Der Bau des Weltalls. Von Prof. Dr. Scheiner. (Aus Natur und Geisteswelt, Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen, 24 Bändchen. Vierte Auflage mit 26 Figuren im Text. B. G. Teubner in Leipzig und Berlin, 1913. 132 S.

Das Büchlein zerfällt in sechs Kapitel. Die beiden ersten geben eine Übersicht über die Stellung der Erde im Raume, das dritte eine Darlegung der Methoden und Lehren der Spektralanalyse, wodurch das Verständnis der in den drei weiteren Kapiteln vorgetragenen Ergebnisse der Forschung über die Sonne, die Fixsterne und den äußeren Bau des Weltalls vermittelt wird.

Daß das Buch seit seinem Erscheinen im Jahre 1900 vier Auflagen erlebte, gibt Zeugnis von seiner Brauchbarkeit wie von dem Interesse, das man in weiten Kreisen gerade diesen Teilen der Astronomie entgegenbringt.

Oppenheim.

Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung, Statistik und Lebensversicherung. Von Emanuel Czuber, o. ö. Professor an der technischen Hochschule in Wien. Erster Band: Wahrscheinlichkeitstheorie, Fehlerausgleichung, Kollektivmaßlehre. Mit 25 Figuren im Text. Dritte, sorgfältig durchgesehene und erweiterte Auflage. Leipzig und Berlin. B. G. Teubner, 1914. XII und 462 S. Oktav.

Gegenüber der ersten Auflage des Buches, die dem Referenten vorliegt, bietet die gegenwärtige dritte eine bedeutende Vermehrung des Inhalts und eine Vergrößerung seines Umfanges, die bei aller Wahrung der spezifischen Darstellungskunst des Verfassers zurückzuführen ist auf eine weitgehende Berücksichtigung der neuesten, gerade in den letzten Jahren bedeutsam angewachsenen Literatur. Hierzu sind zu zählen E. Borel, *Éléments de la théorie des probabilités*, Bachelier: *Calcul des probabilités*, die Neuauflage von Poincaré, *Calcul des probabilités*, alle erschienen Paris 1912, und die H. Liebmannsche Übersetzung des russischen Lehrbuches der Wahrscheinlichkeitsrechnung von A. Markoff, Leipzig, 1912. Jedes dieser Bücher hat seine Eigentümlichkeiten und Verfasser versteht es ganz vorzüglich, diese mit seiner eigenen Auffassung zu verweben.

Von Einzelheiten wären in dieser Richtung hervorzuheben und Referent möchte sich darauf beschränken, mehr auf diese aufmerksam zu machen, da das bedeutsame Buch seinem wesentlichen Inhalte nach schon in dieser Zeitschrift besprochen wurde: in der Lehre von den geometrischen Wahrscheinlichkeiten die Definition Borels der konkreten Probleme als solcher, deren Wortlaut so bestimmt ist, daß sich aus ihm eine Methode der experimentellen Verifikation ableiten läßt, eine Definition, durch welche die Unbestimmtheit oder Vieldeutigkeit mancher hieher gehöriger Probleme die sehr häufig zu kritischen Bemerkungen Anlaß gab, entschwindet. In den Darlegungen des Verfassers ferner über die Bedeutung des Gesetzes der großen Zahlen die Gegenüberstellung des Brunsschen Satzes von der Ausgleichung des Zufalls als dem Satze, von der gleichmäßigen Erschöpfung der möglichen Fälle gegenüber der Poincaréschen Definition als der Annäherung an einen gesetzmäßigen Grenzzustand oder in der von Brendel herrührenden mathematischen Form: Wenn dem

Ereignisse E unter m gleich berechtigten Fällen g derselben günstig sind und wenn in n Reihen von m Versuchen das Ereignis $\gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_n$ mal wirklich eingetreten ist, so gelte als Axiom

$$g = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum \gamma_i}{n}.$$

In der Kritik über die Versuche zur Begründung der Methode der kleinsten Quadrate der Hinweis auf die Ausführungen von Poincaré, B. Meidell, die dahin zielen, die Hypothese des arithmetischen Mittels auf möglichst wenig und möglichst einfache Annahme zurückzuführen, sowie die neuen, eleganten Beweise der Tschebyscheffschen Mittelwertsätze auf Grundlage eines von Markoff herrührenden Hilfssatzes.

An neuen Aufgaben und Problemen, die Verfasser in sein Buch aufgenommen, wären zu erwähnen, eine allgemeine Theorie der Mittelwerte, die in der Folge zur Beweisführung für viele Lehrsätze sich von großer Brauchbarkeit erweist, das Nadelproblem von Markoff, eine geometrische Umwandlung des gleichen Problems von Buffon, Spielprobleme nach der Behandlungsweise von Bachelier, die Lehre von den kontinuierlichen Wahrscheinlichkeiten und ihre spezielle Anwendung auf die Dauer- und Erschöpfungsspiele und die darauf basierende neue Auffassung der Theoreme von Bernoulli und Poisson, endlich in der Kollektivmaßelehre die analytische Darstellung willkürlicher Funktionen und damit in Verbindung und von diesem neuen Standpunkte aus wiederum eine Erklärung dieser zwei Hauptsätze der Wahrscheinlichkeitslehre. Hier würde sich Referent die Frage erlauben, ob es nicht von Vorteil wäre, an diese sofort die gleiche Erklärung des Theorems von Lexis anzureihen, die Verfasser erst im zweiten Band bei Gelegenheit der mathematischen Statistik anführt, so daß dann die drei Theoreme als einander gleichwertig und auf ein und demselben Urnenschema beruhend auftreten. Dieses lautet: Es sind s Urnen mit einem Füllungsverhältnis an weißen und schwarzen Kugeln gegeben, so daß die Wahrscheinlichkeit aus einer Urne eine weiße Kugel zu ziehen gleich p ist; eine Ziehung aus allen s Urnen bringe m_1 weiße und n_1 schwarze Kugeln, eine zweite m_2 weiße und n_2 schwarze usw. bis zur letzten r ten Ziehung. Dann bilden die Zahlen $m_1 m_2 m_3 \dots m_r$ oder $n_1 n_2 \dots n_r$ die Glieder einer Kollektivreihe und es entsteht die Frage nach ihrer Verteilung und Streuung. Wird angenommen, daß das Füllungsverhältnis für alle Urnen das gleiche ist (p konstant) und auch von Ziehung zu Ziehung sich nicht ändert, so führt die Beantwortung der Frage zum Bernoullischen Theorem. Aus der Annahme wiederum, daß die Füllung der einzelnen Urnen verschiedenen Wahrscheinlichkeiten $p_1 p_2 \dots p_s$ entspricht, aber von Ziehung zu Ziehung unverändert bleibt, folgt der Poisson'sche Satz, endlich aus der, daß die Füllung für alle Urnen dieselbe ist, also p const, dagegen aber nach jeder Ziehung sich ändere, also hier verschiedene Werte $p_1 p_2 \dots p_r$ sich ergeben, das Theorem von Lexis und man weiß, daß die Streuung im ersten Falle kleiner, im zweiten größer ist, als die dem einfachsten Falle des Bernoullischen Satzes zukommende. Man lese hierüber die interessanten „Contributions to the mathematical theory of Statistics“ von Charlier in den Meddelande frou Lunds astronomiska Observatorium, 1911—1914.

Lehrer werden in dem Buche wegen seiner zahlreichen literarischen Nachweise wie wegen seines Eingehens auf den Gedankenkreis anderer Theo-

retiker ein nützliches Nachschlage- oder Handbuch und Schüler wegen seiner klaren Diktion ein ebenso brauchbares Lehrbuch finden. *Oppenheim.*

Praktische Analysis. Von Horst von Sanden. (Handbuch der angewandten Mathematik, herausgegeben von Dr. H. E. Timerding. Erster Teil.) Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1914.

Über den Plan des Handbuchs der angewandten Mathematik spricht sich Timerding in einem längeren Vorwort aus. Es soll außer der praktischen Analysis die darstellende Geometrie, die Geodäsie, die sphärische Astronomie, die technische Mechanik und die Versicherungsmathematik bringen. Die einzelnen Bände sollen ziemlich selbständig gehalten sein.

Der hier vorliegende erste Band ist von einem Schüler Runges verfaßt und wird schon darum allgemein Interesse erregen. Hiemit soll jedoch das Verdienst des Verfassers in keiner Weise geschmälert werden. Der Inhalt kann etwa durch die Schlagworte Zahlenrechnen, Rechenschieber, Rechenmaschinen, ganze Funktionen, algebraische Gleichungen, parabolische Interpolation, numerische und graphische Differentiation und Integration, auch von Differentialgleichungen, analytische Approximationen gekennzeichnet werden. Wer in einem bestimmten Fall Auskunft sucht, wird das Buch mit Vorteil zu Rate ziehen, um so mehr als auch ein Verzeichnis der wichtigsten Literatur beigegeben ist; wer aber viel numerisch zu rechnen hat, wird großen Nutzen aus dem systematischen Studium ziehen, um sich die ganze Art, die auftretenden Probleme anzugreifen, zu eigen zu machen. Diese Art weicht von der Betrachtungsweise der Theorie oft himmelweit ab. Es sei hier eine Stelle (S. 109, Fußnote 12) zitiert, die diese Behauptung in helles Licht setzt: „Es ist durchaus charakteristisch, daß bei empirischen Funktionen der schwierigere Differentiationsprozeß durch eine Integration ersetzt wird.“

Im einzelnen wird vielleicht der oder jener einen Wunsch haben, z. B. daß, wenn von den Kugelfunktionen gesprochen wird, auch ihre Beziehung zur Gaußschen Quadratur erwähnt werde oder daß die Bezeichnung $4,04^{99}$ für $4,04 \cdot 10^{99}$ vermieden werde, wenn aus einer solchen Zahl eine Wurzel zu ziehen ist.

Ein kleines Sachregister ist beigelegt.

Schrutka.

Problèmes d'Arithmétique amusante. Par P. Delens. Paris, Vuibert, 1914. 2 Fr.

Kleine Sammlung von math. Unterhaltungen über Teilbarkeit, Zahlenerraten usw., wie sie in der vorhandenen Literatur vorkommen. *Schrutka.*

Repertorium der Physik. Von Rudolf H. Weber und Richard Gans. Erster Band: Mechanik und Wärme; erster Teil: Mechanik, Elastizität, Hydrodynamik und Akustik (bearbeitet von Richard Gans und F. A. Schulze). XII + 434 S. B. G. Teubner, Leipzig und Berlin, 1915. M. 8.—.

Es wird hier eine treffliche Einleitung in die theoretische Physik gebracht, etwas ausführlicher als die bei Götschen erschienene G. Jägers; dem Ausmaße des Stoffes nach etwa so viel, als für Lehramtskandidaten der Mathematik und Physik erforderlich ist, aber auch ein nützliches Repertorium für jeden Studierenden der Physik überhaupt und auch für Chemiker, Mathematiker