hinzugefügt wurde. Unter den darin behandelten Gegenständen ist die Beantwortung der Frage besonders interessant, unter welchen Bedingungen eine zerfallende Kurve als Grenzfall einer irreduziblen ebenen Kurve angesehen werden kann und die Verwendung dieser Antwort für einen algebraisch-geometrischen Beweis des Riemannschen Existenztheorems. *Paul Roth.*

Lehrbuch der darstellenden Geometrie. Von Dr. W. Ludwig, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden. Verlag von J. Springer, Berlin. Erster Teil mit 58 Textfiguren. 1919. Preis 8 M.

Der vorliegende 1. Teil dieses Buches behandelt Elementaraufgaben, ebene Figuren, eckige Körper, Kreis, Zylinder und Kugel im Verfahren der zugeordneten Normalrisse zumeist ohne bestimmte Bildachse (nebenbei auch einige Figuren in schiefer Projektion). Vier Beispiele erläutern die Schattenbestimmung für eckige Körper; über Böschungen und Dachausmittlung ist je ein Beispiel vorgeführt. Diese weise Beschränkung ermöglicht den geringen Umfang von 135 Seiten.

Das Buch bietet in diesem Teile wohl nicht wesentlich Neues, macht aber in jeder Hinsicht einen recht guten Eindruck. Es wird vielen willkommen sein, die eben eine kurze Darstellung suchen. *Th. Schmid.*

Lehrbuch der darstellenden Geometrie. In zwei Bänden. Von Dr. Georg Scheffers, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin. Verlag von Julius Springer, Berlin. Erster Band mit 404 Fig. im Text. 1919; zweiter Band mit 396 Fig. im Text. 1920. Preis: I. 26 M., II. 52 M.

Das vorliegende Werk ist in methodischer Hinsicht dadurch gekennzeichnet, daß es zunächst die Projektion auf nur eine Ebene behandelt und dabei besonders lange verweilt, nämlich ein Kapitel (134 S.) bei der senkrechten Projektion und das zweite Kapitel (124 S.) bei der schiefen Projektion. Es wird mit der kotierten Projektion begonnen, wobei aber die Höhen nicht durch Zahlen, sondern durch Strecken angegeben sind (Dächer, Böschungen, Sonnenuhren). Hieran schließt sich die orthogonale Abbildung des rechtwinkligen Achsensystems von allgemeiner Lage unter Benützung der quadratischen Momente, des Verkürzungskreises und des Verkürzungsdreiecks und mit Anwendung auf regelmäßige Körper und Kristalle. Nun folgt die Ellipse als Normalriß des Kreises, als ebener Schnitt des Drehzylinders und Drehkegels sowie als kinematisches Erzeugnis; dann sind noch der Momentenellipse neun Seiten gewidmet. Bei der schiefen Projektion wird die perspektive und allgemeine Affinität erörtert. Die Lösung der Aufgabe, affine Felder in perspektive Lage zu bringen durch Aufsuchung kongruenter Parallelstrahlbüschel (S. 169), dürfte neu sein. Unter dem Titel „Freie Parallelprojektion“ wird mancherlei besprochen, was nur mit Verbinden und Schneiden (Parallelismus) zusammenhängt (Schnittfigur von Pyramiden und Prismen mit Schattenbestimmung sowie Schnittlinie zweier Kegel). Dann kommt der Pohlke-Satz, Involutionen und Polareigenschaften des Kreises und der Ellipse. Das dritte Kapitel behandelt das Verfahren der zugeordneten Normalrisse und die senkrechte Axonometrie (12 S.). Hier sei die Schluß-

bemerkung hervorgehoben: „Die senkrechte Axonometrie liefert die am meisten befriedigende Darstellung von technischen Gegenständen.“ Die Bemerkung ist besonders für Bau- und Maschinenbestandteile sehr zutreffend.

Im II. Bande bringt das vierte Kapitel die Zentralprojektion (217 S.). Hübsche Beziehungen für Winkel, welche im Bilde in wahrer Größe erscheinen, findet man auf S. 114–119. Sehr eingehend ist die perspektive Abbildung des Kreises und der Kugel besprochen (auch das Sonnen- und Mondbild, hyperbolischer Horizont, stereographische Projektion mit der Betonung, daß die Karte nicht einer wirklichen Ansicht entspricht). Dann folgen Sätze über die Kegelschnitte (Pascal, Brianchon), Schattenbestimmung für Kreis und Kugel, endlich die „Freie Perspektive“.

Das Schlußkapitel bringt unter dem Titel „Anwendungen und Ergänzungen“ Flachornamente und Geländeflächen. Hier kommt als hübsches Beispiel der Schichtenplan der Peano-Fläche vor, der die besonderen Verhältnisse in dem parabolischen Flächenpunkte gut erkennen läßt. Nun folgen die Drehflächen mit Umriß-, Schnitt- und Schattenbestimmung. Dabei unterläuft auf S. 281 ein Versehen. In dem Schnittpunkte der Schattenlinie einer Kurve auf eine Fläche mit der Lichtgrenze dieser Fläche ist die Tangente der Schattenlinie als Schnittgerade der Tangentialebenen zweier Lichtstrahlzylinder eben ein Lichtstrahl. Die beiden Tangentialebenen fallen erst zusammen, wenn sich die beiden Zylinder ausnahmsweise berühren. Der Schnittpunkt der Schattenlinie mit der Lichtgrenze ist dann aber ein Doppelpunkt der ersteren und hat zwei von der Lichtstrahlrichtung verschiedene Tangenten (darauf hat E. Kruppa hingewiesen bei E. Müller, D. G., I. Bd., 2. Aufl., S. 208). Auf S. 422 und 423 sind dann zwei solche Beispiele richtig durchgeführt. S. 298 ist ein hübscher Beweis, daß die Ringfläche auch schiefe Kreisschnitte besitzt. S. 301 ist eine schöne Untersuchung über Drehflächen mit gleichen ebenen Schnitten oder gleichen scheinbaren Umrissen. S. 323 folgt die Schraubenlinie sowie allgemeine und besondere Schraubenflächen. Unter den Regelflächen werden jene mit zwei Leitgeraden hervorgehoben und dabei wird „die windschiefe Perspektivität“ (J. Steiner) besprochen. S. 390 ist auf die einseitigen Flächen hingewiesen und jene Regelfläche dritten Grades abgebildet, welche der Verfasser schon in seiner „Theorie der Flächen“ als Beispiel angab. Am Schlusse wird noch eine ganze Reihe von Beispielen über die Aufsuchung der Schnittlinie zweier Flächen (mit Anwendung auf Schattenbestimmung) als Ergänzung vorgeführt. Auf S. 414 sollte es heißen: „daß zwei Teile der Parabel die Projektion der beiden reellen Äste der Raumkurve sind, während die beiden anderen Teile als Projektion von imaginären Ästen der Raumkurve zu betrachten sind.“ Ausdrücke wie „Durchstoß, Durchbohrung, Durchdringung“ sind zu vermeiden, weil für sie besser Schnittpunkt oder Schnittlinie gesetzt werden kann.

Man hat sohin ein inhaltsreiches Werk vor sich, welches sich nicht bloß in methodischer Hinsicht von ähnlichen Büchern unterscheidet, sondern auch vielfach Neues oder wenig Bekanntes bietet. Die überaus zahlreichen, interessanten geschichtlichen Bemerkungen bilden nicht nur eine wertvolle Zierde, sondern einen wahren Schatz zur Einführung in die wissenschaftliche Arbeit. Daß der Verfasser ein besonderes Geschick zur Herstellung vorzüglicher Figuren hat, zeigte er schon früher in seiner „Theorie der Flächen“.

Th. Schmid.