**3. Über die Abhängigkeit der Permeabilität
des Eisens von der Frequenz bei Magnetisierung
durch ungedämpfte Schwingungen;
von Léon Schames.**

§ 1. Einleitung.

Die Frage nach der Abhängigkeit der Permeabilität von der Frequenz des Wechselfeldes konnte bisher für hohe Frequenzen nur mit Hilfe gedämpfter Schwingungen behandelt werden. Nur in einem ganz kleinen Intervall ist mit ungedämpften Schwingungen an die Frage herangetreten worden; es geschah dies in der Arbeit von Krogh und Rikli¹⁾, die bis zu einer Frequenz von 100 kamen, in der Arbeit von M. Wien²⁾, und schließlich in der des Verfassers³⁾, die beide eine Frequenz von 500 erreichten. Das einstimmige Resultat dieser Untersuchungen ist, daß die Werte der Permeabilität mit wachsender Frequenz abnehmen, und die Tendenz zu zeigen scheinen, sich einer Geraden parallel der §-Achse zu nähern. Inwieweit diese Tendenz wirklich vorliegt, wurde bisher, wie schon erwähnt, nur mit gedämpften Schwingungen untersucht. Eine Zusammenstellung dieser Arbeiten finden wir bei Zenneck⁴⁾. Hiernach wäre die Permeabilität schon bei Frequenzen von $7 \cdot 10^4$ pro sec (Varley) von der Größenordnung von 100, also gegenüber statischer Magnetisierung auf den 10. Teil reduziert. Bei Schwingungen von 10^6 pro sec sind die Werte von derselben Größenordnung, gehen gelegentlich aber um fast noch eine Zehnerpotenz herunter (15,6 Cardani).

Bei den gedämpften Schwingungen bedingt nun aber das Vorhandensein von Eisen im Schwingungskreis weitgehende

1) A. Krogh u. Rikli, Elektrotechn. Zeitschr. p. 1083. 1900.

2) M. Wien, Wied. Ann. 66. p. 859. 1898.

3) L. Schames, Ann. d. Phys. 22. p. 448. 1907.

4) J. Zenneck, Elektromagn. Schwingungen und drahtlose Telegraphie p. 484.

Komplikationen, da die einzelnen Perioden bei jedem Schwingungsimpuls voneinander verschieden werden, wie es auch Battelli und Magri¹⁾ experimentell nachgewiesen haben. Es folgt daraus, daß die Abhängigkeit der Permeabilität aus den beobachteten Daten sehr kompliziert wird, und daß es daher kaum möglich erscheint, unanfechtbare Werte für die Permeabilität zu erhalten.

§ 2. Verwendung von ungedämpften Schwingungen.

Da die eben angeführten Schwierigkeiten bei ungedämpften Schwingungen wegfallen, so lag es nahe, diese zu verwenden, um die Abhängigkeit der Permeabilität von der Frequenz experimentell zu untersuchen. Durch die Entdeckung Poulsens²⁾ ist es ja, wie bekannt, möglich geworden, sehr hohe Frequenzen zu erreichen. Diese in der drahtlosen Telegraphie benutzten Schwingungen weichen jedoch sehr stark von der Sinusform ab, wie es Corbino³⁾, Blondel⁴⁾ und Barkhausen⁵⁾ gezeigt haben; nach letzteren haben wir es mit „Schwingungen II. Art“ zu tun. Die „Schwingungen I. Art“ hingegen sind fast rein sinusförmig. Der prinzipielle Unterschied zwischen diesen

Fig. 1.

beiden Arten liegt darin, daß bei der II. Art der Bogenlampenstrom bei jeder Schwingung einmal erlischt, d. h. also, daß der Maximalwert des Hochfrequenzstromes den Wert des Bogenlampenstromes übersteigt $i_1 > i_0$ (siehe Fig. 1). Ist hin-

- 1) A. Battelli u. L. Magri, Physik. Zeitschr. p. 156. 1908.
- 2) V. Poulsen, Elektrotechn. Zeitschr. 27. p. 1040. 1906.
- 3) O. M. Corbino, Physik. Ztschr. p. 175. 1905; p. 197 Anm. 1908.
- 4) A. Blondel, l'Eclairage élect. 44. p. 41 u. 81.
- 5) H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung 1907.

gegen $i_1 < i_0$, so haben wir es mit Schwingungen I. Art zu tun. Um nun möglichst viel Energie zu bekommen, muß nun andererseits i_1 möglichst groß sein, man müßte also wählen:

$$i_1 = i_0,$$

oder, da wir es mit Sinusstrom zu tun haben:

$$i_1 = \frac{i_0}{\sqrt{2}} \sim 0,7 i_0.$$

Die Kurven bei Blondel zeigen jedoch, daß ein Überschreiten dieses Wertes um ca. 40—50 Proz. gestattet ist, ohne daß die Form merklich von der Sinuslinie abweicht. Ob dies in der Tat der Fall ist, kann bei den hohen Frequenzen nicht mehr mit Hilfe der Braunschen Röhre und des rotierenden Spiegels entschieden werden, denn der Spiegel kann nicht so rasch rotieren, daß er uns die Kurve auseinanderzieht. Jedoch gibt uns die Braunsche Röhre allein ein bequemes Kriterium für die Sinusform der Wellenströme. Erscheint auf dem Fluoreszenzschirm der Streifen gleichmäßig hell und symmetrisch zur Nullage und ist die Ablenkung von derselben Größe wie die entsprechende Gleichstromablenkung, so ist die Schwingung sinusförmig. Bei Schwingungen im Bereich des menschlichen Gehörs kommt noch hinzu, daß der Ton bei Sinusform angenehm rein ist, bei anderer Form aber in einen unangenehm schrillen Ton übergeht; gleichzeitig beobachtet man an der Braunschen Röhre, daß die Elongationen unsymmetrisch werden, und daß der Streifen am Endpunkt viel heller aufleuchtet.

§ 3. Die Versuchsanordnung.

Nach diesen allgemeinen Erörterungen wollen wir zur speziellen Versuchsanordnung übergehen. Als Gleichstromquelle diente eine Akkumulatorenbatterie und zwar wurden Spannungen von 120—460 Volt benutzt. Die Kohlen des Lichtbogens waren 8 mm Homogenkohlen; sie brannten bei Schwingungszahlen bis 20 000 in Luft. Um höhere Schwingungszahlen zu erreichen, wurde zuerst mit einem im abgeschlossenen Raum brennenden Lichtbogen gearbeitet. Die Versuche waren in der Tat befriedigend, hatten jedoch folgenden Übelstand. Da im abgeschlossenen Raum nicht genug Sauerstoff zur Oxydation des Kohlenstoffs vorhanden ist, so bildet

sich Kohlenoxyd. Schaltet man den Bogenstrom aus, und will dann nach Verlauf einer kurzen Zeit wieder einschalten, so entsteht eine dumpfe, zuweilen recht heftige Explosion, dadurch hervorgerufen, daß die an den Dichtungen eintretende Luft mit dem vorhandenen Kohlenoxyd ein explosives Gemisch gebildet hat. Es wurde daher vorgezogen, den Lichtbogen einfach in der Flamme eines Bunsenbrenners übergehen zu lassen, was ja eine analoge Wirkung wie das Einbetten des Lichtbogens in Wasserstoff hat. Man erreicht so leicht Frequenzen bis zu etwa 80 000. Noch höher kommt man, wenn man die Luftzufuhr am Bunsenbrenner abstellt. Es scheiden sich dann allerdings im Lichtbogen leuchtende Zweige aus Rußpartikelchen ab, die, wenn sie zerfallen, leicht Unregelmäßigkeit geben. Es läßt sich jedoch ein genügend starker Gasstrom leicht so regulieren, daß die Rußpartikelchen mitgenommen und in dem oberen Teil der Flamme mehr oder weniger verbrannt werden. Es gelang mir so, Frequenzen von $2 \cdot 10^5$ zu erreichen, wenn Eisen im Schwingungskreis war. Ohne Eisen und bei genügend kleinen Werten der Selbstinduktion und der Kapazität kommt man leicht auf den 20fachen Betrag.

In den Bogenlampenkreis war als Drosselspule eine Selbstinduktion L_0 von ca. $3\frac{1}{2}$ Henry, ein Amperemeter und genügend Vorschaltwiderstand W_0 eingeschaltet. Der Schwingungskreis enthielt als Kapazität C_1 zuerst Papierkondensatoren, dann Leydener Flaschen und schließlich eine variable Ölkapazität, wie sie in der drahtlosen Telegraphie Verwendung findet. Als Selbstinduktion L_1 waren zwei gleiche Spulen A und B hintereinander geschaltet, von denen die eine das zu untersuchende Eisen enthielt. Ferner befand sich im Schwingungskreis ein Hitzdrahtamperemeter von Hartmann & Braun; dasselbe war von der Frequenz unabhängig, es zeigt bis drei Ampere direkt und hatte für einen Meßbereich bis sechs Ampere als Shunt einen zweiten gleichen Hitzdraht.

§ 4. Die Konstanten der Spulen und des Eisens.

Die beiden Spulen A und B waren, damit sie sich gegenseitig nicht beeinflussen konnten, im Abstand von einem Meter aufgestellt, und zwar die eine horizontal, die andere vertikal.

Es wurden zuerst Spulen von gewöhnlichem Litzendraht gewickelt; diese wurden jedoch bei hohen Schwingungen (etwa von 20 000 an) beträchtlich warm. Es wurden deshalb für höhere Schwingungszahlen Spulen aus Emailliedrahtlitze benutzt, die sich in der Tat gut bewährten. Die ersten Spulen waren auf Glasröhren von 10 mm Durchmesser gewickelt, und hatten in drei Lagen $N = 251$ Windungen; ihre Länge l war 15 cm, ihr mittlerer Querschnitt $q = 1,68 \text{ cm}^2$; nach der Formel $4\pi Ni/l$ folgt eine Feldstärke $\mathfrak{S} = 21,05 i \text{ Amp.}$ Der Ohmsche Widerstand dieser Spulen für Gleichstrom betrug 0,20 Ohm. Die zweiten Spulen waren auf Glasröhren von 7,7 mm gewickelt, sie hatten in drei Lagen $N = 198$ Windungen eine Länge $l = 15 \text{ cm}$, einen mittleren Querschnitt $q = 1,37 \text{ cm}^2$. Die Feldstärke war $16,6 i \text{ Amp.}$, ihr Ohmscher Widerstand 0,275 Ohm. Die Selbstinduktion jeder der ersten Spulen berechnete sich zu $0,89 \cdot 10^{-4} \text{ Henry}$, die der zweiten zu $0,45 \cdot 10^{-4} \text{ Henry}$. Der Vergleich der Spulen mit einem Selbstinduktionsnormal in der Wheatstoneschen Brücke ergab analoge Werte.

Der zu untersuchende Eisenkörper war natürlich von sehr kleinem Volumen, denn die Schwingungen erster Art geben nicht genug Energie her, um viel Eisen zyklisch zu magnetisieren. Er bestand aus 100 Haardrähten, weichen Eisens von 15 cm Länge, die in einer Glaskapillare von ca. $1\frac{1}{2} \text{ mm}$ Durchmesser eingeschlossen waren; die einzelnen Drähte waren zwar nicht voneinander isoliert, trotzdem durfte vorausgesetzt werden, daß keine Wirbelströme von einem Draht zum anderen übergehen würden, da die Drähte genügend Raum hatten und nicht aneinander gepreßt waren. Der Durchmesser der einzelnen Drähte betrug $0,0051_3 \text{ cm}$, der Eisenquerschnitt war also

$$q^1 = 2,06 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2.$$

§ 5. Die Theorie der Meßmethode.

Die Permeabilität des Eisenbündels läßt sich nun berechnen, wenn wir das Verhältnis des Induktionsflusses in der Spule mit Eisen zu dem in der eisenlosen Spule kennen. Dieses Verhältnis ist jedoch gleich dem Verhältnis der Spannungen an den Enden der Spulen A und B , wenn wir diese

Spannungen korrigieren um den Betrag des durch den Ohmschen Widerstand, die Hysteresis und Wirbelströme bedingten Spannungsabfalls. Die so korrigierten Werte seien e_A und e_B , dann wird

$$e_B = 2\pi n L_B i,$$

$$L_B = \frac{4\pi N^2 q}{e},$$

$$e_B = 2\pi n \frac{4\pi N^2 q}{e} i.$$

Nun ist

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi N i}{e}$$

und mithin

$$e_B = 2\pi n N \mathfrak{H} q.$$

Im Eisen ist die Kraftlinienzahl $\mu q' \mathfrak{H}$, also wird

$$e_A = 2\pi n N \mathfrak{H} (q + \mu q'),$$

also

$$\frac{e_A}{e_B} = \frac{q + \mu q'}{q} = 1 + \mu \frac{q'}{q}$$

oder

$$(1) \quad \mu = \frac{q}{q'} \left(\frac{e_A}{e_B} - 1 \right).$$

Da L_B bekannt und konstant ist, so folgt aus e_B auch die Schwingungszahl

$$(2) \quad n = \frac{e_B}{2\pi L_B i}.$$

Gern hätte ich die so gefundene Schwingungszahl verglichen mit der Zahl, wie sie aus der Dudellschen Formel folgt

$$n = \frac{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}{2\pi}.$$

Aber die direkte Bestimmung des Ohmschen Widerstandes des Schwingung erregenden Lichtbogens scheint auf unüberwindbare Schwierigkeiten zu stoßen. Deshalb mußte hiervon abgesehen werden. Man kann jedoch, darauf sei hier hingewiesen, den Ohmschen Widerstand gerade aus obiger Formel berechnen, da ja die anderen Größen alle bekannt sind.

§ 6. Ausführung der Messungen und ihre Korrekturen.

Um also die Permeabilität zu bestimmen, mußten die Spannungen an den Enden der Spulen *A* und *B* gemessen werden. Dies geschah bis 25 Volt mit dem Hallwachsschen Elektrometer in Doppelschaltung, von da an wurde ein Multizellulardvometer von Hartmann & Braun benutzt.

Bei den Messungen wurde darauf gesehen, daß i_1 möglichst gleich oder etwas kleiner als i_0 war (§ 2).

Fig. 2.

In der Fig. 2 sind die Meßresultate wiedergegeben. Die Ordinaten sind die abgelesenen effektiven Spannungen in Volt und zwar bedeuten die Kreise ohne, die Kreuze mit Eisen. Die Abszissen sind die effektiven Stromstärken i in Amp. Ist die Versuchsreihe bei genau gleichbleibender Schwingungszahl durchgeführt, so müssen die Kurven ohne Eisen gerade sein, wie dies auch die Fig. 2 zeigt.

a und b sind die Messungen mit den Spulen aus gewöhnlicher Litze, c mit den Spulen aus Emaildrahtlitze. Wegen des Überganges von dem einen zum anderen Spulensystem wurde eine Kontrollmessung bei $n = 23\,000^1)$ aufgenommen, die sehr gut stimmte.

Die Genauigkeit der Messungen ist etwa 3 Proz. Wie wir im vorigen Paragraphen bemerkt haben, müssen die Spannungen eventuell korrigiert werden. Wir führen zu diesem Zweck einen effektiven Widerstand R_{eff} ein, dieser mit dem Quadrat der Stromstärke multipliziert gibt uns den gesamten Energieverbrauch pro sec, und zwar wird:

$$i^2 \cdot R_{\text{eff.}} = i^2 R + H + W.$$

Hierbei ist R der Ohmsche Widerstand, H der Hysteresis-, W der Wirbelstromverlust pro sec.; also

$$H = \eta \cdot \mathfrak{B}^{1,6} \cdot v \cdot n \cdot 10^{-7} \text{ Watt pro sec}$$

$$W = \left[\frac{r \cdot n \cdot \mathfrak{B}}{2 \cdot 10^5} \right]^2 \cdot v \text{ Watt pro sec,}$$

wobei wiederum $\mathfrak{B}$ die maximale Induktion, η den Steinmetz-schen Faktor, v das Eisenvolumen und r den Drahtradius bedeutet. Mithin wird:

$$R_{\text{eff.}} = R + \frac{H + W}{i^2}.$$

An der Spule mit Eisen sei die abgelesene Spannung ε_a . Dann wird:

$$2\pi n L = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a}{i}\right)^2 - \left(R + \frac{H + W}{i^2}\right)^2}.$$

Rechnen wir diese Korrekturen aus, so zeigt sich, daß sie nur ungefähr — 1 Proz. ausmachen, und mithin zu vernachlässigen sind, nur bei $n = 220\,000$ wird die Korrektur an der Spannung — 2 Proz. ($H = 10$, $W = 20$).

§ 7. Die Schirmwirkung der Wirbelströme.

Die Wirbelströme bedingen nun aber noch eine andere Erscheinung, die unter dem Namen „Schirmwirkung“ bekannt

1) Es mag hier erwähnt werden, daß dieser Ton für mich nicht mehr hörbar war, während ein Ton bei $n = 20\,000$ noch deutlich wahrgenommen wurde. Die Energieverhältnisse haben sich beim Übergange von der einen Frequenz zur anderen natürlich nicht geändert.

ist. Es wird nämlich die Amplitude der magnetischen Induktion an der Oberfläche des Drahtes am größten und nimmt nach der Achse zu kontinuierlich ab. Diese Eigenschaft hängt von folgenden Größen ab, Drahtradius, Leitvermögen, Permeabilität und Periodenzahl; und zwar bedingen diese Faktoren nach Zenneck¹⁾ den Wert einer einzigen charakteristischen Größe κ .

Wir halten uns im folgenden streng an die Ausführungen Zennecks; müssen jedoch überall für n $2n$ setzen, weil dort n Wechsel-, hier Periodenzahl bedeutet.

$$\kappa = k \cdot r \sqrt{2n},$$

wo

$$k = \sqrt{\frac{\pi \sigma \mu}{8 \epsilon^2}} = 0,4 \text{ nach Tab. IV } ^1)$$

und mithin folgt für

$$n_{\min.} = 2400, \quad \kappa_{\min.} = 0,07$$

und für

$$n_{\max.} = 220000, \quad \kappa_{\max.} = 0,66.$$

Wir haben es hier also immer mit dem II. Grenzfall zu tun, jedoch ist für $n_{\max.}$ das Verhältnis der Induktion an der Oberfläche zu der in der Achse gleich $1 + \kappa^4$, d. h., an der Oberfläche um 20 Proz. größer als in der Achse.

Die Schirmwirkung veranlaßt also, daß der magnetische Widerstand, der für Gleichstrom w_m betragen habe, wachse und zwar werde er gleich δ_m . Die maßgebende Größe ist hier bei Wechselstrommagnetisierung analog wie bei Wechselstromleitung, jedoch nicht der Widerstand, sondern die Impedanz. Sie sei δ_m , es ist dann

$$\delta_m = \sqrt{w_m^2 + 2n\psi_m^2},$$

wo ψ_m also eine der Selbstinduktion analoge Größe darstellt. Die Erhöhung des Induktionsflusses durch Einführen des Eisens wird dann:

$$G = \mu \frac{1}{\frac{\delta_m}{w_m}},$$

d. h. das wirklich vorhandene μ ist größer als das hier aus den Beobachtungen folgende und zwar um den Faktor δ_m/w_m

1) J. Zenneck, l. c. p. 203 ff., 992 u. 993.

Diesen Faktor können wir aus der Kurventafel Fig. 2 (Zenneck) ableiten und wir erhalten für unsere Versuchsbedingungen folgende Werte.

Tabelle I.

n	κ	$\frac{\lambda_m}{w_m}$
88 000	0,48	1,026
124 000	0,51	1,05
152 000	0,565	1,07
220 000	0,66	1,13

Wenn wir die richtigen Werte der Permeabilität erhalten wollen, so müssen wir sie also wegen der Schirmwirkung korrigieren, und zwar im Maximum um 13 Proz.

§ 8. Die Abhängigkeit der Permeabilität von Feldstärke und Periodenzahl.

Unter Benutzung obiger Korrekturen erhalten wir aus Fig. 2 die Figg. 3 und 4; die eigentlich beide dasselbe darstellen, aber aus dem Grund wiedergegeben sind, weil Permeabilität, Feldstärke und Periodenzahl als drei miteinander verknüpfte Variable auftreten.

Wir sehen aus Fig. 3, daß sich die Kurve mit wachsender Frequenz immer mehr einer Geraden nähern, d. h. die

Permeabilität zeigt das Bestreben, mit höherer Frequenz unabhängig von der Feldstärke zu werden. Aus Fig. 4 sehen wir, daß die Permeabilität, die bei $n = 2400$ sehr hohe Werte hat, bis etwa $n = 10000$ sehr schnell abnimmt, von da an nimmt sie sehr langsam und fast linear ab.

Fig. 4.

Es sei an dieser Stelle bemerkt, daß die Werte der Permeabilität, die wir hier erhalten, nur effektive Mittelwerte aller während einer Periode durchlaufenen Werte sind, eine Tatsache, auf die Verfasser¹⁾ schon an anderer Stelle hingewiesen hat. Daher kann der Permeabilitätswert hier höher sein, als wir ihn sonst von Gleichstrommessungen her gewohnt sind. Jedoch ist die Differenz hier sehr groß; sie soll in § 10 besprochen und erklärt werden.

Wenn wir die hier gefundenen Resultate mit denen von anderen Beobachtern vergleichen wollen, so haben wir vor allem eine kritische Betrachtung dieser Abhandlungen nötig, die im folgenden Paragraphen gegeben werden soll.

1) L. Schames, Physik. Zeitschr. 1908. p. 317.

§ 9. Kritik der von anderen Beobachtern gefundenen Resultate.

Während in der vorliegenden Untersuchung das Prinzip der Permeabilitätsbestimmung darin lag, die Erhöhung des Induktionsflusses in einer Spule zu bestimmen, wenn Eisen eingeführt wird, basieren andere auf der Widerstandserhöhung eines Eisendrahtes, wenn derselbe von gedämpften Schwingungen durchströmt wird.

Bei Klemenčič¹⁾ ist der I. Grenzfall streng verwirklicht, da er mit der extrem hohen Schwingungszahl $n = 9 \cdot 10^7$ arbeitet. Er findet für weiches Eisen $\mu = 118$, für Stahl $\mu = 115$ und 106. Diese Werte sind unabhängig von der Feldstärke; sie sind, wie die hier gefundenen, zeitliche effektive Mittelwerte über eine ganze Periode.

Auch Zenneck²⁾ gibt einen ähnlichen Versuch an, wobei er bei $n = 4 \cdot 10^6$, $\mu = 211$, und für $n = 10^7$, $\mu = 167$ findet.

Zenneck weist allerdings darauf hin, daß hier die durch die Hysteresis bedingte Energievergeudung als Korrektur eingeführt werden müsse; diese kann jedoch nach Meinung des Verfassers vernachlässigt werden, da durch die Magnetisierung im ersten Grenzfalle, mit dem wir es doch bei Zenneck und Klemenčič zu tun haben, nur die Oberfläche des Drahtes beeinflußt wird und die Hysteresis nur in einer ganz dünnen Haut wirken kann.

Eine dritte Methode besteht darin, die Erhöhung der Selbstinduktion in einem Eisendraht zu messen, wenn er von schnellen, gedämpften Schwingungen durchströmt wird. Nach diesem Verfahren arbeitet St. John³⁾, jedoch beträgt der Unterschied, der durch das Eisen Kupfer gegenüber bedingt ist, nur 3—4 Proz. des Gesamtwertes; aus diesen 3—4 Proz. wird die Permeabilität berechnet, sie kann also, selbst wenn die Meßgenauigkeit $\frac{1}{2}$ Proz. ist, höchstens auf ca. 15 Proz. genau sein. Seine Werte liegen bei Schwingungen von $n = 5,7 \cdot 10^7$ zwischen 108 und 84. Auch diese Werte sind effektive Mittelwerte über die ganze Periode.

Mit den Resultaten dieser drei verschiedenen Beobachter stimmt unser Resultat hier gut überein, der Permeabilitäts-

1) J. Klemenčič, Wiener Ber. 1894. p. 205.

2) J. Zenneck, l. c. p. 416.

3) C. E. St. John, Phil. Mag. 1894. p. 425; 1895. p. 297.

wert ist hier zwar größer, wir haben aber andererseits auch nicht so hohe Schwingungszahlen erreicht.

Nach einer vierten Methode arbeitet Varley.¹⁾ Er bestimmt die maximale Induktion von Eisendrähten in einem schnell oszillierenden Feld aus der Größe der Kathodenstrahlenablenkung in der Braunschen Röhre. Er findet, daß die maximale Induktion mit wachsender Frequenz abnimmt (erst sehr rasch, dann langsamer), und daß diese Abnahme geringer ist bei den dünnen als bei den dicken Drähten.

Das letztere Resultat, daß also bei den dünneren Drähten höhere Induktionen erreicht werden, ist ganz selbstverständlich, da die Schirmwirkung geringer als bei den dicken Drähten ist. Aber eben diese Wirkung hat Varley nicht richtig berücksichtigt, denn sie kommt sehr stark in Betracht, da seine Drähte viel zu dick sind. Wir haben es daher nicht mit dem II. allerdings auch nicht mit dem I. Grenzfall zu tun, sondern befinden uns im Intervall zwischen beiden. Wenn Varley sagt, die Induktion ist geringer als bei Gleichstrom, so meint er, der zur Geltung kommende Wert der Induktion ist geringer; aber da die Induktion über den Querschnitt des Drahtes ungleichmäßig verteilt ist, so kann in der Oberfläche ein Wert der Induktion herrschen, der der Gleichstrominduktion gleich, oder sogar noch größer ist.

Rechnen wir für den dünnsten Draht bei Varley ($r = 0,011$ cm) die Werte von β_m/w_m aus, so erhalten wir analog wie oben Tab. I, folgende Tabelle.

Tabelle II.

n	μ	k	κ	$\frac{\beta_m}{w_m}$
8000	200	0,30	0,42	1,026
14000	—	—	0,55	1,06
20000	—	—	0,66	1,13
24000	—	—	0,72	1,18
31000	—	—	0,83	1,30
45000	—	—	1,04	1,59
56000	270	0,33	1,21	1,85
70000	320	0,36	1,47	2,24
80000	380	0,40	1,73	2,67

1) W. M. Varley, Diss. Straßburg 1901.

Während also die Ordinaten bei Varleys Kurven die Ablenkungen der Kathodenstrahlen in Millimetern sind, d. h. also proportional dem zeitlichen Maximalwert, aber dem örtlichen Mittelwert der Induktion, ist in der Fig. 5 die Ordinate

Fig. 5.

gleich dem Maximalwert der Induktion, sowohl in zeitlichem als in örtlichem Sinn genommen. Die Kathodenstrahlenablenkung bei einer Feldstärke von 82 C.G.S. und bei Gleichstrom (57 mm) ist dabei der Induktion von ca. 17000 gleichgesetzt, ein Wert, der bei der betreffenden Feldstärke für verschiedene weiche Eisensorten sehr angenähert gilt.¹⁾ In Fig. 5 sind die Beobachtungspunkte Varleys als Kreise eingezeichnet, die Kreuze sind die mit Hilfe der Tab. 2 berechneten Werte.

Aus Fig. 5 sehen wir, daß der Maximalwert der Induktion mit wachsender Frequenz sehr stark steigt und solch hohe Werte erreicht, wie wir sie bei Gleichstrom-Magnetisierung

1) F. Kohlrausch, Prakt. Physik, Tab. 37.

und bei Feldstärken von derselben Größenordnung nie kennen gelernt haben. Ebenso wie der Maximalwert der Induktion muß alsdann auch die betreffende Permeabilität sehr stark mit der Frequenz wachsen.

Varley selbst gibt als angenäherten Wert für die Permeabilität bei einer Frequenz von 70000 den Wert 101 an, jedoch sind die Annahmen, die er seiner Berechnung zugrunde legt, zu willkürlich, als daß wir seinem Wert große Bedeutung beilegen dürfen.

Das Resultat, das wir auf diesem Wege aus den Varleyschen Beobachtungen gefolgert haben, bezieht sich auf die Maximalwerte, während sich die Resultate der anderen Beobachter auf die Mittelwerte der Induktion beziehen; analog bezieht sich die Permeabilität hier auf den Wert, der dem maximalen Feld entspricht, bei den anderen ist es der effektive Mittelwert. Der Widerspruch in beiden Resultaten läßt sich nicht ohne weiteres erklären, es ist hierzu eine Hypothese nötig, die im folgenden Paragraphen gegeben werden soll.

§ 10. Hypothese über das Verhalten des Eisens im Wechselfeld.

Wenn wir das Verhalten des Eisens im Magnetfeld betrachten, so haben wir zwei gleichwertige Bestimmungsgleichungen:

$$\mathfrak{F} = \kappa \cdot \mathfrak{H},$$

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} = \mathfrak{H}(1 + 4\pi\kappa).$$

In jeder Gleichung haben wir drei Variable, von denen wir zwei als primäre, die dritte als abgeleitete Größe betrachten können. Es seien nun $\mathfrak{H}$ und κ bzw. $\mathfrak{H}$ und μ primär, $\mathfrak{F}$ bzw. $\mathfrak{B}$ abgeleitet. Die Feldstärke $\mathfrak{H}$ ist von der Periodenzahl unabhängig; sie oszilliert zwischen den Maximalwerten, die auch bei Gleichstrom gelten würden und durch die Formel $\mathfrak{H} = 4\pi Ni/l$ gegeben sind. Die Suszeptibilität κ und die Permeabilität μ sind in erster Annäherung proportional; jedenfalls ist ihr beiderseitiges Verhalten während der Magnetisierung durch ein schnelles Wechselfeld ein analoges.

Stellen wir nun die Hypothese auf, daß dieses Verhalten sich aus zwei Eigenschaften herleite: I. Die Permeabilität

(bzw. Suszeptibilität) findet bei schnellem Wechseln nicht genügend Zeit, den Endwert zu erreichen, der ihn sonst bei Gleichstrom- oder langsamer Wechselstrommagnetisierung zukommt. II. Das Maximum der Permeabilität habe die Tendenz, mit steigender Frequenz abzunehmen, wie das aus verschiedenen Versuchsergebnissen¹⁾ folgt. Als Beispiel wollen wir eine Magnetisierung in den Grenzen $\mathfrak{H}_{\max.} = \pm 100$ C.G.S. nehmen, und eine Permeabilitätskurve, wie die stark ausgezogene in Fig. 6.

Fig. 6.

Es wird danach $\bar{\mu} = 175$, also $\bar{\mathfrak{B}} = 1750$. Bei der Frequenz n_1 erreiche nun die Permeabilität nur den Punkt *a* der Kurve, während die Feldstärke ihren Maximalwert 100 erreicht hat; es ist dann $\bar{\mu} = 200$, also $\bar{\mathfrak{B}} = 20000$. Wir würden so die punktierte Kurve erhalten, da aber nach II. gleichzeitig das Maximum niedriger wird, so erhalten wir nicht diese, sondern etwa die ausgezogene Kurve für die Frequenz n_1 . Wächst

1) M. Wien, l. c.; L. Schames, l. c.

die Frequenz auf n_2 , so hat auch diese Kurve schon ihre Gültigkeit verloren, wir müssen sie analog wie die erste Kurve umändern, es wird nicht mehr der Wert y , sondern der Wert b erreicht, es folgt so die gestrichelte Kurve und da wieder das Maximum abnehmen muß, folgt für n_2 die ausgezogene Kurve, wobei jetzt $\mathfrak{B} = 23300$. Ganz analog finden wir die Kurven für n_3, n_4 usw.

Diese Kurven können keinen Anspruch auf irgendwelche quantitative Genauigkeit machen, sie sollen nur qualitativ den Verlauf der Permeabilität bei der hohen Sättigung zeigen, wie er nach der hier gegebenen Hypothese folgen würde.

Wir können jedoch aus den Kurven folgendes entnehmen:

1. Die Permeabilität, die dem Maximum der Feldstärke entspricht, wächst mit zunehmender Frequenz; hieraus können wir die Resultate der Varleyschen Arbeit, wie sie hier berechnet wurden, genügend erklären; allerdings scheint die Zunahme der Permeabilität mit der Frequenz nicht so groß zu sein, wie sie aus Varleys Beobachtungen folgen würde (Fig. 5). Dagegen muß bemerkt werden, daß das von den speziellen Eigenschaften des Eisens abhängen kann (jedenfalls ist bei Varleys Eisen die Abnahme des Maximums ($0 - n_1$) nicht so groß wie hier angenommen, während vielleicht gleichzeitig das Zurückbleiben der Permeabilität ($a - z$) größer sein kann).

2. Der effektive Mittelwert der Permeabilität nimmt zuerst schnell, später langsam ab, wie es auch Fig. 4 zeigt. Dieser Mittelwert kann etwa bei n_1 (wenn $0 - n_1$ klein, $a - z$ groß ist) größer sein als der entsprechende Wert bei Gleichstrom, wie wir das auch an Fig. 4 sehen. Hier haben wir für $\mathfrak{S}_{\text{eff.}} = 63$ einen Mittelwert der Permeabilität gleich 380, woraus $\mathfrak{B}_{\text{eff.}} = 24000$ folgt. Dieser Wert, der für Gleichstrom viel zu hoch ist, läßt sich also durch obige Hypothese erklären. Es sei hier bemerkt, daß Verfasser schon früher¹⁾ höhere Werte der maximalen Induktion fand, ohne dieselben erklären zu können. In der Literatur ist anscheinend nur bei Steinmetz²⁾ ein

1) L. Schames, l. c. Fig. 7.

2) C. P. Steinmetz, Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen p. 124.

ähnlicher Hinweis zu finden. Eine dort wiedergegebene Kurve (Fig 72) zeigt bei $\xi = 20$, für Gleichstrom $\mathfrak{B} = 16000$, für technischen Wechselstrom hingegen $\mathfrak{B} = 18000$, ohne daß diese Differenz erklärt wird.

3. Für sehr hohe Frequenzen hat die Permeabilität das Bestreben, unabhängig von der Feldstärke zu werden, wie auch Fig. 3 zeigt; sie kann bei noch weiterer Steigerung der Frequenz ganz unabhängig werden, wie es Klemenčič gefunden.

Schließlich folgt noch aus unserer Hypothese, daß es für jedes Eisen einen bestimmten Wert der Frequenz und der Feldstärke gibt, für die der Mittelwert der Induktion ein Maximum wird.

§ 11. Zusammenfassung der Resultate.

1. Es wurde ein Verfahren gegeben, durch Spannungsmessungen im Poulsenschem Hochfrequenzkreis zwei Selbstinduktionen zu vergleichen, um so die Permeabilität dünner Eisendrähte bei hohen Frequenzen zu bestimmen; das Verfahren eignet sich auch zum Vergleich von Kapazitäten untereinander und von Selbstinduktionen mit Kapazitäten.

2. Die Werte der Permeabilität sind nur effektive Mittelwerte über eine ganze Periode; analoges gilt für die Werte der Induktion.

3. Mit wachsender Frequenz hat der effektive Mittelwert der Permeabilität das Bestreben, von der Feldstärke unabhängig zu werden.

4. Der effektive Mittelwert der Permeabilität nimmt bei dem untersuchten Eisen bis etwa $n = 10000$ sehr schnell ab, von da an nur sehr langsam und fast linear.

5. Es werden effektive Induktionen erreicht, die viel höher liegen, als die sonst bei Gleichstrommagnetisierung bekannten.

6. Schließlich wird eine Hypothese gegeben, die darin besteht, daß die Permeabilität des Eisens im schnellen Wechselfeld nicht genügend Zeit findet, den Endwert zu erreichen, der ihr sonst bei Gleichstrom- oder langsamer Wechselstrommagnetisierung zukommt. Diese Hypothese gestattet uns

nicht nur die Resultate vorliegender Untersuchung, sondern auch die der anderen Beobachter zu erklären.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle Hrn. Prof. Dr. Déguisne, dem Direktor des Elektrotechnischen Instituts des Physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. für das Interesse, das er meiner Arbeit entgegenbrachte, zu danken.

Auch der Firma Hartmann & Braun bin ich für die freundliche leihweise Überlassung eines niedrigzeigenden Multi-zellulervoltmeters zu Dank verpflichtet.

(Eingegangen 12. Juni 1908.)