**5. Dispersion und Absorption
in Chrom und Mangan für das sichtbare und
ultraviolette Spektrum;
von Vsévolod Fréedericksz.**

Die vorliegende Arbeit ist eine Fortsetzung der Untersuchungen über die Dispersion und Absorption an Metallen, besonders im Ultravioletten, die von den Herren R. Minor und W. Meier in dem Physikalischen Institut der Universität Göttingen ausgeführt sind. Diese Arbeit war mir von Hrn. Prof. Voigt vorgeschlagen als ein Beitrag zu der systematischen Erforschung der optischen Konstanten der Metalle, die derselbe betreibt.

Die Methode, die zu unseren Untersuchungen diene, ist von Prof. Voigt¹⁾ angegeben und von den Herren R. Minor²⁾ und W. Meier³⁾ noch etwas ausgearbeitet worden. Da dieselbe von den genannten Herren beschrieben ist, so werde ich nur ein allgemeines Schema des Beobachtungsapparates angeben und bemerke dazu, daß mein Verfahren identisch mit demjenigen von Hrn. Meier ist.

Ein Monochromator, der mit Quarzlinsen und Quarzprismen versehen ist, gibt eine Strahlung, deren Wellenlänge von 2500 Å.-E. bis 6700 Å.-E. variiert werden kann. Dieses Licht wird durch einen Nicol linear und unter einem Winkel von 45° gegen die Einfallsebene polarisiert. Dann wird es an dem zu untersuchenden Metallspiegel reflektiert und dadurch elliptisch polarisiert; zum Analysieren dient ein Quarzkeilsystem nach Prof. W. Voigt, verbunden mit einem Nicol. Das Quarzkeilsystem besteht aus zwei Keilpaaren: das erste spielt die Rolle eines Kompensators, das zweite, dessen Keilkante senkrecht zu der Keilkante des ersten steht, ist ein drehender

1) W. Voigt, *Physik. Zeitschr.* **2.** p. 803. 1901.

2) R. Minor, *Diss. Göttingen* 1902; *Ann. d. Phys.* **10.** p. 581. 1903.

3) W. Meier, *Diss. Göttingen* 1909; *Ann. d. Phys.* **81.** p. 1017. 1910.

Keil. Dies ganze System (Polarisator, Quarzkeile, Analysator) zeigt im Gesichtsfelde ein Gitter von dunklen Punkten, die auf zwei sich orthogonal schneidenden Systemen von parallelen Graden liegen. Die Lage dieser dunklen Punkte hängt ab von der Phasenverzögerung Δ der Komponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene des elliptisch polarisierten Lichtes und von dem Azimut der wiederhergestellten Polarisation ψ . Das System der dunklen Punkte kann photographiert, die Photographie ausgemessen werden. Die Vergleichung einer Photographie ursprünglich elliptisch polarisierten Lichtes mit einer ursprünglich linear polarisierten (des vom Polarisator direkt auf das Quarzkeilsystem und Analysator fallenden) Lichtes gibt alle notwendigen Mittel, um die Phasenverzögerung Δ und das Azimut ψ zu berechnen. Es ist nur zu bemerken, daß diese Methode einen kleinen Fehler in der Bestimmung des absoluten Wertes von Δ geben kann.¹⁾ Um diesen Fehler zu vermeiden, muß man eine Korrektion einführen; diese Korrektion kann unabhängig von der Wellenlänge berechnet und mit Spektrometerbeobachtungen in dem sichtbaren Teil des Spektrums bestimmt werden.

Mit Hilfe von zwei Keilpaaren mit verschiedenen Winkeln war diese Versuchsanordnung für die Wellenlängen von 2500 bis 5300 Å -E. brauchbar. Zu einer näheren Orientierung über die Methode verweise ich auf die oben zitierten Dissertationen von Hrn. R. Minor und E. Meier. Für größere Wellenlängen habe ich Δ und ψ mit Hilfe eines Spektrometers mit Glimmerkompensator bestimmt. Aus den beobachteten Werten für Δ und ψ sind die optischen Konstanten n und κ (Brechungs- und Absorptionsindizes) mit den folgenden strengen Drudeschen Formeln²⁾ berechnet:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} Q &= \sin \Delta \operatorname{tg} 2 \psi, \\ \cos 2 P &= \cos \Delta \sin 2 \psi, \\ S &= \operatorname{tg} P \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi, \\ \operatorname{tg} \chi &= \frac{S^2 \sin 2 Q}{S^2 \cos 2 Q + \sin^2 \varphi}, \\ \kappa &= \operatorname{tg} \chi / 2, \quad n^2 = \frac{S^2 \sin 2 Q}{2 \operatorname{tg} \chi / 2}, \end{aligned}$$

1) W. Meier, l. c. (Diss. p. 14).

2) P. Drude, Wied. Ann. 64. p. 161. 1898.

wo φ der Einfallswinkel ist, Q, P, S, χ Hilfsgrößen. Das Reflexionsvermögen folgt aus der Formel

$$J = \frac{n^2(1 + \kappa^2) + 1 - 2n}{n^2(1 + \kappa^2) + 1 + 2n}.$$

Aus den so berechneten Werten für n und κ habe ich dann Haupteinfallswinkel $\bar{\varphi}$ und Hauptazimut $\bar{\psi}$ bestimmt, und zwar nach den Annäherungsformeln von H. O. Wiener¹⁾:

$$\operatorname{tg}^2 \bar{\varphi} = \frac{1}{2} \{s' + 1 + \sqrt{(s' + 1)^2 - 4d}\},$$

wo

$$d = n^2 - \kappa^2 n^2 = \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi} (1 - 2 \sin^2 2 \bar{\psi} \sin \bar{\varphi}),$$

$$s' = n^2 + \kappa^2 n^2 = \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi} (1 - 2 \sin^2 2 \bar{\psi} \cos^2 \bar{\varphi})$$

und

$$\operatorname{tg} 4 \bar{\psi} = \frac{2 n^2 \kappa}{n^2 - \kappa^2 n^2 - \sin^2 \bar{\varphi}}.$$

Chrom.

Der benutzte Chromspiegel war aus einem massiven Stück metallischen Chroms geschnitten und von der Firma Schmidt und Haensch in Berlin poliert. Die Spiegelfläche, die etwa 2—3 qcm groß war, zeigte einige Löcher und Poren. Da aber diese nur an den Rändern häufig waren, und daher nur hier einen störenden Einfluß haben konnten, aber im allgemeinen die Politur sehr gut ohne Streifen oder Kratzen war, so konnte man diesen Spiegel als brauchbar ansehen. Zwischen den Beobachtungen war der Spiegel in einem trockenen Raume aufbewahrt, und solange die Versuche dauerten, blieb die Spiegelfläche rein und klar; keine Spuren von Oxydation oder anderen Veränderungen der Fläche waren zu bemerken. Besondere Aufmerksamkeit habe ich auf die Reinigung des Spiegels verwandt. Das folgende Verfahren schien mir am besten zu sein: Die Fläche wurde zuerst mit Alkohol und Äther gewaschen und mit einem sehr reinen Leinentuch trocken abgerieben, und dann mit einer Kollodiumschicht überzogen, die nach dem Trocknen abgerissen wurde, und so die letzten Reste von Unreinlichkeiten wegbrachte. (Dieses Verfahren — eine Modifikation eines von Wernicke benutzten — wurde zuerst

1) O. Wiener, Abh. d. k. Gesellsch. d. Wiss. 30. Nr. V. p. 549 bis 550. 1908.

von Hrn. Siedentopf zur Reinigung von Glasplatten empfohlen.¹⁾ Vorläufige Versuche mit einem Stahlspiegel, dessen Konstanten mit großer Genauigkeit bekannt sind, gaben durchaus günstige Resultate.

Die endgültigen Beobachtungen am Chromspiegel wurden angestellt für zwei verschiedene Einfallswinkel: 70° und $72^\circ 30'$; für zwei gegen die Einfallsebene verschiedene Lagen des Spiegels²⁾ und für 17 verschiedene Wellenlängen. Die Größenordnung der beobachteten Werte für Δ und ψ ist zu ersehen aus der folgenden kleinen Tabelle, wo Δ und 2ψ für einige Wellenlängen angegeben sind.

Einfallswinkel λ	$72^\circ 30'$		70°	
	$\pi - \delta$	2ψ	$\pi - \delta$	2ψ
2750	$80^\circ 6'$	$69^\circ 45'$	$73^\circ 10'$	$69^\circ 39'$
3470	81 30	67 42	73 2	66 57
3980	70 25	66 48	62 48	68 45
4680	56 36	66 48	49 48	67 48
5330	47 40	63 10	44 16	64 29

Für jeden einzelnen Versuch wurden n (Brechungsindex) und κ (Absorptionsindex) berechnet; die Werte von n , die man für die zwei Lagen des Spiegels fand, unterschieden sich etwa um 3,5 Proz. und zwar so, daß sie für eine Lage stets größer waren als für die andere. Die Werte von κ hatten einen kleineren Unterschied. Da aber der mögliche Beobachtungsfehler nach Meier³⁾ 3,2 Proz. ist, so hat man anscheinend das Recht, das Mittel aus den beobachteten Werten zu nehmen.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate meiner Beobachtungen über Chrom resümiert. n und κ sind die Mittelwerte der beobachteten Brechungs- und Absorptionsindizes. $\bar{\varphi}$, $\bar{\psi}$, $k = \kappa n$, J sind die mit Hilfe von κ und n berechneten Mittelwerte von Hauptwinkel, Hauptazimut, Absorptionskoeffizient und Reflexionsvermögen.

1) Vorgetragen in der Physik. Ges. in Göttingen März 1910.

2) Das heißt, daß er, nachdem er in einer Lage beobachtet war, in seiner eigenen Ebene um 90° gedreht war und dann wieder in dieser neuen Lage untersucht wurde.

3) W. Meier, l. c. (Diss. p. 52).

Tabelle 1.

λ	n	x	ϕ	ψ	$n x$	$n^2(1+x^2)$	J
2570	1,641	2,250	76° 43'	82° 59'	3,692	16,3	69,8
2750	1,268	2,445	74 25	34 29	3,100	11,2	65,6
2980	1,205	2,226	72 37	33 57	2,682	8,65	60,0
3250	1,259	2,314	73 41	34 12	2,913	10,1	62,9
3400	1,259	2,348	76 43	34 20	2,956	10,3	63,6
3470	1,422	2,115	74 17	33 14	3,008	11,1	61,8
3610	1,530	2,099	75 9	34 4	3,211	12,7	63,4
3980	1,720	2,127	76 45	33 2	3,659	16,3	66,9
4150	1,895	2,131	77 57	32 57	4,038	19,9	69,4
4440	2,363	1,880	79 4	31 26	4,443	25,3	71,8
4680	2,466	1,876	79 29	31 23	4,626	27,5	70,4
4800	2,654	1,788	79 50	30 47	4,745	29,6	71,0
5020	2,928	1,555	79 46	28 37	4,553	29,3	67,6
5080	3,063	1,534	80 6	28 51	4,699	31,5	68,2
5330	3,452	1,408	80 39	27 31	4,850	35,4	68,0
5880	3,591	1,261	80 21	26 12	4,520	33,4	65,5
6680	3,281	1,311	80 45	26 47	4,302	29,3	64,4

Fig. 1. Chrom.

Fig. 2. Chrom.

Der Verlauf dieser Größen ist in den Figg. 1, 2 und 3 dargestellt. Wir sehen, daß $\bar{\varphi}$ für $\lambda = 3000$ ein starkes Minimum hat; von $\lambda = 3000$ Å.-E. bis $\lambda = 6700$ Å.-E. wächst $\bar{\varphi}$ zuerst stärker, dann schwächer. Für das Hauptazimut finden wir, daß es für kleine Wellenlängen in dem Bereiche von 2500 bis 3500 oszilliert und dann für die größeren mit wachsenden Wellenlängen abnimmt. $\lambda = 6000$ entspricht außerdem ein leichtes Minimum; der Verlauf für den Brechungs- und Absorptionsindex ist ähnlich demjenigen von $\bar{\varphi}$ und $\bar{\psi}$. Es ist nur zu bemerken, daß das Maximum, das für n der Wellenlänge $\lambda = 5800$ entspricht, bei $\bar{\varphi}$ nicht vorhanden ist.

In dem Verlauf des Absorptionskoeffizienten $k = n\kappa$ bemerken wir für wachsende Wellenlänge zuerst ein starkes Minimum ($\lambda = 3000$), dann ein rapides Wachsen mit einem Inflektionspunkt (3300) und nachher zwei Maxima (in der Nähe von $\lambda = 5000$ liegend). Diesen Eigenheiten des Verlaufs von

Fig. 3. Chrom.

$k = n\kappa$ entsprechen, wie unten zu zeigen, die Eigenschwingungen der gebundenen Elektronen, die sich aus meinen Berechnungen für λ etwa = 2600, 3000, 4900, 5500, 8500 Å.-E. finden.

Die Eigenschwingungen wie die Konstanten für freie und gebundene Elektronen berechnen sich nach der Drudeschen Theorie der Dispersion aus den Formen (in der Bezeichnung von W. Voigt):

$$2n^2\kappa = \frac{C_1\lambda_1'\lambda^3}{\lambda^2 + \lambda_0'^2} + \sum \frac{\frac{C'}{\lambda\lambda'}}{\left(\frac{1}{\lambda_0'^2} - \frac{1}{\lambda^2}\right)^2 + \frac{1}{\lambda^2\lambda'^2}},$$

$$n^2(1 - \kappa^2) = 1 - \frac{C_1\lambda_1^3\lambda^2}{\lambda^2 + \lambda_1'^2} + \sum \frac{C\left(\frac{1}{\lambda_0'^2} + \frac{1}{\lambda_1'^2}\right)}{\left(\frac{1}{\lambda_0'^2} - \frac{1}{\lambda^2}\right)^2 + \frac{1}{\lambda^2\lambda'^2}},$$

wo C , λ_1' , $\lambda_0 \dots$ Parameter bezeichnen, die so berechnet sein müssen, daß sie, in diese Gleichungen eingesetzt, den Verlauf von $2n^2\kappa$ und $n^2(1-\kappa^2)$ den Beobachtungen entsprechend darstellten. Wenn wir annehmen, daß

erstens für die freien Elektronen

$$\text{a) } C = 0,0,15, \quad \lambda' = 2800$$

zweitens für die gebundenen Elektronen

$$\text{b) } \underline{\lambda_0 = 2600}, \quad C_1 = 0,0,1, \quad \lambda' = 5000$$

$$\text{c) } \underline{\lambda_0 = 3000}, \quad C_1 = 0,0,2, \quad \lambda' = 4000$$

$$\text{d) } \underline{\lambda_0 = 4900}, \quad C_1 = 0,0,13, \quad \lambda' = 1800$$

$$\text{e) } \underline{\lambda_0 = 5500}, \quad C_1 = 0,0,13, \quad \lambda' = 3000$$

$$\text{f) } \underline{\lambda_0 = 9000}, \quad C_1 = 0,0,2, \quad \lambda' = 4000,$$

so bekommen wir eine genügende (mit Abweichungen, die innerhalb des Beobachtungsfehlers liegen) Übereinstimmung mit den beobachteten Werten. Setzt man obige Werte in die Dispersionsgleichungen ein, so ergibt sich für $2n^2\kappa$:

$\lambda = 2550$	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500
a) 3,0	4,5	5,7	7,8	9,6	11,4	13,1	14,9	16,8
b) 9,0	1,2	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
c) 0,0	0,7	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
d) 0,3	0,6	1,3	2,9	6,7	9,0	7,3	4,6	3,2
e) 0,1	0,1	0,3	0,6	1,9	4,6	11,0	6,4	3,1
f) 0,1	0,2	0,4	0,6	1,1	1,7	2,6	4,2	6,5
$2n^2\kappa = 12,5$	7,3	8,2	12,1	19,4	26,7	34,0	30,1	29,6

für $n^2(1-\kappa^2) - 1$

$\lambda = 2550$	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500
a) - 3,9	-4,8	-5,6	- 6,1	- 6,7	- 7,3	- 7,6	- 8,0	- 8,2
b) - 3,9	+5,7	+2,2	+ 1,7	+ 1,4	+ 1,4	+ 1,3	+ 1,3	+ 1,2
c) 0,0	-1,0	+0,4	+0,2	+ 0,2	+ 0,1	+ 0,1	+ 0,1	+ 0,1
d) - 1,1	-1,7	-2,5	- 3,4	- 3,2	+ 1,6	+ 4,8	+ 5,4	+ 5,3
e) - 0,6	-0,8	-1,3	- 1,9	- 3,4	- 4,8	- 0,0	+ 5,8	+ 5,5
f) - 1,4	-2,0	-2,8	- 3,9	- 5,0	- 6,4	- 8,8	-11,4	+14,6
$n^2(1-\kappa^2) - 1 = -10,9$	-6,6	-9,6	-13,4	-16,7	-15,4	-10,2	- 6,8	-10,7

und nach den Beobachtungen ist

für $\lambda =$	2570	2750	2980	3200	3400	3650	3980	4150
$2 n^2 x =$	12,1	7,86	6,46	7,34	7,44	9,83	12,6	15,3
$n^2(1-x^2)-1 =$	-11,9	-9,0	-6,7	-7,9	-8,1	-8,9	-11,4	-13,7

für $\lambda =$	4410	4680	4800	5080	5330	5880	6880
$2 n^2 x =$	21,0	22,8	25,2	28,8	33,5	32,5	28,2
$n^2(1-x^2)-1 =$	-18,2	-16,3	-16,5	-13,7	-12,6	-8,6	-8,8

Fig. 4. Chrom.

Die graphische Darstellung (Fig. 4) zeigt auch den Verlauf der beobachteten und der berechneten Werte. Die Abweichungen scheinen in der Figur für größere Wellenlängen noch ziemlich groß zu sein; aber wir bemerken, daß hier der mögliche Beobachtungsfehler für $2n^2x$ und $n^2(1-x^2)$ selbst ziemlich groß ist und bis $\pm 2,5$ steigen kann. Überhaupt

kann es sich bei allen derartigen Rechnungen nur um ungefähre Resultate handeln, da man mit denselben schließlich doch über das von der Beobachtung bestrichene Gebiet hinaus beträchtlich extrapoliert.

Es bleibt uns nun übrig, diese Resultate mit früheren Beobachtungen zu vergleichen, die für die Wellenlänge des Natriumlichtes von Hrn. v. Wartenberg¹⁾ gemacht sind und zwar mit einem Spiegel, der aluminiothermisch hergestellt war. Die folgende Tabelle gibt eine Zusammenstellung der Werte von $\bar{\varphi}$, $\bar{\psi}$, n , $n\kappa$ und J .

	$\bar{\varphi}$	$\bar{\psi}$	n	$n\kappa$	J
v. Wartenberg	80° 14'	29° 38'	2,97	4,85	69,7
Fréedericksz	80 45	26 47	3,59	4,53	65,5

Nur für $\bar{\varphi}$ und $n\kappa$ kann man schlechthin von einer Übereinstimmung sprechen. Die großen Unterschiede für die anderen Größen können von der verschiedenen Darstellung des Spiegels vielleicht auch von der Art der Reinigung und von der Politur abhängen. Wie die Art der Darstellung des Spiegels wirken kann, ist natürlich schwer zu entscheiden. Was den Zustand der Fläche betrifft, so weiß man nach Drude²⁾, daß der Haupteinfallswinkel durch eine Oberflächenschicht oder eine matte Politur verkleinert wird, daß der Hauptazimut durch eine Oberflächenschicht vergrößert, durch eine matte Politur verkleinert wird. Aber, da es gerade die Werte von $\bar{\varphi}$ sind, die ziemlich gut übereinstimmen, so muß auch dieses Kriterium, streng genommen, versagen. Wir bemerken nur, daß die kleineren Werte von $\bar{\psi}$, die ich beobachtet habe, kaum von einer matten Politur herrühren konnten, da der Spiegel keine Kratzen zu haben schien. Dagegen könnten die größeren Werte von Hrn. v. Wartenberg von Oberflächenschichten kommen, die von der Reinigung mit Putzleder³⁾ vorhanden sein könnten.

Schließlich muß ich noch bemerken, daß die optischen Konstanten von Chrom nach H. A. Bernoulli⁴⁾ von der

1) H. v. Wartenberg, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. Heft 3. 1910.

2) P. Drude, Wied. Ann. 39. § 2, § 3. 1890.

3) H. v. Wartenberg, l. c. p. 107.

4) H. A. Bernoulli, Diss. München 1903/04.

Aktivität bzw. der Passivität der spiegelnden Fläche abhängen. Nach der Politur wurde unser Spiegel in einen trockenen Raum aufbewahrt; da aber die Luft auch ein Passivierungs-agent ist, so hätte mein Spiegel im Laufe der Zeit, welche die Experimente dauerten, sich wohl optisch ändern können.

Die ersten Beobachtungen *Ende April 1910*, wenige Wochen nach der Darstellung des Spiegels ergaben

$$\text{für } \lambda = 5020: \quad \underline{\bar{\varphi} = 80^{\circ} 5', \quad \bar{\psi} = 28^{\circ} 50'}.$$

Nach Bernoulli¹⁾ können diese Werte von $\bar{\varphi}$ und $\bar{\psi}$, noch einem aktiven Zustand entsprechen. Die Kontrollbeobachtungen *Ende Juli* am Schluß der Untersuchung ergaben:

$$\text{für } \lambda = 5020: \quad \underline{\bar{\varphi} = 79^{\circ} 46', \quad \bar{\psi} = 28^{\circ} 57'}.$$

Hieraus ersieht man, daß die spiegelnde Fläche während der Dauer der Messungen merklich unverändert geblieben ist.

Mangan.

Die Darstellung des Manganspiegels war ganz ähnlich derjenigen aus Chrom. Der Spiegel war auch aus einem massiven Metallstück ausgeschnitten und von der Firma Schmidt & Haensch in Berlin poliert. Dieser Spiegel zeigte keine größeren Löcher oder Poren, dagegen hatte er am Rande leichte Streifen, die nach einer näheren Untersuchung nicht als Kratzen, sondern als geordnete Häufungen von ganz kleinen Poren erscheinen. Nach der Behauptung der Firma Schmidt & Haensch waren diese Streifen nicht zu vermeiden, sie mögen in der kristallinen Struktur des Materials bedingt sein. Der Spiegel war leicht gelb gefärbt.

Die Reinigung ergab einige Schwierigkeiten. Die sonst so gute Methode mit schließlichem Kollodiumüberzug versagte hier, da das Kollodium nach dem Trocknen an der Oberfläche kleben blieb, und sich nicht abreißen ließ. Außerdem verdarb der Überzug die spiegelnde Fläche. Nach dem Abwaschen des Kollodiums mit Äther zeigten sich weiße ovale Flecken, die den Spiegel unbrauchbar machten und eine neue Politur erforderten. Der von mir schließlich benutzte Spiegel war

1) H. A. Bernoulli, l. c.

nur mit absolutem Alkohol gewaschen und einem trockenen fettreinen Leinentuch abgerieben. Die nachgewiesene genügende Beständigkeit der für verschiedene Reinigungen beobachteten Werte war ein Beweis der Brauchbarkeit der Spiegelfläche.

Auch dieser Spiegel blieb, solange die Versuche dauerten, rein und klar; auch hier waren keine Spuren von einer Veränderung der Fläche zu bemerken (wie es z. B. Hr. v. Wartenberg¹⁾ mit seinem Spiegel beobachtet hat).

Der Manganspiegel wurde ebenso wie der Chromspiegel für verschiedene Lagen, für zwei Einfallswinkel und für 17 Wellenlängen untersucht. Um die Größenordnung der beobachteten Werte für die Phasenverzögerung Δ und Azimut ψ zu zeigen, sind einige von ihnen in der folgenden Tabelle dargestellt.

Einfallswinkel λ	72° 30'		70°	
	$\pi - \delta$	2ψ	$\pi - \delta$	2ψ
2980	108° 52'	65° 18'	107° 54'	64° 48'
3470	105 21	64 32	97 30	65 18
3980	95 33	63 32	84 34	64 18
4680	79 24	61 36	75 13	64 4
5330	70 47	63 27	67 5	63 50

Für jeden einzelnen Versuch wurde n und κ ausgerechnet; die mit verschiedenen Einfallswinkeln erhaltenen Werte für n und κ stimmten ziemlich gut überein, dagegen ergaben die für zwei etwa um 90° gedrehte Lagen des Spiegels beobachteten Werte für n stets einen Unterschied etwa von 8 bis 10 Proz. für κ etwa von 7 Proz., was einen *nicht weit von einem Grad abweichenden* Unterschied für $\bar{\varphi}$ und $\bar{\psi}$ entspricht. Dieser Unterschied kann kaum direkt von den oben erwähnten Streifen veranlaßt sein, da diese eigentlich keine Kratzen und nur am Rande merkbar waren; es erscheint wahrscheinlicher, daß es sich um eine Wirkung der Aeolotropie des Materials handelt. Da aber der mögliche Beobachtungsfehler einen Unterschied für n und κ von 6,5 Proz. erlaubt, so kann man noch einen Mittelwert aus den erhaltenen Werten ziehen. In der folgenden

1) H. v. Wartenberg, l. c. p. 110.

Tabelle, die die Beobachtungen darstellt, stehen auch nur diese Mittelwerte von n und κ .

Tabelle 2.

λ	n	κ	Φ	Ψ	$n \kappa$	$n^2(1 + \kappa^2)$	J
2570	0,661	1,794	60° 30'	34° 27'	1,186	1,84	36,5
2740	0,762	1,667	61 50	33 16	1,270	2,19	35,3
2970	1,005	1,580	65 34	31 34	1,588	3,53	37,1
3250	1,026	1,713	66 46	32 9	1,758	4,14	42,9
3400	1,023	1,754	67 11	32 22	1,794	4,26	44,0
3470	1,102	1,755	68 21	32 8	1,934	4,95	45,8
3600	1,159	1,793	69 23	32 9	2,078	5,66	48,3
3970	1,293	1,827	71 17	32 1	2,362	7,25	52,3
4140	1,390	1,795	72 7	31 43	2,495	8,16	53,4
4390	1,535	1,791	73 28	31 28	2,749	9,91	56,1
4680	1,653	1,714	74 2	30 48	2,833	10,8	56,1
4790	1,685	1,749	74 29	31 4	2,947	11,5	57,6
5070	1,835	1,781	75 45	31 8	3,268	14,0	60,4
5320	1,846	1,770	75 47	31 4	3,267	14,1	60,4
5880	2,246	1,671	77 34	30 10	3,753	19,1	63,5
6250	2,225	1,743	77 49	30 40	3,878	20,0	64,0
6680	2,619	1,548	78 38	29 6	4,050	23,3	64,5

Fig. 5. Mangan.

Fig. 6. Mangan.

Die Figg. 5, 6 und 7 geben eine graphische Darstellung für diese Zahlen. Man sieht, daß $\bar{\varphi}$ mit den Wellenlängen wächst, $\bar{\psi}$ abnimmt, und zwar zuerst sehr unregelmäßig; n wächst stark, x dagegen sehr wenig. Seine Werte für verschiedene Wellenlängen oszillieren zwischen 1,548 und 1,827; J und $k = nx$ nehmen gleichmäßig zu, man bemerkt keine besonderen Eigenheiten für ihren Verlauf. Diesem entspricht auch das Fehlen der Eigenschwingungen der Elektronen im beobachteten Gebiete des Spektrums. Um die Dispersionsformeln darzustellen, genügt es, Eigenschwingungen im tiefsten Teile des ultravioletten und im ultraroten Gebiete des Spektrums anzunehmen.

Ich habe berechnet

für freie Elektronen:

$$a) \quad C = 0,046, \quad \lambda' \approx 320,$$

Fig. 7. Mangan.

für gebundene Elektronen:

b) $\lambda_0 = 1500$, $C = 0,0,88$, $\lambda' = 850$,

c) $\lambda_0 = 8000$, $C = 0,0,2$, $\lambda' = 1200$,

was in die Dispersionsformel eingesetzt ergibt für $2n^2\kappa$:

$\lambda =$	2500	3000	3500	4000	5000	6000	6500
a)	1,8	2,7	3,4	4,7	6,9	9,0	10,0
b)	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
c)	0,3	0,6	1,0	1,6	3,8	8,7	10,0
$2n^2\kappa =$	2,5	3,6	4,5	6,4	10,8	17,7	20,0

für $n^2(1 - \kappa^2) - 1$

$\lambda =$	2500	3000	3500	4000	5000	6000	6500
a)	-2,3	-2,9	-3,4	-3,6	-4,4	-4,8	-4,9
b)	+2,5	+2,2	+2,0	+1,9	+1,8	+1,7	+1,7
c)	-1,4	-1,9	-2,8	-5,5	-5,7	-6,8	-7,0
$n^2(1 - \kappa^2) - 1 =$	-1,2	-2,6	-4,2	-5,2	-8,3	-9,9	-10,2

Die Beobachtung liefert:

Für $\lambda_0 =$	2570	2740	2970	3250	3400	3470
$2n^2x$	1,6	1,9	3,2	3,6	3,7	4,3
$n^2(1-x^2)-1$	-1,9	-2,0	-2,5	-3,0	-3,2	-3,5

Für $\lambda_0 =$	3600	3970	4140	4390	4680	4790
$2n^2x$	4,8	6,1	6,9	8,5	9,4	9,9
$n^2(1-x^2)-1$	-4,0	-5,0	-5,3	-6,2	-6,3	-6,8

Für $\lambda_0 =$	5020	5330	5880	6250	6880
$2n^2x$	12,0	12,1	16,9	17,3	21,2
$n^2(1-x^2)-1$	-8,3	-8,3	-10,0	-11,1	-10,0

Die Übereinstimmung zwischen Formel und Beobachtung liegt in der Grenze der Genauigkeit. Sie ist in der Fig. 8 dargestellt.

Fig. 8. Mangan.

Es bleibt mir nur übrig, meine Resultate mit denjenigen von Hrn. v. Wartenberg für Natriumlicht zu vergleichen. Ich mache dies in der folgenden Tabelle.

	n	κ	φ	$\bar{\psi}$	$n \kappa$	J
v. Wartenberg	2,49	1,56	78° 13'	29° 15'	3,89	63,5
Fréedericksz	2,25	1,67	77 34	30 10	3,75	63,5

Die Übereinstimmung ist hier unvergleichbar besser als für den Chromspiegel. Sie ist erträglich, wenn man bedenkt, daß die Herstellung des Spiegels bei Hrn. v. Wartenberg und bei mir ganz verschieden war.

Göttingen, Physik. Institut, Dezember 1910.

(Eingegangen 12. Januar 1911.)