2. Über die Ausdehnung fester Körper bei tiefer Temperatur; von F. Henning.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Einleitung. In der Reichsanstalt ist in den Jahren 1901 bis 1903 die lineare Wärmeausdehnung einer Reihe von Metallen¹⁾, sowie Porzellan, Glas²⁾ und Quarzglas³⁾ oberhalb Zimmertemperatur bestimmt worden. Zu diesem Zweck wurden die verschiedenen Körper als 0,5 m lange und 3—6 mm dicke zylindrische Stäbe in einem elektrischen Ofen mit horizontal verlaufender Längsachse geheizt, in dem sie bis 1000° erwärmt werden konnten. An den Enden besaßen die Stäbe Teilungen auf angeschliffenen bez. eingelegten Flächen, auf die man durch besondere Öffnungen des elektrischen Ofens mit Mikroskopen visieren konnte. Die Ablesung geschah durch Fadenmikrometer. Die Mikroskope saßen fest verbunden auf einer Nickelstahlschiene von sehr geringem Ausdehnungskoeffizienten. Die Temperatur des Ofens wurde durch ein Thermoelement angegeben.

Es war von Interesse, die Ausdehnung derselben Stäbe, die bei hohen Temperaturen untersucht sind, auch bei tiefer Temperatur zu verfolgen. Da sich als bequemstes Mittel zur Abkühlung die flüssige Luft darbot, wurde die Längenänderung der Stäbe zwischen Zimmertemperatur und etwa -191°C . beobachtet. Die Stäbe wurden in vertikaler Richtung in ein Dewargefäß gesetzt und abwechselnd bei Zimmertemperatur und der Siedetemperatur der flüssigen Luft gemessen. Eine absolute Bestimmung der Längenänderung mußte aufgegeben werden, da es unmöglich war, durch die Glaswände des Dewar-

1) L. Holborn u. A. Day, Ann. d. Phys. 4. p. 104. 1901; W. Dittenberger, Zeitschr. d. Ver. d. Ing. 46. p. 1532. 1902; Mitt. über Forschungsarbeit, Ver. d. Ing. Heft 9. p. 60. 1903.

2) L. Holborn u. E. Grüneisen, Ann. d. Phys. 6. p. 136. 1901.

3) L. Holborn u. F. Henning, Ann. d. Phys. 10. p. 446. 1903.

gefäßes und die flüssige Luft hindurch sichere Einstellungen auf die Teilungen der Stäbe zu erhalten. Darum wurde ein anderes Verfahren eingeschlagen, das gestattete, die Längenänderung außerhalb der flüssigen Luft an Teilen vorzunehmen, die mit dem Stab verbunden waren. Diese Methode lieferte indessen die Ausdehnung nicht direkt, da sie eine additive Konstante unbekannt läßt. Man erhielt also nur relative Werte für die Ausdehnung. Um zu absoluten Werten zu gelangen, muß die absolute Ausdehnung zwischen der Temperatur der flüssigen Luft und der Zimmertemperatur für irgend einen der untersuchten Körper bekannt sein. Da diese Bedingung erfüllt ist durch die neuerdings von Scheel¹⁾ nach dem

Fizeauschen Verfahren ausgeführten Messungen an Platin, Palladium und Quarzglas, so konnte jetzt die Umrechnung meiner im Winter 1903/1904 ausgeführten Beobachtungen auf die absoluten Werte der Ausdehnung vorgenommen werden.

Am Schluß der Arbeit ist eine Tabelle gegeben, die zur Erleichterung der Übersicht alle Resultate der an den Stäben vorgenommenen Ausdehnungsmessungen zusammenfaßt.

Methode. In ein Rohr (vgl. Figur) aus Jenaer Glas 59^m, das 6 mm innere Weite besaß, wurde an dem unteren Ende eine geschliffene Spitze aus demselben Glas eingeschmolzen. Auf diese Spitze wurde der zu untersuchende Stab gestellt, dessen beide Endflächen plan geschliffen waren. Der Stab trug zwei Führungsringe aus Ebonit, die ihm in dem etwas weiteren Rohr eine sichere Lage gaben. Auf die obere Endfläche des Stabes wurde ein 21 cm langer, mit Führungsringen versehener Stab aus Jenaer Glas 59^m, der ebenfalls eine geschliffene Spitze besaß, aufgesetzt. Das obere Ende dieses Glasstabes trug auf einer durch die vertikale Stabachse gehenden an-

geschliffenen Ebene eine Teilung. Aus dem oberen Ende des Glasrohres war ein Stück von der Form eines Halbzylinders

1) K. Scheel, Verh. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 9. p. 3. 1907.

herausgeschnitten, so daß zwei vertikal verlaufende Schliiff-
flächen entstanden, deren Ebene ebenfalls durch die vertikale
Stabachse ging und deren Breite der Dicke des Glasrohres
entsprach. Diese beiden Flächen wurden ebenfalls mit Teilungen
versehen. Durch Drehen des Stabes konnten die Teilungen
auf Rohr und Stab in dieselbe Ebene gebracht werden.

Gemessen wurde die relative Entfernung der Teilungen
voneinander bei Zimmertemperatur und der Temperatur der
flüssigen Luft. Die flüssige Luft befand sich in einem Dewar-
gefäß von 70 cm Höhe und 7 cm Durchmesser und reichte
etwa bis zur Mitte des oberen Glasstabes, so daß der Ver-
suchsstab sicher die Temperatur der flüssigen Luft annahm.

Man erhält nach dieser Methode also direkt die Längen-
änderung des Stabes, vermindert um die Längenänderung eines
gleich langen Stückes des Glasrohres, wenn man voraussetzt,
daß innerhalb desselben Querschnittes senkrecht zur Längs-
achse Rohr und Stäbe gleiche Temperatur haben und daß
Glasrohr und Glasstab gleichen Ausdehnungskoeffizienten be-
sitzen. Von der Erfüllung dieser Voraussetzungen konnte man
sich unabhängig machen, indem man unter stets nahe denselben
Bedingungen beobachtete und die Ausdehnung aller Stäbe mit
der Ausdehnung eines von ihnen, nämlich des Platinstabes,
verglich, so daß die Ausdehnung des Glasrohres lediglich als
Vergleichsglied diente und sich gänzlich heraushob.

Die Temperatur der flüssigen Luft wurde durch ein Platin-
thermometer gemessen, das mit Nr. 2 bezeichnet ist und früher¹⁾
an das Wasserstoffthermometer angeschlossen war. Die Zimmer-
temperatur wurde an einem Quecksilberthermometer abgelesen.

Zur Beobachtung der Teilungen diente ein Mikroskop mit
Fadenmikrometer, das an einer Nickelstahlschiene befestigt
war. Die Einstellung geschah nur mit dem Mikrometer. Die
beiden Teilungen *A* und *B* auf dem Glasrohr und die Teilung *C*
auf dem Glasstab bestanden aus mehreren Strichen im Ab-
stand von 1 mm. Es wurde unter möglichster Vermeidung
der Parallaxe nach der Reihe das Mikrometer auf alle Striche
der Teilungen *A*, *B* und *C* eingestellt. Die Vergrößerung des
Mikroskopes wurde jedesmal bestimmt aus dem bekannten

1) L. Holborn, Ann. d. Phys. 6. p. 242. 1901.

Tabelle

Datum	Temp.	Quarzglas	Glas 59 ^m	Berliner Porzellan	Platin	Palladium	Platin-Iridium	Silber	Kupfer
Werte von M_{+16} und M_{-191} für die Höhe (in mm) der Strichgruppe des									
3.—4. Sept. 03	+ 16°		-0,610						
4. Sept.	-191		-0,597						
4.—14. Sept.	+ 16		-0,611		-0,125				
	-191		-0,600		-0,507				
15. Sept.	+ 16		-0,618		-0,134				
	-191		-0,601		-0,494				
	+ 16		-0,618		-0,143				
14.—18. Dez.	+ 16	+0,029			-0,136			+0,276	
20. Dez.	-191	+0,512			-0,515			-1,037	
18.—25. Jan. 04	+ 16	+0,025			-0,145	-0,422		+0,271	
28. Jan.	-191	+0,512			-0,520	-1,020		-1,054	
6.—24. Febr.	+ 16	+0,024			-0,152	-0,423	+0,247	+0,262	+0,467
25. Febr.	-191	+0,506			-0,523	-1,039	-0,077	-1,060	-0,537
1.—10. März	+ 16	+0,022	-0,638	+0,026	-0,160	-0,435	+0,243	+0,255	+0,467
11. März	-191	+0,500		+0,293	-0,531	-1,044	-0,083		-0,540
14.—23. März.	+ 16	+0,020	-0,637	+0,027	-0,165	-0,445	+0,238		+0,464
25. März.	-191	+0,495		+0,297	-0,531	-1,072			
28. März—6. Apr.	+ 16	+0,020	-0,639	+0,025	-0,163	-0,467			
28. April	-191	+0,497		+0,295	-0,542	-1,065			
2.—5. Mai	+ 16	+0,019	-0,640	+0,023	-0,162	-0,471			
Werte von $D = M_{-191} - M_{+16}$ für die Längenänderung der									
		+0,485	+0,014	+0,266	-0,377	-0,597	-0,322	-1,310	-1,004
		0,487	0,015	0,271	0,357	0,610	0,323	1,321	-1,006
		0,483	0,017	0,271	0,374	0,604		1,319	
		0,479			0,371	0,616			
		0,475			0,367	0,596			
		0,477			0,368				
					0,367				
					0,379				
Mittel		+0,481	+0,015	+0,270	-0,370	-0,605	-0,323	-1,317	-1,005
Länge der Stäbe bei 16°		501,1	500,8	499,6	499,3	500,1	499,8	502,8	500,0
Ausdehnung geg. d. Glasrohr bei 1 m Länge D'		+0,960	+0,030	+0,540	-0,742	-1,210	-0,646	-2,620	-2,010
Ausdehnung geg. Platin bei 1 m Länge $D' - D'_{Pt}$		+1,702	+0,772	+1,282	0,000	-0,468	+0,096	-1,878	-1,268

1.

Nickel	Aluminium	Konstantan	Bronze	Messing	Guß Eisen "G K"	Guß Eisen "A"	Fluß Eisen	Schweiß Eisen	Fluß Stahl	Temp.
Glasstabes über der Strichgruppe des Glasrohres bei + 16 und - 191° C.										
										+ 16°
										- 191
										+ 16
										- 191
										+ 16
										- 191
										+ 16
	+ 0,146									+ 16
	- 1,307									- 191
- 0,229	+ 0,139	+ 0,129								+ 16
- 0,827	- 1,311	- 0,652								- 191
- 0,239	+ 0,139	+ 0,133		+ 0,391						+ 16
		- 0,661		- 0,862						- 191
- 0,248	+ 0,134	+ 0,127		+ 0,388	- 0,304					+ 16
- 0,839		- 0,673		- 0,864	- 0,786					- 191
- 0,245		+ 0,124	+ 0,052	+ 0,389	- 0,315	+ 0,406	- 0,596	- 0,453	- 0,149	+ 16
			- 1,057		- 0,746	- 0,022	- 1,073	- 0,930	- 0,606	- 191
			+ 0,050		- 0,317	+ 0,400	- 0,597	- 0,449	- 0,149	+ 16
			- 1,050		- 0,742	- 0,020	- 1,065	- 0,924	- 0,601	- 191
			+ 0,050		- 0,313	+ 0,399	- 0,595	- 0,451	- 0,151	+ 16
Stäbe relativ zu einem gleich langen Stück des Glasrohres.										
- 0,593	- 1,450	- 0,783	- 1,108	- 1,252	- 0,426	- 0,425	- 0,476	- 0,479	- 0,457	
0,592	1,450	791	1,100	1,253	480	0,420	- 0,469	0,474	0,451	
		799			427					
- 0,593	- 1,450	- 0,791	- 1,104	- 1,253	- 0,428	- 0,423	- 0,473	- 0,477	- 0,454	
499,2	501,6	499,8	499,7	502,0	500,1	500,0	498,9	499,0	499,5 mm	
- 1,188	- 2,892	- 1,582	- 2,210	- 2,496	- 0,856	- 0,846	- 0,948	- 0,956	- 0,908	
- 0,446	- 2,150	- 0,840	- 1,468	- 1,754	- 0,114	- 0,104	- 0,206	- 0,214	- 0,166	

Abstand der Striche einer Teilung. Die Ablesungen für zusammengehörige Striche der Teilungen *A* und *B* wurden gemittelt und von der Ablesung eines bestimmten in der Nähe befindlichen Striches der Teilung *C* subtrahiert. Im allgemeinen ergaben sich bei jeder Beobachtung entsprechend der Anzahl der sichtbaren Striche fünf solcher Differenzen von nahe gleicher Größe, die zu einem Mittelwert *M* vereinigt wurden. Zu jedem Stab und jeder Temperatur gehörte eine solche Zahl *M*, die also angibt, um wieviel Millimeter im Mittel die Strichgruppe *C* höher liegt als die Strichgruppe *A B*. Für *M* wurde unter gleichen Bedingungen innerhalb der Beobachtungsfehler immer dieselbe Größe gefunden, auch wenn der Stab inzwischen aus dem Glasrohr herausgenommen und wieder von neuem eingesetzt wurde. Deshalb konnte so verfahren werden, daß eine Gruppe von Stäben zunächst bei Zimmertemperatur und dann bei der Temperatur der flüssigen Luft gemessen wurde. Abgesehen von den Vorversuchen im September 1903 gehörte zu jeder Messungsreihe außer Platin noch Quarzglas.

Ausdehnung im Vergleich mit Platin. Die Ergebnisse der Messungen sind in Tab. 1 zusammengestellt, die die Werte von *M* für +16 und -191° enthält. Auf diese Temperaturen, die den Mittelwerten aller beobachteten Temperaturen sehr nahe kommen, wurden alle Werte von *M* reduziert, indem der Ausdehnungskoeffizient innerhalb dieses Temperaturgebietes in erster Näherung als konstant angesehen wurde. Die in der Tabelle enthaltenen Zahlen für *M*₁₆ sind Mittelwerte aus meist zwei Beobachtungen. *M*₋₁₉₁ sind im allgemeinen Einzelwerte, nur beim Platin, das zum Anfang und zum Schluß jeder Messungsreihe beobachtet wurde, Mittel aus zwei Werten. Um nun die Ausdehnung eines Stabes im Vergleich zum Glasrohr zu erhalten, hat man $D = M_{-191} - M_{16}$ zu bilden. Für *M*₁₆ wurde hierbei stets der Mittelwert der beiden *M*₁₆ eingesetzt, die das zugehörige *M*₋₁₉₁ einschließen. Zieht man von allen auf die gleiche Länge von 1 m umgerechneten Werten von *D*, die mit *D'* bezeichnet werden mögen, das zu Platin gehörige *D*_{Pt} ab, so hat man die Ausdehnung der Stäbe im Vergleich zu Platin. Man erhält also die absolute Ausdehnung eines Stabes von 1 m Länge zwischen den Temperaturen +16 und -191°, wenn man die absolute Ausdehnung eines 1 m langen Platin-

stabes im gleichen Temperaturintervall zu $D' - D_{Pt}$ addiert. Die Werte von D , D' und $D' - D_{Pt}$ sowie die Länge der Stäbe bei $+16^\circ$ sind in Tab. 1 enthalten.

Absolute Ausdehnung. Die absolute Ausdehnung des Platins zwischen $+16$ und -191° habe ich entnommen aus der von Scheel aufgestellten kubischen Formel, die sich auf Messungen bei etwa -190 , $+16$, $+56$ und $+100^\circ$ stützt (l. c. p. 23). Hiernach ergibt sich die lineare Ausdehnung von 1 m Platin zwischen $+16^\circ$ und -191° zu $-1,649$ mm. Unter Einsetzung dieser Zahl erhält man aus meinen Messungen für die Ausdehnung eines 1 m langen Stabes aus Palladium bez. Quarzglas zwischen $+16$ und -191° $-2,117$ bez. $+0,053$ mm, während man für die gleichen Größen aus Scheels Beobachtungen nach der Fizeauschen Methode $-2,119$ bez. $+0,041$ mm berechnet. Der mittlere Ausdehnungskoeffizient des Quarzglases zwischen -191 und $+16^\circ$ ist also, wie schon Scheel bemerkt, negativ. Die absolute Ausdehnung aller Stäbe zwischen $+16$ und -191° ist in Tab. 2 enthalten.

Die Werte M der Tab. 1 zeigen meist einen kleinen Gang in dem Sinne, daß sie mit der Zeit abnehmen. Der Grund dafür kann verschiedener Art sein. Es ist möglich, daß die Spitzen des Glasrohres und des Glasstabes sich mit der Zeit ein wenig abgeschliffen oder in die Stäbe etwas eingedrückt haben. Die Spuren der Glasspitzen hatten sich auf den ebenen Endflächen der Stäbe aus weicherem Material abgezeichnet. Ferner kann auch eine geringe dauernde Verkürzung der Stäbe eingetreten sein.

Zusammenfassung der Resultate. Tab. 2 enthält die Resultate aller an den Stäben vorgenommenen Ausdehnungsmessungen innerhalb der auf runde Zahlen reduzierten Temperaturgrenzen, die den Beobachtungen möglichst nahe kommen. Dabei ist die Länge der Stäbe bei 16° zu 1 m angenommen. Für die Temperaturen oberhalb 16° sind die Längenänderungen aus den für die Stäbe früher abgeleiteten Formeln (l. c.) ausgerechnet und also die ausgeglichenen Beobachtungen zugrunde gelegt. Für Nickel und Aluminium aber haben diese Formeln in gewissen Temperaturgebieten keine Gültigkeit. Hier wurde deshalb auf die direkten Beobachtungen zurückgegangen.

Die auf Glas bezüglichen Zahlen sind für Temperaturen

Tabelle 2.

Lineare Ausdehnung, gemessen in mm, von 1 m langen Stäben zwischen den Temperaturen +16 und $t^{\circ}\text{C}$.

	$t =$	-191	+250	+375	+500	+625	+750	+875	+1000°
Quarzglas		+0,053	+0,126	(2,286)	+0,261		+0,396		+0,531 mm
Jenae Glas 59 ^{III}		-0,377	(1,429)	(2,286)	(3,072)				
Berliner Porzellan (gepreßt) . .		-0,367	0,786	1,257	1,764	2,308	2,768	3,471	4,271
Platin		-1,649	2,158		4,623		7,254		10,051
Palladium		-2,117	2,867		6,195		9,796		13,671
Platin-Iridium (80 Pt, 20 Ir) . .		-1,553	2,006		4,321		6,813		9,488
Silber		-3,527	4,574		10,040		16,105	19,362	
Kupfer		-2,917	4,011	6,335	8,784	11,360			
Nickel		-2,095	3,268	5,291	7,336		11,737		16,553
Aluminium		-3,799	5,720	9,429	13,149	17,239*			
Konstantan (60 Cu, 40 Ni). . .		-2,489	3,716	5,882	8,174				
Bronze (84 Cu, 9 Zn, 6 Sn) . .		-3,117	4,259	6,730	9,335				
Messing (62 Cu, 38 Zn). . . .		-3,403	4,637	7,506					
Guß Eisen „G K“ (3% C) . . .		-1,763	2,68	4,33	6,13	8,547			
Guß Eisen „A“ (4% C)		-1,753	2,677	4,387	6,28	8,187	10,51	12,90	
Fluß Eisen „Ft 2“ (0,1% C) . .		-1,855	3,01	4,91	6,85	8,97			
Schweißeisen „Sch 2“ (0,1% C) .		-1,863	3,03	4,89	6,84	8,94	10,97		
Flußstahl „St 1“ (0,5% C) . . .		-1,815	2,94	4,76	6,71	8,80	9,79		* gültig für 610°

oberhalb 16° eingeklammert, da für die Messungen in diesem Gebiet ein anderer Stab verwendet wurde als für die Beobachtungen bei tiefer Temperatur. Der Grund hierfür lag darin, daß der früher benutzte Stab, der an den Enden abgerundete Kuppen besaß, durch das Anschleifen ebener Endflächen zu stark hätte verkürzt werden müssen. Die bei -191° angestellten Beobachtungen fügen sich den für hohe Temperaturen gültigen Formeln nicht ein. In den tiefen Temperaturen ist die Längenänderung stets geringer als man nach der Extrapolation erwartet. Eine Ausnahme hiervon bildet jedoch Messing, dessen Länge sich stärker änderte als die Extrapolation erwarten ließ.

(Eingegangen 30. Januar 1907.)