2. Untersuchungen
über stehende Hertz'sche Wellen in Luft.
Ein Beitrag
zur Frage nach der Ausbreitungsgeschwindigkeit
der Wellen in Luft und an Drähten;
von Martin Sjöström.

Einleitung.

§ 1. Während der experimentellen Vorarbeiten zu einem früheren Aufsatz konnte ich mit einem sehr empfindlichen stabförmigen Resonator schön ausgebildete stehende elektromagnetische Wellen vor einer dicken Ziegelwand in meinem Laboratoriumszimmer messen, die sogar zur Bestimmung der Wellenlänge (λ) des Oszillators verwendet werden konnten.¹⁾

Ich fand indessen gleichzeitig, daß der Abstand zwischen dem Oszillator (O) und der Mauer einen ungeheuer großen Einfluß auf den Abstand zwischen Bäuchen und Knoten der stehenden Welle hatte, zumal wenn O horizontal orientiert war, und daß die berechnete Wellenlänge in gewissen Fällen sich von dem beobachteten Werte um mehr als 20 Proz. unterschied.

Der Anlaß hierzu schien mir der zu sein, daß mehrere Wellen, die direkte Welle von O her und die am Fußboden und Decke sowie an der Mauer reflektierten Wellen, mit verschiedenen Phasen interferierten und so zur Entstehung der recht komplizierten Interferenzkurve führten. Eine flüchtige Prüfung älterer Arbeiten über λ -Bestimmungen mit nicht allzu kurzen Wellen zeigte, daß dort gleichfalls ähnliche Abweichungen zu verspüren waren wie die, welche ich bei Spiegelung gegen ein Dielektrikum und der Messung der stehenden Welle mittels eines linearen Resonators erhalten hatte.

1) M. Sjöström, Ann. d. Phys. 42. p. 1549. 1913.

Ich beschloß daher, der Hertzschen Spiegelmethode zur Bestimmung der Wellenlänge eine Prüfung zu widmen, sobald es mir möglich würde, einen hinreichend großen planen Metallspiegel zu erhalten.

§ 2. In vorliegendem Aufsatz werden nun die Ergebnisse einer experimentellen Untersuchung über diese bisher übersehenen Abweichungen bei Wellenlängebestimmungen nach der Hertzschen Methode mit Ausmessung der stehenden Welle bei senkrechter Inzidenz gegen einen großen Metallspiegel mitgeteilt.

In § 4 werden solche anomal ausgebildete Interferenzkurven, die unter etwas verschiedenen Verhältnissen erhalten worden sind, beschrieben.

Die Erklärung dieser Anomalien wird in §§ 5 und 6 gegeben.

Es wird danach die Bedingung aufgestellt, die erfüllt werden muß, damit die Hertzsche Methode, praktisch genommen, hinreichend sichere Wellenlängewerte ergeben soll (§ 8), und angegeben wie aus einer deformierten Kurve der wahre Wert zu entnehmen ist (§ 9). Die Wellenlänge wird im § 10 mit vertikalem Oszillator bestimmt.

Ein geschichtlicher Rückblick zeigt, von welcher durchgreifender Bedeutung diese Störungen in älteren experimentellen Arbeiten mit freien Hertzschen Wellen gewesen sind. Von diesen werden nur ein paar Untersuchungen, die eine absolute Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in Luft oder einen direkten Vergleich mit derselben an Drähten abzielen, erörtert. Es stellt sich heraus, daß sie mit Fehlern behaftet sind, die der vorliegenden Untersuchung gemäß in der Richtung gehen, daß die Geschwindigkeit der elektrischen Wellen in Luft im allgemeinen größer zu sein scheint als an Drähten (§ 7 und §§ 11 bis 15).

Die Versuche sind im physikalischen Institut der Universität Upsala ausgeführt worden. Es sei mir gestattet, dem Präfekten des Instituts, Hrn. Prof. G. Granqvist, für das Interesse und das große Entgegenkommen, das er mir bei der Durchführung der Arbeit gezeigt hat, meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Versuchsordnung.

§ 3. Die Untersuchung wurde in demselben Zimmer (10,1 m lang, 7,5 m breit, 3,77 m hoch) ausgeführt wie die zitierte vorhergehende.¹⁾ Der Oszillator war derselbe. Bei dem Resonator war das alte Thermokreuz durch ein neues Eisen (0,02 mm) — Konstantan (0,02 mm) ersetzt worden.

Etwa 1 m vor der einen Querwand K_2 war ein Stanniolspiegel (340×485 cm) aufgehängt.²⁾ Er war auf folgende Weise hergestellt. Auf feinster ungebleichter Leinwand, die an einer Holzwand aufgespannt worden war, wurde ungeleimtes Druckpapier aufgeklebt und auf diesem mittels Weizenmehlekleisters 0,01 mm dickes Stanniol so befestigt, daß die Papierfläche vollständig bedeckt wurde. Drei solche Stücke zu je 350×165 cm wurden angefertigt und ca. 2 Wochen lang gut trocknen gelassen, bevor sie abgenommen wurden. Nachdem die Längsseiten bis zum Stanniol hin beschnitten worden, wurden die Stücke nebeneinander mit der einen Schmalseite zwischen zwei mit Stoff bekleideten Holzleisten festgespannt, welche letztere mittels Schnüren, die über Räder an der Decke liefen, in die Höhe gezogen werden und den oberen Rand des Spiegels ca. 35 cm von der Decke entfernt wohlgespannt halten konnten. Unten auf dem Fußboden lag ein Holzbalken, und an diesem wurde mittels Reißnägeln der untere Teil des Stanniolspiegels befestigt. Schließlich fand sich hinter dem Spiegel ein weites Holzleistenwerk, über dem die Spiegelbahnen noch weiter seitlich gespannt werden konnten. Auf diese Weise hatte ich einen vollständig reflektierenden Planspiegel für die elektromagnetischen Wellen erhalten, der ein unbedeutendes Gewicht hatte, leicht aufgestellt oder heruntergenommen werden konnte, und der demnach weit hantierlicher war als die sonst für derartige Zwecke gebräuchlichen schweren Zinkspiegel.

Vor dem Spiegel in der Mittellinie des Zimmers, ungefähr mitten zwischen Fußboden und Decke (190 cm vom Fußboden entfernt) wurde der horizontale Oszillator von einem 2 m langen schmalen horizontalen Holzarm getragen, der senk-

1) l. c.

2) Betreffs der Bezeichnungen sei auf die angeführte Arbeit verwiesen.

recht zu den Antennen des Oszillators stand und der seinerseits an einem 2 m hohen vertikalen Holzstab befestigt war. Der Resonator stand auf einem anderen dünnen Holzstativ, gleichfalls 190 cm über dem Fußboden. Die Stative, mit Fernrohr und Skalen, sowie der Wasserstoffzylinder standen in der Ecke zwischen der Querwand K_1 und der Längswand L_2 , von wo der Tisch, der dort früher seinen Platz gehabt hatte, entfernt worden war. Die beiden d'Arsonvalschen Galvanometer standen auf einem Holzstativ 4 m von den Ablesungsfernrohren entfernt und dicht neben der Längswand L_2 . Im übrigen war alles unverändert und ebenso angeordnet wie bei der obenerwähnten früheren Arbeit.

Interferenzkurven, aufgenommen mit dem horizontalen Oszillator und einem abgestimmten Resonator.

§ 4. Figg. 1, 2, 3, 4 zeigen vier Beobachtungsreihen von Interferenzkurven, aufgenommen unter etwas verschiedenen Verhältnissen und für zwei verschiedene Wellenlängen. Als Abszisse ist der Abstand zwischen Resonator und Spiegel ($R-S$) eingetragen, als Ordinate der Galvanometeraussschlag (α).

Fig. 1 ist erhalten worden, als der Abstand zwischen dem 52,5 cm Oszillator und dem Spiegel ($O-S$) = 526 cm war und der Resonator, der mit O abgestimmt war, die Länge 51,4 cm hatte.

Fig. 2 stellt das Messungsergebnis für dieselben O und R dar, nachdem aber $O-S$ auf 326 cm vermindert worden war.

Figg. 3 und 4 beziehen sich auf den 40,3 cm-Oszillator und den mit diesem abgestimmten Resonator (Länge = 39 cm), als $O-S$ 326 bzw. 526 cm betrug.

Betrachten wir zunächst Fig. 1. Die Intensität der stehenden Welle ist am geringsten nach dem Spiegel zu, also das gerade Gegenteil von dem, was die Theorie für den Fall erwarten läßt, daß eine plane oder nicht allzu stark sphärische Welle von gedämpfter Sinusform unter senkrechtem Einfall an einem planen Metallspiegel reflektiert wird. Wird der Abstand zwischen dem Resonator und dem Spiegel ($R-S$) vermehrt, so erhalten wir immer deutlicher ausgebildete periodische Variationen der Intensität. Der Unterschied zwischen

rückt. Eine derartige Kurve wäre man auf den ersten Blick hin versucht für störungsfrei zu erklären, um so mehr als die aus den bezüglichen Maximum- und Minimumlagen berechneten λ -Werte eine ziemlich gute Übereinstimmung aufzuweisen scheinen, wenn man von dem letzten Minimum absieht, das infolge des steil aufsteigenden Zweiges nach dem Oszillator hin verschoben sein könnte.

Man findet:

	Max. also: $\lambda/2$			Min. also: $\lambda/2$	
2.	94	62,7	1.	64	64
3.	150	60	2.	127,5	63,8
			3.	157,5 (?)	52,8 (?)

Also: $\lambda/2$ im Mittel = 62,4 oder um nahezu 20 Proz. größerer Wert, als er bei der vorhergehenden Bestimmung für denselben Oszillator erhalten wurde.

Nun ist es jedoch klar, daß im ersten Falle ($O - S = 526$) ungeheuer starke Störungen die Interferenzkurve am Spiegel verdorben haben. Sieht man also von den drei ersten Maxima und den drei ersten Minima ab, und rechnet man nur mit denen, die weiter abliegen, wo die Intensität normal zu sein scheint und wo der Abstand zwischen Maximum und Minimum gleichfalls konstant zu sein scheint, so erhält man als Mittelwert von $\lambda/2$ ungefähr 57,5 cm, einen Wert, der also dem aus Fig. 2 bestimmten näher liegt, der aber in Wirklichkeit den wahren Wert von $\lambda/2$ gleich 55,1 cm (vgl. p. 368) um ca. 4 Proz. übersteigt.

Fig. 3, die mit $O = 40,3$ cm und $R = 39$ cm sowie bei $O - S = 326$ cm bestimmt worden ist, scheint einen mit Fig. 1 analogen Verlauf der Interferenzkurve darzubieten: größere Intensität in einem Abstände von ungefähr zwei bis drei halben Wellenlängen von dem Spiegel, danach abnehmende. Die Deformation scheint hier unbedeutend zu sein, bemerkenswert ist aber, daß nach dem vierten Maximum die Kurve plötzlich aufhört, um bei 244 wieder ein schwaches Maximum zu bekommen.

Die bez. Maxima und Minima ergeben folgende Werte von $\lambda/2$:

Max. also: $\lambda/2$			Min. also: $\lambda/2$		
1.	12,5	25]	1.	36	36
2.	58	38,7	2.	82,5	41,8
3.	107	42,8	3.	131,5	43,5
4.	155	44,3	4.	188,5	45,9
5.	197	43,8	5.	225	45,0
6.	238	44,3

Fig. 3.

Wir finden wieder wie in Fig. 1 nahe dem Spiegel kleine λ -Werte in Verbindung mit geringer Intensität, weiter ab größere Werte und größere Intensität, zuletzt wieder kleine Werte. Der Gang in den Werten ist hier weniger ausgesprochen als in Fig. 1, die Variation liegt aber in allen Fällen zwischen 36 und 45,9 cm, wenn man von dem ersten Maximum absieht, das aus bekannten Gründen stets falsch liegt, wenn die Reflexion der Welle an Metall geschieht. Es ist aus dieser Reihe von $\lambda/2$ -Werten unmöglich zu ersehen, welcher der wahrscheinliche ist.

Nebenbei mag erwähnt werden, daß ich bei den p. 353 zitierten Versuchen gefunden habe, daß bei Reflexion an Dielektrikum (der Steinwand K_2) das erste Maximum in einem Abstand von der spiegelnden Fläche gleich $\lambda/4$ liegt, was mit der Anschauung Lindmans¹⁾ betreffs der Ursache zur Verschiebung des ersten Maximums bei Metallreflexion in gutem Einklang steht.

Fig. 4.

Fig. 4 ist mit denselben O und R wie Fig. 3, aber bei $O - S = 526 \text{ cm}$ erhalten worden. Nahe dem Spiegel große Intensität, die weiter weg abnimmt. Eigentümlich ist hier, daß das zweite Maximum größer als das erste ist, und daß die Interferenzkurve um $O - S = 250$ herum so gut wie verläscht zu sein scheint.

Wird $\lambda/2$ aus den Maximum- und Minimumlagen berechnet, so erhält man folgende Serie:

Max. also: $\lambda/2$		Min. also: $\lambda/2$	
2.	69	46,0	1.
3.	116	46,4	2.
4.	163,5	46,7	3.
5.	211	47,0	4.
			5.
			46,5
			48,5
			49,0
			46,0
			43,8

1) K. F. Lindman, Ann. d. Phys. 7. p. 824. 1902.

Werden bei der Mittelwertsberechnung nur die inneren, deutlich markierten Maxima und Minima berücksichtigt, so ergeben die ersteren beinahe völlig *übereinstimmend* als Wert von $\lambda/2$ 46,4 cm, die letzteren 48,0, d. h. durchschnittlich $\lambda/2 = 47,2$, ein Wert, der jedoch um nahezu 10 Proz. *größer* ist als der richtige: $\lambda/2 = 43,6$ cm (vgl. unten p. 368).

Aus dem oben Angeführten ist es klar, daß die Wellen, die die Interferenzkurve aufbauen, nicht *nur* die direkte und die vom Spiegel reflektierte Welle sein können.

Wir gehen nun zur Erklärung dieser Anomalien über und werden dabei zeigen, daß es eben die an den begrenzenden Flächen des Zimmers reflektierten Wellen sind, die diese Abweichungen verursachen.

Erklärung der anomalen Ausbildung der Interferenzkurven.

§ 5. In einem früheren Aufsatz habe ich gezeigt, daß bei der Bestimmung der Resonanzkurve für einen horizontalen Oszillator und Resonator die von Fußboden und Decke reflektierten Wellen mit der direkten interferierten und zu komplizierten Schwingungsverhältnissen im Resonator führten. Wir hatten es somit dort mit einem wirklichen Oszillator und einer Reihe von Spiegelbildern zu tun, von denen wir nur zwei berücksichtigten, deren Schwingungen in ihrer Phase um π im Verhältnis zu denjenigen im Oszillator verschoben waren. Mit denselben Störungen haben wir natürlich auch im vorliegenden Falle zu rechnen, hier ist aber die zu berücksichtigende Anzahl der Oszillatoren eine noch größere. Für die folgende Behandlung können wir uns, da O und R mitten zwischen Fußboden und Decke liegen, mit folgenden begnügen:

1. dem wirklichen Oszillator im Abstände y_1 von R ;
2. dem Spiegelbild des Oszillators im Metallspiegel, im Abstände y_2 von R ;
3. zwei Spiegelbildern von 1 an Fußboden und Decke, im Abstände y_3 von R ;
4. zwei Spiegelbildern von 2 an Fußboden und Decke, im Abstände y_4 von R .

Wir vernachlässigen demnach Spiegelbilder höherer Ordnung sowie das Spiegelbild an der Schmalwand K_1 , teils weil sie von drei Fenstern durchbrochen ist, wo somit die Reflexion

$= 0$ ist, teils weil die wegen des großen Abstandes relativ schwachen Wellen, die von dieser ausgehen, von sehr geringer Bedeutung am Spiegel gegenüber denen sind, die von den oben aufgezählten Oszillationszentren herrühren. Die Spiegelbilder an den Längswänden vernachlässigen wir u. a. deshalb, weil sie ziemlich weit von R abliegen und außerdem in schräger Richtung gegen R strahlen, wodurch ihr Einfluß noch weiter reduziert wird.

Ferner ist zu beachten, daß die Welle 1 und die beiden zusammenwirkenden Wellen 4 in Phase miteinander sind, da ja 4 durch zwei Reflexionen entstanden ist, 2 und 3 aber, die gleichfalls in Phase miteinander sind, wo π nach 1 und 4 schwingen.

Man kann nun berechnen, wie die elektrische Kraft in einem gegebenen Punkt unter der Einwirkung aller dieser Wellen variieren wird, man würde danach den thermischen Integraleffekt in dem Resonator berechnen und auf diese Weise die Gleichung für die Interferenzkurve erhalten, aber die Rechnungen würden lang und schwer übersehbar werden.

Wir wollen uns daher mit folgender Betrachtung begnügen, die, auf das vorliegende Beobachtungsmaterial angewandt, im einzelnen die Anomalien zu erklären vermag und uns auch einen weiten Überblick über die eigenartigen Verhältnisse gewährt, die bei Laboratoriumsversuchen das Studium dieser kurzen Wellen komplizieren.

Fig. 5 gibt ein schematisches Bild davon, wie die Abstände (y) von den betr. Oszillatoren 1 ... 4 zu R variieren, wenn $R - S = x$ sich verändert (die Abstände sind in λ gerechnet). Für $R - S = 0$, d. h. in der Spiegelfläche selbst, sind $y_1 = y_2$ und $y_3 = y_4$. Nimmt $R - S$ zu, so nimmt y_2 längs einer geraden Linie r_2 zu, die einen Winkel von 45° mit der Abszissenachse bildet, und y_1 nimmt längs einer zu r_2 senkrechten Linie ab, bis $y_1 = 0$ ($R - S = a = O - S$) geworden ist. Für $R - S > a$ wird $r_1 \parallel r_2$. Nur für $R - S < a$ haben wir somit eine stehende Welle, entstanden durch Zusammenwirken zweier Wellen mit entgegengesetzter Bewegungsrichtung. y_3 und y_4 schließlich variieren längs zwei Hyperbeln, die r_2 und r_1 zu Asymptoten haben (vgl. Fig. 5). Nun ist ferner zu beachten, daß der Winkel zwischen r_1 und $r_2 = 90^\circ$ innerhalb des Gebietes ist,

Die Welle 3 kommt in vielen Fällen, insbesondere für große $R - S$, an den Resonator so weit nach 1 heran, daß 1, obwohl ihre Initialamplitude größer als die von 3 war, dennoch infolge der starken Dämpfung, die rasch ihre Stärke vermindert, nicht so starke Interferenzphänomene mit 2 zu geben vermag wie die Welle 3.

Die Wellen 3 und 4 schließlich sind beide infolge einer Reflexion am Dielektrikum ungefähr gleich geschwächt, sie sind nicht sehr verschieden lange Wege gegangen und können deshalb auch zu einem Interferenzsystem Anlaß geben.

Dann werden aber die weiter vom Spiegel abgelegenen Maxima und Minima hauptsächlich von den Systemen (2,3) und (3,4) (vgl. Fig. 5) gebildet und liegen folglich in immer weiterem Abstände voneinander als die des Systems (1,2), da ja der Winkel zwischen r_2 und r_3 bzw. r_3 und r_4 kleiner ist als der Winkel zwischen r_1 und r_2 , und immer kleiner wird, je näher x an a heranrückt.

Die Systeme (1,2), (2,3) und (3,4) bilden also eine resultierende Kurve mit einer ganz anderen Verteilung von Maxima und Minima, als wie sie das einfache System (1,2) mit Maxima und Minima in konstanten Abständen ergeben würde.

§ 6. Wir haben deshalb zu erwarten, daß in gewissen Abständen vom Spiegel die Interferenzkurve ganz besonders stark markiert sein muß, nämlich dort, wo es gleichzeitig eintrifft, daß (1,3) und (2,4) Maximum haben, denn dort geben auch (1,2) und (2,3) bei demselben $R - S$ Maxima bzw. Minima. Vgl. Fig. 3 um $R - S = 80 - 140$ herum; Fig. 4 von $R - S = 0$ bis gegen 90 hin.¹⁾

Trifft ein m_{13} mit einem m_{24} zusammen, muß die Kurve dort kleine Intensität haben und keine deutlichen Interferenzmaxima und -minima zeigen, weil dann z. B. M_{12} mit m_{23} zusammenfällt. Vgl. Fig. 1 gegen $R - S = 0$; Fig. 3 gegen $R - S = 0$; Fig. 4 um $R - S = 210$.

Dort wo die Phasendifferenz zwischen 1 und 2, 3 und 4 gleich $\pi/2$ (n_{12} bzw. n_{34}) ist, werden die Lagen der resultierenden Maxima und Minima zwischen die der Systeme (1,2) und

1) Bei der Berechnung der resp. Maxima- und Minimalagen sind die § 10 erhaltenen wahren λ -Werte verwendet worden.

(2,3) fallen. Wenn dann M_{23} ein M_{12} sehr nahe kommt, wird der Gipfel hoch und die danebenliegenden Minima deutlich markiert. Vgl. Fig. 1 $R - S = 194$; Fig. 3 $R - S = 107$; Fig. 4 $R - S = 69$.

Die Figg. 1 bis 4 liefern somit einen unzweideutigen Beweis dafür, daß die Betrachtungsweise, deren wir uns hier bedient haben, auf eine völlig befriedigende Weise den anomalen Verlauf der beobachteten Interferenzkurven zu erklären vermag.

§ 7. Ist der Oszillator nun so eingestellt im Verhältnis zum Spiegel, daß ein M_{13} nahe diesem liegt, so wird die Interferenzkurve dort kräftig, weil M_{12} mit M_{23} dann übereinstimmen. Weiter vom Spiegel ab kommen die M_{23} , aber O immer näher zu liegen als die M_{12} (vgl. Fig. 5). Die resultierenden Maximum sind deshalb weiter voneinander und vom Spiegel als es der wahren Wellenlänge entspricht. Die Kurve wirkt als ob sie ausgedehnt wäre (vgl. Figg. 2 u. 4).

Wenn dagegen ein m_{13} bei dem Spiegel liegt, fallen z. B. M_{12} mit m_{23} zusammen. Die Knoten und Bäuche von (2,3) rücken aber schneller vom Spiegel als die von (1,2). Wenn die resultierenden Interferenzen hervortreten, liegt daher auf der Spiegelseite von M_{12} ein M_{23} , so daß der resultierende Gipfel dem Spiegel näher liegt als es $\lambda/2$ entsprechen würde (Figg. 1 u. 3). Es liegt aber auf der Hand, daß eine Interferenzkurve, die kleinere Intensität am Spiegel als weiter weg hat, von Störungen deformiert ist. Daher wird eine solche wohl meistens verworfen. Der Oszillator wird dem Spiegel genähert, die Störungen werden übersehen (M_{13} am Spiegel, vgl. Fig. 4 und p. 362) und der Wellenlängenwert wird zu groß. Oder auch, die innersten Maxima und Minima bleiben unbeobachtet von dem mit nicht sehr empfindlichen Instrumenten ausgerüsteten Physiker, wodurch die zu kleinen $\lambda/2$ -Werte, die dort erhalten werden, in dem Mittelwert wegfallen, in welchem sie sonst die aus den weiter ab deutlich wahrnehmbaren Maximum- und Minimumlagen berechneten zu großen Werte kompensieren würden.

Die Störungen bewirken also, daß die λ -Bestimmungen im allgemeinen zu große Werte liefern.

§ 8. Damit eine gegebene Interferenzkurve ohne weiteres einen Schluß auf die Größe der Wellenlänge erlauben soll, ist es daher notwendig, daß 3 und 4 (Fig. 5) weit von der Abszissenachse ab, 1 und 2 dagegen nahe derselben liegen, sowie daß nur die dem Spiegel nächstbelegenen Maxima und Minima bei der Berechnung berücksichtigt werden. Der Oszillator darf demnach nicht allzu weit vom Spiegel stehen, dagegen in großem Abstände von Fußboden und Decke.

Eine solche Kurve erfüllt dann die notwendige Bedingung für eine einwandfreie Wellenlängebestimmung nach der Hertzschen Methode, daß *der erste Knoten in der Spiegelfläche liegt, und daß der Abstand zwischen mehreren sukzessiven Bäuchen und Knoten konstant ist, d. h. die aus den betreffenden Maxima und Minima berechneten λ -Werte müssen innerhalb der Grenzen der unvermeidlichen Messungsfehler übereinstimmen.*

§ 9. Erfüllt eine experimentell gefundene Kurve nicht diese Forderung, sind aber die Abweichungen nicht allzu groß, so kann man, wenn die reflektierenden Flächen nicht allzu unzulänglich liegen, auf die oben dargelegte Weise ungefähr berechnen, wie die Störungen gewirkt haben, man erhält so Aufschluß darüber, welche Knoten und Bäuche annähernd richtig liegen. Diese geben einen neuen Wert der Wellenlänge und man wird dann durch *sukzessive Approximation* zu einem für viele Zwecke hinreichend sicheren Wert der Wellenlänge gelangen (näheres hierüber vgl. §§ 14 u. 15).

Interferenzkurven mit vertikalem Oszillator.

§ 10. Wenn O und R vertikal sind, übernehmen die Wände die hauptsächliche Rolle spiegelnder Flächen. Fußboden und Decke geben zwar zu Spiegelbildern Anlaß, teils aber ist der Reflexionskoeffizient kleiner für senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Wellen, teils wird der Energiestrom zum Resonator hin in schräger Richtung gehen und dadurch schwächer werden.

Es ist deshalb zu erwarten, daß eine Interferenzkurve, mit vertikalem O und R aufgenommen, die Bedingungen des vorigen Paragraphen leidlich entsprechen wird.

Ich teile hier das Messungsergebnis von zwei Kurven

mit, die je für sich auch recht übereinstimmende Werte von λ zeigen.

Die Kurve Fig. 6 ist für den 52,5 cm-O abgemessen als $O - S = 404$ cm war und R vertikal in 190 cm Höhe von dem in meiner vorigen Arbeit, p. 1551, beschriebenen Holzstative

Interferenzkurve für den vertikalen 52,5 cm-Oszillator.

Fig. 6.

getragen wurde. Wenn die kleine Verschiebung der Maxima und Minima infolge des Ansteigens der Interferenzkurve mit wachsendem $R - S$ berücksichtigt wird, erhält man die folgenden Werte von $\lambda/2$:

	Max.	$\lambda/2$		Min.	$\lambda/2$
2.	82	54,7	1.	55	55
3.	138	55,2	2.	110	55,0
4.	194	55,4	3.	167	55,6
			4.	220	55,0

Der Wert der halben Wellenlänge des 52,5 cm-O ist also 55,1 cm.

Die Interferenzkurve Fig. 7 des 40,3 cm-O ($O - S = 335$ cm) ergibt:

	Max.	$\lambda/2$		Min.	$\lambda/2$
2.	65	43,3	1.	43,5	43,5
3.	109	43,6	2.	88	44,0
4.	153	43,7	3.	131	43,6

Die halbe Wellenlänge des 40,3 cm-O beträgt daher 43,6 cm.

Diese zwei Werte von $\lambda/2$ der angewandten Oszillatoren sind den Berechnungen § 6ff. zugrunde gelegt.

Ich will nun mit einigen Beispielen aus der Literatur zeigen, welch bedeutenden Einfluß die in diesem Aufsatz klar-
gestellten Störungen tatsächlich auf die Resultate einer Menge
älterer experimenteller Arbeiten mit Hertzschen Wellen ge-
habt haben. Diejenigen Arbeiten, die dabei besonders deut-
lich in die Augen fallen und besonders intim von ihnen berührt
werden müssen, sind die Untersuchungen über die Aus-
breitungsgeschwindigkeit der Wellen in Luft und an Drähten.

Interferenzkurve für den vertikalen 40,3 cm-Oszillator.

Fig. 7.

Untersuchungen über die Geschwindigkeit der elektro-
magnetischen Wellen in Luft und an Drähten.

§ 11. Der Theorie gemäß muß die Ausbreitungs-
geschwindigkeit in Luft und an schmalen Drähten aus einem
guten Leiter, z. B. Kupfer, gleich der Lichtgeschwindigkeit
sein. Die experimentellen Untersuchungen, die eine direkte
Vergleichung mit Wellen derselben Wellenlänge durchzuführen
versuchten, haben als Resultat ergeben, daß die Geschwindig-
keit in Luft größer ist als an Drähten; diejenigen, die darauf
abzielen die Geschwindigkeit in Luft absolut zu bestimmen,
haben ergeben, daß diese ungefähr gleich der Lichtgeschwin-
digkeit ist.

Um eine so große Intensität der Welle wie möglich und
dadurch sichere Resultate zu erhalten, hat man stets Wellen
von zwei- bis dreimal so großer Länge wie diejenigen an-
gewandt, die bei meinen oben referierten Versuchen zur Ver-
wendung kamen; es ist da aber auch klar, daß die eigen-

artige Einwirkung der von mir gefundenen Störungen bei derartigen Versuchen *dort* ganz besonders stark hervorgetreten sein müssen.

§ 12. Hertz¹⁾ fand durch Experimente, daß die Geschwindigkeit in Luft ca. $\frac{7}{4}$ mal so groß war als an einem geraden Draht, ein Resultat, das er selbst für äußerst unwahrscheinlich erklärte, und dem er nie eine entscheidende Bedeutung beilegen wollte. Er meinte, daß der Raum, in welchem dieses Experiment ausgeführt worden war, allzu klein war, um eine freie Ausbildung der Wellen zu ermöglichen, und daß der Spiegel zu kleine Dimensionen gehabt hatte. Aus letzterem Grunde verlegte er den Knoten der Welle nicht in die Spiegelfläche selbst, sondern ein Stück hinter den Spiegel. Er betonte auch die Wichtigkeit, daß die Experimente in größeren Räumen angestellt würden. Daher wollte er auch mit vollem Recht den ersten Experimenten Sarrasin und de la Rives²⁾, die in einem Raum ausgeführt worden waren, welcher noch kleiner und unzumutbarer gewesen war als der von Hertz selbst bei seinem Versuch benutzte, keine größere Beweiskraft zuerkennen³⁾, trotzdem sie als Resultat ergaben, daß die Geschwindigkeit in Luft ebenso groß war wie an Drähten, ein Verhältnis, von dessen Richtigkeit Hertz auch überzeugt war.

Durch Poincarés Hinweis und Sarrasin und de la Rives, Troutons u. a. Untersuchungen wurde es auch klar, daß die Spiegeldimensionen nicht zu klein gewählt werden durften, ja, man hat in Wirklichkeit der Auffassung zugeneigt, daß es so gut wie ausschließlich die zu kleinen Spiegeldimensionen gewesen sind, die die Abweichungen der Experimente von der Theorie verursacht haben. Lindman⁴⁾ hat den Hertzschen Versuch mit Wellen von 10 mal so kleiner Länge und mit einem Spiegel von 10 mal so kleiner Länge und Breite wie der, den Hertz benutzt hatte, wiederholt. Er

1) H. Hertz, Wied. Ann. **34**, p. 609ff. 1888.

2) E. Sarrasin und L. de la Rive, C. R. **112**, p. 658.

3) H. Hertz, Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft. p. 13 ff. Leipzig 1892.

4) K. F. Lindman, Ann. d. Phys. **7**, p. 824. 1902.

find auch analoge Abweichungen wie Hertz, aber nur ungefähr halb so große. Meines Erachtens ist demnach der übrige Teil der Abweichungen bei den Hertz'schen Versuchen der störenden Einwirkung des Raumes zuzuschreiben, die in der gleichen Richtung gegangen ist wie im oben diskutierten Falle Fig. 4.

§ 13. Unter Anwendung eines sehr großen Zinkspiegels und kürzerer Wellen führten Sarrasin und de la Rive¹⁾ in dem großen Maschinensaal des Rhonewasserwerks in Genf ihre bekannten Untersuchungen über „Interférence des ondulations électriques etc.“ aus. Sie fanden, daß die Geschwindigkeit in Luft gleich der Geschwindigkeit an Drähten war. Die Abweichungen waren jedoch bedeutend (z. B. $\lambda/2$ ber. = 2,80 m, beob. = 3,00 m) und haben ihren Grund nicht so sehr in der sogenannten multiplen Resonanz als vielmehr in den Störungen, die ich in der vorliegenden Untersuchung nachgewiesen habe. Man betrachte z. B. Pl. X, Figg. 1 und 2, in der Abhandlung der genannten Autoren. Die beiden Kurven sind mit demselben Resonator und so gut wie mit demselben Oszillator aufgenommen, aber für 1 ist $O - S = 15$ m, für 2 ist $O - S = 18$ m. Erstere zeigt einen einigermaßen normalen Verlauf, für letztere ist dagegen die Intensität der stehenden Welle geringer am Spiegel und nimmt weiter von demselben ab zu (also analog den oben gefundenen Kurven Figg. 1 u. 3). Dieses bemerkenswerte Verhältnis erwähnen Sarrasin und de la Rive, p. 374, jedoch ohne eine Erklärung dafür liefern zu können. Dasselbe zeigen Figg. 10 u. 11. Pl. XI, Fig. 1, bietet ein anderes Beispiel für den Einfluß der Störungen; das 3. Maximum ist fast vollständig ausgelöscht, das 4. aber beginnt bereits deutlich hervorzutreten usw. Zu einer eingehenden Analyse eignen sich diese Kurven nicht, unter anderem weil O und R nicht aufeinander abgestimmt gewesen sind.

§ 14. Sarrasin und de la Rives Untersuchungen sind indessen mit großer Sorgfalt von M. Hammer²⁾ mit empfindlicheren Anordnungen und in der Absicht wiederholt worden,

1) E. Sarrasin und L. de la Rive, Arch. de Genève (3) 29. p. 358ff. und 442ff. 1893.

2) M. Hammer, Untersuchungen über Hertz'sche stehende Schwingungen in Luft. Diss. Halle 1909; Verh. d. deutsch. phys. Ges. 13. p. 27. 1911.

alle Fehlerquellen zu vermeiden von denen man annehmen konnte, daß sie den älteren Bestimmungen anhafteten. Das Resultat, zu dem Hammer gelangte, war, daß die Geschwindigkeit in Luft 1—1,5 Proz. größer ist als an Drähten, diese Differenz beruht aber seiner Ansicht nach möglicherweise darauf, daß der reflektierende Schirm zu klein war, denn bei Reflexion gegen einen kleineren Schirm wurde der Unterschied noch größer. Ich will nicht bestreiten, daß dies betreffs der größeren Wellenlängen zutreffen kann, für die kürzeren dürfte es kaum der Fall sein, der wichtigsten Störungsquelle aber, der Reflexion von Fußboden und Decke, mit der dadurch entstehenden Deformation der Interferenzkurve, hat Hammer nicht die bedeutende Rolle beigemessen, die sie wirklich bei diesen Versuchen spielt.

Sämtliche Kurven, die Hammer in seiner Dissertation mitteilt, zeigen deutliche Spuren dieser Störungen. Auf Taf. V und III, Fig. 2 u. a., bemerkt man sogar die Stelle, wo die von Fußboden und Decke reflektierte Welle eine Intensitätsverstärkung bei der direkten Welle verursacht (bevor der Spiegel aufgestellt worden war). Auf Taf. III, IV und V finden sich mehrere solcher Fälle vertreten, wo die Intensität nach dem Spiegel hin so gering gewesen ist, daß die Interferenzkurve dort nicht hat nachgewiesen werden können, sondern erst weiter ab aufgetreten ist (vgl. oben p. 358). Die Werte von $\lambda/2$, die aus den betreffenden Maxima und Minima in den Beobachtungsreihen auf p. 41—51 berechnet werden, zeigen auch einen derartigen deutlichen Gang in den Werten, wie ich ihn durch Beispiele belegt habe. Hammer hat zwar die Wirkungen dieser Störungen beobachtet und diskutiert (vgl. Diss., p. 47), er vermutet aber, daß sie nur bewirken, daß die Gipfel der übergelagerten Interferenzkurve (1,2) eine Verschiebung erfahren haben, bedingt durch das Interferenzsystem (1,3). Hammer hat mit anderen Worten nicht die ständig fortlaufende Verschiebung der Maxima und Minima der Interferenzkurve (1,2) erkannt — und demgemäß natürlich auch nicht dafür korrigiert — die durch die Überlagerung der Interferenzsysteme (2,3) und (3,4) eintritt, und die dahin wirkt, daß $\lambda/2$ einen zu großen Wert erhält, wenn nämlich die Untersuchungsmethode nicht eine sehr empfindliche Me-

thode für quantitative Messungen ist, z. B. eine solche, wie ich sie bei meinen Versuchen benutzt habe, in welchem Falle aus den dem Spiegel nächstbelegenen Maxima und Minima von schwacher Intensität auch beträchtlich zu kleine Werte erhalten werden können.

Daß Hammers Resultate einen mit den Forderungen der Theorie einigermaßen übereinstimmenden Wert für die Geschwindigkeit in Luft und an Drähten ergeben, beruht darauf, daß er bei der Mittelwertsberechnung sowohl zu große als auch zu kleine Werte zur Verfügung gehabt hat, und daß er dann durch gewisse Überlegungen zu einer Entscheidung darüber zu gelangen versucht hat, welche Werte wahrscheinlich zu groß und welche zu klein waren. Ein solches Verfahren muß aber mit Notwendigkeit allzu willkürlich ausfallen und muß mit Wahrscheinlichkeit in der Richtung mißweisen, daß die Geschwindigkeit in Luft größer erhalten wird als an Drähten.

Fig. 8.

Ich will mit einem Beispiel (Diss., p. 49, Taf. IV, Fig. 3) dies beleuchten. Hammer findet, daß die Minima der Reihe nach die folgenden Werte von $\lambda/2$ ergeben: 96,3, ca. 80, ca. 82, 84,2, und die Maxima die Werte: 85, 89,3, 78,4, 84,2, und er schließt daraus, daß $\lambda/2 = 87$ cm ist. Von diesem Werte ausgehend, habe ich berechnet, wie die Störungen in diesem Falle wirken müssen. Die beigelegte Fig. 8 zeigt völlig deutlich den Anlaß für die starke Deformation der Kurve. Die beiden Interferenzsysteme (1, 2) und (2, 3) löschen einander in ungefähr 2 m Abstand vom Spiegel fast aus, das letzte Minimum aber (bei $R - S = 336,7$ nach Hammer) muß

ungefähr richtig, nur etwas nach dem Spiegel zu verschoben, liegen. Alle übrigen Maxima und Minima liegen vollständig falsch.

Da die Störungswellen zusammen ungefähr dieselbe Intensität wie die direkte Welle haben (vgl. die Verhältnisse um $R - S = 2$ m herum) und $m_{12} - m_{23} = \text{ca. } 11$ cm ist, so habe ich angenommen, daß das beobachtete Maximum um ca. 5,5 cm korrigiert werden muß, d. h. daß das vierte m_{12} bei 342,2 cm liegen muß. Hieraus berechnet sich $\lambda/2 = 85,6$ cm und das Verhältnis $\epsilon = \text{halbe Wellenlänge durch Umfang des Resonators} = 1,076$ so gut wie vollständig übereinstimmend mit dem Werte $\epsilon = 1,08$, den Hammer bei der Bestimmung mit Wellen an Drähten erhalten hat. *Dies spricht also dafür, daß die Geschwindigkeit in Luft innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler gleich der Geschwindigkeit an Drähten ist.*

§ 15. Zum Schluß will ich noch einen von MacLean¹⁾ sehr sorgfältig ausgeführten Versuch einer absoluten Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft anführen. Diese Arbeit ist sehr interessant, unter anderem deshalb, weil der Abstand ($\Delta_{\text{obs.}}$) zwischen sukzessiven Bäuchen und Knoten in der stehenden Welle bis auf 0,5 mm konstant, die Wellenlänge (ca. 6 m) aber doch wahrscheinlich um 3 Proz. falsch bestimmt worden ist. Daß Störungen mitgespielt haben, ist daraus ersichtlich, daß die Gipfel unsymmetrisch ausgebildet sind, und daß der nullte Knoten nicht an, sondern 0,3290 m hinter der Spiegelfläche liegt, ferner daraus, daß die aus den betreffenden Maxima und Minima berechneten $\lambda/2$ nicht einen konstanten Wert ergeben, sondern einen deutlichen Gang aufweisen (vgl. die Tabelle).

Berechnet man unter Anwendung von Mac Leans Wert $\lambda/2 = 5,915$ m, wo die verschiedenen Interferenzsysteme, die wir berücksichtigt haben, ihre Maxima und Minima haben, so wird es klar, weshalb der Abstand zwischen Bäuchen und Knoten in der resultierenden Kurve konstant ist, ihre Lage im Verhältnis zum Spiegel aber doch ein unrichtiges Maß für λ abgibt. Das System (2,3) hat nämlich seine Maxima und Minima näher dem Spiegel als (1,2). Je größer aber $R - S$

1) Mac Lean, Phil. Mag. (5) 48. p. 115. 1899.

wird, um so mehr nähern sie sich einander, und für $R - S = 7,0650$ muß der Fehler recht klein sein. Seine Größe kann, wenn auf die Lage vorhergehender resultierender Maxima und Minima im Verhältnis zu der der berechneten Rücksicht genommen wird, auf ca. 10 cm geschätzt werden. Der wahrscheinlich richtige Wert von λ ist dann 5,732 m. Wird die Berechnung der Lage der Extrempunkte der beiden Interferenzsysteme nun auf diesen λ -Wert basiert, so werden in Wirklichkeit auch Punkte erhalten, die zwischen sich die beobachteten einschließen (vgl. Tabelle). Die resultierenden Maxima und Minima liegen denen von (1,2) näher als denen von (2,3), was darauf hindeutet, daß die Intensität bei (1,2) hier größer ist als bei (2,3). Approximativ scheint man ansetzen zu können:

$$\text{Resultierende } M. \text{ bzw. } m\text{-Lage} = \frac{(2,3) + 1,8(1,2)}{2,8}.$$

Max. und Min. obs.	$\lambda/2$	$\Delta_{\text{obs.}} = \frac{\lambda}{4}$	(2,3)	(1,3)	Max. und Min. ber.	$\Delta_{\text{ber.}}$
115,00	230,00	147,90	65	143	115,1	146,4
262,90	262,90	147,85	217,5	286	261,5	147,1
410,75	273,83	147,88	370	430	408,6	149,9
558,63	279,31	147,87	532,5	573	558,5	150,0
706,50	282,60		695,0	716,5	708,5	

Aus der Tabelle geht hervor, daß die von mir berechneten Maximum- und Minimumlagen recht gut mit den gefundenen übereinstimmen, und daß die Differenzen ($\Delta_{\text{ber.}}$) zwischen den berechneten demnach ungefähr = 148 cm sind. Wird $\lambda/2$ für den 0^{ten} Knoten extrapoliert, so findet man in der Tat auch denselben Wert wie Mac Lean, nämlich 32,5 cm. Alles deutet daher darauf hin, daß $\lambda/2$ von Mac Lean ein ca. 3 Proz. zu großer Wert zuerteilt worden ist. Da er dennoch die Geschwindigkeit = $2,991 \cdot 10^{10}$ erhalten hat und alles darauf hindeutet, daß die Geschwindigkeit der Wellen auch ca. $3 \cdot 10^{10}$ ist, so muß die Schwingungszeit ca. 3 Proz. zu groß sein, was meines Erachtens sehr wohl der Fall sein kann. Diese wurde nämlich durch Photographieren des Funkens eines etwas

größeren Oszillators von denselben relativen Massen ($T_2 = 4,12382 \cdot 10^{-7}$) bestimmt. Hiernach wurde aus dem Verhältnis zwischen den Dimensionen der beiden Oszillatoren berechnet, um wieviel kürzer die Schwingungszeit für den kleineren sein mußte. Es ergab sich für ihn $T_1 = 1,976 \cdot 10^{-8}$. Der mögliche Fehler bei T_2 beläuft sich aber bereits auf einige Prozent¹⁾, wozu unter anderem kommt, daß die Berechnung der Selbstinduktionsänderung beim Übergang von dem einen Oszillator zu dem anderen ziemlich schwierig sein muß, da ja die Drähte kurz sind und der Strom von sehr hoher Frequenz ist.

Jedenfalls ergibt sich aus dem Vorhergehenden klar, daß die Genauigkeit, die der Mac Leansche Wert für die Geschwindigkeit der freien elektromagnetischen Wellen auf den ersten Blick hin zu besitzen scheint, in Wirklichkeit nur scheinbar ist.

§ 16. Meines Erachtens gewähren also, recht besehen, die bisher angestellten Untersuchungen keine Stütze für eine Auffassung, die der entgegengesetzt wäre, daß *die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen in Luft und an schmalen Drähten aus einem sehr guten Leiten gleich der Lichtgeschwindigkeit ist.*

Eine Prüfung der Ursache der tatsächlichen Diskrepanz zwischen Experiment und Theorie, die auch bei den sorgfältigst ausgeführten Untersuchungen vorhanden ist, ergibt, daß sie auf Störungen in Form von reflektierten Wellen von den Begrenzungsflächen des Arbeitsraumes oder von anderen dielektrischen oder leitenden Gegenständen im Laboratoriumszimmer her beruht.

Upsala, Physikal. Institut der Universität, April 1914.

1) Vgl. J. Trowbridge und W. Duane, Phil. Mag. (5) 40. p. 223. 1895, wo nach derselben Methode die Schwingungszeit ($T = 1,8907 \cdot 10^{-7}$) eines Oszillators bestimmt worden ist. Der Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Wert von T einer Messungsreihe übersteigt 2,5 Proz.