Bericht über den Stand der Herausgabe von Gauß' Werken. Zwölfter Bericht*).

Von

FELIX KLEIN in Göttingen.

Seit unserem letzten (elften) Bericht konnten die Arbeiten an den noch ausstehenden Bänden von Gauß' Werken, trotz den durch den Krieg bedingten Hemmungen mannigfacher Art, rüstig gefördert werden. Der Druck der ersten Abteilung des Bandes X ist so gut wie abgeschlossen; wir geben darüber weiter unten einen ausführlichen Bericht. Von der zweiten Abteilung eben dieses Bandes, die die Aufsätze über Gauß' wissenschaftliche Tätigkeit auf den Gebieten der Reinen Mathematik enthalten soll (die jedoch, soweit dies noch nicht geschehen, nach dem früher dargelegten Plan zuerst in den „Materialien für eine wissenschaftliche Biographie von Gauß“ erscheinen werden), sind die zehn ersten Bogen mit dem Aufsatz von P. Bachmann „Über Gauß' zahlentheoretische Arbeiten“ fertig gedruckt. Auch der Druck der ersten Abteilung des der Angewandten Mathematik gewidmeten Bandes XI hat mit Amtlichen Berichten, Nachlaßstücken und Briefstellen zur *Physik* begonnen, die Cl. Schaefer bearbeitet und von denen bereits etwa zehn Bogen ~~gesetzt~~ sind. Auf die physikalischen Stücke sollen in diesem Bestandteile XI 1 die in den Bänden VI und VII noch nicht enthaltenen *astronomischen* Stücke folgen (vgl. den siebenten Bericht, Nachrichten 1906, Geschäftl. Mitteilungen, S. 109 = Math. Ann. 63), während die zweite Abteilung des Bandes XI die Aufsätze über Gauß' wissenschaftliche Tätigkeit auf den Gebieten der Physik, Astronomie und Geodäsie enthalten wird.**). Die allgemeine Lebensbeschreibung, der Aufsatz „Gauß als Mitglied der Universität Göttingen“, umfassende Register usw. bilden den für den Band XII vorbehaltenen Stoff. Damit

*) Abgedruckt aus den Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Geschäftliche Mitteilungen 1917, I. — Vgl. den elften Bericht Math. Ann. 77, S. 303—306.

**) Ein Ausschnitt aus dem von A. Galle verfaßten geodätischen Aufsätze erscheint demnächst mit der Überschrift „Gauß als Zahlenrechner“ als Teil der „Materialien“ in den Nachrichten der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften.

würde dann das Gesamtunternehmen der Gaußausgabe zum Abschlusse gebracht sein. Aber selbstverständlich dürfen die vorstehenden Angaben nicht als durchaus verbindlich gelten. Immerhin ist eine besonders erfreuliche Wendung zu verzeichnen:

Vor einigen Monaten ist der Generalredaktor der Gaußausgabe M. Brendel aus französischer Gefangenschaft heimgekehrt; da ihm auch die Bearbeitung der astronomischen Teile und der allgemeinen Lebensbeschreibung obliegt, so erscheint durch seine Heimkehr die stetige Fortführung der Arbeiten an den Bänden XI und XII wieder gesichert. Zur teilweisen Entlastung Brendels und damit zur Förderung dieser Arbeiten soll es ferner beitragen, daß L. Schlesinger, der während der zweijährigen Abwesenheit Brendels die allgemeinen Redaktionsgeschäfte in dankenswertester Weise versehen hat, von nun ab neben Brendel in die Generalredaktion eintritt.

Über die demnächst auszugebende erste Abteilung des Bandes X berichtet Schlesinger das folgende:

„Der Teilband X 1 umfaßt etwa 73 Druckbogen; er wird eröffnet mit einigen kleineren Veröffentlichungen von Gauß, die bisher in den Werken nicht wiederabgedruckt waren. Es folgen Nachlaßstücke und Briefstellen zur Arithmetik, Algebra, Analysis und Geometrie, dann aber als Hauptstück Gauß' *Tagebuch* oder *Notizenjournal* (aus den Jahren 1796 bis 1814) in photographischer Nachbildung und im Abdruck mit ausführlichen Erläuterungen.

„Bei der Auswahl der zum Abdruck gebrachten Stücke aus dem Nachlaß und dem Briefwechsel leitete uns das Bestreben, nach Möglichkeit ein vollständiges Bild von der Entwicklung des Gaußschen Gedankenganges zu geben; dasselbe Ziel verfolgen auch die Bemerkungen der Herausgeber. Ohne hier auf Einzelheiten eingehen zu wollen, mögen außer den schon im XI. Bericht (Nachrichten, 1915, Geschäftl. Mitteilungen S. 22–25 = Math. Ann. 77) angeführten Stücken noch die folgenden besonders hervorgehoben werden: in der *Arithmetik*, die bereits im IX. Bericht (diese Nachrichten, 1911, Geschäftliche Mitteilungen, S. 26–32 = Math. Ann. 71) von P. Bachmann mitgeteilt und erläuterten „Asymptotischen Gesetze der Zahlentheorie“ sowie die Skizze eines Beweises für das Reziprozitätsgesetz der biquadratischen Reste, der auf die Kreisteilung gegründet ist; in der *Algebra* bemerkenswerte Briefstellen zur Siebzehnteilung des Kreises; in der *Geometrie* Ansätze zur nichteuklidischen Trigonometrie und zur Geometrie der n -fach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten; in der *Analysis* die Vorarbeiten zu einer von Gauß geplanten größeren Abhandlung „Über die Convergenz der Reihen, in welche die periodischen Functionen einer veränderlichen Größe entwickelt werden können“, wobei Gauß unter *Kon-*

vergenz das asymptotische Verhalten der Reihenglieder für große Werte des Stellenzeigers versteht.

„Über diese Vorarbeiten sei noch folgendes bemerkt. In seiner Lebensbeschreibung Riemanns berichtet Dedekind (Riemanns Werke, 2. Auflage, 1891, S. 545), daß Gauß, als Riemann ihn 1851 vor der mündlichen Doktorprüfung besuchte, geäußert habe, er bereite seit Jahren eine Schrift vor, die denselben Gegenstand behandle, wie Riemanns Inauguraldisser-tation, sich aber freilich nicht darauf beschränke. *Die Bruchstücke dieser Schrift liegen jetzt vor uns*; sie zeigen uns ganz neue Seiten von Gauß' Forschertätigkeit auf dem Gebiete der Analysis und bilden gewissermaßen ein Seitenstück zu Gauß' bekannten Untersuchungen zur Lehre von den elliptischen Funktionen. Hier wie dort reichen die Untersuchungen in ihren Anfängen bis in die frühe Jugendzeit von Gauß zurück und begleiten ihn sein ganzes Leben hindurch bis in die fünfziger Jahre des XIX. Jahrhunderts. Sie berühren Fragen wie z. B. die Summation diver-genter Reihen und deren Bedeutung für asymptotische Wertbestimmungen, das Verhalten von Potenzreihen in singulären Stellen des Konvergenz-kreises, Anfänge des sogenannten „Infinitärkalküls“, Betrachtungen zur Mengenlehre und Analysis situs, lauter Gegenstände, die erst lange nach Gauß' Tode durch neuzeitliche Mathematiker planmäßig bearbeitet worden sind. Daß Gauß bei Lebzeiten über diese Untersuchungen nichts bekannt gemacht hat, liegt — wie bei den elliptischen Funktionen — wahr-scheinlich daran, daß ihm die für eine einheitliche Darstellung erforderlichen Hilfsmittel gefehlt haben. Im Zusammenhang mit diesen Untersuchungen gelang auch die Erklärung einer Reihe von Tagebuchaufzeichnungen, die beim ersten Abdruck des Tagebuchs (1901*) ohne Erläuterung geblieben waren.

„Da die meisten der in diesem Bandteile veröffentlichten Nachlaß-stücke sehr lückenhaft sind, vielfach aus bloßen Formeln bestehen, mußten die Erläuterungen ausführlich gefaßt werden; auch glaubten wir bei solchen Stellen, wo es sich um die Bestätigung Gaußscher Aussagen handelte, die uns ohne Beweis überliefert sind, die Einheitlichkeit des Stils der Bequemlichkeit des Lesers opfern zu müssen, indem wir den Grundsatz, Bezugnahme auf nachgaußische Schriftsteller zu vermeiden, nicht immer durchführten. — In geschichtlicher Beziehung möge auf die zahlreichen Auszüge aus noch ungedruckten Briefen von Gauß und an Gauß hingewiesen werden, namentlich auf Briefe von Joh. Friedrich Pfaff, die uns freilich nur einen schwachen Ersatz bieten für die leider noch immer nicht wiedergefundenen Briefe von Gauß an Pfaff.

* In der „Festschrift zur Feier des hundertfünfzigjährigen Bestehens der K. Gesellschaft der Wissenschaften“ (= Math. Ann. 57).

„Was die Bearbeitung des Bandteils X 1 angeht, so erfolgte die Auswahl der arithmetischen Nachlaßstücke im Einvernehmen mit P. Bachmann, der auch die Erklärung der meisten dieser Stücke übernommen hat. Die Geometrie hat P. Stäckel bearbeitet. Die Herausgabe der übrigen Teile und die allgemeine Redaktion des ganzen Bandteils wurde von L. Schlesinger besorgt, den dabei, wie an den betreffenden Stellen kenntlich gemacht ist, eine Reihe von Fachgenossen unterstützt hat. So haben zu den Erläuterungen der algebraischen Nachlaßstücke F. Klein und A. Loewy, zu denen der analytischen Stücke L. v. Dávid, L. Fejér, J. Horn, K. Schwing und P. Stäckel Beiträge geliefert; bei der Erklärung des Tagebuchs haben P. Bachmann die arithmetischen, A. Loewy die algebraischen und chronologischen, P. Stäckel die geometrischen und mechanischen, M. Brendel und A. Galle die astronomischen Notizen erläutert. Die Erklärung vieler analytischer, namentlich der auf elliptische Funktionen bezüglichen Notizen konnte auf die von F. Klein in der ersten Ausgabe des Tagebuchs gegebenen Anmerkungen aufgebaut werden, bei andern haben J. Horn, O. Perron und P. Stäckel mitgewirkt. Was aber durch Anführung an einzelnen Stellen nicht zum Ausdruck gebracht werden kann, sind die Anregungen, die überhaupt von jener ersten Ausgabe des Tagebuchs durch F. Klein ausgegangen sind, und die schließlich auf die ganze Auswahl der die elliptischen Funktionen betreffenden Nachlaßstücke eingewirkt haben, ferner die auf der genauesten Kenntnis des Nachlasses beruhenden Vorarbeiten und Ratschläge von M. Brendel, endlich die nie ermüdende Teilnahme und Kritik, mit der F. Klein und P. Stäckel den Druck des ganzen Bandteils begleitet haben, überall ratend, bessernd und helfend. An die Stelle einer mehr subjektiven Deutung ist jetzt überall das Urteil auf Grund zuverlässigen Materials getreten. F. Engel hat beim Lesen der Probeabzüge vielfach helfend eingegriffen, ferner haben uns bei geschichtlichen und literarischen Einzelfragen G. Eneström, H. Graßmann, A. Gutzmer, O. Hölder, A. Krazer, H. Liebmann, H. v. Mangoldt, O. Rausenberger, F. Rudio, bei philologischen Fragen K. Ebel, R. Fritzsche, K. Kalbfleisch unterstützt. Bei der Beschaffung und Aufbewahrung der Handschriften und der erforderlichen Bücher sind uns J. Hartmann als der Vorsteher des Gaußarchivs, ferner die Verwaltungen der Universitätsbibliotheken zu Gießen, Göttingen und Heidelberg, der Königlichen Bibliothek zu Berlin und der Bibliothek der Technischen Hochschule zu Aachen stets hilfsbereit entgegengekommen. Daß die Dieterichsche Universitäts-Druckerei den Druck ohne erhebliche Störung zu Ende führen konnte, verdient in dieser harten Kriegszeit besondere Anerkennung. Die Nachbildung des Tagebuchs hat die Firma B. G. Teubner in Leipzig besorgt.“