SULLA RESISTENZA ALLA ROTTURA PER TRAZIONE NEL SALGEMMA;
PER A. SELLA E W. VOIGT.

Sull'argomento della presente Memoria esiste una ricerca di L. Sohnke ¹⁾, alla quale si deve riconoscere merito speciale; anche perchè è stata la prima in cui sia stata studiata in genere l'azione di forze meccaniche sopra corpi cristallini. Il Sohnke stesso non pretende di avere gettata piena luce sull'argomento e ci parve perciò interessante il riprenderne lo studio non fosse che a causa delle questioni rimaste dubbie. Inoltre avendo le esperienze di Kowalski ²⁾ mostrato che le condizioni, che regolano il fenomeno della rottura, non sono note nemmeno nel caso dei corpi isotropi, il Voigt nutriva la speranza che come lo studio sui cristalli gli aveva fornito il mezzo di dare piena spiegazione dei fenomeni di elasticità, quali hanno luogo nei corpi amorfi, lo stesso avesse ad avverarsi a proposito della resistenza alla rottura. E ci pare che le esperienze, che ora comunichiamo forniscano appunto un contributo in questo senso.

Sohnke rompeva per trazione longitudinale dei prismetti rettangolari di salgemma, le cui estremità venivano fissate in apposite montature. Affinchè la rottura non avvenisse entro queste ultime i prismetti venivano assottigliati colla lima nella parte mediana. La rottura avveniva d'ordinario secondo piani della sfaldatura cubica del salgemma; solo allorquando il tratto assottigliato era costituito da una lamina corta e sottile si ottenevano altre superficie di separazione; questi casi noi non considereremo presentemente.

Ecco i risultati numerici, a cui è giunto il Sohnke:

Asse del prisma normale ad una	Sezione q in mm. q.	Carica di rottura per ogni mm.q.
1) Faccia del cubo	$7,6 < q < 14,6$	35,0 (Loth prussiani)
2) Faccia del tetracisedraedro (210)	$3,2 < q < 6,46$	66,6
3) Faccia del rombododecaedro . .	$5,2 < q < 10,4$	69,7
4) Faccia dell'ottaedro	$2,2 < q < 5,15$	75,2

1) L. Sohnke, *Pogg. Ann.*, Vol. 137, p. 177, 1869.

2) Kowalski, *Wied. Ann.*, Vol. 36, p. 307, 1889.

È da notarsi che la serie [2] non fu ottenuta con prismi di sezione quadratica, ma bensì in cui la parte assottigliata aveva la forma di una corta lamina, larga da 4-6 mm. e profonda da 0,75-1,70 mm. Le singole misure, di cui i numeri riportati sono le medie, differiscono considerevolmente fra di loro, p. e. nelle tre ultime serie sino a quasi il 50 %.

Il Sohnke mette avanti l'ipotesi che la rottura sia regolata solo dalla componente della tensione in direzione normale alla superficie di rottura e ne deduce che così stando le cose la trazione massima $\overline{p}$, a cui resiste il salgemma in una data direzione, sia determinata dalla tensione massima $\overline{p}_0$ parallelamente ad una direzione normale ad una faccia del cubo (di sfaldatura) secondo la formola:

$$\overline{p} = \frac{\overline{p}_0}{\cos^2(a, c)}$$

in cui (a, c) significa l'angolo tra l'asse a del prisma e la normale c al piano di rottura, che è, come si disse, una faccia del cubo.

I valori teorici, che seguono da questa formola, se calcolati dalla 1ª serie, che fornisce per $\overline{p}_0$ il valore 35,0, sarebbero rispettivamente 43,8, 70,0 e 105; numeri che fecero sospettare all'autore che la sua ipotesi non fosse giustificata e che mostrano decisamente che con quelle esperienze la natura del fenomeno non era ancora stata messa in chiaro.

Volendo riprendere le esperienze del Sohnke era in primo luogo da considerarsi se e come fosse possibile di evitare le cause di errore più importanti inerenti al metodo da lui tenuto. La sorgente di errore più temibile sembra essere il pericolo segnalato dal Sohnke stesso che colla trazione esercitata non si produca soltanto una dilatazione longitudinale uniforme, ma insieme anche una flessione del prismetto. È facile farsi un'idea per via teorica dell'influenza di una trazione non rigorosamente centrica.

Coincida l'asse delle z coll'asse del prisma; $z = c_1$ e $z = c_2$ corrispondano a due sezioni da una parte e dall'altra della superficie di rottura. Allora per le tensioni molecolari che hanno luogo nel prisma $c_1 < z < c_2$ si potranno porre le relazioni:

$$X_x = Y_y = 0 \dots Z_z = \frac{1}{2} (f_1 x + f_2 y + f_3), \quad Y_z = Z_x = X_y = 0,$$

le quali soddisfano sia alle equazioni fondamentali, sia alle condizioni ai limiti dell'elasticità. Ricordando poi le equazioni generali

$$\begin{aligned} -x_x &= s_{11} X_x + s_{12} Y_y + s_{13} Z_z + s_{14} Y_z + s_{15} Z_x + s_{16} X_y, \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{aligned}$$

in cui le s_{hk} sono i moduli di elasticità della sostanza rispetto agli assi coordinati scelti, si trova:

$$\begin{aligned} x_x &= s_{11} (f_1 x + f_2 y + f_3), & y_z &= s_{43} (f_1 x + f_2 y + f_3) \\ y_y &= s_{22} (f_1 x + f_2 y + f_3), & z_x &= s_{53} (f_1 x + f_2 y + f_3) \\ z_z &= s_{33} (f_1 x + f_2 y + f_3), & x_y &= s_{63} (f_1 x + f_2 y + f_3). \end{aligned}$$

Il valore λ della dilatazione lineare nella direzione determinata dai coseni direttori α, β, γ si deduce allora in:

$$\lambda = (f_1 x + f_2 y + f_3)(\alpha^2 s_{11} + \beta^2 s_{22} + \gamma^2 s_{33} + \beta \gamma s_{43} + \gamma \alpha s_{53} + \alpha \beta s_{63}).$$

La grandezza totale Z della tensione agente sulla sezione q sarà:

$$Z = - \int Z_z dq$$

e per le coordinate ξ, η del punto, in cui si può immaginare applicata:

$$\xi Z = - \int Z_z x dq, \quad \eta Z = - \int Z_z y dq.$$

Se la sezione q è un rettangolo di lati $2a$ e $2b$ parallelamente agli assi delle x e delle y sarà $q = 4ab$, e

$$\begin{aligned} Z &= f_3 q, \\ \xi Z &= f_1 q \frac{a^2}{3}, & \eta Z &= f_2 q \frac{b^2}{3} \end{aligned}$$

ovvero:

$$f_1 = \frac{3 \xi f_3}{a^2}, \quad f_2 = \frac{3 \eta f_3}{b^2}.$$

Se ora si considera come causa determinante la rottura la tensione interna Z_z oppure una sua componente, la formola

$$-Z_z = \frac{Z}{q} \left(1 + \frac{3 \xi x}{a^2} + \frac{3 \eta y}{b^2} \right)$$

ci rappresenterà l'influenza di una posizione eccentrica del punto di applicazione di Z . In posizione centrica, $\xi = \eta = 0$, la tensione è costante lungo la sezione e vale Z/q , in posizione eccentrica essa sarà nei vertici $x = \pm a$, $y = \pm b$ maggiore di questa per la frazione

$$3 \left(\pm \frac{\xi}{a} \pm \frac{\eta}{b} \right).$$

E per la stessa frazione viene così diminuita la resistenza alla rottura, o la carica massima.

Si riconosce senz'altro che quest'eccentricità produce una sorgente d'errore enorme; se i lati $2a$ e $2b$ valgono ciascuno 2 mm., una eccentricità $\xi = \eta = 0,1$ mm. fornisce un errore di $\frac{3}{8}$ del valore totale. Ora un simile errore non poteva venire evitato nel metodo tenuto dal Sohnke.

Il calcolo conduce ad un risultato analogo, se invece della tensione si considera come causa determinante la rottura la dilatazione lineare in una certa qualsiasi direzione.

Prima cura doveva essere quindi di immaginare un apparecchio, mediante il quale venisse possibilmente assicurata una trazione centrica.

Ecco la disposizione ideata dal Voigt (Vedi la figura).

Venne dapprima costruita una spina di acciaio delle dimensioni laterali dei prismi di salgemma, che avevamo a disposizione e con questa vennero battuti entro due tacchi di ottone k, k due fori. Ai tacchi vennero poi saldate due robuste staffe di ottone b, b . I tacchi si infilavano sulla spina centrata sul tornio e così si poteva fare in a un foro il cui asse coincidesse coll'asse della spina; nel foro veniva poi adattata una vite di acciaio temperato la cui punta ad angolo ottuso cadeva così nell'asse dell'apertura rettangolare in k . Di queste montature ne vennero costruite parecchie, non essendo sempre i prismetti di sezione eguale. Ciascun prismetto veniva ora fissato mediante un mastice di cera

e colofonio in due montature eguali scelte in modo che le dimensioni si corrispondessero bene e poi si sospendeva tutto l'apparecchio facendo appoggiare l'estremità della vite superiore sul piano di una bacchetta di acciaio infilata nel foro della staffa e poi appoggiata su due solidi sostegni alle sue estremità. Sopra la vite inferiore si disponeva un'altra staffa di forma appropriata che sosteneva il piattello destinato a ricevere il peso di carica.

In questo modo si otteneva, nel modo più completo, che si possa realizzare praticamente, una trazione centrica e quindi una tensione omogenea del prisma lungo una sua sezione. La portata d'errore ancora presente non fu potuta determinare; in ogni caso i prismetti fortemente caricati presentavano esaminati con una lamina di mica in luce polarizzata una tinta completamente omogenea.

Maggior precisione si sarebbe potuto ottenere secondo la precedente formola col crescere la sezione. Ma si raggiungeva presto un limite per il fatto che col crescere della sezione cresceva pure la carica di rottura ed il mastice anche se molto ricco in colofonio non teneva più, quando la carica arrivava presso ai 20 Kilog.

Un mastice più duro avendo una temperatura di fusione più elevata avrebbe d'altra parte accresciuto il pericolo di rottura nei preparati cristallini, quando questi venivano infilati nelle montature a caldo. Per ciò ci siamo limitati generalmente a sezioni comprese fra 4 e 9 mm. q. ed a cariche al di sotto dei 12 Kilog.

Una seconda causa di errore sembra nelle esperienze del Sohne essere dovuta alla forma dei prismetti. Questa consisteva come si è detto, in un prisma più sottile fra due prismi terminali più spessi, che venivano fissati nelle montature. Ma con una simile forma era sempre improbabile che la tensione fosse distribuita uniformemente nella sezione di rottura, come presuppone la teoria; e ciò tanto più, quanto più corta è la parte mediana rispetto al suo spessore. Inoltre i prismetti venivano lavorati colla lima e quindi molto probabilmente erano ricoperti alla superficie di screpolature ed in diverso modo secondo l'orientazione; per le quali si poteva avere una rottura assai più facile anche se penetravano poco profondamente nell'interno. Il Voigt ha

immaginato di evitare questi due inconvenienti nel seguente modo.

I prismi venivano prima lisciati con fine smeriglio in forma prismatica regolare; si dava poi alle quattro faccie laterali una leggera concavità per mezzo di un cilindro di circa 20 cm. di diametro; cosicchè il prisma andava insensibilmente assottigliandosi verso il mezzo, come si vede dalla figura di sopra. Si poteva poi riconoscere che le concavità erano egualmente profonde ed egualmente disposte dalle quattro parti, se le loro linee di limitazione laterali si chiudevano all'ingiro. A queste parti concave si dava una fine politura per potere riconoscere eventuali inomogeneità o difetti superficiali.

Nei prismetti dapprima costruiti (I Nr. 1-6, IV, V, VI, VII, VIII, IX) le concavità erano lunghe circa 20 mm. e profonde 0,5 mm.; siccome però in questi la rottura avveniva quasi sempre presso la parte più sottile al mezzo, nei prismetti ordinati posteriormente le concavità si fecero, per maggior facilità di lavorazione, lunghe solo 12 mm. e profonde 0,15 mm.; questo minore assottigliamento si è però mostrato in alcuni casi come insufficiente; almeno la rottura avveniva adesso soventi al limite della concavità.

I prismi così lavorati ci vennero forniti dalla ditta Steeg e Reuter; e si può dire che i loro preparati non lasciavano nulla a desiderare, tantochè siamo certi di avere raggiunto il possibile anche per quanto riguarda il materiale da studio.

La carica di trazione si otteneva col fare effluire lentamente del mercurio da un tubetto, piegato orizzontalmente nell'ultimo tratto per evitare un urto verticale dovuto alla velocità del mercurio, in un recipiente di vetro posto nel piattello di carica. All'istante della rottura si interrompeva con un robinetto l'efflusso del mercurio. Per evitare l'influenza possibile di una carica prolungata si poneva dal bel principio sul piattello un peso iniziale tale che l'esperienza durasse solo alcuni minuti; entro questi limiti non si potè constatare alcuna influenza di una durata di carica variabile.

Mediante queste disposizioni e queste precauzioni potemmo migliorare notevolmente la concordanza delle misure senza raggiungere per altro neanche lontanamente quel grado che si ottiene per solito nelle misure fisiche, per esempio nelle misure di ela-

sticità. È facile comprenderne la ragione. Nelle ultime la grandezza che si misura, p. e. la saetta di un'asta piegata è il risultato dell'azione complessiva regolare di *tutte* le parti del corpo deformato, talchè inomogeneità locali, piccole screpolature si fanno appena sentire. Invece nelle ricerche di tenacità, questi ultimi difetti sono appunto i fattori decisivi, perchè la rottura comincia appunto in un punto più debole per propagarsi poi a tutto il resto; che così avvenga lo si deduce anche dal fatto che per lo più la rottura non avviene nella parte più sottile e quindi più fortemente stirata, ma bensì in posizione talora sensibilmente discosta. Difficile è decidere se questi punti deboli sono proprii del materiale naturale o se si sono prodotti in seguito alla lavorazione; è però degno di nota il fatto che le serie meno concordanti vennero ottenute in prismetti, che non mostravano superficie di sfaldatura rigorosamente piane e che più volte quei prismetti, che prima di essere sottoposti all'esperimento venivano notati come sospetti a causa di piccole cavità sulla superficie pulita, sopportavano poi una carica specialmente bassa.

Le nostre ricerche si complicarono presto in modo straordinario a causa di una circostanza, la cui scoperta noi consideriamo come il risultato più importante del nostro lavoro.

Le nostre misure hanno infatti sicuramente mostrato che la resistenza alla rottura di un prisma rettangolare di una sostanza cristallina non dipende soltanto dall'orientazione cristallografica dell'asse del prisma, parallelamente al quale si esercita la trazione, ma anche in misura molto elevata dalla orientazione delle faccie laterali.

La complicazione risultante da questo fatto che non solo abbatte l'ipotesi sopracitata del Sohnke ma conferisce anche all'intero problema una portata teorica di gran lunga maggiore richiede una numerosa serie di misure per mostrare almeno la regolarità del fenomeno, ma nemmeno le 13 diverse orientazioni studiate possono dare alcun elemento definitivo per una spiegazione completa. Probabilmente questa si potrà ottenere soltanto coll'accoppiare considerazioni teoretiche alle misure; noi presentiamo i risultati ottenuti come un materiale per saggiare una possibile teoria avvenire. Le seguenti tabelle contengono dapprima brevemente le indicazioni della natura di ciascuna serie di prismetti ed una

rappresentazione geometrica della loro orientazione in proiezione sferica. I due diametri ortogonali ed il cerchio rappresentano rispettivamente i tre piani coordinati (piani di simmetria e di sfaldatura cubica del salgemma): onde i punti d'incontro dei diametri e del cerchio rappresentano i punti in cui gli assi cioè gli spigoli del cubo di sfaldatura feriscono la sfera; la direzione dell'asse del prisma, lungo cui veniva esercitata la trazione venne contrassegnata con un punto circondato da un cerchietto e quella delle normali alle facce laterali con crocette. Così un semplice sguardo alla figura dà subito un'idea chiara delle rispettive orientazioni delle facce dei prismetti rispetto al cubo di sfaldatura del salgemma.

Le singole misure vengono riportate nell'ordine in cui furono ottenute; di ogni prismetto vengono date le dimensioni laterali, in mm. poi, la sezione q . in mm.q., la carica di rottura $\overline{P}$ in gr. e finalmente la carica di rottura unitaria (per unità di sezione) $\overline{p} = \overline{P}/q$. Le dimensioni furono misurate non presso la rottura, ma bensì nella sezione *minima*, cioè sul mezzo. Che logicamente si debba fare così appare chiaro, ove si rifletta che se la rottura ebbe luogo in posizione discosta dalla sezione più piccola, ciò può essere avvenuto solo grazie all'esistenza nel materiale di un punto difettoso, più debole e che in ogni caso si deve ammettere che la sezione più piccola ha sopportata una trazione $\overline{p} = \overline{P}/q$ senza che ivi si avesse rottura, che cioè $\overline{p}$ rappresenta un limite inferiore.

Siccome la concordanza dei valori trovati di $\overline{p}$ non è in generale notevole, i numeri comunicati vennero arrotondati sino a 3 cifre. La maggior parte delle misure venne eseguita dal sig. Sella.

Fig. 1.

Trazione parallela ad un asse (spigolo del cubo di sfaldatura); le normali alle facce laterali parallele agli altri due assi. Orientazione dei preparati buona. Rottura secondo una superficie di sfaldatura piana e splendente.

Nr.	q	$\overline{P}$	$\overline{p}$	Rottura
1)	$2,25 \times 2,40 = 5,39$	3280	608	ca. 0,5 mm. dal mezzo
2)	$2,27 \times 2,39 = 5,43$	3050	562	1
3)	$2,24 \times 2,40 = 5,36$	3070	572	0,5
4)	$2,21 \times 2,38 = 5,27$	3080	584	0,6
6)	$2,25 \times 2,39 = 5,38$	3060	568	0,7
7)	$2,93 \times 3,06 = 8,95$	5120	566	2,5
9)	$2,94 \times 3,06 = 9,08$	5300	588	quasi centrica
10)	$2,95 \times 3,06 = 9,03$	4840	537	»
11)	$2,93 \times 3,06 = 8,98$	4990	556	1 mm. dal mezzo

Valore medio $\overline{p} = 571$

Venne escluso il Nr. 5) che fornì $\overline{p} = 529$ per $q = 5,39$, perchè era stato fissato in montature troppo larghe e perciò era male centrato; il Nr. 8) con $q = 9,05$ e $\overline{p} = 523$, perchè presentava sulla metà di una faccia laterale una cavità piuttosto grossa; il Nr. 12) con $q = 8,98$, $\overline{p} = 500$ a causa di una superficie di rottura irregolare, che tradiva una inomogeneità della sostanza cristallina in quel punto. In generale i prismetti più spessi, provenienti da un altro pezzo di salgemma, mostravano piccoli difetti, cioè piccoli pori sulle faccie e delle smarginature negli spigoli.

(Continua).

R I V I S T A

SUNTI di A. STEFANINI.

Wied. Ann. d. Phys. u. Chem. Vol. XLVI, 1892.

P. DRUDE. *Sui fenomeni magneto-ottici*. — In una estesa memoria, che non è possibile riassumer brevemente, l'A. esamina le spiegazioni fin qui proposte per i fenomeni magneto-ottici e trova che quelle che si servono di una sola costante magneto-ottica non sono d'accordo con i risultati sperimentali. Partendo da una estensione delle equazioni cui conduce la teoria elettromagnetica della luce, egli espone poi un nuovo sistema che è in ogni sua particolarità confermato dall'esperienze fatte nella luce riflessa, e che conduce ad una costante magneto-ottica di valore prossimamente uguale a quello che si ha per la luce trasmessa.