Zeit das Resultat nur um ein Achthundertstel ändert. Es ist folglich $\vartheta = 14' 7'' - 41'' = 806''$.

Den Werth von s erhält man, wenn man x in der Gleichung (5) setzt $= 168^\circ$; dadurch wird $s = 0,03536$. Eben so erhält man s' , wenn man in der Gleichung (4) setzt $x = 168^\circ$; dies giebt $s' = 0,12396$. Zur Bestimmung von λ hat man also folgende Werthe:

$$\begin{array}{ll} \vartheta = 806 & \mu = 272 \\ m = 455,9 & s = 0,3536 \\ m' = 12 & s' = 0,12396 \\ h = \frac{10}{39} = 0,25641. \end{array}$$

Und wenn man diese Werthe in der Gleichung (1) substituirt, hat man für die latente Wärme λ der chemischen Legirung $\text{ZnSn}^3 + 2\text{PbSn}^3$:

$$\lambda = 13,4.$$

VI. Ueber die Veränderung, welche die Doppelbrechung in Krystallen durch Temperaturerhöhung erleidet;

von F. Rudberg.

Nachdem durch die von mir in diesen Annalen schon beschriebenen Versuche über die Brechung des farbigen Lichts im Bergkrystall, Kalkspath, Arragonit und Topas die Brechungs-Elemente dieser Krystalle für die gewöhnliche Temperatur der Luft genau ausgemittelt worden waren, nahm ich im J. 1830 eine Untersuchung vor, um zu sehen, welche Veränderung diese Elemente bei Erhitzung der Krystalle erleiden möchten. Dafs sie wirklich eine Veränderung erleiden würden, war durch einige für die Fortschritte der Optik äufserst wichtige Entdeckungen des Prof. Mitscherlich gewissermafsen schon bewie-

sen; denn aus der von ihm zuerst beobachteten Veränderung der Winkel doppelbrechender Krystalle mit der Temperatur und der daraus sich als Folge ergebenden Verschiedenheit der Ausdehnung dieser Körper nach ihren Hauptrichtungen, liefs sich bereits vermuthen, dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts nach einer jeden dieser Hauptrichtungen sich auf eine ungleiche Weise mit der Temperatur verändern werde, und vollkommen bestätigt ward diefs durch die eben so einfachen als sinnreich angestellten Versuche, wo dieser ausgezeichnete Physiker zwei Krystallplatten gleicher oder verschiedener Natur, aber ungleicher Temperatur, über Kreuz legte, und durch die bei der Compensation dieser Platten stattfindenden Lichtinterferenzen den relativen Werth der mittleren Doppelbrechung auf eine äufserst genaue Weise bestimmte. Indefs erhält man durch die von Prof. Mitscherlich angewandte Methode nur die Differenz zwischen den Veränderungen in den beiden bei der Doppelbrechung entstehenden Strahlen, und man kann also dadurch nicht ermitteln, um wie viel sich einzeln der Brechungsexponent eines jeden dieser Strahlen verändert habe. Diefs läfst sich nur durch eine directe Messung der Refraction bei höheren Temperaturen bestimmen, und deshalb habe ich eine Untersuchung vorgenommen, deren Resultate in Bezug auf den Bergkrystall, Kalkspath und Arragonit ich jetzt mittheilen werde.

Diese Versuche sind an demselben Ort und mit denselben Instrumenten wie meine früheren angestellt. Ich verweise deshalb auf meine erste Abhandlung über die Doppelbrechung *), und bemerke hier nur, dafs, um den

*) Diese Annal. Bd. XIV S. 45. Die Fortsetzung dieser Arbeit findet sich im Bd. XVII S. 1. In Bezug auf letztere ist es hier wohl der Ort einen Fehler zu berichtigen. S. 3, da, wo von der Lage der Polarisations Ebenen bei den durch zweiaxige Krystalle gehenden Strahlen die Rede ist, mufs es, Zeile 19 von oben, heifsen: Denkt man sich zwei Ebenen durch den Licht

Krystall beliebig lang in einer unverändert hohen Temperatur zu erhalten, noch eine besondere Vorrichtung zum Erhitzen nöthig war. Die Haupterfordernisse eines solchen Apparates waren: 1) daß der Krystall von keinem Körper mit unbekanntem Brechungsvermögen umgeben wurde, und 2) daß der zur Erhitzung dienende Theil ganz getrennt von dem zur Messung gebrauchten Instrumente bliebe, damit die Ablenkung der Strahlen in höherer Temperatur sich vollkommen eben so leicht und zuverlässig als in niedriger bestimmen liefse. Ehe ich die Resultate anführe, werde ich also die Art beschreiben, wie ich diese constante Temperaturerhöhung hervorgebracht habe.

Ein parallelepipedischer Kasten von Eisenblech wurde so eingerichtet, daß vier seiner Flächen, nämlich zwei der Seitenwände, die Deck- und die Bodenplatte, doppelt waren, und so einen breiten, hohlen Rahmen bildeten, der unten durch eine angeschraubte Röhre mit einem kleinen kupfernen Dampfkessel, und oben durch eine kurze angelöthete Röhre mit der Luft in Gemeinschaft stand. Die Vorder- und Hinterseite des von diesem Rahmen eingeschlossenen Raums wurde mit Marienglas zugesetzt. Der aus dem Dampfkessel sich entwickelnde und den hohlen Rahmen durchströmende Wasserdampf erhitze natürlich den von dem Rahmen eingeschlossenen parallelepipedischen Raum, und folglich auch das in diesen Raum gebrachte Krystallprisma. Die Temperatur dieses Raumes wurde mittelst eines Thermometers gemessen, das, in einer eigends dazu angelötheten Röhre, durch die beiden oberen Wände des Rahmens geleitet, und, damit die erwärmte Luft nicht aus dem inne-

strahl und jede der optischen Axen gelegt, und ferner eine dritte Ebene, die, durch den Lichtstrahl gehend, den Winkel zwischen den beiden vorigen Ebenen halbirt, so ist diese Ebene eine der Polarisations Ebenen, die zweite ist die, welche, durch den Strahl, senkrecht gegen die erstere Polarisations Ebene gelegt wird.

P.

ren Raum trete, in der erwähnten Röhre durch einen Korkstöpsel luftdicht befestigt ward. Durch eine zweite im Boden des hohlen Rahmens angebrachte Röhre stand die Luft in dem inneren Raum mit der äußern in Verbindung, damit sie immer gleiche Elasticität wie letztere habe. Durch diese Röhre ging, ohne sie inwendig zu berühren, eine Messingstange senkrecht vom Repetitionskreis hinauf, welche oben mittelst einer Messingplatte den zur Messung dienenden Krystall trug, und unten in die Messingscheibe eingeschraubt war, die, statt der bei meinen früheren Versuchen den Krystall tragenden matten Glasscheibe, in den am äußeren Rand gezähnten und durch eine Mikrometerschraube zu bewegendem Ring eingelassen wurde. Da dieser Ring außerhalb des Erhitzungs-Apparates lag, so konnte also der Krystall gerade eben so gedreht werden, wie wenn er in freier Luft stünde, und da sich die Spectra der Krystallprismen durch die Marienglas-Scheiben beobachten ließen, so konnten alle Bestimmungen, die bei den früheren Versuchen in gewöhnlicher Temperatur gemacht waren, jetzt in erhöhter wiederholt werden. Der hohle Blechrahmen ward übrigens an der einen Seite von einer auf der steinernen Unterlage des Repetitionskreises befestigten Eisenstange getragen, und auf der andern Seite durch eine gebogene Röhre mit dem Dampfkessel in Verbindung gesetzt, ohne im Geringsten irgendwo mit dem Kreise in Berührung zu stehen. Fig. 1 Taf. VII wird die Einrichtung des ganzen Apparats vollends verdeutlichen, besonders wenn man die Beschreibung im Bd. XIV S. 46 dieser Annalen zu Rathe zieht.

Die Temperatur im Innern des parallelepipedischen Raums blieb während der Dauer eines jeden Versuchs ganz unverändert. Je nach der Temperatur der äußeren Luft, die von $+12^{\circ}$ bis $+20^{\circ}$ C. wechselte, betrug sie indess von einem Tag zum andern 76° bis 84° C.,

so daß bei jedem Versuch ein Temperaturunterschied von ganzen 64 Graden benutzt werden konnte.

Was die Versuche selbst betrifft, so mag noch folgendes erinnert werden. Ich habe die Refractions-Aenderungen nur für einen einzigen Streifen im Spectrum, nämlich den Streifen F , bestimmt, weil ich keine merkliche Aenderung in der Dispersion wahrnehmen konnte. Das Prisma wurde anfangs so gedreht, daß, bei der Temperatur der äußeren Luft, dieser Streifen F in das Minimum der Ablenkung kam, und dann, nach der durch den Wasserdampf bewirkten Erhitzung, bei unverrückter Stellung des Prismas die Aenderung der Ablenkung gemessen. Bei den einaxigen Krystallen hatte man nur diese Messung zu machen, weil, wegen des Parallelismus der Kante des Prismas mit der Krystallaxe, der brechende Winkel sich nicht mit der Temperatur änderte. Bei den zweiaxigen Krystallen, z. B. bei dem Arragonite, mußte aber noch außerdem die durch die Erhitzung hervorbrachte Aenderung in dem brechenden Winkel bestimmt werden, weil diese, wie aus dem Folgenden hervorgehen wird, sehr bedeutend ist.

Bei der Berechnung des Brechungsexponenten mußte noch berücksichtigt werden, daß die den Krystall umgebende Luft erhitzt war, also eine geringere Brechkraft hatte, und daß dadurch der gebrochene Strahl beim Austritt aus der Marienglas-Scheibe ein wenig abgelenkt wurde. Die beobachtete Ablenkungsveränderung erforderte deshalb noch eine Correction. Nach den Versuchen von Arago und Biot ist bei der Temperatur t und dem Barometerstand h der Brechungsexponent der Luft:

$$= \sqrt{1 + \frac{0,000588767}{1 + 0,00375 \cdot t} \cdot \frac{h}{0^m,76}}$$

Da die Elasticität der inneren und äußeren Luft gleich war, und gleich $0^m,76$ gesetzt werden konnte, so erhält man bei $+16^\circ$ C., als mittlerer Temperatur der

äufseren Luft, den Brechungsexponent $= \sqrt{1+0,0005554}$, und bei $+80^\circ$, der mittleren Temperatur der inneren Luft, $= \sqrt{1+0,0004529}$, also, wenn ν das Verhältniß zwischen beiden Exponenten bezeichnet, $\nu=1,000051$. Ist nun Δ die durch das Prisma bewirkte Ablenkung des Strahls und $\delta\Delta$ der kleine Winkel, um den der Strahl noch beim Austritt aus der Marienglas-Scheibe gebogen wird, so hat man $\sin \Delta = \nu \cdot \sin (\Delta - \delta\Delta)$ oder:

$$\delta\Delta = \frac{\nu-1}{\nu} \text{tang } \Delta.$$

Diese Correction muß immer zu der beobachteten Ablenkung addirt werden. Nennt man nun die hienach corrigirte Veränderung $\pm d\Delta$, den brechenden Winkel des Prismas ε , die Aenderung in diesem $\pm d\varepsilon$ und den Brechungsexponenten n , so hat man für letzteren mit hinreichender Annäherung bei einaxigen Krystallen den Ausdruck:

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\Delta \pm d\Delta + \varepsilon)}{\nu \sin \frac{1}{2} \varepsilon}$$

und bei zweiaxigen:

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\Delta \pm d\Delta + \varepsilon \pm d\varepsilon)}{\nu \sin \frac{1}{2}(\varepsilon \pm d\varepsilon)}.$$

Die Beobachtungen, welche mit den bei der früheren Untersuchung angewandten Prismen angestellt worden sind, haben folgende Resultate geliefert:

1) *Kalkspath*. Brechender Winkel des Prismas $= 59^\circ 55' 9''$.

a) *Ordentliches Spectrum*. In diesem zeigte sich die auffallende Erscheinung, *dafs der Streifen F, auf den das Fadenkreuz bei niederer Temperatur eingestellt worden war, auch bei der höheren unverrückt stehen blieb, mithin die Brechung durch eine Temperaturerhöhung von 64° C. auf keine merkbare Weise verändert wurde*. Die einige Mal bei den Repetitionen der Messung bemerkte Vergrößerung der Ablenkung war so ungemein gering, dafs sie nicht gemessen werden konnte;

während doch einleuchten muß, daß bei einer so großen Ablenkung wie die des Streifens F , nämlich $52^{\circ} 53' 43''$ eine sehr geringe Änderung in dem Brechvermögen, eine sehr merkbare in der Ablenkung zur Folge gehabt haben würde. Streng genommen, *deutet jedoch diese beobachtete Unveränderlichkeit der Ablenkung auf eine kleine Verminderung der Brechkraft*, weil, wenn diese ganz unverändert geblieben wäre, durch die verminderte Dichtigkeit der Luft eine Vergrößerung der Ablenkung hätte bewirkt werden müssen.

Diese Vergrößerung läßt sich folgendermaßen leicht berechnen. Der Brechungsexponent der Strahlen F bei der niederen Temperatur ist $= 1,66802$, und darnach wird das durch die Formel:

$$\sin \frac{1}{2}(\Delta + \varepsilon) = 1,000051 \cdot 1,66802 \cdot \sin \frac{1}{2} \varepsilon$$

berechnete $\Delta = 52^{\circ} 54' 14''$, also um $31''$ größer als $52^{\circ} 53' 43''$. Von diesen $31''$ müssen jedoch die

$$14'' = \frac{0,000051}{1,000051} \tan 52^{\circ} 53' 43'',$$

um welchen Winkel der Strahl bei der Marienglas-Scheibe abgelenkt wurde, subtrahirt werden, so daß endlich die Vergrößerung der Ablenkung, im Fall das Brechvermögen vollkommen ungeändert geblieben wäre, nur $17''$ betragen haben würde. Obgleich dieser Winkel der geringste ist, der noch mit dem Repetitionskreise gemessen werden konnte, so kann ich doch nicht glauben, daß eine solche Veränderung, falls sie wirklich stattgefunden hätte, der Beobachtung entgangen wäre. Man wird also zu dem Schluß geführt: *daß das Brechvermögen des Kalkspaths für den ordentlichen Strahl entweder mit der Temperatur durchaus unveränderlich ist, oder höchstens eine äußerst kleine Verringerung erleidet.*

b) *Außerordentliches Spectrum.* Die Ablenkung des Strahls F wurde durch die Temperaturerhöhung von 61° um $2' 26''$ vergrößert gefunden; legt man hiezu noch die bei der Marienglas-Scheibe stattgefundene Ablenkung,

welche $\frac{0,000051}{1,000051} \cdot \tan 36^\circ 18' 26'' = 8'',0$ beträgt, so ist die ganze *Vergrößerung der Ablenkung*:

2' 34.

Eine so merkliche Veränderung bei diesem Spectrum, dem beim Kalkspath die geringere Brechkraft zukommt, macht die beim ordentlichen Spectrum beobachtete Unveränderlichkeit nur noch auffallender. Der aus obiger Veränderung berechnete Brechungsexponent des außerordentlichen Strahls *F* in höherer Temperatur ist:

1,49118,

während er in gewöhnlicher Temperatur 1,49075 beträgt. Eine Temperaturerhöhung von 64°C. bewirkt also beim außerordentlichen Spectrum eine *Vergrößerung des Brechungsexponenten von +0,00043.*

Das Hauptresultat ist also, *dafs die Doppelbrechung des Kalkspaths auf solche Weise mit steigender Temperatur abnimmt, dafs der außerordentliche oder der kleinere Brechungsexponent sich vergrößert, und sich folglich dem ordentlichen nähert, welcher dagegen keine oder eine äußerst geringe Veränderung erleidet.*

Bei meinem Aufenthalte in Berlin zu Anfange dieses Jahres habe ich die glückliche Gelegenheit gehabt, dem Prof. Mitscherlich die Unveränderlichkeit der Ablenkung des ordentlichen Strahls und die merkliche Vergrößerung der Ablenkung des außerordentlichen durch einige bei ihm selbst mit Kalkspath und mit einem dem vorhin beschriebenen ganz ähnlichen Erhitzungsapparat angestellte Versuche zeigen zu können. Diese Erscheinung steht auch in Uebereinstimmung mit der vom Prof. Mitscherlich gemachten Entdeckung, *dafs das Kalkspath-Rhomboëder bei steigender Temperatur sich in Richtung der Krystallaxe merklich ausdehnt, nach den gegen diese Axe senkrechten Richtungen aber äußerst wenig zusammenzieht, sich folglich einem Würfel nähert*, woraus die durch meine Beobachtungen nachgewie-

sene Abnahme der doppelten Strahlenbrechung schon zu vermuthen war.

Indefs bleibt es doch im Ganzen unerklärbar, weshalb, da doch sonst die Körper bei ihrer Ausdehnung eine Verringerung ihrer Brechkraft erfahren, der außerordentliche Strahl des Kalkspaths bei einer Temperaturerhöhung, ungeachtet der Krystall sich in Richtung der Axe ausdehnt, stärker gebrochen wird *), und der ordentliche Strahl, ungeachtet der Krystall in senkrechten Richtungen gegen die Axe sich zusammenzieht, entweder gleich stark oder etwas schwächer gebrochen wird. Bekanntlich hat schon Hr. Arago eine ähnliche Erscheinung beim Wasser beobachtet, nämlich die, daß das Brechvermögen von der dem Maximo der Dichtigkeit entsprechenden Temperatur bis zum Gefrierpunkt fortwährend zunimmt.

II. Bergkrystall.

Prisma No. 2. Brechender Winkel $\hat{=} 45^{\circ} 20' 5''$.

In beiden Spectris dieses Krystalls wurde bei Erwärmung eine, und zwar anscheinend gleich große *Verminderung* der Ablenkung beobachtet; sie betrug für 64° C. Temperaturerhöhung $48'',0$; also ist nach der Reduction: $\frac{0,000051}{1,000051} \tan 28^{\circ} 15' = 6'',0$ die absolute Verminderung: $= -42'',0$.

Hienach wird für das *außerordentliche* Spectrum der berechnete Brechungsexponent $= 1,555868$, also um $0,00028$ geringer als bei der gewöhnlichen Temperatur, und für das *ordentliche Spectrum* $= 1,54944$ oder um $0,00026$ kleiner.

*) Sobald nämlich, wie bei dem vom Verfasser angewandten Prisma die Krystallaxe senkrecht gegen die Brechungsebene liegt; läge sie parallel derselben, so würde der außerordentliche Strahl, da er in diesem Fall stärker gebrochen wird als der ordentliche, bei Erwärmung, wo er sich diesem zu nähern sucht, eine Verringerung seiner Ablenkung erleiden. P.

III. Arragonit.

Von diesem Krystall habe ich die Prismen *A* No. 1, *A* No. 2, *B* No. 2 und *C* No. 2 untersucht, und bei allen in dem gegen die Krystallaxe senkrecht polarisirten Spectrum eine *Verminderung der Ablenkung* gefunden, so wie eine Veränderung in dem brechenden Winkel, angenommen bei dem Prisma *A* No. 1, wo der Winkel seiner Größe wegen nicht in dem Erhitzungsapparat gemessen werden konnte. Die beobachteten Resultate waren:

Veränderung	<i>A</i> No. 1.	<i>A</i> No. 2.	<i>B</i> No. 2.	<i>C</i> No. 2.
der Ablenkung:	—5'8"	—1'53"	—4' 3"	—2'58"
des brech. Winkels:		+ 16,0	—1 53,0	— 48,6

Berichtigt man diese Werthe wegen der Ablenkung bei der Marienglas-Scheibe, so erhält man:

Wirkliche Veränderung	<i>A</i> No. 2.	<i>B</i> No. 2.	<i>C</i> No. 2.
der Ablenkung:	—1'47"	—3'57"	—2'52"
des brechenden Winkels:	+ 30,0	—1 44	— 40

Dadurch bekommt man folgende Brechungsexponenten:

<i>A</i> No. 2.	<i>B</i> No. 2.	<i>C</i> No. 2.
1,53416	1,69421	1,68976.

Bei der gewöhnlichen Temperatur waren sie aber:

1,53478	1,69510	1,69058.
---------	---------	----------

Die Temperaturerhöhung von 64° C. hat folglich die Brechungsexponenten nach allen drei Hauptrichtungen des Arragonits vermindert, und zwar nach der

Axe <i>A</i>	Axe <i>B</i>	Axe <i>C</i>
um:		
—0,00062	—0,00089	—0,00082.

Die hieraus sich ergebende Neigung der optischen Axen zu einander, wenn man sie nach der Formel:

$$\sin^2 \frac{1}{2} \alpha = \frac{n'''^2 - n''^2}{n'''^2 - n'^2} \text{ berechnet, wird:}$$

19° 39' 36";

folglich um 20' 14" geringer als sie bei der gewöhnlichen Temperatur ist. Es folgt hieraus, daß gleich wie die Doppelbrechung des Arragonits mit der Temperatur abnimmt, eben so auch gleichzeitig mit ihr die Neigung zwischen den optischen Axen vermindert wird.

Obgleich die Doppelbrechung des Arragonits, wie gesagt, ein wenig mit der Temperatur abzunehmen scheint, da der Brechungsexponent nach der Axe *A* verhältnißmäßig weniger als die nach den Axen *B* und *C* vermindert wird, so verhält sich doch der Arragonit im Uebrigen ganz anders bei Erwärmung als der Kalkspath. Die Axe *A* des Arragonits entspricht nämlich der Krystallaxe des Kalkspaths, und doch findet nach ersterer eine Verminderung, nach letzterer aber eine Vergrößerung des Brechvermögens statt; eben so erleidet die Brechkraft in den gegen jene Axe senkrechten Richtungen beim Arragonit eine bedeutende Verminderung; beim Kalkspath dagegen fast gar keine Veränderung. Wünschenswerth in mehrer Hinsicht wäre deshalb eine Untersuchung über die Dimensionsveränderungen des Arragonits nach seinen drei Hauptrichtungen bei Temperaturveränderungen.