Über die kosmische Strahlenbrechung.

Von Paul Harzer.

Es ist anzunehmen, daß der Äther im Bereiche des Sonnensystemes zwar isotrop, aber nicht homogen sei wie der Äther des freien Weltraumes, und daß er deshalb eine merkbare Ablenkung eines ihn durchdringenden Lichtstrahles, eine kosmische Strahlenbrechung, bewirke. Eine solche Strahlenbrechung hat Herr Courvoisier in seinem Artikel »Kimuras Phänomen und die jährliche Refraktion« (A. N. Nr. 3990-91, Bd. 167, Kiel 1905) aus den Beobachtungen nachzuweisen versucht. Dieser Artikel hat die Ausführung der schon früher von mir gehegten Absicht beschleunigt, für eine einigermaßen plausible Hypothese über die Beschaffenheit des Äthers im Bereiche des Sonnensystemes die Ablenkungen der Strahlen soweit zu berechnen, daß man wenigstens für diese Hypothese einen Überblick über den Verlauf der Erscheinung für die ganze Himmelskugel gewinnen kann.

Als eine solche plausible Hypothese kann ich nicht die ansehen, die Herr Courvoisier seinen Betrachtungen zugrunde gelegt haben muß, wenn er sagt, daß die kosmische Strahlenbrechung »ganz ähnlich, wie die atmosphärische Strahlenbrechung wirkt«, indem »der Gegenpunkt (der Sonne) bezüglich der ganzen Erde die Rolle des Zenits in bezug auf einen Erdort übernimmt« und wenn er voraussetzt, daß die kosmische Strahlenbrechung »die gleiche Funktion der Gegenpunktsdistanz« sei, »wie die atmosphärische Refraktion in bezug auf die Zenitdistanz« und wenn er ferner, wie aus verschiedenen Stellen seines Artikels hervorgeht, annimmt, daß die kosmische Strahlenbrechung allein von der Gegenpunktsdistanz abhängt. Alles dies würde, und auch dann nur bis zu Gegenpunktsdistanzen von $\frac{1}{2}\pi$, nur mit der in dem Artikel nicht ausdrücklich ausgesprochenen Annahme vereinbar sein, daß die Flächen, auf denen der Brechungsexponent konstant ist — sie mögen kurz optische Flächen genannt werden — Rotationsflächen seien, deren Achsen in die gerade Verbindungslinie der Sonne und der Erde fielen. Da nun aber die Annahme nicht wohl vermeidbar erscheint, daß die optischen Flächen miteinander und mit der Sonne konzentrische und koachsiale Rotationsflächen seien, so scheint mir Herrn Courvoisiers Vorstellung zu fordern, daß die optischen Flächen mit der Sonne konzentrische Kugelflächen wären. Das auch von Herrn Courvoisier zur Vergleichung herangezogene Zodiakallicht macht es aber, mir wenigstens, wahrscheinlich, daß die optischen Flächen etwa die Gestalt abgeplatteter Rotationsellipsoide haben, die sich an der Sonnenoberfläche nicht merkbar von einer Kugel unterscheiden, mit der wachsenden Dimension aber immer flacher werden. Für eine solche Annahme habe ich nach Gutdünken, wie zunächst allein möglich ist, aber ohne Ver-

letzung der Wahrscheinlichkeit, wie ich hoffe, die numerischen Werte der Konstanten gewählt, denen entsprechend die Rechnung durchgeführt werden soll.

I. Zuerst ist die theoretische Grundlage zu beschaffen. Wir legen den Betrachtungen rechtwinklige Achsen x, y, z zugrunde, deren Anfang im Sonnenmittelpunkte liegt. Eine Fläche trenne zwei isotrope, homogene Mittel, deren Brechungsexponenten n und n_1 um eine endliche Größe voneinander verschieden sind. Ein durch die Fläche gebrochener Lichtstrahl habe, entgegengesetzt der Fortpflanzung des Lichtes in den beiden Mitteln, die Richtungscosinus α, β, γ und $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$. Der Flächennormalen mögen im Einfallspunkte des Strahles die Richtungscosinus λ, μ, ν zukommen. Dann erfolgt die Brechung nach den Gleichungen

$$\frac{n_1 \alpha_1 - n \alpha}{\lambda} = \frac{n_1 \beta_1 - n \beta}{\mu} = \frac{n_1 \gamma_1 - n \gamma}{\nu}.$$

Es ist dabei gleichgültig, ob die eine oder die andere der beiden entgegengesetzten Richtungen der Flächennormalen gewählt wird.

Sind nun n und $n_1 = n + dn$ nur unendlich wenig voneinander verschieden, so sind es auch α, β, γ und $\alpha_1 = \alpha + d\alpha, \beta_1 = \beta + d\beta, \gamma_1 = \gamma + d\gamma$ und, da überdies

$$\alpha d\alpha + \beta d\beta + \gamma d\gamma = 0$$

ist, so ergeben sich mit der abkürzenden Bezeichnung für den Cosinus des Einfallswinkels

$$\varepsilon = \alpha \lambda + \beta \mu + \gamma \nu$$

die Formeln

$$\frac{d\alpha}{\lambda - \alpha \varepsilon} = \frac{d\beta}{\mu - \beta \varepsilon} = \frac{d\gamma}{\nu - \gamma \varepsilon} = \frac{d \log n}{\varepsilon}$$

Die optische Fläche habe nun die Gleichung

$$f(x, y, z, p) = 0$$

wobei p ein Parameter ist, von dem allein der Brechungsexponent n abhängt. Geht man dann in der Richtung des Strahles, entgegengesetzt der Fortpflanzungsrichtung des Lichtes, um die unendlich kleine Strecke ds vorwärts, so ändern sich x, y, z, p um $dx = \alpha ds, dy = \beta ds, dz = \gamma ds, dp$ und da der Endpunkt von ds auf der optischen Fläche mit dem Parameter $p + dp$ liegt, so ist mit den angegebenen Werten

$$\frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \frac{\partial f}{\partial p} dp = 0$$

Mit Hilfe der Gleichungen

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial z} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$

und damit wird

$$\frac{\frac{d\alpha}{ds}}{\alpha\varepsilon - \lambda} = \frac{\frac{d\beta}{ds}}{\beta\varepsilon - \mu} = \frac{\frac{d\gamma}{ds}}{\gamma\varepsilon - \nu} = \frac{\frac{\partial \log n}{\partial p}}{\frac{\partial f}{\partial p}} \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$

Die hierin vorkommenden Werte von x, y, z sind aus den Gleichungen

$$\frac{1}{\alpha} \frac{dx}{ds} = \frac{1}{\beta} \frac{dy}{ds} = \frac{1}{\gamma} \frac{dz}{ds} = 1$$

zu ermitteln.

Die Zweideutigkeit in der Richtung der Flächennormalen kann willkürlich dadurch beseitigt werden, daß die Wurzel positiv genommen wird.

Nach diesen Gleichungen kann man den Verlauf des Strahles vom Beobachtungsorte aus, entgegengesetzt der Fort-

ergibt sich

$$\frac{dp}{ds} = -\frac{\varepsilon}{\frac{\partial f}{\partial p}} \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$

pflanzungsrichtung des Lichtes, bis zum Ausgangspunkte des Strahles verfolgen.

Die allgemein ohne Index benutzten Größen sollen nun für den Beobachtungsort mit dem unteren Index 0 , für den Ausgangspunkt mit dem oberen Index 0 versehen werden. Die Größe s_0 wird, da das unbeschadet der Allgemeingültigkeit geschehen kann, gleich 0 gesetzt.

Die Richtungscosinus der geraden Linie vom Beobachtungsorte nach dem Ausgangspunkte des Strahles seien a, b, c , die Länge der Linie sei gleich ϱ . Dann ist

$$\frac{1}{a} \int_0^{s_0} \alpha ds = \frac{1}{b} \int_0^{s_0} \beta ds = \frac{1}{c} \int_0^{s_0} \gamma ds = \varrho = \sqrt{\left(\int_0^{s_0} \alpha ds\right)^2 + \left(\int_0^{s_0} \beta ds\right)^2 + \left(\int_0^{s_0} \gamma ds\right)^2}.$$

Die doppelte Integration, die bei der direkten Berechnung der Integrale $\int_0^{s_0} \alpha ds$, $\int_0^{s_0} \beta ds$, $\int_0^{s_0} \gamma ds$ nötig wäre, kann man vermeiden, wenn man die Formeln

$$\frac{1}{s_0} \int_0^{s_0} \alpha ds = \alpha_0 + \int_0^{s_0} \left(1 - \frac{s}{s_0}\right) \frac{d\alpha}{ds} ds, \quad \frac{1}{s_0} \int_0^{s_0} \beta ds = \beta_0 + \int_0^{s_0} \left(1 - \frac{s}{s_0}\right) \frac{d\beta}{ds} ds, \quad \frac{1}{s_0} \int_0^{s_0} \gamma ds = \gamma_0 + \int_0^{s_0} \left(1 - \frac{s}{s_0}\right) \frac{d\gamma}{ds} ds$$

benutzt, die sich durch partielle Integration ergeben. Setzt man also

$$\int_0^{s_0} \left(1 - \frac{s}{s_0}\right) \frac{d\alpha}{ds} ds = \delta\alpha, \quad \int_0^{s_0} \left(1 - \frac{s}{s_0}\right) \frac{d\beta}{ds} ds = \delta\beta, \quad \int_0^{s_0} \left(1 - \frac{s}{s_0}\right) \frac{d\gamma}{ds} ds = \delta\gamma$$

$$a - \alpha_0 = \Delta\alpha, \quad b - \beta_0 = \Delta\beta, \quad c - \gamma_0 = \Delta\gamma, \quad \frac{s}{s_0} = 1 + \Delta\sigma$$

so wird

$$\frac{\alpha_0 + \delta\alpha}{\alpha_0 + \Delta\alpha} = \frac{\beta_0 + \delta\beta}{\beta_0 + \Delta\beta} = \frac{\gamma_0 + \delta\gamma}{\gamma_0 + \Delta\gamma} = 1 + \Delta\sigma.$$

Die bisher strenge Bestimmung der Verbesserungen $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ der beobachteten Richtung $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ wegen der kosmischen Strahlenbrechung vereinfacht sich, wenn man sich gestattet, die Glieder zweiten und höheren Grades in den Ablenkungen neben Gliedern ersten Grades zu vernachlässigen. Dann ist für jeden Punkt des Strahles

$$\alpha_0 \frac{d\alpha}{ds} + \beta_0 \frac{d\beta}{ds} + \gamma_0 \frac{d\gamma}{ds} = 0$$

und somit auch

$$\Delta\alpha = \int_0^{\varrho} \left(1 - \frac{s}{\varrho}\right) \frac{d\alpha}{ds} ds, \quad \Delta\beta = \int_0^{\varrho} \left(1 - \frac{s}{\varrho}\right) \frac{d\beta}{ds} ds, \quad \Delta\gamma = \int_0^{\varrho} \left(1 - \frac{s}{\varrho}\right) \frac{d\gamma}{ds} ds$$

$$\alpha_0 \delta\alpha + \beta_0 \delta\beta + \gamma_0 \delta\gamma = 0.$$

Ferner folgt aus den Gleichungen $\alpha_0^2 + \beta_0^2 + \gamma_0^2 = 1$ und $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, daß auch

$$\alpha_0 \Delta\alpha + \beta_0 \Delta\beta + \gamma_0 \Delta\gamma = 0$$

wird. Daraus geht aber das auch ohne weiteres geometrisch ersichtliche Resultat $\Delta\sigma = 0$ hervor, das die Gleichungen

$$\Delta\alpha = \delta\alpha, \quad \Delta\beta = \delta\beta, \quad \Delta\gamma = \delta\gamma$$

oder

nach sich zieht. Überdies hat man sich bei der Berechnung der Integrale der Werte

$$x = x_0 + \alpha_0 s, \quad y = y_0 + \beta_0 s, \quad z = z_0 + \gamma_0 s$$

zu bedienen.

Man kann die Teile

$$\int_0^p \frac{d\alpha}{ds} ds, \quad \int_0^p \frac{d\beta}{ds} ds, \quad \int_0^p \frac{d\gamma}{ds} ds$$

der Verbesserungen $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ als optische Ablenkungen, die Teile

$$-\frac{1}{\varrho} \int_0^p \frac{d\alpha}{ds} ds, \quad -\frac{1}{\varrho} \int_0^p \frac{d\beta}{ds} ds, \quad -\frac{1}{\varrho} \int_0^p \frac{d\gamma}{ds} ds$$

als parallaktische Ablenkungen bezeichnen. Diese parallaktischen Teile verschwinden für eine unendlich ferne Lichtquelle, wenn die Größen

$$\int_0^\infty \frac{d\alpha}{ds} ds, \quad \int_0^\infty \frac{d\beta}{ds} ds, \quad \int_0^\infty \frac{d\gamma}{ds} ds$$

endlich bleiben, wie das für jede vernünftige Annahme über die Beschaffenheit des Äthers im Bereiche des Sonnensystemes

$$\begin{aligned} \cos d \cdot \Delta\alpha &= -\sin a \cdot \Delta\alpha + \cos a \cdot \Delta\beta \\ \Delta d &= -\sin d \cos a \cdot \Delta\alpha - \sin d \sin a \cdot \Delta\beta + \cos d \cdot \Delta\gamma \\ \Delta f &= -\sin f \cdot \Delta\alpha + \cos f \cos g \cdot \Delta\beta + \cos f \sin g \cdot \Delta\gamma \\ \sin f \cdot \Delta g &= -\sin g \cdot \Delta\beta + \cos g \cdot \Delta\gamma \end{aligned}$$

Es genügt, die Werte der Koeffizienten der rechten Seiten dieser Gleichungen anstatt aus den jeweiligen Werten α , β , γ aus den Anfangswerten α_0 , β_0 , γ_0 zu bestimmen.

III. Für die numerische Rechnung ist die als konstant betrachtete Entfernung der Erde von der Sonne als Einheit der Entfernungen angesehen und

$$x_0 = 1, \quad y_0 = 0, \quad z_0 = 0$$

gesetzt worden. Die optischen Flächen sind als der Gleichung

$$f = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2 + y^2}{p^2} + \frac{1 + 100p^2}{1 + p^2} \frac{z^2}{p^2} - 1 \right)$$

entsprechende Rotationsellipsoide angenommen worden. Das Achsenverhältnis dieser Ellipsoide hat für den Sonnenmittelpunkt, die Sonnenoberfläche, den Erdort und die Unendlichkeit die Werte

$$1.00000, \quad 0.99893, \quad 0.14072, \quad 0.1.$$

Für den Brechungsindex ist die Formel

$$\log n = \frac{1}{2} \sin 1'' e^{-2p}$$

$$\frac{(1 + p^2)x}{\lambda} = \frac{(1 + p^2)y}{\mu} = \frac{(1 + 100p^2)z}{v} = \sqrt{(1 + p^2)^2 (x^2 + y^2) + (1 + 100p^2)^2 z^2}$$

$$\varepsilon = \alpha_0 \lambda + \beta_0 \mu + \gamma_0 v$$

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{d\beta}{ds} = \frac{d\gamma}{ds} = \sin 1'' \frac{p(1 + p^2) \sqrt{(1 + p^2)^2 (x^2 + y^2) + (1 + 100p^2)^2 z^2}}{(1 + p^2)^2 (x^2 + y^2) + (1 + 2p^2 + 100p^4) z^2} e^{-2p}$$

bekannt.

der Fall sein wird. Auf die parallaktischen Ablenkungen hat meines Wissens zuerst in dem speziellen Falle der atmosphärischen Strahlenbrechung Hansen aufmerksam gemacht (Über den Einfluß der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen, A. N. Nr. 347, Bd. 15, Altona 1838). Sie sind hier nur für den Mond und auch für ihn nur bei großen Zenitdistanzen merkbar. Die gebräuchlichen Tafeln enthalten nur die optischen Ablenkungen.

II. An Stelle der Richtungscosinus α , β , γ werden die gewöhnlichen sphärischen Koordinaten: die Länge a in der xy -Ebene, von der x -Achse nach der y -Achse zu positiv gerechnet, und die senkrecht zur xy -Ebene nach der z -Achse zu positiv gerechnete Breite d durch die Formeln

$$\alpha = \cos d \cos a, \quad \beta = \cos d \sin a, \quad \gamma = \sin d$$

eingeführt. Nennt man ferner f den Winkel zwischen der Richtung α , β , γ und der x -Achse, g den Winkel, um den man die xy -Ebene um die x -Achse von der y -Achse nach der z -Achse zu drehen muß, damit sie der Richtung α , β , γ parallel werde, so ist

$$\alpha = \cos f, \quad \beta = \sin f \cos g, \quad \gamma = \sin f \sin g.$$

Bei Beschränkung auf den ersten Grad in den Größen $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ wird dann

oder ausreichend

$$n = 1 + \frac{1}{2} \sin 1'' e^{-2p}$$

gewählt worden. Hiernach hat der Brechungsindex an den genannten vier Stellen die Werte

$$1.0000024241, \quad 1.0000024016, \quad 1.000003281, \quad 1.$$

Für angenommene Werte von α_0 , β_0 , γ_0 , s rechnet man nun zuerst

$$x = 1 + s\alpha_0, \quad y = s\beta_0, \quad z = s\gamma_0$$

und findet dann den Wert des Parameters p aus der Gleichung $f = 0$, die hier in p^2 quadratisch ist. Mit Hilfe der abkürzenden Bezeichnungen

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2, \quad \frac{x^2 + y^2 + 100z^2 - 1}{2} = a$$

erhält man

$$p = \sqrt{a + \sqrt{a^2 + r^2}}.$$

Dann werden die Größen λ , μ , v , ε , $\frac{d\alpha}{ds}$, $\frac{d\beta}{ds}$, $\frac{d\gamma}{ds}$ durch die Formeln

Die Werte

$$\Delta\alpha = \int_0^p \left(1 - \frac{s}{\varrho}\right) \frac{d\alpha}{ds} ds, \quad \Delta\beta = \int_0^p \left(1 - \frac{s}{\varrho}\right) \frac{d\beta}{ds} ds, \quad \Delta\gamma = \int_0^p \left(1 - \frac{s}{\varrho}\right) \frac{d\gamma}{ds} ds$$

ergeben sich darauf durch mechanische Quadratur. Für sehr große Werte von s nähern sich hier die Größen $s \frac{d\alpha}{ds}$, $s \frac{d\beta}{ds}$, $s \frac{d\gamma}{ds}$ den Werten

$$\sin 1'' \frac{99\alpha\gamma^2}{\kappa} s e^{-2\kappa s}, \quad \sin 1'' \frac{99\beta\gamma^2}{\kappa} s e^{-2\kappa s}, \quad -\sin 1'' \frac{99(\alpha^2+\beta^2)\gamma}{\kappa} s e^{-2\kappa s}$$

wobei

$$\kappa = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 100\gamma^2}$$

gesetzt worden ist. Da nun das Integral

$$\int_{\omega}^{\infty} s e^{-2\kappa s} ds = \frac{1 + 2\kappa\omega}{4\kappa^2} e^{-2\kappa\omega}$$

einen endlichen Wert hat, so verschwinden die parallaktischen Ablenkungen für die Fixsterne, für die $\varrho = \infty$ angenommen werden darf.

Für die folgenden Rechnungen, die für diesen Fall gelten, ist es, indem sich die Richtung des Strahles der Sonne nicht mehr als auf 20° nähert, nicht nötig gewesen, über den Wert $s = 1.6$ hinauszugehen, da sich jenseits dieses Wertes keine merkbaren Beiträge zu den Ablenkungen mehr ergaben. Das Intervall ds für die mechanische Quadratur brauchte nicht unter 0.05 herabgesetzt zu werden. Für angenommene Werte von $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ ist die Integration nicht nur von $s = 0$ bis $s = +\infty$, sondern auch von $s = -\infty$ bis $s = 0$ ausgeführt worden. Die Werte $\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma$ nämlich, die für die Richtung $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ dem Zweige von $s = -\infty$ bis $s = 0$ angehören, liefern sofort die Werte $\Delta\alpha_1, \Delta\beta_1, \Delta\gamma_1$, die für die Richtung $-\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ dem Zweige von $s = 0$ bis $s = +\infty$

entsprechen, nach den Formeln $\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha, \Delta\beta_1 = -\Delta\beta, \Delta\gamma_1 = -\Delta\gamma$.

Die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Werte sind alle direkt gerechnet, also keiner interpoliert worden; sie sind bis auf wenige Einheiten der letzten Stelle zuverlässig. Direkt gerechnet sind die Werte $\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma$; die Zusammenstellung enthält aber mit deren Übergehung für jede Richtung der Reihe nach untereinander geschrieben nur die Werte von $\cos d \cdot \Delta\alpha, \Delta d, \Delta f, \sin f \cdot \Delta g$, und zwar nur für den vierten Teil der Kugel, da in den übrigen Teilen, in den zu den Koordinatenebenen symmetrisch gelegenen Punkten die Werte von $\cos d \cdot \Delta\alpha, \Delta d, \Delta f, \sin f \cdot \Delta g$, absolut genommen, dieselben bleiben, sich aber in betreff des Wechsels oder Beibehaltens des Vorzeichens nach den Ausdrücken $\cos a, \sin a, 1, \cos a \sin a$ richten. Für einen Fixstern ist d die Breite, a aber hängt mit seiner Länge l und der Länge L der Sonne nach der Formel

$$a = l - L + \pi$$

zusammen, so daß a im Verlaufe eines Jahres den ganzen Kreis der Werte durchläuft, während d unverändert bleibt.

Den Darlegungen entsprechend geben die Werte der Zusammenstellung die Verbesserungen an, die an die Beobachtungen anzubringen sind, um sie von der kosmischen Strahlenbrechung zu befreien.

Kosmische Strahlenbrechung für Fixsterne.

	0°	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	180°
d	0°	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	180°
0°	0.0000	+0.0174	+0.0366	+0.0603	+0.0926	+0.1403	+0.2149	+0.3279	+0.4461	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	+0.0174	+0.0366	+0.0603	+0.0926	+0.1403	+0.2149	+0.3279	+0.4461	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20°	0.0000	+0.0098	+0.0198	+0.0289	+0.0377	+0.0441	+0.0460	+0.0406	+0.0246	0.0000
	-0.0906	-0.0939	-0.1036	-0.1204	-0.1469	-0.1840	-0.2324	-0.2880	-0.3368	-0.3574
	-0.0906	-0.0572	-0.0208	+0.0051	+0.0288	+0.0550	+0.0901	+0.1463	+0.2485	+0.3574
	0.0000	-0.0752	-0.1034	-0.1237	-0.1488	-0.1810	-0.2190	-0.2513	-0.2286	0.0000
40°	0.0000	+0.0065	+0.0128	+0.0178	+0.0219	+0.0236	+0.0222	+0.0175	+0.0097	0.0000
	-0.0490	-0.0504	-0.0545	-0.0616	-0.0716	-0.0839	-0.0970	-0.1092	-0.1187	-0.1219
	-0.0490	-0.0407	-0.0230	-0.0048	+0.0137	+0.0328	+0.0545	+0.0803	+0.1081	+0.1219
	0.0000	-0.0305	-0.0510	-0.0640	-0.0736	-0.0807	-0.0832	-0.0761	-0.0500	0.0000
60°	0.0000	+0.0054	+0.0103	+0.0142	+0.0167	+0.0173	+0.0157	+0.0120	+0.0065	0.0000
	-0.0205	-0.0214	-0.0239	-0.0288	-0.0348	-0.0417	-0.0487	-0.0546	-0.0589	-0.0603
	-0.0205	-0.0177	-0.0100	-0.0002	+0.0112	+0.0233	+0.0358	+0.0476	+0.0568	+0.0603
	0.0000	-0.0132	-0.0240	-0.0322	-0.0370	-0.0386	-0.0365	-0.0293	-0.0169	0.0000
80°	0.0000	+0.0051	+0.0098	+0.0130	+0.0149	+0.0150	+0.0134	+0.0101	+0.0054	0.0000
	+0.0032	+0.0024	-0.0007	-0.0041	-0.0091	-0.0144	-0.0195	-0.0239	-0.0268	-0.0276
	+0.0032	+0.0040	+0.0058	+0.0092	+0.0131	+0.0173	+0.0213	+0.0247	+0.0270	+0.0276
	0.0000	-0.0039	-0.0079	-0.0100	-0.0114	-0.0116	-0.0104	-0.0078	-0.0042	0.0000

Für die Planeten gestaltet sich die Berechnung der Strahlenbrechung recht umständlich; für die äußeren aber immer noch verhältnismäßig einfach gegenüber den inneren, weil sich auch schon Mars in solcher Entfernung von der Sonne befindet, daß die weiter entfernten Teile der Strahlen keine merkbaren Ablenkungen mehr erleiden würden. Für die äußeren Planeten genügt es also, neben den Werten der optischen Ablenkungen

$$\int_0^{\infty} \frac{d\alpha}{ds} ds, \quad \int_0^{\infty} \frac{d\beta}{ds} ds, \quad \int_0^{\infty} \frac{d\gamma}{ds} ds$$

die Werte der Integrale

$$\int_s^{\infty} \frac{d\alpha}{ds} ds, \quad \int_s^{\infty} \frac{d\beta}{ds} ds, \quad \int_s^{\infty} \frac{d\gamma}{ds} ds$$

zu tabulieren, die sich aus den für die optischen Ablenkungen angestellten Rechnungen mit geringer Mühe ergeben und die

Kosmische Strahlenbrechung für die Sonne.

Optische Ablenkungen.

$g = 0^\circ$	30°	60°	90°
+0".02208	+0".01901	+0".01104	0".00000
0.00000	-0.02424	-0.04199	-0.04847
+0.02208	+0.02858	+0.04188	+0.04847
0.00000	-0.01148	-0.01144	0.00000

Während bei der atmosphärischen Strahlenbrechung die parallaktischen Ablenkungen gegen die optischen stets sehr klein sind, werden bei der Sonne die optischen Ablenkungen durch die parallaktischen zum größten Teile ausgeglichen. Der Unterschied ist darin begründet, daß der wesentliche Teil der Ablenkungen im ersten Falle in der Umgebung des Beobachtungsortes, im zweiten Falle aber in der Umgebung des Ausgangsortes erfolgt. Die als Summen der optischen und der parallaktischen Ablenkungen übrig bleibenden Werte verringern zwar die Abplattung der Sonne, aber doch nur um rund 0".01. Daß eine etwa tatsächlich vorhandene Abplattung von rund 0".5, die die anomale Bewegung des Merkur-

mit $-\frac{1}{\rho}$ multipliziert die parallaktischen Ablenkungen liefern.

Für die Sonne können, wie die Entfernung der Erde von ihr, auch die Ablenkungen als konstant betrachtet werden. Da die Frage, welche Gestalt die Sonne habe, für gewisse Bewegungen im Sonnensysteme von Wichtigkeit ist (man vergleiche z. B. meine Artikel »Über die Rotationsbewegung der Sonne«, und »Über die Bewegung des Mercurperihels« Astr. Nachr. Nr. 3026-27 und 3030, Bd. 127, Kiel 1891), so sind die Ablenkungen noch für vier Punkte des Sonnenquadranten berechnet worden, indem die Sonne als die optische Fläche $\log_b p = 7.66767$ betrachtet worden ist. Das Intervall ds für die mechanische Quadratur mußte hier bis auf 0.0025 erniedrigt werden.

In der folgenden Zusammenstellung sind zuerst die Werte der optischen, sodann die der parallaktischen Ablenkungen angegeben, in derselben Anordnung wie bei der Zusammenstellung für die Fixsterne.

Parallaktische Ablenkungen.

$g = 0^\circ$	30°	60°	90°
-0".02009	-0".01729	-0".01004	0".00000
0.00000	+0.01833	+0.03173	+0.03665
-0.02009	-0.02413	-0.03249	-0.03665
0.00000	+0.00722	+0.00718	0.00000

perihels aus der Sonnenanziehung erklären würde, durch die kosmische Strahlenbrechung ausgeglichen werden könnte, ist hiernach zwar möglich, aber nicht sehr wahrscheinlich. Es müßte dafür eine sehr viel stärkere Verdichtung des Äthers in der Umgebung der Sonne angenommen werden, als bei der hier zugrunde gelegten Hypothese.

Die von dem Monde kommenden Strahlen erleiden durch die kosmische Strahlenbrechung nur Ablenkungen bis höchstens zum Betrage von 0".0003.

Es braucht wohl nicht erklärt zu werden, daß ich selbst den mitgeteilten Zahlen keinen anderen Wert beilege, als daß sie zeigen, was möglicherweise erwartet werden kann.

Sternwarte Kiel, 1905 Mai 25.

Paul Harzer.

Die Bewegung der Schweifmaterie des Kometen 1903 IV auf einem zur Sonne konvexen Bogen.

Von R. Jaegermann.

Die in Astr. Nachr. 3978 auf Grund der Photographien Quénnisset, Barnard, Curtiss, Wallace vom 24. Juli 1903 nachgewiesene Bewegung der Schweifmaterie des Kometen Borrelly 1903 IV auf einem zur Sonne konvexen Bogen wird auch durch die photographischen Aufnahmen von I. Roberts und M. F. Smith bestätigt. Letztere wurden mir von Mme. Dorothea Isaac-Roberts und vom Direktor des Yale College Observatory Herrn Prof. W. L. Elkin in der liebenswürdigsten Weise zur Verfügung gestellt. Auf der in Greenwich am 24. Juli 1903 erhaltenen Photographie ist, wie mir vom Kgl.

Observatorium zu Greenwich freundlichst mitgeteilt wurde, das betreffende, dem Kometenkern nähere Ende des von demselben völlig losgetrennten und auf der vorderen Seite des Kometen (d. h. vor dem verlängerten Radiusvektor im Sinne der Raumbewegung) sich befindenden Schweifstückes infolge des zu großen Maßstabes gar nicht zu sehen. — Die auf Grund der neuen Photographien abgeleiteten Resultate sind mit den früher erhaltenen hier in übersichtlicher Weise zusammengestellt.