Beob. Min.	E	p	Ber. Min. ohne Sinusglied	R-B	Ber. Min. mit Sinusglied	R-B
2420845.445	0	1	.395	-0.050	.514	+0.069
0874.340	+ 24	1	.231	-0.109	.341	+0.001
0954.670	+ 91	1	.731	+0.061	.697	+0.027
1042.345	+164	1	.441	+0.096	.327	-0.018
1055.505	+175	1	.657	+0.152	.555	+0.050
1119.365	+228	3	.337	-0.028	.353	-0.012
1142.225	+247	1	.166	-0.059	.228	+0.003
1435.310	+491	2	.331	+0.021	.282	-0.028
1459.330	+511	2	.361	+0.031	.363	+0.033
1465.410	+516	3	.368	-0.042	.383	-0.027
1782.520	+780	2	.564	+0.044	.516	-0.004
1840.285	+828	2	.236	-0.049	.307	+0.022

$$m = 2420845.395 + 1^d 201499 \cdot E + 0^d 120 \sin(1^s 248 \cdot E + 83^s 0).$$

t	st	n	t	st	n	t	st	n
0.03	3.4	9	0.46	8.1	27	1.03	7.3	16
0.08	6.0	14	0.55	7.6	18	1.08	7.3	14
0.13	7.2	15	0.66	7.3	23	1.12	6.5	13
0.18	7.3	10	0.74	7.8	30	1.20	2.4	8
0.25	7.9	23	0.86	7.7	31			
0.35	7.3	23	0.96	7.5	21			

Bereich der Lichtänderung: $9^m 2 - 9^m 6$. $D = 7^h$. $d = 0^h$.

In der Lichtkurve ist ein Nebenminimum von $0^m 1$ Tiefe angedeutet, aber nicht gesichert. Die Hauptminima zeigen sehr langsamen Übergang zum vollen Licht, sodaß der Lichtwechsel von SS Lacertae wohl als eine Übergangsform zwischen Algol- und β Lyrae-Sternen zu betrachten ist.

Sonneberg S.-M., 1921 Jan. 27.

C. Hoffmeister.

Über die Quantierung der Trabantenbahnen im Sonnensystem. Von E. Dittrich.

An Bohrs Modell des Wasserstoff-Atoms tritt das dritte Keplersche Gesetz in zwei ganzzahlige Gesetze auseinander: Die Halbmesser a der möglichen Elektronenbahnen sind den Quadraten der ganzen Zahlen proportional $a \sim n^2$. Die Umlaufzeiten T sind den Kuben derselben Zahlen proportional $T \sim n^3$ (Sommerfeld »Atombau und Spektrallinien« 241, 1921).

Dieses Gesetz gilt annähernd auch im Sonnensystem und für die Trabantensysteme der Planeten. Es ist

$$\sqrt[3]{T_n} = Cn.$$

Die ganze Zahl n werden wir als die Quantenzahl des Trabanten mit der Umlaufzeit T_n bezeichnen. Die Konstante C , welche mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt wird, charakterisiert den Zentralkörper.

Sonne	$\sqrt[3]{T}$	Jupiter	$\sqrt[3]{T}$	Saturn	$\sqrt[3]{T}$	Uranus	$\sqrt[3]{T}$	Mars	$\sqrt[3]{T}$
Merkur	4.447	V	0.7927	I Mimas	0.9804	I Ariel	1.361	Phobos	0.6832
Venus	6.079	I Io	1.2095	II Enceladus	1.1107	II Umbriel	1.606	Deimos	1.0807
Erde	7.148	II Europa	1.5257	III Tethys	1.2359	III Titania	2.057		
Mars	8.824	III Ganymed	1.9269	IV Dione	1.3988	IV Oberon	2.379		
		IV Kallisto	2.556	V Rhea	1.653				
Jupiter	16.30	VI	6.308	VI Titan	2.517				
Saturn	22.08	VII	6.423	X Themis	2.752				
Uranus	31.31	VIII	9.041	VII Hyperion	2.771				
Neptun	39.19			VIII Iapetus	4.297				
				IX Phoebe	8.195				

Nun ist es auf den ersten Blick auffällig, wie oft sich das Umlaufsverhältnis z. B. zweier Planeten an zwei Monden desselben Zentralkörpers wiederholt. So beträgt das Verhältnis annähernd:

$\sqrt[3]{T} = \frac{3}{2}$	$\sqrt[3]{T} = 2$	$\sqrt[3]{T} = \frac{5}{4}$
Mars : Venus = 1.452	Mars : Merkur = 1.984	Mars : Erde = 1.236
Oberon : Umbriel = 1.483	Europa : V = 1.928	Neptun : Uranus = 1.251
Rhea : Enceladus = 1.487	Themis : Dione = 1.967	Titania : Umbriel = 1.250
Titania : Ariel = 1.509	Hyperion : Dione = 1.977	Dione : Enceladus = 1.261
Titan : Rhea = 1.522	Titan : Tethys = 2.032	Tethys : Mimas = 1.261
Io : V = 1.528		Europa : V = 1.262
Iapetus : Hyperion = 1.554		Ganymed : Europa = 1.262
Iapetus : Themis = 1.563		

Die Annäherung an $\frac{4}{3}$ kommt 6-mal vor, an drei 4-mal, an vier 2-mal, an fünf 2-mal, an $\frac{5}{3}$ 2-mal, an $\frac{5}{2}$ 6-mal, die folgenden Brüche bis $\frac{10}{3}$ kommen 0-, 1-, 2-mal vor. Daß diese Brüche nur Annäherungen sind, sieht man an dem Fall des VI. und VII. Jupitermondes. Hier stehen sich die Umlaufzeiten so nahe, daß diesem Paar jedenfalls nur eine einzige Quantenzahl 16 zuzuordnen ist. Deshalb ist das Verhältnis VI : V = 7.97, ebenso wie VII : V = 8.02 als Annäherung an 8 zu behandeln. Auch Themis-Hyperion kann man nur eine Quantenzahl 22 zuordnen.

Nun können wir erklären, warum sich das Verhältnis der Umlaufzeiten bei Trabanten desselben Systems öfter der Zahl 2 nähert. Es ist nämlich das Verhältnis der $\sqrt[3]{T}$ in 7 Fällen nahe gleich $\frac{5}{4}$. Die Umlaufzeiten solcher Paare verhalten sich dann annähernd wie $125:64 = 1.955:1$. Das Verhältnis ist also annähernd gleich 2.

Die Quantenzahlen findet man z. B. für die Planeten indem man alle Verhältnisse für Merkur im Nenner der $\sqrt[3]{T}$ bestimmt. Die zweite Zeile der Tabelle zeigt die rationalen Annäherungen dieser Werte. Die dritte Zeile bringt ihre Umformung auf den Nenner 3, welchen wir dem scheinbar gleichberechtigten 5 vorziehen, weil er kleinere Zahlen liefert. Die letzte Zeile enthält dann die Quantenzahlen der oben stehenden Planeten, wobei Merkur die Quantenzahl 3 zugehört, der Nenner der vorletzten Zeile.

Merkur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun	Merkur
1	1.366	1.608	1.984	3.66	4.98	7.03	8.81	
1	$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{11}{3}$	5	7	$\frac{44}{5}$	
$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4.8}{3}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{15}{3}$	$\frac{21}{3}$	$\frac{26.4}{3}$	
3	4	5	6	11	15	21	27	

Sehr leicht und anschaulich findet man die Quantenzahlen nach einem graphischen Verfahren. Man trägt für das untersuchte System die $\log \sqrt[3]{T}$ auf einen Papierstreifen auf, den man dann längst der ebenso aufgetragenen $\log$ der ganzen Zahlen 2, 3, 4 ... verschiebt. Dabei übersieht man sofort, daß die großen Quantenzahlen wie 26 oder 27 für Neptun immer unsicher sind. Die kleinen sind dünn gesät, speziell 2, 3, 4. Hier ist die Gesetzmäßigkeit scharf. So findet man für Phobos 2, Deimos 3. Im Jupitersystem gilt:

V	I	II	III	IV	VI, VII	VIII
$n = 2$	3	4	5	6	16	23
Für Saturn ist:						
Mimas	Enceladus	Tethys	Dione	Rhea		
$n = 8$	9	10	11	13		
Titan	Themis, Hyperion	Japetus	Phoebe			
$n = 20$	22	34	65			

Bei Uranus finden wir:

Ariel	Umbriel	Titania	Obéron
6	7	9	10

Die vorgeschlagenen Quantenzahlen bedürfen natürlich der Prüfung resp. Bestätigung. Die Annäherung $\sqrt[3]{T_n} = Cn$ stellen wir jetzt genau dar durch die Gleichung

$$\sqrt[3]{T_n} = C(n + z_n)$$

wo der Bruch z_n von Trabant zu Trabant sich ändert. C ist eine Konstante, welche dem Zentralkörper zugeordnet ist. Wir werden C so bestimmen, daß $\sum z_n^2$ möglichst klein wird. Das ist selbstverständlich für jede ganz willkürlich ausgewählte Zahlenfolge möglich. Von einer Annäherung der Zahlen unserer Folge $\sqrt[3]{T}$ werden wir aber nur dann reden, wenn die Abweichungen z_n den Charakter zufälliger Fehler haben. Sie müssen um so kleiner sein, je häufiger sie vorkommen.

Die mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmten Konstanten C sind folgende:

Sonne	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus
$C = 1.469$	0.3545	0.3958	0.1260	0.4320

Nun wollen wir sehen, ob die Abweichungen z_n wirklich um so seltener werden, je größer sie sind. Zur Prüfung unter-

suchen wir die folgende Tabelle der $n + z_n$ für das ganze Sonnensystem. Die Zahlen entstehen, indem man die $\sqrt[3]{T}$ aus der ersten Tabelle durch die der letzten entnommenen C -Werte des zugehörigen Zentralkörpers dividiert. Wir finden:

n	Sonne	Mars	Jupiter	Saturn
2		1.927	2.003	
3	3.028	3.049	3.056	
4	4.139		3.855	
5	4.867	Uranus	4.868	
6	6.008	5.866	6.457	
7		6.924		
8				7.781
9		8.867		8.815
10		10.254		9.809
11	11.100			11.102
13				13.120
15	15.031			
16			15.937	
			16.228	
20				19.976
21	21.317			
22				21.844
				21.992
23			22.841	
27	26.683			
34				34.102
65				65.043

Prüft man in dieser Tabelle die Abweichungen von der Ganz-zahligkeit, so findet man 16 positive und 16 negative. Die Fehler in % verteilen sich auf die Intervalle:

-50	-40	-30	-20	-10	-5 bis +5	10	20	30	40	50
0	1	1	9	3	8	4	2	2	1	1
	32	22	13	19	6	-2	+5	6	12	23
			13	18	7	-1	+4	10	14	25
			13	16	8	0	+3	10		
			13	16		+1	+3	10		
										14

Die leichte Störung um „9“ herum zwischen -10 bis -20 % verursacht Uranus, der bei seiner kleinen Trabanzenzahl wegen Obéron schlecht abschneidet. Trotzdem entsprechen die Fehler der Forderung: Um so seltener, je weiter von der ganzen Zahl. Das Quantengesetz der Elektronik gilt also wenigstens annähernd im Sonnensystem, womit der Weg zur künftigen Aufklärung der *Titius-Bodeschen* Regelmäßigkeit gefunden sein dürfte.

Prüft man das Gesetz an dem Planetoiden-Ringe, so zeigt sich seine Haupthäufungsstelle nach *Stroobant*¹⁾ der Zahl 8 zugeordnet. Die Zahlen 7, 9, 10 weisen vielleicht auf schwächere Anhäufungen. Ähnlich fällt die Probe am Saturnring aus. Die Quantenzahl 7 weist auf den äußersten Rand des Ringes. Die Zahl 6 auf den inneren Rand der Cassinischen Trennung, 5 auf den innersten Rand des dunkeln Ringes. Die weiteren Zahlen weisen auf das Innere der Saturnkugel, sind also ohne Bedeutung.

Die Heranziehung des Saturn- und Planetoiden-Ringes dürfte wohl für die Aufklärung der Quantierung im Sonnensystem und wohl auch in der Elektronentheorie von Bedeutung

¹⁾ Ann. de l'Obs. Roy. de Belgique N. S. T. IX. Fasc. III. Brüssel 1907.

sein. Quantierungen entstehen aus ganz verschiedenen Gründen. Der Baumeister quantiert die schiefe Ebene zur Stiege nach den anatomischen Bedingungen des menschlichen Fußes, der Schuster quantiert die Füße nach seinen Leisten, da er doch nur eine endliche Zahl Leisten kaufen kann. Ebenso begreifen wir halbwegs, warum wir in der Musik die Töne nach Höhe, Stärke und Dauer quantieren. Aber die Quantierung der

Trabantenbahnen ist uns vorderhand noch ein Rätsel. Auf theoretisches will ich deshalb noch nicht eingehen. Vielleicht ließe sich das Fehlergesetz noch verbessern [3!]. Die graphische Darstellung der Fehler weist auf noch dunkle Beziehungen hin. $\sum z_n^2$ als Minimum ist ja doch nur eine Verlegenheits-hypothese, deren Zweck ist, auf diesem fremdartigen Gebiet Fuß zu fassen.

Astrophysikalisches Observatorium Von Konkoly's Stiftung in O-Gyalla, Slovakei, 1921 Juni 1. E. Dittrich.

Neuere Bestimmung der Polhöhe der Budapester Universitätssternwarte.

Die Polhöhe der Sternwarte wurde zum erstenmal vom damaligen Assistenten des Polytechnikums, F. Lakits, im Jahre 1885 bestimmt. Die Sternwarte gehörte damals zum Lehrstuhl der Geodäsie des Polytechnikums. Seither wurde das Gebäude des Polytechnikums von der philos. Fakultät der Kgl. Ungarischen Universität bezogen und die Sternwarte neu eingerichtet. Sie gehört nun zum Kosmographischen Institut der Universität und dient hauptsächlich didaktischen Zwecken, versieht aber auch den amtlichen Zeitdienst. Das Passage-Instrument von Heyde ist mit einem Horrebow-Niveau versehen, daher versuchte ich die Polhöhe mittels der Horrebow-Talcott-Methode zu bestimmen. Lakits bestimmte die Polhöhe im ersten Vertikal mit Hilfe eines kleinen Universal-Instruments von Starke.

Die Ergebnisse meiner ersten diesbezüglichen, im Laufe von 1920 angestellten Beobachtungen teile ich im folgenden mit.

Der von mir bestimmte Wert der Polhöhe muß jedenfalls als ein genauerer betrachtet werden als der bisherige, trotzdem das Instrument den Anforderungen nicht in jeder Hinsicht entspricht. Besonders das mangelhafte Funktionieren der Mikrometerschraube verursachte Schwierigkeiten. Ferner war von den Niveaus nur eines brauchbar. Schließlich will ich noch bemerken, daß die Sternwarte ziemlich hoch im Gebäude der Universität untergebracht ist und das Instrument folglich beträchtlichen Schwankungen ausgesetzt ist.

Sorgfältige Untersuchungen ergaben für den Teilwert der gebrauchten Libelle: $\mu = 1''.170$; für den Winkelwert einer Schraubenrevolution: $1'' = 57''.247 (\pm 0''.015)$.

Die beobachteten sechs Sternpaare wurden dem Boss-Kataloge entnommen. Auf Grund der sechstägigen Beobachtungen gewann ich aus den einzelnen Sternpaaren folgende Werte;

Sternpaar	φ	Zahl d. Beob.
1	$47^\circ 29' 32''.50$	2
2	33.27	3
3	32.48	5
4	33.00	3
5	32.30	3
6	32.20	4

Aus insgesamt 20 Beobachtungswerten ergab sich im Mittel:

$$\varphi = +47^\circ 29' 32''.58 \pm 0''.23 \text{ m. F.}$$

Der von Lakits ermittelte Wert betrug:

$$\varphi = +47^\circ 29' 34''.73 \pm 0''.71 \text{ m. F.}$$

Zwischen den zwei Ergebnissen zeigt sich ein Unterschied von $2''.15$.

Die ausführliche Abhandlung erschien in ungarischer Sprache unter dem Titel: »A budapesti tud. egyetemi csillagda sarkmagasságának meghatározása. Budapest, 1920«.

Budapest, 1920 Dezember.

C. Lassovszky.

Beobachtungen der Venusbedeckung 1921 Juli 1.

Vor dem Eintritt war das prächtige Bild des kleinen Mondes neben dem großen Mond zeitweise in Wolkenlücken zu genießen, der Eintrittsmoment aber verhüllt. Um $16^h 39^m$ m. Z. Kgst. war der Eintritt bereits erfolgt. Der Austritt konnte dagegen gut gesehen werden. Das plötzliche Austreten der Lichtlinie des Venusterminators wurde gefaßt von

Malsch $17^h 47^m 40^s$ m. Z. Kgst., Sucher
 Wolf $17 47 37.4$ » 6-Zöller, Vergr. 38

Die letzte Berührung der Ränder von:

Mündler $17^h 47^m 57^s 7$ m. Z. Kgst., 12-Zöller, Vergr. 150
 Vogt $17 47 58.4$ » 8 » » 82
 Malsch $17 47 57.5$ » 6 » » 105
 Wolf $17 47 55.6$ » 6 » » 38

Wolf beobachtete mit Ohr-Auge, die übrigen mit Registrierung. Das Aufblitzen der Lichtlinie aus dem dunklen Mondrand erfolgte vollkommen plötzlich. Die Venusscheibe zeigte keine Spur von Abschattung gegen den Mondrand.

Königstuhl, 1921 Juli 6.

M. Wolf.

Ort: Marburg, Universitätssternwarte ($\lambda = 8^\circ 46' 13''$, $\varphi = 50^\circ 48' 47''$). Instrument von 97 mm Öffnung. Vergrößerung: 120 mal. Uhr: Eine genau gehende Taschenuhr. Luftzustand: Ganz schwach wallende Mond- und Venusränder.

Nur der Beginn der Bedeckung konnte beobachtet werden, während das Ende durch Wolken verdeckt wurde. Die erste Berührung des Mondrandes mit der Lichtgrenze der Venus geschah in der Nähe des Nordhornes, und zwar fand diese Berührung an einem Bergzuge des Mondrandes in etwa $2^\circ 40'$ selengr. Nordbreite (nach Neisons Atlas Karte XI), also ziemlich genau östlich vom Zentrum Hevels statt. Dieser 1. Kontakt ließ sich nicht mit der gleichen Schärfe wie der 2., das Verschwinden des östlichen Venusrandes hinter dem Mondrand, beobachten. Ein allmähliches Abblenden der Venusscheibe in der Nähe des Mondrandes wurde nicht bemerkt, im Gegenteil stach bis zum Verschwinden des letzten Lichtsaumes der Venus diese helleuchtend gegen den matten Mondrand ab. Die Kontakte wurden zu folgenden Zeiten festgestellt:

1. Kontakt: $17^h 4^m 54^s 6$ M. E. Z. } $\pm 0^s 9$.
 2. » $5 20.6$ » }

Marburg, 1921 Juli 8.

H. Fockisch.