha$$

$$(II) \quad \Delta'' n = \frac{n+1}{2n} (n-1) \cdot 3\alpha$$

$$(III) \quad \Delta''' n = -\frac{n^2+2}{3} \frac{n+1}{2n} (n-1) \cdot 3\alpha.$$

1) Eine Beschreibung des Abbe'schen *Dilatometers* und der Methode findet sich in Wied. Ann. Bd. 38. p. 453. 1889 in einer Arbeit von Weidmann, in welcher auch Versuche an einigen Gläsern mitgetheilt sind. Eine ausführliche Darlegung meiner eigenen Untersuchungen möchte ich mir für einen späteren Aufsatz vorbehalten; es sei noch bemerkt, dass auf Grund des Studiums der Wirkungsweise des mehr provisorischen Apparates in der optischen Werkstätte von Carl Zeiss in Jena nunmehr ein definitives Instrument gebaut und aufgestellt worden ist, welches demnächst ebenfalls beschrieben werden soll.

Die Art wie sich die einzelnen Ausdrücke von einander unterscheiden, ist aus der Form, in welcher dieselben geschrieben sind, leicht zu erkennen. In Gleichung (II) ist nämlich $(n+1)/2n$ stets < 1 , deshalb ist auch der absolute Betrag von $\Delta'' n < \Delta' n$. Desgleichen zeigt die Betrachtung des Productes $(n^2+2)/3 \cdot (n+1)/2n$ in (III), welches sich folgendermassen schreiben lässt $\frac{1}{3}(n^2+n+2+2/n)$, dass dieser Ausdruck immer > 1 sein muss. Folglich gibt $\Delta'' n$ den kleinsten, $\Delta''' n$ den grössten Betrag für den Dichteinfluss.

Die drei Grössen sind aber nicht so sehr verschieden von einander, dass dadurch die Gültigkeit des oben Gesagten aufgehoben werden kann. Die Reste behalten für alle untersuchten Körper stets das positive Vorzeichen, unbekümmert um die Wahl des Ausdrucks für Δn . Ich habe mich darauf beschränkt, das diesbezügliche Verhalten der drei Ausdrücke untereinander nachstehend durch ein Beispiel zu erläutern.

Schwerstes Silicatflint. S. 57 (siehe Fig. 2).

$$3 a = 10^{-8} \cdot 2804.$$

Linie	$\mathfrak{N}$	Einfluss d. Dichte (Einheiten d. 5. Dec.)		
		$\Delta' n$	$\Delta'' n$	$\Delta''' n$
<i>C</i>	1,9492	— 2,662	— 2,013	— 3,893
<i>D</i>	1,9625	— 2,699	— 2,037	— 3,973
<i>F</i>	1,9980	— 2,799	— 2,100	— 4,194
<i>G'</i>	2,0303	— 2,889	— 2,156	— 4,400

Linie	$\Delta \mathfrak{N}$ beobachtet	Restbetrag = Absorptionswirkung nach		
		(I)	(II)	(III)
<i>C</i>	1,204	3,866	3,215	5,095
<i>D</i>	1,449	4,148	3,484	5,420
<i>F</i>	2,090	4,889	4,187	6,281
<i>G'</i>	2,810	5,699	4,964	7,208

In der folgenden Tabelle habe ich für die übrigen Substanzen der Kürze halber nur die Reste zusammengestellt, welche sich bei Benutzung von Formel (I) ergeben haben. Die Unterschiede, welche die einzelnen Körper in Bezug auf die Grösse der Reste erkennen lassen, treten bei Berechnung nach Gleichung (III) stärker hervor, schwächer nach Gleichung (II).

Fig. 2.

Ausdehnungskoeffizienten
und die nach Abzug des Dichteeinflusses bleibenden Reste.
(Vgl. die Tabelle p. 639.)

Benennung	cub. Ausdehnungscoeff.	C	D	F	G'
		in Einheiten der 5. Decimale von n			
S. 57	10^{-8} . 2804	3,866	4,148	4,889	5,699
O. 165	2410	2,500	2,593	2,917	3,219
O. 544	2363	1,681	1,731	1,865	2,003
O. 154	2367	1,569	1,614	1,709	1,801
O. 658	1571	1,119	1,155	1,225	1,288
O. 527	2696	1,521	1,553	1,641	1,716
O. 211	2357	1,364	1,390	1,469	1,521
O. 1022	2863	1,345	1,376	1,438	1,502
S. 205	2024	0,956	0,953	1,006	1,046
O. 627	2393	1,346	1,366	1,426	1,467
S. 40	2613	1,147	1,163	1,237	1,259
O. 225	2792	1,232	1,252	1,287	1,324
Steinsalz	12117	2,799	2,853	3,052	3,207
Sylvin	11408	1,877	1,951	2,080	2,202
Quarz o	} 3580	1,264	1,283	1,341	1,378
e		1,184	1,199	1,258	1,294
Flusspath	5734	1,260	1,282	1,336	1,374
Kalkspath ¹⁾ o	} 1447	1,018	1,034	1,058	1,078
e		1,713	1,724	1,783	1,805

Für die richtige Erkennung der Grössenverhältnisse der Reste bleibt also, in Folge des hypothetischen Characters der Formeln für den Dichteeinfluss, eine gewisse Unsicherheit.

1) Die Werthe für Kalkspath sind aus den Beobachtungen von F. Vogel (l. c.) abgeleitet.

Trotzdem aber ist die Gesetzmässigkeit, die sich aus der Betrachtung ergeben hat, unverkennbar.

Indem wir also jetzt, unserer bisherigen Auffassung entsprechend, die bei allen durchsichtigen festen Körpern in gleichem Sinne auftretenden Abweichungen (Reste) als die *vom Einfluss der Dichteänderung befreite Wirkungsäusserung des geänderten Absorptionsvermögens* ansehen, zeigt eine nähere Ueberlegung, dass dieselbe der Hauptsache nach nur von einer *Steigerung des Absorptionsvermögens im blau und ultrablau* herühren kann. Wollte man annehmen, im Roth finde eine Steigerung der Absorption statt, so müsste der Einfluss der anomalen Dispersion *in gleicher Richtung* mit dem Einfluss der Dichteabnahme verlaufen und es müssten dann, — immer die angenäherte Gültigkeit der Proportionalität von Dichte und Brechungsindex vorausgesetzt — wenigstens für die rothen und ultrarothentheile des Spectrums negative Reste auftreten. Nach unseren Ergebnissen sind aber innerhalb des sichtbaren Spectrums die beiderseitigen Wirkungen direct einander entgegengesetzt. Aehnlich liegt die Sache bei Annahme einer Verminderung der Absorptionswirkung im Blau. Auch im Roth kann keine merkliche Abnahme der Absorption stattgefunden haben; das Auftreten von positiven Resten liesse sich dadurch schon erklären, aber gleichzeitig würde sich dann auch die Dispersion vermindern, was nach unserer Untersuchung wiederum ausgeschlossen ist.

Wir sehen somit, dass die auf das Verhalten der durchsichtigen festen Körper zum „Satz vom constanten Refraktionsvermögen“ gegründeten Schlussfolgerungen für sämtliche Körper genau das gleiche Resultat ergeben haben, das wir früher (§ 3) aus dem Verhalten des Neigungswinkels der Refractioncurve und (§ 1) aus directen photometrischen Versuchen für die Flintgläser erhalten hatten. Ich muss indessen hierbei erwähnen, dass die in § 3 angestellte Betrachtung über die Veränderungen von $\tan \alpha$ streng genommen erst jetzt, nachdem der Einfluss der anomalen Dispersion von dem Dichteinfluss befreit worden ist, also bei den Resten der letzten Tabelle, hätte zur Sprache gebracht werden müssen. Bei der Unsicherheit aber, mit welcher der Einfluss der Dichte auf das Brechungsvermögen bekannt ist, und bei dem sehr geringen

Einfluss, den die Dichteänderung, den obigen Gleichungen zufolge, auf die Dispersion auszuüben vermag, ist das nebensächlich. An den Ausführungen des § 3 wird dadurch im wesentlichen nichts geändert. Es würde sogar jetzt die Zunahme der Neigungstangente, wie leicht zu sehen ist, noch ein wenig stärker hervortreten, als früher angegeben wurde.

Es ist ferner ersichtlich, dass die grössere oder geringere Nähe des Absorptionsstreifens auf der blauen Seite des Spectrums sich in den Angaben der letzten Tabelle nicht allein durch ein mehr oder weniger steiles Ansteigen der Werthe nach der blauen Seite, sondern auch durch die Grösse des Restbetrages selbst zu erkennen giebt (s. auch Fig. 2). Innerhalb der Reihe der Flintgläser herrscht in der Beziehung wieder eine grosse Regelmässigkeit. Auch die übrigen Substanzen gewähren einen interessanten Vergleich.

Ob nun bei sämmtlichen durchsichtigen festen Körpern eine Zunahme der Absorption im Blau bei unveränderter Lage der Mitte des Absorptionsstreifens oder ob nur ein einfaches Vorrücken des Absorptionsstreifens in der Richtung vom blauen zum rothen Ende des Spectrums stattfindet und ob in diesem letzteren Falle der Absorptionsstreifen im Roth eine Verschiebung in gleichem Sinne erleidet, muss vorläufig dahin gestellt bleiben. Im Resultat kommt es auf dasselbe hinaus, ob die Steigerung des Absorptionsvermögens, welche vom Blau ausgeht, in der einen oder der anderen Weise bewirkt wird. —

Unsere Aufgabe betrachten wir hierdurch als gelöst. Wir haben die bei den durchsichtigen festen Körpern beobachteten (positiven und negativen) Temperaturvariationen der Brechungsindices als eine Differenzwirkung zweier entgegengesetzt wirkenden Kräfte: Dichte und Absorptionsvermögen hingestellt, und glauben hierdurch für das Verhalten dieser Körper eine naturgemässe und ausreichende Erklärung gegeben zu haben.

Auch die *Veränderungen* der Temperaturvariationen der Brechungsindices mit der Temperatur, auf welche ich in der vorliegenden Untersuchung nur wenig Rücksicht genommen habe (s. p. 631, 633, 636 und 646), erklären sich auf eine ebenso ungezwungene Weise. Wenn das Absorptionsvermögen für höhere Temperaturen stärker wächst als für niedere, wie

oben für das Flintglas S. 57 angegeben ist, so wird bei unveränderlichem Ausdehnungscoefficienten der Substanz die beobachtete Temperaturvariation in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur dem Einfluss der Absorptionswirkung folgen. Aber auch die Ausdehnungscoefficienten zeigen in den untersuchten Fällen eine Zunahme derselben mit wachsender Temperatur. Diese Steigerung bedingt somit für sich allein das entgegengesetzte Verhalten von Δn . Bei dem Zusammenwirken ist es also mehr Sache des Zufalls, ob die Temperaturvariation mit der Temperatur zu oder abnimmt oder constant bleibt.

Nachträgliche Bemerkung. In einem während des Drucks dieser Arbeit erschienenen Aufsatz des Hrn. Rubens (diese Ann. Bd. 45. p. 238) sind für eine grössere Anzahl durchsichtiger Substanzen die Brechungsindices für ultraroth Strahlen mitgetheilt. Die nach einer sehr sinnreichen Methode ausgeführten Messungen sind zum Theil an Substanzen vorgenommen, die auch von mir untersucht wurden, nämlich: Steinsalz, Flussspath, Quarz und acht verschiedene Gläser aus dem Glastechnischen Laboratorium von Schott und Gen. Wir können deshalb bei denjenigen Substanzen, für welche nach den bisherigen Messungen die Neigungstangente der Refractionscurve nicht über das rothe Ende des sichtbaren Spectrums hinaus ermittelt werden konnte (Flussspath siehe oben Tabelle p. 650 und die Gläser *ibid*), unter Benutzung der Rubens'schen Angaben den Verlauf der Grösse $\tan \alpha$ noch ein gutes Stück in das Ultraroth hinein verfolgen.

In Anbetracht der Methode besitzen die Messungen natürlich nicht den gleichen Grad der Genauigkeit wie unsere mikrometrisch vorgenommenen Dispersionsbestimmungen, und es kommen in dem Verlauf der Neigungstangente Unregelmässigkeiten vor, die durch Beobachtungsfehler entstanden sind (vergl. die Anm. 1 p. 651). Diese Abweichungen lassen sich aber leicht graphisch ausgleichen und man kann dann der Zeichnung die bestimmten Wellenlängen zugehörigen Werthe entnehmen, wie in der folgenden Tabelle für Flussspath, ferner für das sog. schwerste Silicatifint S. 163 ($N_D = 1,8904$ $\nu = 22,3$), das mittlere Phosphat-Crown S. 179 ($N_D = 1.5620$ $\nu = 66,8$)

und das Borat-Crown S. 204 ($N_D = 1,5101$ $\nu = 59,0$) geschehen ist.

λ	Flussspath	Schwerstes Silicatflint S. 163 ähnlich S. 57	Mittleres Phos- phat-Crown S. 179 ähnlich S. 40	Borat-Crown S. 204 ähnlich S. 205
3,0	10^{-4} . 865	—	—	—
2,5	362	—	—	—
2,0	175	10^{-4} . 570	10^{-4} . 800	10^{-4} . 860
1,5	82	316	200	265
1,0	38	206	62	80
0,8	28	190	50	50
0,7	25	192	47	39
0,6	24	198	44	35
0,5	24	214	43	33.

Das Resultat der vorstehenden Tabelle entspricht vollständig unseren früheren Ausführungen. Man sieht, dass bei diesen Substanzen nicht allein ein sehr starkes Anwachsen der Neigungstangente jenseits des Roth stattfindet, auch die Zunahme selbst vollzieht sich je nach dem Grade der Durchlässigkeit für ultraroth Strahlen in verschiedener Weise, wie eine graphische Darstellung der sämmtlichen Werthe (als Abscissen λ , als Ordinate $\tan \alpha$) besonders anschaulich zu erkennen giebt. Die neuen Zahlen bestätigen insbesondere unsere frühere Angabe, dass die Phosphat- und Boratgläser eine viel stärkere Absorptionswirkung im Roth ausüben als die übrigen Gläser. Sie zeigen ferner, dass Flussspath zwar viel durchlässiger für ultraroth Strahlen ist als Quarz und die Gläser, aber doch eine bedeutend grössere Absorptionswirkung ausübt als Steinsalz. Die Reihenfolge, in welcher sich demnach die verschiedenen Körper nach dem Grade ihrer Durchlässigkeit für ultraroth Strahlen anordnen, ist folgende: Steinsalz, Flussspath, Flintglas, Quarz, Phosphat-Crown und Borat-Crown. Hiermit stimmen auch die Absorptionsmessungen des Hrn. Rubens (l. c. p. 258) im Wesentlichen überein.

Jena, Laboratorium der optischen Werkstätte von
Carl Zeiss, Febr. 1892.

Fig. 2.