**2. Zur Molekulartheorie der Brechung,
Reflexion, Zerstreuung und Extinktion;
von W. Bothe.**

In meiner 1914 erschienenen Dissertation¹⁾ habe ich gezeigt, daß „Brechung und Reflexion beim Auftreffen einer ebenen Lichtwelle aus dem Vakuum auf ein Dielektrikum in folgendem bestehen: Durch die auffallende Welle wird jedes Molekül des Mediums zu Schwingungen angeregt und sendet daher eine Kugelwelle aus. Diese wirkt wieder in genau derselben Weise auf die übrigen Moleküle, so daß diese Wellen dritter Ordnung aussenden usf. *Im Innern des Mediums bildet sich aus allen diesen Kugelwellen zusammen mit der einfallenden Welle durch Interferenz die „gebrochene“ Welle, während außerhalb des Mediums durch Interferenz der Kugelwellen allein untereinander die „reflektierte“ Welle entsteht.“*

Die kursivierten Worte sind der Ausdruck des auf Grund einer späteren Arbeit von Oseen²⁾ nach diesem benannten „Auslöschungssatzes“.³⁾ Da trotz des gemeinsamen Grundgedankens, der sich später auch in einer Reihe weiterer Arbeiten von Ewald⁴⁾, Lundblad⁵⁾ u. a. findet, die Fragestellung und daher auch die Methode in beiden Arbeiten eine verschiedene ist, soll im folgenden der Inhalt der wichtigsten Paragraphen meiner Arbeit wiedergegeben werden.⁶⁾ Daran anknüpfend soll alsdann einiges über Zerstreuung und Extinktion hierher Gehörige nachgetragen werden.

1) W. Bothe, Beiträge zur Theorie der Brechung und Reflexion. Dissert. Berlin 1914.

2) C. W. Oseen, Ann. d. Phys. **48**. S. 1. 1915.

3) H. Faxén, Zeitschr. f. Phys. **2**. S. 218. 1920.

4) P. P. Ewald, Ann. d. Phys. **49**. S. 1 u. 117. 1916.

5) R. Lundblad, Ann. d. Phys. **57**. S. 183. 1918.

6) Erst jetzt nach meiner Rückkehr aus dem feindlichen Ausland habe ich die Möglichkeit dazu.

1. *Grundgleichungen.* Die folgenden Betrachtungen unterscheiden sich von denen Oseens dadurch, daß hier der Fall eines durch eine Ebene begrenzten Dielektrikums bei gegebener äußerer Erregung behandelt wird, das Hauptaugenmerk also auf den Vorgang der Brechung und Reflexion gerichtet wird, während bei Oseen das äußere Feld so angesetzt wird, daß allgemein der Einfluß der Grenzflächen aus der Rechnung verschwindet, womit das Hauptgewicht auf die Fortpflanzung einer Welle im Innern fällt.

Es sollen nur solche homogenen isotropen Dielektrika betrachtet werden, bei welchen die Molekelschwerpunkte reine Wahrscheinlichkeitsverteilung aufweisen. Damit sind nicht nur Kristalle ausgeschlossen, sondern auch solche Körper, bei welchen die Molekelabstände von der Größenordnung der Molekeldimensionen (molekularen Wirkungssphäre) sind, denn bei solchen ist wegen der Bedingung, daß der Abstand zweier Molekelschwerpunkte niemals unter eine gewisse Grenze herabgehen kann, überhaupt wegen der Anwesenheit intermolekularer Kräfte die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schwerpunkte stark gestört, daher also eine so einfache Mittelwertbildung, wie sie zu unseren Grundgleichungen führt, nicht zulässig. Streng genommen gelten also die Betrachtungen nur für unendlich verdünnte Gase. Der Einfachheit halber soll nur eine Molekelgattung mit einer Eigenfrequenz angenommen werden.

Bezeichnungen:

ω_0 Eigenfrequenz.

$\bar{\mu}$ mittleres dielektrisches Moment einer Molekel.

$\mathcal{E}$ mittlere elektrische Feldstärke.

$\mathcal{E}'$ mittlere erregende Feldstärke.

$\mathcal{H}$ mittlere magnetische Feldstärke.

$\mathcal{E}^{(0)} \mathcal{H}^{(0)}$ „äußere“ Feldstärken.

N Dichte der Molekeln.

$(x \ y \ z)$ der Aufpunkt.

$(\xi \ \eta \ \zeta)$ ein Integrationspunkt.

$$r^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2.$$

$$d\tau = d\xi d\eta d\zeta.$$

Die Grundgleichungen unseres Problems sind¹⁾:

$$(1) \quad \ddot{\mathbf{f}} + k \dot{\mathbf{f}} + \omega_0^2 \mathbf{f} = a \mathfrak{E} \quad (k \text{ und } a \text{ Molekularkonstante}).$$

$$(2) \quad \mathfrak{E} = \mathfrak{E}^{(0)} + \int \text{rot rot} \frac{N \cdot \mathbf{f} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r} d\tau.$$

$$(3) \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{H}^{(0)} + \int \frac{1}{c} \text{rot} \frac{d}{dt} \frac{N \cdot \mathbf{f} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r} d\tau.$$

Die räumlichen Differentiationen sind nach $x y z$ auszuführen. Gleichung (2) hat in dieser Form nur einen Sinn für einen **Aufpunkt** außerhalb des Dielektrikums. Für einen Punkt im Inneren ist eine Kugel um $(x y z)$ mit einem gegen die Wellenlänge kleinen Radius ϱ abzutrennen. Die von dieser Kugel herrührende elektrische Feldstärke hat im Mittel den Wert

$$-\frac{4}{3} \pi N \mathbf{f},$$

so daß für einen Punkt im Innern an die Stelle von (2) tritt:

$$(2a) \quad \mathfrak{E} = \mathfrak{E}^{(0)} + \int_{r>\varrho} \text{rot rot} \frac{N \cdot \mathbf{f} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r} d\tau - \frac{4}{3} \pi N \mathbf{f}.$$

Schließlich besteht zwischen $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{E}'$ die inzwischen vielfach diskutierte²⁾ Lorentzsche Beziehung:

$$(4) \quad \mathfrak{E}' = \mathfrak{E} + \frac{4}{3} \pi N \mathbf{f}.$$

Für nichtdispargierende Dielektrika, die in §§ 2 und 3 ausschließlich betrachtet werden sollen, gehen wegen (4) und (1):

$$\omega_0^2 \mathbf{f} = a \mathfrak{E}'.$$

woraus

$$(5) \quad N \mathbf{f} = \frac{1}{4\pi} \frac{3g}{1-g} \mathfrak{E};$$

$$(6) \quad g = \frac{4\pi N a}{3\omega_0^2}$$

1) Die Gleichungen ergeben sich z. B. leicht nach M. Planck, Berliner Ber. 24. S. 470. 1902.

2) R. Lundblad, a. a. O.; H. Faxén, a. a. O.; L. Mandelstam, Physik. Zeitschr. 8. S. 608. 1907; Gans u. Happel, Ann. d. Phys. 29. S. 280. 1909.

folgt, die Gleichungen (2), (2a) und (3) bezüglich über in:

$$(7) \quad \mathfrak{E} = \mathfrak{E}^{(0)} + \frac{1}{4\pi} \frac{3g}{1-g} \int \text{rot rot} \frac{\mathfrak{E} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r} d\tau$$

für das Äußere;

$$(7a) \quad \frac{1}{1-g} \mathfrak{E} = \mathfrak{E}^{(0)} + \frac{1}{4\pi} \frac{3g}{1-g} \int_{r>e} \text{rot rot} \frac{\mathfrak{E} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r} d\tau$$

für das Innere;

$$(8) \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{H}^{(0)} + \frac{1}{4\pi} \frac{3g}{1-g} \frac{1}{c} \text{rot} \frac{d}{dt} \int \frac{\mathfrak{E} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r} d\tau.$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich leicht (a. a. O. S. 22) die klassischen Grenzbedingungen mit dem Wert der Dielektrizitätskonstanten:

$$\varepsilon = \frac{1+2g}{1-g}.$$

Aus dem Koordinatensystem der $(x y z)$ seien noch durch Drehungen um die z -Achse um die spitzen Winkel α , β , $-\alpha$, $-\beta$ mit $\alpha > \beta$ bzw. die vier weiteren Koordinatensysteme der $(x_1 y_1 z) \dots (x_4 y_4 z)$ hergeleitet.

2. *Äußere Reflexion* (Fig. 1). Das Medium nehme den Halbraum der positiven x ein. Das äußere Feld stelle eine ebene Welle dar, welche in der Richtung der x_1 -Achse fortschreitet und in der Einfallsebene polarisiert ist:

$$(9) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_z^{(0)} = -\mathfrak{H}_{y_1}^{(0)} = E_0 \left(t - \frac{x_1}{c} \right); \\ \mathfrak{E}_{x_1}^{(0)} = \mathfrak{E}_{y_1}^{(0)} = \mathfrak{H}_{x_1}^{(0)} = \mathfrak{H}_z^{(0)} = 0. \end{cases}$$

Die Welle habe eine Front, die zur Zeit $t=0$ durch den Nullpunkt geht, so daß E_0 für negative Werte des Argumentes verschwindet.

Als Ansatz für $\mathfrak{E}$ diene eine in der $(x y)$ -Ebene polarisierte ebene Welle, die parallel der x_2 -Achse fortschreitet. Zwischen der Geschwindigkeit q dieser Welle und den Winkeln α und β muß, wie rein geometrisch aus dem Wellencharakter des Vorganges folgt, die Beziehung bestehen:

$$(10) \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{q} = n.$$

Es sei also

$$(11) \quad \mathfrak{E}_z = E \left(t - n \frac{x_2}{c} \right); \quad \mathfrak{E}_{x_2} = \mathfrak{E}_{y_2} = 0.$$

Geometrisch ist auch leicht einzusehen, daß die $\mathfrak{E}$ -Welle eine Front haben muß, die gleichzeitig mit derjenigen der $\mathfrak{E}^{(0)}$ -Welle durch den Nullpunkt geht, so daß auch E für negative Werte des Argumentes verschwindet. Ferner fordert die Bedingung des dispersionsfreien Vorganges:

$$(12) \quad E(0) = 0; \quad \dot{E}(0) = 0.$$

In die Integrale unserer Gleichungen (7), (7a) und (8) geht E mit dem Argument u/c ein, wenn man

$$ct - r - n \xi_2 = u$$

setzt. Jede Gleichung $u = \text{const.}$ stellt eine Fläche dar von der Eigenschaft, daß die von ihren Punkten ausgehenden

Fig. 1.

Sekundärwellen sämtlich mit gleicher Phase im Aufpunkt eintreffen. Sie bildet die eine Schale eines zweiseitigen Rotationshyperboloids, dessen Achse durch (xyz) parallel zur x_2 -Achse verläuft. Der halbe Asymptotenwinkel ϑ ist gegeben durch

$$(13) \quad \cos \vartheta = \frac{1}{n}.$$

Alle Flächen $u = \text{const.}$ sind also konaxial und ähnlich, aber nicht konzentrisch. Da nach (10) und (13)

$$\beta + \vartheta < \frac{\pi}{2}$$

ist, schneiden alle Flächen die Grenzebene $\xi = 0$ in (reellen oder imaginären) Ellipsen. Daher ist das Integrationsgebiet

endlich, es wird begrenzt durch die Fläche $u = 0$ und die Ebene $\xi = 0$. Liegt der Punkt $(x y z)$ im Medium zwischen den Ebenen $x = 0$ und $x_2 = \frac{ct}{n}$ (Front der $\mathfrak{E}$ -Welle), so ist er derjenige Brennpunkt der Fläche $u = 0$, der innerhalb dieser Fläche liegt (Fig. 1); liegt der Aufpunkt aber vor der Front der $\mathfrak{E}$ -Welle, so ist er der andere Brennpunkt. In jedem Falle ist die Front der $\mathfrak{E}$ -Welle die zu $(x y z)$ als Brennpunkt gehörige Direktrix der Fläche $u = 0$. In bezug auf die Lage des Aufpunktes teilen wir den Raum in vier Gebiete:

1. $x > 0$; $x_2 < \frac{ct}{n}$ (im Körper zwischen der Grenzfläche und der Front der $\mathfrak{E}$ -Welle).
2. $x_2 > \frac{ct}{n}$; $x_1 < ct$ (im Körper zwischen den Fronten der $\mathfrak{E}$ - und $\mathfrak{E}^{(0)}$ -Welle).
3. $x > 0$; $x_1 > ct$ (im Körper vor der Front der $\mathfrak{E}^{(0)}$ -Welle).
4. $x < 0$ (außerhalb des Körpers).

1. Gebiet. Die Hauptaufgabe ist, Gleichung (7a) für das 1. Gebiet als dasjenige nichtverschwindender E -Werte zu befriedigen. Die x_2 - und y_2 -Komponenten des Integrals verschwinden, weil die Integranden ungerade Funktionen von ζ sind. Damit ist (7a) für diese Komponenten von vornherein erfüllt. Die z -Komponente $\mathfrak{S}_z$ des Integrals können wir schreiben:

$$\begin{aligned}
 (14) \quad \mathfrak{S}_z &= \int_{r>c} \text{rot}_z \text{rot} \frac{\mathfrak{E} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r} d\tau = \mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2, \\
 \mathfrak{S}_1 &= \int_{r>c} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \frac{E \left(\frac{u}{c} \right)}{r} d\tau, \\
 \mathfrak{S}_2 &= - \int_{r>c} \Delta \frac{E \left(\frac{u}{c} \right)}{r} d\tau.
 \end{aligned}$$

Da sowohl z wie ζ nur in r auftritt, ist auch:

$$\mathfrak{S}_1 = \int_{r<c} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \frac{E \left(\frac{u}{c} \right)}{r} d\tau = - \int \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{E \left(\frac{u}{c} \right)}{r} \cos(r \xi) d\sigma,$$

wo $d\sigma$ das Element der Begrenzungsfläche unseres Integrationsgebietes, $(\nu\zeta)$ der Winkel zwischen der ins Innere des Integrationsraumes gerichteten Normalen zur Begrenzungsfläche und der ζ -Achse ist. Für die Grenzfläche des Mediums ist wegen $\cos(\nu\zeta) = 0$, für die Fläche $u = 0$ wegen (12) der Integrand $= 0$, so daß nur über die Kugelfläche $r = \varrho$ zu integrieren ist. Dies liefert:

$$(15) \quad \mathfrak{S}_1 = \frac{4}{3} \pi E \left(t - n \frac{x_2}{c} \right).$$

Zur Berechnung von $\mathfrak{S}_2$ führen wir als Koordinaten ein: u , r und das Azimut φ bezogen auf die Rotationsachse des Hyperboloids $u = 0$ und von der Ebene $\zeta = z$ an gerechnet. Dann wird

$$d\tau = \frac{r}{n} du d\varphi dr$$

und, da für $\frac{1}{r} E\left(\frac{u}{c}\right)$ die „Wellengleichung“ gilt:

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{S}_2 &= -\frac{1}{c^2} \int \frac{d\tau}{r} \frac{d^2}{dt^2} E\left(\frac{u}{c}\right) = -\frac{1}{n} \iiint \frac{d^2}{du^2} E\left(\frac{u}{c}\right) du d\varphi dr \\ &= -\frac{1}{n} \left[\frac{d}{du} E\left(\frac{u}{c}\right) \int \int d\varphi dr \right]_0^{u_2} \\ &\quad + \frac{1}{n} \int_0^{u_2} du \frac{d}{du} E\left(\frac{u}{c}\right) \cdot \frac{d}{du} \int \int d\varphi dr, \end{aligned} \right.$$

wo die obere Integrationsgrenze für u mit u_2 bezeichnet ist. $u = u_2$ ist offenbar diejenige Fläche, welche die Grenzebene berührt, für welche also $\iint d\varphi dr$ verschwindet. Andererseits verschwindet dE/du für $u = 0$ wegen (12). Daher ist der erste Term von $\mathfrak{S}_2$ gleich 0. Bei der Ausrechnung von

$$\frac{d}{du} \int \int d\varphi dr$$

im zweiten Term spielen außer $u = 0$ folgende Flächen $u = \text{const.}$ eine ausgezeichnete Rolle:

1. Diejenige Fläche $u = u_1$, welche den Aufpunkt selbst zum Scheitel hat. Sie ist ein Kreiskegel mit der Gleichung:

$$u_1 = ct - n x_2.$$

Ihr benachbart sind die beiden Flächen $u = u_3$ und $u = u_4$ ($u_3 < u_4$), welche die Kugel $r = \varrho$ berühren.

2. Von besonderem Interesse ist die schon erwähnte Fläche $u = u_2$. Man findet (bezüglich der Einzelheiten der zu besonderen Bemerkungen keinen Anlaß gebenden Rechnung sei auf die Originalarbeit verwiesen):

$$u_2 = ct - x_1,$$

und für den Abstand r_2 des Berührungspunktes vom Aufpunkt:

$$r_2 = \frac{x}{\cos \alpha}.$$

Geometrisch hat dieses Resultat die merkwürdige Bedeutung, daß r_2 parallel der Fortpflanzungsrichtung der $\mathfrak{E}^{(0)}$ -Welle gerichtet ist. Dies deutet schon auf die Interferenz der Sekundärwellen mit der einfallenden Welle hin.

Die Ausrechnung ergibt jetzt für:

$$(17) \quad \begin{aligned} 0 < u < u_3: \quad \frac{d}{du} \iint d\varphi dr &= -\frac{2\pi n}{n^2-1} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} - 1 \right), \\ u_3 < u < u_4: \quad \frac{d}{du} \iint d\varphi dr &= -\frac{2\pi n}{n^2-1} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}, \\ u_4 < u < u_2: \quad \frac{d}{du} \iint d\varphi dr &= -\frac{2\pi n}{n^2-1} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} + 1 \right). \end{aligned}$$

Es zeigt sich also, daß u nur als Argument von E unter dem Integralzeichen auftritt, dadurch wird es unnötig, für die Form von E speziellere Annahmen zu machen. Führt man jetzt die Integration hinsichtlich u über die drei Intervalle einzeln aus und geht für $\varrho = 0$ zur Grenze über, so wird $u_3 = u_4 = u_1$ und

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_2 &= \frac{4\pi}{n^2-1} E \left(t - n \frac{x_1}{c} \right) - \frac{2\pi}{n^2-1} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} + 1 \right) E \left(t - \frac{x_1}{c} \right), \\ \mathfrak{I}_2 &= \mathfrak{I}_1 + \mathfrak{I}_2 = \frac{4\pi}{3} \frac{n^2+2}{n^2-1} E \left(t - n \frac{x_2}{c} \right) - \frac{2\pi}{n^2-1} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} + 1 \right) E \left(t - \frac{x_1}{c} \right), \end{aligned}$$

in Worten: alle von den Molek^ulen ausgesandten Sekundärwellen setzen sich zusammen zu zwei ebenen Wellen, von denen die eine parallel x_2 mit der Geschwindigkeit c/n fortschreitet, die andere aber dieselbe Fortpflanzungsrichtung und -geschwindigkeit wie die einfallende $\mathfrak{E}^{(0)}$ -Welle hat. Unsere Gleichung (7a) ist erfüllt, wenn die Form dieser zweiten Welle eine solche ist, daß sie die $\mathfrak{E}^{(0)}$ -Welle gerade kompensiert, d. h. wenn

$$E_0 - \frac{1}{2} \frac{1}{n^2-1} \cdot \frac{3g}{1-g} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} + 1 \right) E = 0$$

ist. Dann folgt:

$$\frac{1}{1-g} E = \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} \cdot \frac{g}{1-g} E,$$

was für n den Wert liefert:

$$(18) \quad n = \sqrt{\frac{1+2g}{1-g}} = \sqrt{\varepsilon}.$$

Damit wird:

$$(19) \quad E = \frac{s}{n} E_0; \quad s = \frac{\sin 2\alpha}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

Für die magnetische Feldstärke liefern (8) und (9) die Gleichungen:

$$(20) \quad \mathfrak{H}_z = 0, \\ \mathfrak{H}_{x_2} = E_0 \sin(\alpha - \beta) + \frac{1}{4\pi} \frac{3g}{1-g} \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial t \partial y_2} \int \frac{d\tau}{r} E\left(\frac{u}{c}\right).$$

Andererseits ergeben (7a), (14), (15) und (16):

$$(21) \quad E = E_0 - \frac{1}{4\pi} \frac{3g}{1-g} \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} \int \frac{d\tau}{r} E\left(\frac{u}{c}\right).$$

Aus den letzten beiden Gleichungen folgt:

$$\frac{d \mathfrak{H}_{x_2}}{dt} = \frac{d E_0}{dt} \sin(\alpha - \beta) + c \frac{\partial E_0}{\partial y_2} = 0$$

wegen

$$\frac{\partial E_0}{\partial y_2} = - \frac{1}{c} \frac{d E_0}{dt} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial y_2},$$

und da der Anfangswert von $\mathfrak{H}_{x_2} = 0$ ist:

$$(22) \quad \mathfrak{H}_{x_2} = 0.$$

Die dritte $\mathfrak{H}$ -Komponente endlich wird:

$$\mathfrak{H}_{y_2} = - E_0 \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{4\pi} \frac{3g}{1-g} \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x_2} \int \frac{d\tau}{r} E\left(\frac{u}{c}\right),$$

was, wieder mit (21) kombiniert, ergibt:

$$\frac{d \mathfrak{H}_{y_2}}{dt} = c \frac{\partial E}{\partial x_2} - c \frac{\partial E_0}{\partial x_2} - \frac{d E_0}{dt} \cos(\alpha - \beta).$$

Die beiden letzten Glieder heben sich wieder auf:

$$\frac{d \mathfrak{H}_{y_2}}{dt} = - n \frac{d E}{dt},$$

$$(23) \quad \mathfrak{H}_{y_2} = - n E = - s E_0 = s \mathfrak{H}_{y_1}^{(0)}.$$

Die Integrationskonstante verschwindet wieder wegen der Anfangsbedingungen. Das System der Gleichungen (10), (11), (18), (19), (20), (22), (23) stellt die Brechungsgesetze der klassischen Theorie dar.

2. Gebiet. Daß jetzt für das 2. Gebiet unsere Grundgleichungen erfüllt sind, würde eine Rechnung ergeben, die sich von derjenigen für das 1. Gebiet nur dadurch unterscheidet, daß $u_1 < 0$ wird, also nicht mehr in den Integrationsbereich fällt. Auf diese Weise bleibt von den beiden Wellen, zu welchen sich im 1. Gebiet die Sekundärwellen zusammensetzen, nur diejenige übrig, welche die einfallende Welle aufhebt. Einfacher zeigt jedoch folgende Überlegung, daß im 2. Gebiet das Feld verschwinden muß: Es hindert nichts, als Fronten für die $\mathfrak{E}^{(0)}$ - und $\mathfrak{E}$ -Welle die Ebenen:

$$x_1' = ct + a \quad \text{und} \quad x_2' = \frac{ct + a}{n}$$

zu betrachten, wo a eine positive Strecke ist. Dann muß auch für die den Wellen vorne angefügten Teile immer noch

$$E \left(t - n \frac{x_2}{c} \right)$$

proportional

$$E_0 \left(t - \frac{x_1}{c} \right)$$

bleiben, und da letzterer Ausdruck $= 0$ ist, muß auch der erstere verschwinden. So zeigt sich, daß die von Sommerfeld¹⁾ berechneten „Vorläufer“, welche gerade das 2. Gebiet ausfüllen sollten, bei dispersionsfreien Vorgängen verschwinden, wie es übrigens auch die klassische Theorie ergibt.

3. Gebiet. Für dieses verschwindet der Integrationsbereich, womit unsere Grundgleichungen erfüllt sind.

4. Gebiet. Das Integral $\mathfrak{J}_z'$ der rechten Seite von (7) berechnet sich wie oben $\mathfrak{J}_z$, nur mit dem Unterschied, daß, wie die Rechnung ergibt, die obere Grenze für u jetzt wird:

$$u_2' = ct + x_3,$$

ferner $\mathfrak{J}_1$ entfällt und u_1 als ausgezeichneter u -Wert fortfällt, so daß für das ganze Integrationsgebiet (17) gilt. Somit wird:

$$\mathfrak{J}_z' = - \frac{2\pi}{n^2 - 1} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} - 1 \right) E \left(t + \frac{x_2}{c} \right)$$

1) A. Sommerfeld, Weber-Festschrift 1912.

und wegen (18) und (19):

$$\mathfrak{E}_z = E_0 \left(t - \frac{x_1}{c} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} - 1 \right) \frac{1}{n} \frac{\sin 2\alpha}{\sin(\alpha + \beta)} E_0 \left(t + \frac{x_3}{c} \right).$$

Der erste Summand stellt die (jetzt nicht ausgelöschte) einfallende Welle dar, der zweite

$$(24) \quad \mathfrak{E}_z^{(1)} = -\sigma E_0 \left(t + \frac{x_3}{c} \right); \quad \sigma = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

die in der Richtung der negativen x_3 fortschreitende „reflektierte“ Welle. Analog wie oben wird in entsprechender Bezeichnung:

$$(25) \quad \mathfrak{E}_{x_1}^{(1)} = \mathfrak{E}_{y_3}^{(1)} = \mathfrak{H}_{x_1}^{(1)} = \mathfrak{H}_{y_3}^{(1)} = 0,$$

$$(26) \quad \mathfrak{H}_{y_3}^{(1)} = \sigma \mathfrak{H}_{y_1}^{(0)} \left(t + \frac{x_3}{c} \right).$$

(24), (25), (26) sind wieder die Formeln, zu welchen die klassische Theorie führt.

3. *Innere Reflexion* (Fig. 2). Das Dielektrikum habe die Form eines Prismas, welches begrenzt wird von den beiden Ebenen $x = 0$ und $x_4 = 0$, das äußere Feld $\mathfrak{E}^{(0)}$ $\mathfrak{H}^{(0)}$ stelle

Fig. 2.

eine Welle von den Eigenschaften des vorigen Paragraphen dar, welche sich parallel der negativen x_4 -Achse fortpflanzt. Die Berechnung, die analog der des vorigen Paragraphen durchzuführen ist (die Integrale lassen sich leicht auf die dort ausgewerteten zurückführen), zeigt, daß man, um (7a) zu befriedigen, für das Innere zwei $\mathfrak{E}$ -Wellen mit der Geschwindigkeit c/n ansetzen muß, von denen die eine $\mathfrak{E}^{(e)}$ parallel $-x_4$, die andere $\mathfrak{E}^{(r)}$ parallel x_2 fortschreitet. Die erste Welle ist als „einfallende“ in bezug auf die Grenzfläche $x = 0$, die zweite als „reflektierte“ zu deuten. Dabei ist durch passende Wahl

der geometrischen Verhältnisse leicht zu erreichen, daß die wiederholte Reflexion im Innern sowie die Beugung an der Kante des Prismas ohne Einfluß auf die Betrachtungen bleiben. Fig. 2 stellt diesen Fall schematisch dar. Dabei ist

$$c t - r + n \xi_4 = u$$

gesetzt. Die Intensitätsverhältnisse ergeben sich in Übereinstimmung mit der klassischen Theorie aus:

$$(27) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_z^{(e)} = \frac{2}{n+1} \mathfrak{E}_z^{(0)}; & \mathfrak{H}_{y_4}^{(e)} = \frac{2n}{n+1} \mathfrak{H}_{y_4}^{(0)}, \\ \mathfrak{E}_z^{(r)} = \sigma \mathfrak{E}_z^{(e)}; & \mathfrak{H}_{y_2}^{(r)} = -\sigma \mathfrak{H}_{y_4}^{(e)}. \end{cases}$$

Für das Vakuum $x < 0$ ergibt sich der Wert der z -Komponente des Integrals in (7) zu

$$-\frac{2\pi}{n-1} \mathfrak{E}_z^{(e)} \left(t + \frac{x_4}{c} \right) + \frac{2\pi}{n^2-1} \frac{4 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} \mathfrak{E}_z^{(e)} \left(t + \frac{x_3}{c} \right).$$

Die von den Molekeln emittierten Sekundärwellen setzen sich, diesmal *im Vakuum*, zu zwei Wellen zusammen, die sich parallel $-x_4$ und $-x_3$ fortpflanzen. *Die erste Welle hebt wieder das äußere Feld $\mathfrak{E}^{(0)}$ $\mathfrak{H}^{(0)}$ genau auf*, wie sich mit Benutzung von (27) leicht ergibt. Es resultiert aus (7):

$$\mathfrak{E}_z = n s' \mathfrak{E}_z^{(e)} \left(t + \frac{x_3}{c} \right); \quad s' = \frac{\sin 2\beta}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad \text{usw.}$$

4. *Dispersion.* Ist die Bedingung des dispersionsfreien Vorganges nicht erfüllt, so muß man zu reinen Sinuswellen übergehen, um die (5) entsprechende Beziehung zwischen $\mathfrak{f}$ und $\mathfrak{E}$ aufstellen zu können. Im übrigen ändert sich an der ganzen Rechnung nichts weiter, als daß die Wellenfronten ins Unendliche rücken, was aber ohne Einfluß bleibt. Sind $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{E}'$ und $\mathfrak{f}$ Vektorfunktionen von der Form

$$\mathfrak{F}(x, y, z) e^{i\omega t},$$

so folgt aus (1) und (4), wenn man

$$\frac{4\pi}{3} \frac{Na}{\omega_s^2 - \omega^2 + i k \omega} = \frac{\omega_0^2 g}{\omega_0^2 - \omega^2 + i k \omega} = g'$$

setzt:

$$(28) \quad N \mathfrak{f} = \frac{1}{4\pi} \frac{3 g'}{1 - g'} \mathfrak{E}.$$

Man sieht, daß alle Resultate erhalten bleiben, wenn man g durch g' ersetzt. Für den Brechungsexponenten erhält man analog (18):

$$(29) \quad n = \nu + i\kappa = \sqrt{\frac{1+2g'}{1-g'}} = \sqrt{\frac{\omega_0^2(1+2g) - \omega^2 + ik\omega}{\omega_0^2(1-g) - \omega^2 + ik\omega}}.$$

5. *Zerstreuung.*¹⁾ Die dargelegte Auffassung von der Natur optischer Vorgänge in Nichtleitern gestattet, in einfacher Weise die Zerstreuung des Lichtes zu behandeln und in Beziehung zu setzen zur regulär fortschreitenden Erregung. Die molekulartheoretische Herleitung der Fortpflanzungs-, Brechungs- und Reflexionsgesetze beruht letzten Endes auf Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Bezeichnet man als „Elementarvolumen $d\tau$ “ ein Volumen, dessen Dimensionen klein gegen die Wellenlänge und klein gegen den Molekelabstand sind, als „Mittelungsbereich“ dagegen einen (sehr viele Molekeln enthaltenden) Raumteil von solcher Gestalt und Lage, daß irgendeine mikroskopisch definierte Größe, über ihn gemittelt, einen von der Größe des Bereiches wesentlich unabhängigen Mittelwert besitzt, so sind im Sinne der Fehlertheorie die Elementarvolumina als „Elementarfehlerquellen“ aufzufassen, die einen „Elementarfehler“ (elektrische oder magnetische Feldstärke) mit der Wahrscheinlichkeit $N d\tau$ hervorrufen. (Daß die Feldstärken sich wie Fehler verhalten, beruht auf der Homogenität und Linearität der elektrodynamischen Grundgleichungen.) Der Berechnung der mittleren Feldstärken liegt der Satz zugrunde, daß *die mittleren Fehler unabhängiger Fehlerquellen sich summieren*. Als Mittelungsbereiche sind dabei im obigen Falle um alle Punkte im Vergleich zur Wellenlänge sehr dünne prismatische Räume parallel zur z -Achse zu denken, welche sehr viele Molekeln enthalten, und innerhalb welcher alle in Betracht kommenden Punkte gleichzeitig und unter Wahrung der geometrischen Verhältnisse verschiebbar zu denken sind. Die Unterscheidung von Elementarvolumen und Mittelungsbereich lehrt, daß die vielfach offen oder versteckt auftretende Voraussetzung: „Wellenlänge groß gegen Molekelabstand“,

1) Die folgenden Paragraphen sind bis auf die Literaturhinweise einer Untersuchung entnommen, die bereits mehrere Jahre zurückliegt, aber ebenfalls aus dem oben angeführten Grunde nicht veröffentlicht werden konnte.

überflüssig ist, die *Gesetze der Fortpflanzung, Brechung und Reflexion* gelten für beliebig dünne Medien.

Ein zweiter, leicht zu beweisender¹⁾ Satz der Fehlertheorie sagt aus, daß *beim Zusammenwirken unabhängiger Fehlerquellen sich auch die mittleren Quadrate der Abweichungen vom mittleren Fehler summieren*. Faßt man die von einem $d\tau$ möglicherweise im Aufpunkte hervorgerufene elektrische Feldstärke e als Elementarfehler mit der Wahrscheinlichkeit $N d\tau$ auf, so ist der mittlere Elementarfehler $e N d\tau$, daher das mittlere Quadrat der Abweichungen von diesem:

$$(e - e N d\tau)^2 N d\tau + (e N d\tau)^2 (1 - N d\tau),$$

oder, wenn man höhere Potenzen von $d\tau$ fortläßt, $e^2 N d\tau$. Wendet man den zitierten Satz an auf einen unendlich dünnen Kegel mit dem Aufpunkt als Spitze, so ergibt sich, daß die in dem Kegel enthaltenen Oszillatoren im Aufpunkte außer ihrem Beitrag zur gerichteten Welle eine elektrische Feldstärke erregen, deren Quadrat im (räumlichen) Mittel gleich $N \int e^2 d\tau$ über den Kegel ist. Sieht man von den Oszillatoren ab, deren Entfernung so klein ist, daß sie einen mehr oder weniger strahlungsunähnlichen Vorgang hervorrufen, so ist e senkrecht zum Kegel gerichtet, und der gefundene Ausdruck stellt die durch den Elementarkegel diffus gestrahlte Energie dar. Während also die von den Oszillatoren ausgehenden Sekundärwellen in der Richtung der Primärwelle interferieren, verhalten sie sich in jeder anderen Richtung im Mittel wie inkohärente Strahlungsquellen, ihre *Intensitäten* addieren sich. — Ein Unterschied gegen die Auffassung Lord Rayleighs²⁾ besteht darin, daß dieser unter Berücksichtigung der Wärmebewegung über die Zeit mittelt, während nach dem Obigen die Inkohärenz der Sekundärwellen auch bei ruhenden Molekeln erhalten bleibt, wenn man den Mittelwert über einen Raum nimmt, der praktisch ebenso verschwindend klein ist wie bei Lord Rayleigh die Zeit eines Phasenwechsels.³⁾

1) Vgl. z. B. M. W. Crofton, Lond. Trans. 160. S. 175. 1870, wo der Satz aus dem Gange des Beweises für das Fehlergesetz abstrahiert werden kann.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 41. S. 107. 1871.

3) J. Larmor (Phil. Mag. 37. S. 161. 1919) hält ebenfalls an der Notwendigkeit fest, die Wärmebewegung heranzuziehen.

Für schwache Zerstreuung können die Dipolmomente nicht wesentlich um ihren Mittelwert schwanken, da diese Schwankungen erst durch die zerstreute Strahlung verursacht werden. Wir nehmen deshalb für eine reine Sinuswelle von der Wellenlänge λ die Dipolamplituden gleichmäßig gleich f_0 an. Ein kleines Volumen V im Koordinatenanfang erzeugt im Aufpunkt mit den Polarkoordinaten r, ϑ (Winkel zwischen r und primärer Strahlenrichtung), φ (Azimut von der Richtung f_0 aus gerechnet) die Intensität:

$$J = \frac{2\pi^3 c N V f_0^2}{\lambda^4 r^2} (1 - \cos^2 \varphi \sin^2 \vartheta).$$

Aus (28) und (29) folgt:

$$Nf = \frac{n^2 - 1}{4\pi} \mathfrak{E},$$

und daraus, wenn $\mathfrak{E}_0$ die reelle Amplitude von $\mathfrak{E}$ bezeichnet:

$$Nf_0 = \frac{|n^2 - 1|}{4\pi} \mathfrak{E}_0.$$

Die Intensität der primären Welle ist:

$$J_0 = \frac{c\nu}{8\pi} \mathfrak{E}_0^2,$$

mithin:

$$f_0^2 = \frac{8\pi}{c\nu} \left(\frac{|n^2 - 1|}{4\pi N} \right)^2 J_0.$$

Damit wird:

$$(30) \quad J = \frac{\pi^2 V |n^2 - 1|^2}{N r^2 \lambda^4 \nu} J_0 (1 - \cos^2 \varphi \sin^2 \vartheta).$$

Bei natürlichem Licht werden die einzelnen Wellenlängen unabhängig voneinander zerstreut, da bei der Bildung des zeitlichen Mittelwertes von e^2 die doppelten Produkte der Glieder der Fourierschen Reihe wegen der Inkohärenz der einzelnen Schwingungszahlen verschwinden. Gleichung (30) muß wieder für alle Verhältnisse von Molekelabstand zu Wellenlänge gelten, solange die Bedingung der reinen Wahrscheinlichkeitsverteilung der Molekeln erfüllt ist. Die Formel bestätigen die kürzlich von Lord Rayleigh d. J.¹⁾ ausgeführten Versuche über die Intensität des Opaleszenzlichtes in Gasen:

1) R. J. Strutt, Proc. Roy. Soc. 95. S. 155. 1919.

Polarisation¹⁾, Abhängigkeit vom Brechungsexponenten und der Dichte zeigten sich im Einklang mit der Theorie. Mit zunehmender Verteilungsdichte wächst die zerstreute Intensität proportional N , während ihr Verhältnis zur gerichteten Sekundärstrahlung (Reflexion) proportional N^{-1} abnimmt, ebenso wie in der Fehlertheorie für einseitige Elementarfehler das Quadrat des Präzisionsmaßes proportional der Zahl der Fehlerquellen ist, während sein Verhältnis zum Quadrat des mittleren Fehlers umgekehrt proportional dieser Zahl ist.

Weisen die Dipolamplituden erhebliche Schwankungen auf, so bedeutet dies, daß die Intensität der zerstreuten Strahlung von derselben Größenordnung wie die der primären ist. Die Schwankungen von j_0 kann man dann in der Weise berücksichtigen, daß man die abermalige Zerstreuung der diffusen Strahlung, die „sekundäre Diffusion“ berechnet. Diese kann beträchtlich werden, wenn entweder die pro Volumeinheit emittierte Energie sehr groß ist oder das Medium sehr ausgedehnt ist (Sonnenstrahlung in der Atmosphäre.²⁾ Der erste Fall tritt ein bei der Resonanzstrahlung, wo die Dipolamplituden sehr groß werden. Da die sekundäre Diffusion wieder eine tertiäre verursacht usf., werden die Verhältnisse sehr unübersichtlich, Richtungseffekte wie die Polarisation können ganz aufgehoben werden, wie es in der Tat die Versuche von Wood³⁾ zeigen. Doch ist zu betonen, daß die Resonanzstrahlung dem Wesen nach identisch ist mit der von Lord Rayleigh beobachteten Opaleszenzstrahlung, beide sind in Gleichung (30) enthalten.

6. *Extinktion.* Aus einer unendlich dünnen Schicht dx in der Wellenebene sei ein Stück vom Flächeninhalt 1, also vom Volumen dx herausgeschnitten. Die gesamte von ihm in Gestalt diffuser Strahlung emittierte Energie ergibt sich aus (30) durch Integration über die Kugelfläche vom Radius r zu:

$$\frac{dx}{N} \cdot \frac{8\pi^3 |n^2 - 1|^2}{3\lambda^4 \nu} J_0.$$

1) Beim Helium, welches erst nur 58 Proz. Polarisation zeigte, hat eine verbesserte Versuchsanordnung vollkommene Polarisation ergeben (Nature 104. S. 412. 1919).

2) Soret, Arch. d. Sciences phys. et nat. 20. S. 439. 1888.

3) Vgl. Lord Rayleigh, Nature 104. S. 276. 1909.

Die in das Volumen pro Zeiteinheit eintretende Energie ist J_0 . Dieser wird der angegebene Betrag $= -dJ_0$ auf der Strecke dx entzogen, daher wird der Extinktionskoeffizient:

$$(31) \quad \mu = -\frac{1}{J_0} \frac{dJ_0}{dx} = \frac{8\pi^3 |n^2 - 1|^2}{3N\lambda^4 \nu}.$$

Ist der Brechungsexponent reell, so wird:

$$\mu = \frac{8\pi^3(\nu^2 - 1)^2}{3N\lambda^4 \nu},$$

d. i. der von Planck¹⁾ gefundene Wert. Ist ν wenig von 1 verschieden, so wird:

$$\mu = \frac{1}{N} \cdot \frac{32\pi^3(\nu - 1)^2}{3\lambda^4}.$$

d. i. die Rayleighsche Formel.

Ist diese Schlußweise richtig, so muß derselbe Wert μ sich aus der Dispersionsformel ergeben, wenn man die Dämpfungskonstante für reine Strahlungsdämpfung einsetzt. Die von einem Oszillator in der langen Zeit t emittierte Energie ist:

$$\frac{\omega^4 \ddot{f}_0^2}{3c^3} t.$$

Andererseits ist die gegen die dämpfende Kraft geleistete Arbeit, wenn e die Ladung, m die Masse des schwingenden Teilchens, also $a = e^2/m$ die Konstante der rechten Seite von (1) ist:

$$\int \frac{m}{e} k \dot{f} \cdot \frac{d\dot{f}}{e} = \frac{mk}{e^2} \int \dot{f}^2 dt = \frac{mk \dot{f}_0^2 \omega^2}{2e^2} t,$$

somit durch Vergleichung beider Ausdrücke:

$$k = \frac{2e^2 \omega^2}{3m c^3} = \frac{2a \omega^2}{3c^3} = \frac{\omega^2 \omega_0^2 g}{2\pi N e^3}$$

wegen (6). Daß der Ausdruck ω enthält, also keine Konstante des Oszillators ist, rührt daher, daß das Dämpfungsglied nicht in der strengen Form angesetzt wurde, in welcher es proportional $\ddot{f}$ wäre.²⁾ Es ergibt sich aus (29):

$$n^2 - 1 = \frac{3\omega_0^2 g}{\omega_0^2 - \omega^2 - \omega_0^2 g + i k \omega},$$

1) M. Planck, Berl. Ber. 1904. S. 749.

2) M. Planck, Wied. Ann. 60. S. 593. 1897.

daraus durch Gleichsetzen der imaginären Teile:

$$2\nu\kappa = -\frac{3\omega_0^2 g k \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2 - \omega_0^2 g)^2 + k^2 \omega^2} = -\frac{k \omega |n^2 - 1|^2}{3\omega_0^2 g}$$

und durch Einsetzen des obigen Wertes von k der Extinktionskoeffizient:

$$\mu = -\frac{2\kappa \omega}{c} = \frac{\omega^4 |n^2 - 1|^2}{6\pi N c^4 \nu}$$

in Übereinstimmung mit dem oben gefundenen Ausdruck.

Ebenso wie die Resonanzstrahlung dem Wesen nach eine nur besonders intensive Opaleszenzstrahlung ist, ist auch die selektive Absorption nicht wesensverschieden von der Absorption bei normaler Dispersion, beide werden durch die Formel (31) gegeben. Daher ist die Fortlassung des Dämpfungsgliedes aus der Schwingungsgleichung nicht zulässig, sie verstößt gegen das Energieprinzip. Die Absorption, zu welcher man für $k = 0$ gelangt, ist zwar auf das Gebiet anomaler Dispersion beschränkt, doch hat dies höchstens formale, keinesfalls eine physikalische Bedeutung. Nur wenn das Medium unendlich feine Struktur hat, fällt k aus dem Resultat heraus, Zerstreuung und Extinktion verschwinden, aber auch die selektive Absorption: läßt man bei festgehaltenem ν in (31) $N = \infty$ werden, so wird $\mu = 0$ für jedes ν . Oseen¹⁾ gelangt zu einer Schwingungsgleichung ohne Dämpfungsglied, doch ist seine Beweisführung bereits früher von Gans und Happel²⁾ widerlegt worden.

Die Opaleszenzstrahlung im Zusammenhang mit der Extinktion behandeln zwei Arbeiten von Einstein³⁾ und Lundblad⁴⁾, die letztere am vollständigsten. Beide gehen nicht auf das eigentlich zugrunde liegende Prinzip zurück, die Rechnung wird auf ein Volumen bezogen, welches sehr viele Molekeln enthält, und dadurch erheblich kompliziert. Einstein gelangt zu einer etwas abweichenden Formel für den Absorptionskoeffizienten, welche auch die selektive Absorption nicht einbegreift. Lundblads Resultat stimmt mit dem hier entwickelten überein.

1) C. W. Oseen, Physik. Zeitschr. 17. S. 341. 1916; vgl. auch L. Mandelstam, a. a. O.

2) a: a. O.

3) A. Einstein, Ann. d. Phys. 33. S. 1275. 1910.

4) R. Lundblad, Ann. d. Phys. 57. S. 581. 1918.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich als notwendige Bedingung für das Auftreten der Zerstreuung überhaupt, daß das Medium diskrete Struktur hat, dagegen als Bedingung für die Gültigkeit speziell des Rayleighschen bzw. allgemeineren Gesetzes (30), daß die Molekeln vollkommen ungeordnet sind; ist dies nämlich nicht der Fall, so bilden die Elementarvolumina keine *unabhängigen* Fehlerquellen mehr. Dies tritt schon bei amorphen festen und flüssigen Körpern ein, daher wird, wie ebenfalls Lord Rayleighs¹⁾ Versuche zeigen, die Zerstreuung kleiner, als den obigen Formeln entsprechen würde. Sehr klein wird sie in Kristallen.²⁾ Ob der hier beobachtete kleine Rest von Zerstreuung auf Einschlüsse zurückzuführen ist, kann nur eine genauere Untersuchung entscheiden, welche natürlich nach ganz anderen Prinzipien als den hier angewandten durchzuführen wäre. Während Lorentz³⁾ der Ansicht ist, daß Kristalle überhaupt nicht zerstreuen, unterscheidet Oseen⁴⁾ zwei Arten von Zerstreuung, die beide dem Rayleighschen Gesetz folgen, und von denen die eine, als geordnet bezeichnete, von den Molekeln selbst herrührende, in allen Körpern auftreten soll, während die zweite, ungeordnete, von den Dichteschwankungen verursacht werden und daher in Kristallen verschwinden soll. Aus dem Obigen geht aber hervor, daß beide Arten von Zerstreuung identisch sind; der Vorgang ist geordnet insofern, als er die Amplitude der „geordneten“ gerichteten Welle regelt, ungeordnet insofern, als bei der zerstreuten Strahlung die Phasen und Amplituden ungeordnet sind und sich daher der Einzelbetrachtung entziehen. Oseens Betrachtungen können daher, abgesehen davon, daß sie zu Widersprüchen mit der Erfahrung führen, nicht für eine Zerstreuung in Kristallen nach dem Rayleighschen Gesetz sprechen. Daß Ewald (a. a. O.) für kubische Gitter denselben Absorptionskoeffizienten wie für Gase findet, ist vielleicht auf eine Ungenauigkeit bei den Vernachlässigungen zurückzuführen, ähnlich der, welche Mandelstam und Oseen mit Unrecht in der Planckschen Dispersionstheorie sehen.

1) R. J. Strutt, a. a. O. S. 155.

2) R. J. Strutt, Proc. Roy. Soc. **95**, S. 476. 1919.

3) H. A. Lorentz, Les Théories statistiques en Thermodynamique. Leipzig 1916.

4) C. W. Oseen, Physik. Zeitschr. **17**, S. 233. 1916.

Zusammenfassung.

1. Die Gesetze der Brechung, Reflexion und Dispersion werden molekulartheoretisch hergeleitet. Der „Auslöschungssatz“ gilt nicht nur für das Innere eines Dielektrikums, sondern hat auch einen Sinn für das Vakuum, wie an dem Beispiel der Ablenkung des Lichtes durch ein Prisma gezeigt wird.

2. Der Unterschied zwischen dichten Medien (Molekelabstand $\ll$ Wellenlänge) und dünnen (Molekelabstand $\gg$ Wellenlänge) ist kein essentieller, sondern nur ein gradueller, er betrifft nur das Verhältnis von gerichteter und diffuser Strahlung, die stets beide vorhanden sind.

3. Von zwei einfachen Sätzen der Fehlertheorie liefert der eine den geordneten Teil (Brechung, Reflexion, Dispersion und Absorption), der andere den ungeordneten Teil (Zerstreuung) der optischen Vorgänge in amorphen Dielektrici, und zwar resultieren für die Intensität des zerstreuten Lichtes und den Extinktionskoeffizienten exakte Formeln, die für das ganze Spektrum gültig sind. Das Energieprinzip läßt eine Trennung der selektiven Absorption von der nichtselektiven nicht zu; ebenso sind Resonanzstrahlung und gewöhnliche Opaleszenzstrahlung nicht wesensverschieden.

4. Die Zerlegung der diffusen Strahlung in einen Keesom-Einsteinschen und einen Rayleigh-Planckschen Teil ist nicht angängig, weil beide identisch sind.

Charlottenburg, 2. Oktober 1920.

(Eingegangen 2. November 1920.)