I. Orthogonale Projection krystallographischer Axensysteme.

Von

Stanislaus Jolles in Charlottenburg-Berlin.

(Hierzu Taf. I—V.)

a. Orthogonale Projection der Axensysteme der Einzelkrystalle.

1. Der orthogonalen Projection der Krystalle liegt zumeist die ihrer krystallographischen Axensysteme zu Grunde. Bei ihr leitet man fast immer zuerst eine mehr oder minder einfache Projection des regulären Axensystems ab, um mit deren Hülfe zu der der anderen krystallographischen Axensysteme zu gelangen. Mohs, Naumann und v. Lang können als hauptsächliche Begründer dieses Principes gelten, ihre Abbildungen krystallographischer Axensysteme werden noch heute zu den meisten Krystallzeichnungen ohne Weiteres benutzt, gleichgültig, ob sie den Habitus des Originals wiederzugeben gestatten oder nicht. Ja oftmals betrachtet sie sogar der Zeichner als Recepte, mit deren wissenschaftlicher Herleitung er es für überflüssig hält, sich zu beschäftigen. Aber selbst wenn ihm diese verständlich, so verhilft sie doch häufig nicht gleich zu einer günstigen Aenderung des in Frage kommenden Schemas. Die gewonnenen Resultate können nämlich als Frucht analytischer Ueberlegungen — und gerade solche hat man in neuerer Zeit als Stütze dieser Abbildungsmethode verwendet — verlangen ein und dieselbe Rechnung mehrmals durchzuführen, bis sie eine passende Projection des Axensystems liefern, oder sie können als Frucht complicirter constructiver Kunstgriffe von vornherein gar nicht oder nur schwer erkennen lassen, wie jene überhaupt zu liegen kommt, und so ebenfalls Anlass zu lästigen Wiederholungen geben. Vor Allem tritt letzterer Uebelstand beim Zeichnen monokliner und trikliner Krystalle hervor, bei ihnen wird, wie schon oben gesagt, das zugehörige Axensystem auf ein reguläres bezogen, und erst dieses und dann jenes abgebildet. Ob die auf solch indirectem Wege erhaltene Projection des Axensystems zu guter letzt sich

brauchbar für die Wiedergabe des gerade in Frage kommenden Krystalles erweist, dürfte vor Ausführung der Construction selbst geübteren Zeichnern schwer sein zu entscheiden.

All' diese Mängel würden weniger in's Gewicht fallen, wenn trotz ihrer von den einfachsten Methoden der orthogonalen Projection auch nur der allerbescheidenste Gebrauch gemacht würde. Man wäre dann im Stande, nicht nur den leitenden Gedanken der auszuführenden Construction zu beherrschen, sondern sich gegebenen Falles auch weiter zu helfen, ohne erst auf gut Glück mit einem anderen Recepte sein Heil zu versuchen. Das Verständniss aller möglichen Formeln nützt eben wenig, wenn man mit den Mitteln der zugehörigen Projectionsmethode nicht vertraut ist. Vor Allem sollten dies die Studirenden beherzigen, ehe sie sich eingehend mit der Krystallographie zu beschäftigen beginnen, sie würden dann nicht nur in der Lage sein, die Projectionen von Krystallen gleich anfangs zu entwerfen, sondern mit ihrem durch die darstellende Geometrie gekräftigtem Vorstellungsvermögen auch sich deren Studium möglichst erleichtern.

Die oben als umständlich und unzweckmässig gerügte Projectionsmethode der triklinen Axensysteme veranlasst, sie durch eine äusserst einfache, leicht verständliche zu ersetzen. Auf sie gestützt gelingt es, jene Axensysteme in Gruppen zu theilen, die auf gleiche Weise projectirt werden müssen, soll das auf Grund ihrer Projectionen entworfene Bild der zugehörigen Krystalle sich übersichtlich gestalten. Da die übrigen dreiaxigen krystallographischen Axensysteme als besondere Fälle der triklinen angesehen werden können, so sind ihre Projectionen mit denen jener zusammen erledigt, es ist nur zu entscheiden, zu welcher Gruppe trikliner Axensysteme sie zu rechnen sind, um das für diese gefundene Verfahren auf sie anzuwenden. Ohne Kenntniss der Wege, die stets zu brauchbaren Projectionen aller krystallographischen Axensysteme führen, können keine Regeln zur deutlichen Abbildung der beiden Individuen eines Zwillings entwickelt werden, und so schliesst sich, ehe hierzu übergegangen wird, an Obiges eine Besprechung von Methoden zur zweckmässigen Projection des hexagonalen Axensystems; sie bedarf nunmehr nur weniger Worte.

2. Während die orthogonale Projection der Einzelkrystalle sich mannigfach besprochen findet, ist die der Zwillinge fast ganz vernachlässigt worden. Wie schon hervorgehoben, stützt sie sich auf eine zweckmässige Abbildung der krystallographischen Axensysteme der beiden Individuen, aus denen der Zwilling besteht oder kurz gesagt, der Axensysteme des Zwillings, und da ergiebt sich ganz von selbst die Trennung der Zwillinge in zwei Kategorien, nämlich in solche, wo jene beiden Axensysteme, wie man sich auszudrücken pflegt, in paralleler, und in solche, wo sie sich in nicht paralleler Stellung befinden. Mit Rücksicht hierauf werden im Folgenden die Zwillinge der ersteren Art, die bekannten Ergänzungszwillinge, oft Zwillinge mit paral-

lelen, die der letzteren Zwillinge mit nicht parallelen Axen genannt. Nun dienen freilich die nämlichen Methoden zum Projiciren der Axen eines Einzelkrystalles, wie der der Zwillinge mit parallelen Axen, aber zum Projiciren der in nicht paralleler Lage befindlichen Axensysteme der Zwillinge zweiter Art genügen sie im Allgemeinen nicht; sie bedürfen also weiteren Ausbaues, sollen auch diese durch sie dargestellt werden können. So viel mir bekannt, giebt nur v. Lang in § 84 seines Lehrbuches der Krystallographie Regeln zur orthogonalen Projection solcher Axensysteme eines regulären Zwillinges, kurz darauf hinweisend, wie sie mittelst eines regulären Hilfsaxensystemes auch für die Axensysteme von Zwillingen der gleichen Kategorie anderer Systeme verwerthet werden können. Alle jene Bedenken, welche schon bei der Projection der Axensysteme von Einzelkrystallen gegen diese Hilfsaxensysteme erhoben wurden, gelten im verstärkten Maasse, wenn letztere bei der Projection der Axensysteme von Zwillingen mit nicht parallelen Axen benutzt werden sollen. Berücksichtigt man dabei noch, dass im monoklinen und vor Allem im triklinen Systeme derartige Zwillingbildungen nach den verschiedenartigsten Gesetzen auftreten, so erweist es sich als eine Nothwendigkeit einfache, directe Methoden zur Projection ihrer Axensysteme zu suchen, statt auf indirectem Wege oft mühsam zu ihr zu gelangen.

Bei einem Zwillinge mit nicht parallelen Axen kann stets das Axensystem des einen Individuums in solche Lage gebracht werden, dass es durch eine halbe Drehung um die Zwillingssaxe in das des anderen übergeht. Dieser Satz bietet das Mittel, die Projectionen der Axensysteme der Einzelkrystalle und Zwillinge in übersichtlicher Weise systematisch mit einander zu verknüpfen und die dort massgebenden Gesichtspunkte auch hier zu verwerthen. Sowohl bei den Einzelkrystallen wie bei den Zwillingen sind nur die Projectionen trikliner, monokliner, rhombischer und hexagonaler Axensysteme behandelt, da die der tetragonalen und regulären ohne Weiteres aus denen der rhombischen ableitbar sind. Um die praktische Verwerthbarkeit der angegebenen Methoden zu illustriren, sind den Projectionen der einzelnen Axensysteme Bilder von Krystallen beigelegt, deren eingezeichnete Axensysteme nach den abgeleiteten Regeln entworfen worden sind. Nur in wenigen Fällen mangelten mir leider passende Beispiele, und Zeichnungen Anderer durften gerade im vorliegenden Falle nicht als Vorlage benutzt werden.

Orthogonale Projection trikliner Axensysteme.

3. Ein triklinen Axensystem $\mathbf{T}$ ist durch seine geometrischen Constanten $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$, bestimmt; a, b, c sind die Axeneinheiten d. h. diejenigen Strecken, die vom Anfangspunkte O von $\mathbf{T}$ und den Schnittpunkten A, B, C der Einheitsene auf den positiven Halbaxen $+X, +Y, +Z$ begrenzt werden,

α , β , γ die Winkel $(+Y, +Z)$, $(+Z, +X)$, $(+X, +Y)$. Ein solches Axensystem wird am einfachsten projecirt, wenn seine Fläche (400) mit der Verticalebene zusammenfällt und hierbei die Z-Axe senkrecht zur Projectionsaxe p steht.

In Fig. 4, Taf. I, liegt das Axensystem **T** mit der Fläche *COB* in dieser Weise auf der Verticalebene, die Projectionen von *O*, *B*, *C* sind also bekannt und es sind nur noch die von *A* zu suchen. Zu diesem Zwecke werden die Flächen *BOA* und *COA* solange um die *Y*- und *Z*-Axe gedreht, bis sie als $B_2O_2A^*$, $C_2O_2A^{**}$ auf die Verticalebene zu liegen kommen. Hierbei beschreibt *A* in beiden Fällen Kreise, deren Ebenen senkrecht zur *Y*- und *Z*-Axe stehen, und deren Verticalprojectionen folglich in die Schnittgeraden jener Ebenen mit der Verticalebene fallen. Letztere wiederum schneiden sich in A_2 , der Verticalprojection von *A*; seine Horizontalprojectiön A_1 liegt auf einem um O_1 beschriebenen Kreise, dessen Radius gleich ist dem Abstände des Punktes *A* von der *Z*-Axe. $O_1(A_1 B_1 C_1)$ ist demnach die Horizontal-, $O_2(A_2 B_2 C_2)$ die Verticalprojection von **T**.

Die Verticalprojection des Axensystemes des Chalkantit (Kupfervitriol) von Cornwall ist nach dieser Methode gezeichnet und mit ihrer Hülfe der Krystall selbst abgebildet (Fig. 4a). Für ihn ist:

$$\begin{aligned} a &= 0,566, & b &= 1, & c &= 0,550, \\ \alpha &= 97^\circ 39', & \beta &= 106^\circ 49', & \gamma &= 77^\circ 37'. \end{aligned}$$

$$b = (0\bar{1}0), p' = (1\bar{1}0), a = (100), p = (110), o = (1\bar{1}\bar{1}), q = (0\bar{1}1), s = (1\bar{2}\bar{1}).$$

Wie beim Chalkantit, so wollen wir uns auch wie üblich bei den übrigen Krystallen mit ihrer Verticalprojection begnügen, daher müssen wir zuvörderst die Frage beantworten, ob die soeben angegebene Methode zur Verticalprojection eines triklinen Axensystemes ohne Weiteres bei der Abbildung eines jeden triklinen Krystalles verwerthet werden kann. — Wären von den Constanten des Axensystems **T** die Winkel α und γ nahezu je 90° , während β sich hiervon auffällig unterschiede, so würde das mit Hülfe der Verticalprojection von **T** entworfene Bild des Krystalles ihn im Allgemeinen viel zu breit im Verhältnisse zu seiner Dicke erscheinen lassen, sein Habitus — und das verlangen wir gerade — würde also durch die Zeichnung nicht wiedergegeben werden. Das Gleiche würde eintreten, wenn umgekehrt α und β nahezu je 90° wären und γ sich hiervon auffällig unterschiede, nur würde im ersteren Falle besonders das etwa vorhandene Brachypinakoid, im letzteren die Basis unverhältnissmässig wenig in der Zeichnung zur Geltung kommen. Dass endlich die erhaltene Projection von **T** sich nicht zur Zeichnung eines Krystalles verwenden lässt, für den α , β und γ nahezu 90° sind, bedarf nunmehr keiner weiteren Auseinandersetzung. Wir müssen also in jedem einzelnen Falle darauf bedacht sein, obiges Verfahren so weiter zu bilden, dass die mit seiner Hülfe gewonnene Verticalprojection

trikliner Axensysteme zu einer brauchbaren Abbildung der zugehörigen Krystalle benutzt werden kann.

4. Ist α und γ nahezu je 90° und β hiervon auffällig verschieden, so lässt sich eine passende Verticalprojection des Axensystemes **T** aus seinen beiden Projectionen $O_1(A_1B_1C_1)$, $O_2(A_2B_2C_2)$ dadurch ableiten, dass man **T** eine Drehung um die *Z*-Axe ertheilt und dann von Neuem seine Projectionen $O_1(A_1'B_1'C_1')$, $O_2(A_2'B_2'C_2')$ bestimmt (Fig. 2). Natürlich wird hier, wie auch später neben der gewünschten Verticalprojection $O_2(A_2'B_2'C_2')$ auch die zugehörige Horizontalprojection $O_1(A_1'B_1'C_1')$ von **T** eingezeichnet, um stets in der Lage zu sein, auch die Horizontalprojection des in Frage kommenden Krystalles zu entwerfen. Im Allgemeinen genügt es so lange zu drehen, bis die Fläche (100) mit der Verticalebene einen Winkel von beiläufig 45° einschliesst, wobei es gleichgültig ist, ob hierbei die $+Y$ -Axe vor oder hinter die Verticalebene fällt.

Beispiel. Periklin vom Pfitschthal (Fig. 2a).

$P = (001)$, $l = (110)$, $T = (1\bar{1}0)$, $x = (10\bar{1})$, $M = (010)$, $r = (40\bar{3})$, $o = (11\bar{1})$.

Die in der Zeichnung verwendeten Constanten sind:

$$\begin{array}{lll} a = 0,639 & b = 1, & c = 0,559, \\ \alpha = 93^\circ 19', & \beta = 116^\circ 52', & \gamma = 89^\circ 13'. \end{array}$$

Ist α und β nahezu je 90° und γ hiervon auffällig verschieden, so ist nunmehr der Weg, um zu einer brauchbaren Verticalprojection des Axensystemes **T** zu gelangen, klar vorgeschrieben. Während nämlich im vorhergehenden Falle mit Rücksicht auf eine deutliche Darstellung des Brachypinakoids das Axensystem **T** aus seiner Anfangslage $O_1(A_1B_1C_1)$, $O_2(A_2B_2C_2)$ durch eine Drehung um die *Z*-Axe entfernt wurde, bestimmt jetzt die gleiche Rücksicht auf die Basis, das Axensystem **T** aus der Anfangsstellung durch eine Drehung um eine Gerade *d*, die in der Verticalebene liegt, und in *O* auf der *Z*-Axe senkrecht steht, in eine passende Lage zur Verticalebene zu stellen (Fig. 3), ehe seine Projectionen $O_1(A_1''B_1''C_1'')$, $O_2(A_2''B_2''C_2'')$ ermittelt werden. Der allgemein üblichen Darstellung der Krystalle wegen muss sich hierbei die $+Z$ -Axe auf den Beschauer zu bewegen, und zwar erhält man im Allgemeinen eine brauchbare Verticalprojection, wenn man so lange dreht, bis wieder die Fläche (100) mit der Verticalebene einen Winkel von beiläufig 45° einschliesst.

Beispiel. Axinit (Fig. 3a).

$p = (1\bar{1}0)$, $a = (100)$, $u = (110)$, $x = (111)$, $r = (1\bar{1}1)$, $s = (201)$.

Die in der Zeichnung verwendeten Constanten sind:

$$\begin{array}{lll} a = 0,493, & b = 1, & c = 0,451, \\ \alpha = 82^\circ 54', & \beta = 88^\circ 9', & \gamma = 131^\circ 33'. \end{array}$$

Sind endlich β und γ nahezu je 90° , so führt natürlich die successive Anwendung der beiden letzten Methoden zum Ziele. Ganz wie dort ange-

geben wird zuerst das Axensystem **T** durch eine Drehung um die *Z*-Axe aus seiner Anfangslage $O_1(A_1B_1C_1)$, $O_2(A_2B_2C_2)$ in die Lage $O_1(A_1'B_1'C_1')$, $O_2(A_2'B_2'C_2')$ und dann durch eine solche um die Gerade *d* in die Lage $O_1(A_1''B_1''C_1'')$, $O_2(A_2''B_2''C_2'')$ übergeführt (Fig. 4).

Beispiel. Sassolin (Fig. 4a).

$$c = (004), o = (114), o' = (1\bar{1}4), o'' = (\bar{1}\bar{1}4), o''' = (\bar{1}14), p = (110), \\ p' = (1\bar{1}0), q = (044), q' = (0\bar{1}4), b = (040).$$

Die in der Zeichnung verwendeten Constanten sind:

$$a = 0,577, \quad b = 1, \quad c = 0,533, \\ \alpha = 404^\circ 25', \quad \beta = 92^\circ 30', \quad \gamma = 89^\circ 49'.$$

Orthogonale Projection monokliner und rhombischer Axensysteme.

5. Die drei letzten für die Projection trikliner Axensysteme abgeleiteten Methoden sind auch da zu verwenden, wo α und γ oder alle drei Winkel zu 90° werden. Für die monoklinen Axensysteme ist α und γ gleich 90° , bei ihnen ist also nur noch darauf zu achten, ob β sich auffällig von einem Rechten unterscheidet oder nicht. Im ersteren Falle führt die erste, im letzteren die dritte Methode des Abschnittes 4 zu einer brauchbaren Verticalprojection des Axensystemes. In Fig. 5 ist nach jener durch Drehung des monoklinen Axensystemes **M** um die *Z*-Axe aus der Anfangslage $O_1(A_1B_1C_1)$, $O_2(A_2B_2C_2)$ die neue Lage $O_1(A_1'B_1'C_1')$, $O_2(A_2'B_2'C_2')$ gewonnen worden, in Fig. 6 aus derselben Anfangslage nach dieser erst durch Drehung um die *Z*-Axe $O_1(A_1'B_1'C_1')$, $O_2(A_2'B_2'C_2')$ und dann durch Drehung um die Axe *d* die Endlage $O_1(A_1''B_1''C_1'')$, $O_2(A_2''B_2''C_2'')$.

Zu den monoklinen Krystallen, bei denen β auffällig von 90° abweicht, gehört der Orthoklas von S. Piero auf Elba (Fig. 5a).

$$M = (040), T = (110), P = (004), x = (10\bar{1}), y = (20\bar{1}), o = (11\bar{1}), \\ a = 0,658, \quad b = 1, \quad c = 0,555, \quad \beta = 116^\circ 3'.$$

Zum Repräsentanten jener Classe hingegen, bei der β nahezu 90° ist, wurde der Titanit aus den Alpen (Fig. 6a) gewählt, trotzdem $\beta = 94^\circ 38'$ ist, weil es bei ihm gerade darauf ankommt, bei der Abbildung auch die Basis genügend zum Ausdruck zu bringen. Die in der Zeichnung auftretenden Flächen sind:

$$l = (110), \quad x = (10\bar{2}), \quad y = (10\bar{1}), \quad P = (004),$$

die in ihr verwendeten Constanten:

$$a = 0,427, \quad b = 1, \quad c = 0,658, \quad \beta = 94^\circ 38'.$$

Bei den rhombischen Axensystemen ist endlich auch noch $\beta = 90^\circ$ und somit werden sie mit Hülfe der dritten Methode des Abschnittes 4 projectirt. Wieder wird also aus der Anfangslage $O_1(A_1B_1C_1)$, $O_2(A_2B_2C_2)$ eines rhombischen Axensystemes **R** (Fig. 7) durch eine Drehung um die *Z*-Axe die

Zwischenlage $O_1(A_1'B_1'C_1')$, $O_2(A_2'B_2'C_2')$ und aus dieser durch Drehung um die Axe d zur Endlage $O_1(A_1''B_1''C_1'')$, $O_2(A_2''B_2''C_2'')$ übergegangen.

Beispiel. Schwefel von Girgenti (Fig. 7a).

$$P = (111), \quad n = (011), \quad s = (113), \quad c = (001).$$

Die in der Zeichnung verwendeten Constanten sind:

$$a = 0,813, \quad b = 1, \quad c = 1,904.$$

Orthogonale Projection hexagonaler Axensysteme.

6. Ein hexagonales Axensystem ist bestimmt, sobald die zur Hauptaxe Z gehörige Axeneinheit c bekannt ist. Tragen wir von seinem Anfangspunkte O aus auf der Hauptaxe Z und den Nebenaxen A_1 , A_2 , A_3 die zugehörigen Axeneinheiten OC , OH , OI , OK auf, so müssen die drei letzteren Strecken einander gleich sein. Wie bei der Projection trikliner Axensysteme, so gehen wir auch bei der hexagonalen von einer Grundstellung derselben aus, bei der ein Hauptschnitt und zwar die Fläche $(10\bar{1}0)$ mit der Verticalebene zusammenfällt, während die Hauptaxe Z senkrecht zur Projectionsaxe p steht. Die durch diese Grundstellung bestimmte Verticalprojection $O_2(H_2I_2\bar{K}_2C_2)$ eines hexagonalen Axensystemes **H** kann, da H_2 , I_2 , $\bar{K}_2$ sich hierbei als Punkte von A_2 ergeben, nicht zu einer übersichtlichen Darstellung des zugehörigen Krystalles verwerthet werden, und so liegt es nahe wie bei den triklinen Krystallen auch hier das Axensystem durch eine Drehung um eine Axe d , die in der Verticalebene liegt und in O auf der Z -Axe senkrecht steht, in eine neue Stellung $O_1(H_1'I_1'\bar{K}_1'C_1')$, $O_2(H_2'I_2'\bar{K}_2'C_2')$ überzuführen (Fig. 8), bei deren Verticalprojection dieser Missstand in Wegfall zu kommen scheint. Vorausgesetzt wird hierbei wieder, dass der positive Theil der Z -Axe sich auf den Beschauer zu bewegt. Aber auch diese Abbildung leistet nicht das Geforderte, da das mit ihrer Hülfe entworfene Bild in den meisten Fällen den Habitus des Krystalles nicht wiederzugeben gestattet. Die im Winkelraume $(A_1, \bar{A}_3)$ gelegene Zwischenaxe erleidet nämlich eine derartige Verkürzung, dass nach seiner Verticalprojection der Krystall oft zu dünn im Verhältniss zu seiner Breite erscheinen wird. Recht deutlich zeigt Fig. 8a dieses Missverhältniss, sie stellt eine mit einer solchen Abbildung seines Axensystemes entworfene Zeichnung des Calcites von Maxen dar, für ihn ist $c = 0,854$, $f = (02\bar{2}1)$, $r = (10\bar{1}1)$.

Um also stets brauchbare Bilder hexagonaler Krystalle zu erhalten, empfiehlt es sich daher, aus der Grundstellung $O_1(H_1I_1\bar{K}_1C_1)$, $O_2(H_2I_2\bar{K}_2C_2)$ zunächst wieder das Axensystem **H** durch eine Drehung um die Z -Axe in eine Zwischenstellung $O_1(H_1'I_1'\bar{K}_1'C_1')$, $O_2(H_2'I_2'\bar{K}_2'C_2')$ überzuführen und aus dieser wie in Fig. 9 Taf. II durch eine Drehung um die Axe d die Endstellung $O_1(H_1''I_1''\bar{K}_1''C_1'')$, $O_2(H_2''I_2''\bar{K}_2''C_2'')$ abzuleiten. Die Grösse beider Drehungen hängt natürlich von dem Habitus des abzubildenden Krystalles ab

doch dürften im Allgemeinen nur Drehungswinkel in Frage kommen, die nicht grösser, als 20° sind. Als Beispiel dient einerseits wieder ein Bild des Calcites von Maxen (Fig. 9 a), das nunmehr gestattet, den Habitus des Krystalles unmittelbar aus der Zeichnung zu entnehmen, andererseits ein solches des Nephelin vom Vesuv (Fig. 9 b). Für ihn ist: $c = 0,839$, $m = (10\bar{1}0)$, $b = (11\bar{2}0)$, $c = (0001)$, $x = (10\bar{1}1)$.

b. Orthogonale Projection der Axensysteme von Zwillingen.

7. Wie schon in der Einleitung hervorgehoben wurde, sind die Axensysteme der Zwillinge mit parallelen Axen nach denselben Regeln zu projectiren, wie die der Einzelkrystalle; mit der Projection dieser ist also auch die jener erledigt. Die Axensysteme von Zwillingen mit nicht parallelen Axen hingegen erfordern zu ihrer Abbildung eine Erweiterung jener Projectionsmethoden und zwar ist hierbei wohl zu unterscheiden, ob wir es mit Zwillingen zu thun haben, die symmetrisch zu einer ihrer Flächen oder Kanten liegen.

Orthogonale Projection der Axensysteme trikliner Zwillinge.

Zwillingsebene (010).

8. Aus der Anfangsstellung $O_1(A_1B_1C_1)$, $O_2(A_2B_2C_2)$ des Axensystemes **T** des einen Individuums eines triklinen Zwillinges wird durch eine halbe Umdrehung um die Zwillingssaxe n die Anfangsstellung $O_1(\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1)$, $O_2(\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2)$ des Axensystemes **Z** des anderen abgeleitet, wobei stets der Anfangspunkt O ein Punkt der Zwillingssaxe sein soll. Da hier (010) Zwillingsebene (Fig. 10) ist, so steht n senkrecht auf OA und OC und folglich läuft n_2 parallel zur Projectiionsaxe p , während n_1 mit O_1A_1 einen rechten Winkel bildet. n steht ferner im Mittelpunkte S der Strecke $B\mathfrak{B}$ auf ihr senkrecht, n_1 also in S_1 auf $B_1\mathfrak{B}_1$; durch S_1 und $\mathfrak{B}_1$ sind S_2 und $\mathfrak{B}_2$ bestimmt. $\mathfrak{C}$ fällt mit $\bar{C}$, $\mathfrak{A}$ mit $\bar{A}$ zusammen.

Im Allgemeinen ist die soeben gefundene Verticalprojection des Axensystemes eines Zwillinges nicht unmittelbar zu verwerthen, vielmehr muss sehr häufig erst das Axensystem von der Anfangsstellung aus durch Drehung um eine oder gar zwei Axen in eine neue Stellung übergeführt werden, ehe eine passende Verticalprojection desselben erlangt wird. Zu diesen Axen wählen wir wieder die Z -Axe und eine Axe d , welche in der Verticalebene liegt und in O auf der Z -Axe senkrecht steht; somit können diejenigen Methoden, welche uns lehrten aus der Anfangsstellung $O_1(A_1B_1C_1)$, $O_2(A_2B_2C_2)$ die Stellungen $O_1(A_1'B_1'C_1')$, $O_2(A_2'B_2'C_2')$ resp. $O_1(A_1''B_1''C_1'')$, $O_2(A_2''B_2''C_2'')$ abzuleiten, ohne Weiteres auch dazu verwendet werden, aus der entsprechenden Anfangsstellung des Axensystemes eines Zwillinges die entsprechenden Endstellungen zu ermitteln.

Als Beispiel hierfür kann im vorliegenden Falle der Albitzwilling vom Schmirnthal dienen, dessen Axensystem nach dem in Fig. 10a angegebenen Verfahren erst in die Stellung $O_1(A_1'B_1'C_1'\mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1')$, $O_2(A_2'B_2'C_2'\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2')$ übergeführt wird, ehe es in Fig. 10b zur Projection des Zwillings selbst dient. Die in der Zeichnung verwendeten Constanten sind die des Periklin (4), ferner ist:

$$P = (001), \quad T = (1\bar{1}0), \quad x = (\bar{1}01), \quad M = (010), \quad o = (\bar{1}\bar{1}1).$$

Zwillingssebene (100).

9. In Fig. 11 ist aus der Anfangsstellung $O_1(A_1B_1C_1)$, $O_2(A_2B_2C_2)$ des Axensystemes **T** die von **Σ** abgeleitet, wenn (100) Zwillingssebene ist. In diesem Falle steht die Zwillingsaxe n in O_2 auf der Verticalebene senkrecht und sonach liegen die Punkte A_2 , $\mathfrak{A}_2$ symmetrisch zu n_2 , oder zu dem mit ihm identischen Punkte O_2 , die Punkte A_1 , $\mathfrak{A}_1$ symmetrisch zu n_1 . $\mathfrak{C}$ fällt mit $\bar{C}$, $\mathfrak{B}$ mit $\bar{B}$ zusammen. Charakteristisch für dieses Zwillingsgesetz ist der Disthen vom Monte Chironico:

$$\begin{aligned} a &= 0,899, & b &= 1, & c &= 0,709, \\ \alpha &= 90^\circ 5', & \beta &= 101^\circ 2', & \gamma &= 105^\circ 44', \end{aligned}$$

$M = (100)$, $T = (010)$, $o = (1\bar{1}0)$, $l = (110)$, $k = (210)$, $P = (001)$, doch dürften die meisten seiner Abbildungen eher vermuthen lassen, dass man es mit einem Zwilling nach (010) statt nach (100) zu thun hat. Durch eine Drehung um die beiden Axen Z und d , wie in Fig. 11a übersichtlich dargestellt ist, wurde in Fig. 11b eine Darstellung des Axensystemes dieses Zwillings gewonnen, die eine Projection des Krystalles ermöglicht, deren Anblick den gerügten Irrthum nicht veranlassen dürfte.

Zwillingssebene (001).

10. Ist die Basis Zwillingssebene eines triklinen Zwillings (Fig. 12) und ist wieder das Axensystem **T** in seiner Anfangsstellung gegeben, so steht die Verticalprojection n_2 der Zwillingsaxe n in O_2 auf O_2B_2 normal. Um die Horizontalprojection n_1 zu finden, bedenken wir, dass g parallel n_2 ist und folglich, wie eine kurze Ueberlegung zeigt, die in G auf $(A)G$ errichtete Normale s die Richtung eines Strahles (n) hat, mit dem n , wenn es um n_2 in die Verticalebene geklappt wird, zusammenfallen kann. Der Punkt H , Fusspunkt des von C auf n gefällten Perpendikels, kommt hierbei auf den Punkt (H) von (n) zu liegen, aus diesem folgen sofort H_2 und H_1 , die Mittelpunkte der Strecken $C_2\mathfrak{C}_2$ und $C_1\mathfrak{C}_1$. Die Horizontalprojection der Zwillingsaxe n ist durch die Punkte O_1 , $\mathfrak{C}_1$ bestimmt. B ist mit $\mathfrak{B}$, A mit $\mathfrak{A}$ identisch.

Zwillingssebene (hkl).

11. Auch dann, wenn eine beliebige Fläche (hkl) Zwillingssebene sein soll, bestimmen wir die Anfangsstellung des Axensystemes **Σ** aus der von **T**,

indem wir zuvörderst die Projectionen der Zwillingsaxe n ermitteln (Fig. 43). Die Zwillingssebene selbst ist hierbei durch ihre Schnittpunkte H, K, L mit den Axen von $\mathbf{T}$ festgelegt. Die Verticalprojection n_2 der Zwillingsaxe steht normal zur Schnittgeraden L_2K_2 von Zwillingssebene und Verticalebene. Um die Horizontalprojection n_1 zu erhalten, wird HKL um L_2K_2 als $(H)K_2L_2$ in die Verticalebene geklappt und derjenige Punkt (F) aufgesucht, mit dem der Schnittpunkt F von Zwillingsaxe mit Zwillingssebene nach dem Umklappen zusammenfällt. Nun entsprechen einander die Geraden $(H)G_2, H_2G_2, H_1G_1$ folglich ist durch (F) auch F_2, F_1 gegeben und ausser O_1 noch ein zweiter Punkt F_1 von n_1 bekannt. F als Schnittpunkt von Zwillingssebene mit Zwillingsaxe halbirte die Abstände der Punkte H, K, L des Axensystemes $\mathbf{T}$ von den entsprechenden Punkten $\mathfrak{H}, \mathfrak{K}, \mathfrak{L}$ von $\mathfrak{T}$. Auf $O\mathfrak{H}, O\mathfrak{K}, O\mathfrak{L}$ sind also nur noch die Punkte $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$ so zu bestimmen, dass sich $OH:\mathfrak{D}\mathfrak{H} = OA:\mathfrak{D}\mathfrak{A}$ u. s. w. verhält.

Den Abbildungen der beiden letzten Zwillingsaxensysteme konnten leider solche zugehöriger Krystalle nicht beigelegt werden, da trikliner Zwillings nach der Basis oder einer Pyramidenfläche nicht zur Verfügung standen.

Zwillingsaxe Y -Axe $[001, 400]$.

12. In der Anfangsstellung $O_1(A_1B_1C_1), O_2(A_2B_2C_2)$ des Axensystemes $\mathbf{T}$ liegt die Y -Axe in der Verticalebene (Fig. 44, Taf. III). Als Zwillingsaxe ist sie Symmetrieaxe für die Punktepaare $A, \mathfrak{A}$ und $C, \mathfrak{C}$, folglich ist sie es auch für $A_2, \mathfrak{A}_2$ und $C_2, \mathfrak{C}_2$. Der Punkt $\mathfrak{C}$ liegt in der Verticalebene, $\mathfrak{C}_1$ also auf der Projectionsebene p . Das Punktepaar $A, \mathfrak{A}$ steht gleichweit von der Verticalebene ab, ist aber durch sie von einander getrennt, $\mathfrak{A}_1$ liegt folglich um soviel über, wie A_1 unter der Projectionsebene p , endlich fällt B und $\mathfrak{B}$ zusammen, kurz die Anfangsstellung des Axensystemes $\mathfrak{T}$ ergibt sich in der Zeichnung aus der von $\mathbf{T}$ in einfachster Weise.

Als Beispiel dient die Verticalprojection des Oligoklaszwillinges von Arendal (Fig. 44b), bei ihm bedeutet:

$$P = (004), \quad x = (40\bar{1}), \quad r = (40\bar{3}), \quad M = (010), \quad l = (410), \\ T = (4\bar{1}0), \quad z = (4\bar{3}0), \quad f = (430), \quad o = (\bar{1}\bar{1}1).$$

Die in der Zeichnung verwendeten Constanten sind:

$$\alpha = 0,632, \quad b = 1, \quad c = 0,553, \\ \alpha = 93^\circ 4', \quad \beta = 416^\circ 23', \quad \gamma = 90^\circ 4'.$$

Da α und γ nahezu je 90° sind, so musste dem Axensysteme des Zwillings erst eine Drehung um die Z -Axe ertheilt werden (4), ehe eine brauchbare Verticalprojection desselben gewonnen werden konnte. Näheres ersieht man aus Fig. 44a.

Zwillingsaxe X-Axe [004, 040].

13. Wenn $\angle B_2O_2A^* = \gamma$ und $\angle C_2O_2A^{**} = \beta$ um ihre Schenkel O_2B_2 und O_2C_2 gedreht werden (Fig. 45), beschreiben A^* und A^{**} Kreise, deren Verticalprojectionen auf den von A^* auf O_2B_2 und A^{**} auf O_2C_2 gefällten Senkrechten liegen, ihr Schnittpunkt ist die Verticalprojection A_2 von A . Sind nunmehr B_2S^* und C_2U^{**} normal zu A^*O_2 und $A^{**}O_2$ und sind U und S diejenigen Punkte, mit denen S^* und U^{**} zusammenfallen, sobald A^* und A^{**} bei jenen Drehungen in A anlangen, so ergeben sich ihre Verticalprojectionen S_2 und U_2 als Schnittpunkte von A^*O_2 und $A^{**}O_2$ mit Parallelen zu A^*A_2 und $A^{**}A_2$ durch S^* und U^{**} . Mit S_2, U_2 sind auch S_1, U_1 auf A_1O_1 ermittelt und folglich, da die X-Axe als Zwillingsaxe die Strecken $B\mathfrak{B}$, $C\mathfrak{C}$ in S und U halbiren muss, auch die Projectionen von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{C}$. Die Punkte A und $\mathfrak{A}$ sind identisch.

Zwillingsaxe Z-Axe [040, 400].

14. Sowohl die Y- als auch die Z-Axe liegen in der Anfangsstellung des Axensystemes $\mathbf{T}$ in der Verticalebene, sonach führen dieselben Ueberlegungen zur Construction des Axensystemes $\mathfrak{T}$, gleichgültig welche von beiden zur Zwillingsaxe gewählt wird. Nur vereinfacht sich letztere für die Z-Axe als Zwillingsaxe noch insofern, als deren Horizontalprojection mit dem Punkte O_1 zusammenfällt und somit sich O_1 als Mittelpunkt der Strecken $B_1\mathfrak{B}_1, A_1\mathfrak{A}_1$ ergibt (Fig. 46). In der Verticalebene ist die Z-Axe statt der Y-Axe Symmetrieaxe für die Punktepaare $A_2, \mathfrak{A}_2, B_2\mathfrak{B}_2$, mit C fällt $\mathfrak{C}$ zusammen.

Weiter auf die Projectionen der Axensysteme trikliner Zwillinge einzugehen muss der Verfasser sich an dieser Stelle versagen, denn schon den zuletzt besprochenen Constructionen konnten keine erläuternden Beispiele zur Seite gestellt werden. Sie wurden nur aufgenommen, um die durch das Axensystem des Oligoklaszwillinges von Arendal vertretene Gruppe wenigstens in einer Beziehung vollständig zu behandeln.

Orthogonale Projection der Axensysteme monokliner Zwillinge.

Zwillingssebene (400).

15. Um die für die Axensysteme trikliner Zwillinge gewonnenen Abbildungsmethoden auch für die monoklinen verwerthen zu können, wird wieder das Axensystem $\mathbf{M}$ des einen Individuums eines Zwillinges in der Anfangsstellung $O_1 (A_1B_1C_1), O_2 (A_2B_2C_2)$ angenommen, und aus ihr durch eine halbe Drehung um die Zwillingsaxe n die des Axensystemes $\mathfrak{M}$ des anderen abgeleitet. Die Anfangsstellung von $\mathfrak{M}$ wird durch $O_1 (\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1), O_2 (\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2)$ bezeichnet.

Unter diesen Voraussetzungen bedarf Fig. 47, in der die Anfangsstellung von $\mathfrak{M}$ aus der von $\mathbf{M}$ für die Zwillingssebene (400) bestimmt worden

ist, keiner Erläuterung; es gilt eben Alles, was über die Projection des Axensystemes eines triklinen Zwillings nach (400) gesagt worden ist (9) auch hier, nur liegen, da α und $\gamma = 90^\circ$ sind, die Verticalprojectionen der Punkte A und $\mathfrak{A}$ auf dem Strahle C_2O_2 , während ihre Horizontalprojectionen zusammenfallen.

Ein bekanntes Beispiel dieses Zwillingsgesetzes ist der Karlsbader Orthoklaszwilling, für ihn ist:

$$a = 0,659, \quad b = 1, \quad c = 0,555, \quad \beta = 116^\circ 3', \\ M = (010), \quad T = (110), \quad P = (001), \quad y = (\bar{2}01).$$

Aus Rücksicht auf die starke Ausbildung des Klinopinakoides musste das Axensystem dieses Zwillings durch eine Drehung um die Z -Axe zuvörderst in die Zwischenlage $O_1 (A_1' B_1' C_1' \mathfrak{A}_1' \mathfrak{B}_1' \mathfrak{C}_1')$, $O_2 (A_2' B_2' C_2' \mathfrak{A}_2' \mathfrak{B}_2' \mathfrak{C}_2')$ übergeführt werden (Fig. 17a), und dann verlangte eine deutliche Darstellung desselben noch eine Drehung um die Axe d , so dass das Axensystem erst in der Lage $O_1 (A_1'' B_1'' C_1'' \mathfrak{A}_1'' \mathfrak{B}_1'' \mathfrak{C}_1'')$, $O_2 (A_2'' B_2'' C_2'' \mathfrak{A}_2'' \mathfrak{B}_2'' \mathfrak{C}_2'')$ zu unserem Bilde (Fig. 17b) benutzt werden konnte.

Zwillingssebene (001).

16. Ganz erheblich verkürzen sich für monokline Axensysteme die für triklone in Fig. 12 abgeleiteten Constructionen, wenn (001) als Zwillingssebene auftritt. Dann liegt nämlich bei monoklinen Zwillingen n in der Fläche (010) und steht senkrecht auf OA . Wird also β als $C_2O_2A^{**}$ in die Verticalebene geklappt (Fig. 18), so fällt n demnach mit der auf O_2A^{**} in O_2 errichteten Normalen (n) zusammen, während n_1, n_2 sich als aufeinanderliegende Strahlen ergeben, die in O_1 auf der Projectiionsaxe p senkrecht stehen. ($\mathfrak{C}$), $\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{C}_2$ sind also hier ohne Weiteres zu ermitteln.

Das Axensystem des Orthoklaszwillinges von Neubau im Fichtelgebirge, bei dem als neue Fläche zu denen des letzten Beispiels $o = (11\bar{1})$ hinzutritt, brauchte nur des Klinopinakoides halber durch eine Drehung um die Z -Axe (Fig. 18a) in die Stellung $O_1 (A_1' B_1' C_1' \mathfrak{A}_1' \mathfrak{B}_1' \mathfrak{C}_1')$, $O_2 (A_2' B_2' C_2' \mathfrak{A}_2' \mathfrak{B}_2' \mathfrak{C}_2')$ übergeführt zu werden, um eine Abbildung des Krystalles, wie sie Fig. 18b zeigt, zu ermöglichen.

Zwillingssebene (0kl).

17. Die für die Projection von Axensystemen trikliner Zwillinge nach (hkl) gegebenen Regeln (11) bedürfen einiger Veränderungen, sobald sie auf die Projection von Axenebenen monokliner Zwillinge nach ($0kl$) übertragen werden sollen. Um die Projectionen des Schnittpunktes F von ($0kl$) mit der Zwillingsaxe n zu finden, ist es zweckmässig, die Fläche ($0kl$), die ursprünglich die Verticalebene in der Geraden CK (Fig. 19) schneiden mag, so lange parallel zu sich selbst zu verschieben, bis sie mit der Verticalebene die durch den Anfangspunkt gehende Gerade g gemein hat. Der Punkt (A),

mit dem A zusammenfallen kann, wenn diese Fläche um g in die Verticalebene niedergeklappt wird, ist dann sehr leicht zu bestimmen. Da OA parallel ist zu den Schnittgeraden s und t von $(0kl)$ mit (001) und (010) , so ist das von letzteren Geraden und C_2K_2 begrenzte Flächenstück in die Verticalebene geklappt, wenn (s) und (t) parallel $O_2(A)$ gezogen werden. Nunmehr sind F und seine Projectionen, sowie die von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{C}$ wie früher zu bestimmen.

Als typisch für dieses Zwillingsgesetz gilt der Orthoklaszwilling nach $n = (021)$ von Baveno, bei dem im vorliegenden Falle ausser M, T, P, y, o auch noch die Fläche $x = (40\bar{1})$ vorkommt. Für ihn musste wieder der starken Ausbildung des Klinopinakoides halber das Axensystem aus der Anfangslage durch eine Drehung um die Z -Axe in eine neue Stellung übergehen, ehe eine Verticalprojection erlangt wurde, die unserer Zeichnung (Fig. 19 b) zu Grunde gelegt werden konnte. Die in Fig. 19 a durchgeführten Constructionen erläutern den genannten Process.

Orthogonale Projection der Axensysteme rhombischer Zwillinge.

18. Die Projection der Axensysteme rhombischer Zwillinge lässt sich im Allgemeinen viel einfacher gestalten, als die der Axensysteme analoger Zwillinge des triklinen und monoklinen Systems. Die Natur des rhombischen Axensystems bringt es eben mit sich, dass mannigfache Hilfsconstructionen wegfallen, die sich bei letzteren Abbildungen als nothwendig erweisen.

Zwillingsebene (hkl) , $(0kl)$, $(h0l)$, $(hk0)$.

Bei der Projection von Axensystemen rhombischer Zwillinge wird das Axensystem $\mathbf{R}$ des einen Individuums in seiner Anfangslage $O_1(A_1B_1C_1)$, $O_2(A_2B_2C_2)$ angenommen und zuvörderst der Schnittpunkt F der Zwillingsaxe n mit der je in Frage kommenden Zwillingsebene construirt, hieraus folgt dann unmittelbar die Anfangslage $\mathfrak{D}_1(\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1)$, $\mathfrak{D}_2(\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2)$ des Axensystems des anderen Individuums.

Schneidet die Zwillingsebene (hkl) die Axen des ersteren Individuums in H, K, L , so sind q_1, q_2 (Fig. 20 Taf. IV) die Projectionen der Schnittgeraden von (hkl) mit der n als n_2 auf die Verticalebene projicirenden Ebene. Nun liegt F auf q , folglich lassen sich F_1 und F_2 leicht bestimmen, wenn man nur q als (q) um q_2 in die Verticalebene niederklappt. Aus F, H, K, L ergeben sich, wie beim analogen Falle im triklinen Systeme, $\mathfrak{H}, \mathfrak{K}, \mathfrak{L}$ und auf $\mathfrak{D}\mathfrak{H}, \mathfrak{D}\mathfrak{K}, \mathfrak{D}\mathfrak{L}$ endlich die Punkte $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$.

Geht die Zwillingsebene (hkl) in $(0kl)$ über, so liegt F auf der Schnittgeraden q (Fig. 21) von $(0kl)$ mit der Verticalebene und halbart auf ihr die Strecken $K\mathfrak{K}, L\mathfrak{L}$.

F liegt für die Zwillingsebene $(h0l)$ auf der Schnittgeraden q von $(h0l)$ mit (010) , q_2 fällt also mit der Z -Axe zusammen und q wird daher um letztere

als (q) in die Verticalebene geklappt (Fig. 22). Es erweist sich hier als vorthellhaft, in der umgeklappten Ebene ausser (F) die Punkte ($\mathfrak{H}$), ($\mathfrak{L}$), ($\mathfrak{M}$) und ($\mathfrak{C}$) abzuleiten und dann direct deren Projectionen zu bestimmen.

Bei einer prismatischen Zwillingfläche ($hk0$) liegt die Zwillingssaxe n in der Basis und steht auf der Schnittgeraden CK (Fig. 23 Taf. V) beider Flächen in F senkrecht. Da Horizontalebene und Basis in der Anfangslage des Axensystems $\mathbf{R}$ parallel sind, so sind auch n und HK zur Horizontalebene parallel, eine Eigenschaft, die ohne Weiteres zu den Projectionen von F , $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{R}$ und somit auch zu denen von $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{B}$ führt.

Beispiele für Zwillinge nach (hkl), ($0kl$), ($h0l$) und ($h\bar{k}0$) sind die Staurolithe von Quimper nach (232) (Fig. 20 b Taf. IV) und (032) (Fig. 24b), der Markasit von Clausthal nach (101) (Fig. 22b) und der Aragonit von Horschenz nach (110) (Fig. 23 b, Taf. V). Für erstere ist:

$$\begin{aligned} a &= 0,480, & b &= 1, & c &= 0,676, \\ m &= (110), & o &= (010), & p &= (001), \end{aligned}$$

für den Markasit:

$$\begin{aligned} a &= 0,762, & b &= 1, & c &= 1,217, \\ M &= (110), & l &= (011), \end{aligned}$$

und für den Aragonit:

$$\begin{aligned} a &= 0,623, & b &= 1, & c &= 0,724, \\ b &= (010), & m &= (110), & k &= (011). \end{aligned}$$

Nach den obigen Regeln für die Projection der Axensysteme rhombischer Einzelkrystalle (**5**) mussten die Axensysteme dieser Zwillinge aus der Anfangsstellung $O_1(A_1B_1C_1\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1)$, $O_2(A_2B_2C_2\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2)$ erst in eine neue Stellung $O_1(A_1''B_1''C_1''\mathfrak{A}_1''\mathfrak{B}_1''\mathfrak{C}_1'')$, $O_2(A_2''B_2''C_2''\mathfrak{A}_2''\mathfrak{B}_2''\mathfrak{C}_2'')$ übergeführt werden, ehe sie zur Abbildung der Zwillinge selbst dienen konnten. Die hierher gehörigen Constructionen sind nun schon mehrere Male so ausführlich besprochen, dass die sie erläuternden Figuren 24a, 22a, 23a keiner weiteren Erklärung bedürfen.

Orthogonale Projection der Axensysteme hexagonaler Zwillinge.

Zwillingsebene ($10\bar{1}\bar{2}$).

19. In der Anfangsstellung des Axensystems $\mathbf{H}$ des einen Individuums des vorliegenden Zwillinges geht die Zwillingsebene ($10\bar{1}\bar{2}$) durch die Punkte H , $\bar{K}$ und $\bar{M}$, dem Mittelpunkte von $O\bar{C}$ (Fig. 24). Die Zwillingssaxe n liegt somit in einer zur Projectiionsaxe p senkrechten Ebene, deren Schnittgerade q mit der Zwillingsebene durch $\bar{M}$ und den Halbirungspunkt von $H\bar{K}$ bestimmt ist. Auf q liegt F , der Durchbohrungspunkt von n mit der Zwillingsebene, ferner auch im Abstände $F\bar{M}$ von F der Punkt $\bar{M}$, in dem $O\bar{C}$ die Zwillingsebene schneidet. Fällt folglich, nachdem q um q_2 in die Verticalebene geklappt ist, F und $\bar{M}$ auf (F) und ($\bar{M}$), so sind nunmehr nicht

nur die Projectionen der in der Zwillingssebene selbst gelegenen Punkte F , $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{K}$, sondern auch die von $\mathfrak{C}$ unschwer bestimmbar. Kurz, die Anfangsstellung des Axensystems $\mathfrak{S}$ des zweiten Individuums unseres Zwillinges ist ebenfalls gewonnen.

Zwillingssebene ($\bar{1}101$).

20. Durch die Punkte $C, \bar{H}, I$ ist, wenn das Axensystem des einen Individuum des hexagonalen Zwillinges in der Anfangsstellung $O_1(H_1I_1\bar{K}_1C_1)$, $O_2(H_2I_2\bar{K}_2C_2)$ vorausgesetzt wird, die Zwillingssebene ($\bar{1}101$) bestimmt. Ihr Schnittpunkt F mit der Zwillingsaxe n liegt auf der von C ausgehenden Höhe s des Dreiecks $C\bar{I}\bar{H}$. Wird demnach s um die Z -Axe als (s) in die Verticalebene geklappt (Fig. 25), so ist (n) eine von O_2 auf s gefällte Normale und beider Schnittpunkt also (F) . Aus (F) folgen wieder seine Projectionen und mit deren Hülfe die der gesuchten Punkte $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{I}$, $\mathfrak{C}$, die, da $\mathfrak{K}$ identisch mit $\bar{K}$ ist, die Anfangsstellung $O_1(\mathfrak{H}_1\mathfrak{I}_1\bar{\mathfrak{K}}_1\mathfrak{C}_1)$, $O_2(\mathfrak{H}_2\mathfrak{I}_2\bar{\mathfrak{K}}_2\mathfrak{C}_2)$ des Axensystems $\mathfrak{S}$ des anderen Individuums des Zwillinges liefern.

Die Projection des Axensystems eines hexagonalen Zwillinges nach (0004) ist mit der des Axensystems der hexagonalen Einzelkrystalle erledigt.

Ein Zwilling nach ($10\bar{1}\bar{2}$) ist der Calcit (6) von Auerbach a. d. Bergstrasse (Fig. 24 b)

$$r = \pi(10\bar{1}1),$$

ein solcher nach ($\bar{1}101$) der von Reichenstein in Schlesien (Fig. 25 b)

$$q = (0.16.\bar{1}\bar{6}.1), e = (01\bar{1}2).$$

Dem Axensystem des ersteren ist, ehe zur Abbildung geschritten wurde, eine Drehung um die Z -Axe ertheilt worden, dem des letzteren hingegen eine solche um die Axe d . Die zugehörigen Constructionen sind auch hier noch einmal in besonderen Figuren vor Augen geführt (Fig. 24 a resp. Fig. 25 a).

Eine erschöpfende Behandlung der Projectionen von Zwillingsaxensystemen bieten obige Ableitungen nicht, sie würde den Rahmen einer Abhandlung weit überschreiten und sich eher für ein Lehrbuch eignen. Hervorgehoben sei aber, dass häufig Projectionen solcher Axensysteme in dem einen Systeme nur deshalb übergangen wurden, weil die analogen Fälle in einem anderen ausführlich besprochen werden. So lassen sich z. B. die Projectionen der Axensysteme monokliner und triklinen Zwillinge nach ($0kl$) im Allgemeinen nach denselben Regeln construiren.

Aachen, den 8. März 1893.