**3. Messung der Dielektrizitätskonstanten von
Mischkörpern mit Hilfe einer Resonanzmethode
für Kapazitätssmessungen;
von Fritz Banneitz.**

(Leipziger Dissertation.)

Inhaltsverzeichnis:

I. Einleitung. — II. Über die Theorie des Mischkörpers. — III. Wahl der Versuchsanordnung. — IV. Die Versuchsanordnung. — V. Der Dreiplatten-Kondensator. — VI. Abstimmung der Versuchsanordnung. — VII. Eichung des Meßkreises. — VIII. Prüfung der Versuchsanordnung mit einem geeichten Kondensator. — IX. Prüfung der Versuchsanordnung durch Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Petroleum. — X. Die Wassergitter und die umgebende Flüssigkeit. — XI. Messungen mit den Wassergittern. — XII. Fehlerrechnung. — XIII. Einfluß der Leitfähigkeit des Dielektrikums. — XIV. Berechnung des Formkoeffizienten u und Diskussion der Meßresultate. — XV. Zusammenfassung.

I. Einleitung.

Bei der Berechnung der Dielektrizitätskonstanten von Mischungen bedient man sich noch heute fast ausschließlich der Lorenz-Lorentzschen Formel. Diese hat jedoch zur Voraussetzung, daß die Bestandteile Kugeln in einem gleichförmigen Mittel sind, deren Abstände voneinander so groß sein müssen, daß in genügender Entfernung von den Kugeln gleichförmige Felder auftreten. Nun sind neuerdings Theorien ausgearbeitet worden, bei denen man die Annahme hat fallen lassen, daß die Bestandteile Kugeln sind, oder, daß sie sich in großen Abständen voneinander befinden. Die bei diesen Theorien ausgeführten Rechnungen sind aber nur bis zu einer gewissen Annäherung ausgeführt worden, so daß es erwünscht ist, experimentell zu prüfen, wie sich solche Gemische in Wirklichkeit verhalten. Dabei dürfen nicht die Gemische von Flüssigkeiten und Gasen zugrunde gelegt werden, weil man ganz genau weiß, daß die Molekeln in Wirklichkeit sehr verwickeltere Gebilde sind, und sich höchstens dem elektrischen Felde gegenüber so verhalten, als ob sie aus Kugeln oder anderen Körper-

formen zusammengesetzt seien. Es ist vielmehr erwünscht, solche Gemische künstlich wenigstens teilweise aus festen Körpern zusammenzusetzen, deren Form und Anordnung man vollständig in der Hand hat.

Die vorliegende Untersuchung bezieht sich auf Gebilde mit zylindrischen Bestandteilen, deren Dielektrizitätskonstante durch eine Resonanzmethode bestimmt wird.

II. Über die Theorie des Mischkörpers.

Die Theorie des Mischkörpers ist von Lord Rayleigh¹⁾ und von Wiener²⁾ ausführlich bearbeitet worden. Experimentelle Untersuchungen dazu liegen von Friedel³⁾, Ficker⁴⁾, Schiller⁵⁾ und John⁶⁾ vor.

Zunächst kurz die Resultate der Theorie von Wiener. Zu diesem Zweck soll ein einfacher Mischkörper, der aus den beiden Stoffen (I) und (II) zusammengesetzt ist, betrachtet werden. ϵ_1 sei die D.K. des Stoffes (I), ϵ_2 die des Stoffes (II), und ϵ_m die D.K. der Mischung. Durch δ_1 bzw. δ_2 sei das Volumverhältnis beider Stoffe gegeben unter der Bedingung, daß

$$(1) \quad \delta_1 + \delta_2 = 1.$$

Nach Wiener gilt dann die allgemeine Formel

$$(2) \quad \frac{\epsilon_m - \epsilon_2}{\epsilon_m + u} = \delta_1 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + u},$$

u bezeichnet Wiener mit Formkoeffizient. Derselbe ist bei isotroper Anordnung des Mischkörpers von der Form des Stoffes (I), bzw. (II) abhängig. Besteht z. B. Stoff (I) aus Kugeln, die in isotroper Anordnung in Stoff (II) eingebettet sind, so wird $u = 2\epsilon_2$.

Bei anisotroper Anordnung ist u außerdem noch von der Stellung der Stoffelemente zu den Kraftlinien abhängig und kann Werte zwischen Null und ∞ annehmen. Den Grenzfall

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 34. p. 481. 1892.

2) O. Wiener, Phys. Zeitschr. 5. p. 332. 1904; Leipziger Ber. 61. p. 113. 1909; Leipziger Ber. 62. p. 256. 1910; Leipziger Abh. 32. p. 508. 1912.

3) J. Friedel, Ann. d. Phys. 18. p. 1031. 1905.

4) E. Ficker, Diss. Leipzig. 1909.

5) L. Schiller, Diss. Leipzig. 1911; Ann. d. Phys. 35. p. 931. 1911.

6) W. John, Diss. Leipzig. 1916; Ann. d. Phys. 55. p. 299. 1918.

$u = 0$ erhält man bei Schichten, die sich senkrecht zu den Kraftlinien befinden, den Grenzfall $u = \infty$ bei Schichten parallel zu den Kraftlinien.

Dividiert man u durch die D.K. des einbettenden Mediums, so erhält man die *Formzahl* f .

$$(3) \quad f = \frac{u}{\varepsilon_2}.$$

Angenommen, Stoff (I) hat die Form von Kreiszylindern, die parallel zueinander und in gleichen Abständen in Stoff (II) eingebettet sind, so können auch wieder zwei Grenzfälle unterschieden werden. Verlaufen *erstens* die Kraftlinien *parallel* zu den Zylinderachsen, so wird, wie bei den Schichten parallel zu den Kraftlinien $u = \infty$. Gleichung (2) geht für diesen Fall über in

$$(4) \quad \varepsilon_m = \delta_1 \cdot \varepsilon_1 + \delta_2 \cdot \varepsilon_2.$$

Verlaufen *zweitens* die Kraftlinien *senkrecht* zu den Zylinderachsen, so wird $u = \varepsilon_2$ und Gleichung (2) erhält die Form

$$(5) \quad \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_2}{\varepsilon_m + \varepsilon_2} = \delta_1 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

oder

$$(6) \quad \varepsilon_m = \varepsilon_2 \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \delta_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \delta_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}.$$

Die Gleichungen (4) und (5) gelten also für die Grenzfälle ein- und desselben Mischkörpers mit dem Unterschied, daß die Kraftlinien den Körper das eine Mal parallel, das andere Mal senkrecht zu den Zylinderachsen durchdringen. Dieser Körper ist also doppelbrechend. Gleichung (4) würde dem außerordentlichen und Gleichung (5) dem ordentlichen Strahl entsprechen (einachsiger, positiver Kristall).

Die oben angegebenen Werte für Kugeln $u = 2\varepsilon_2$, und für Kreiszylinder senkrecht zu den Kraftlinien $u = \varepsilon_2$ gelten jedoch nur dann, wenn sich die eingebetteten Körper in einem vollständig homogenen Felde befinden. Dies ist der Fall, wenn die Körperelemente so weit voneinander entfernt sind, daß sie sich nicht mehr gegenseitig beeinflussen.

Es ist nun festzustellen, bei welchem Mischungsverhältnis diese gegenseitige Beeinflussung eintritt, und wie sie sich dann mit dem Mischungsverhältnis ändert, d. h. es ist die Abhängig-

keit der Größe u von δ_1 bzw. δ_2 zu ermitteln. Dies läßt sich auf folgende Weise erreichen:

Man stellt einen Mischkörper aus zwei Stoffen mit den bekannten Dielektrizitätskonstanten ϵ_1 und ϵ_2 her und baut denselben so auf, daß die obengenannten Formeln gelten, z. B. parallele Kreiszylinder. Bestimmt man dann experimentell ϵ_m , so kann nach Gleichung (2) u berechnet werden. Hierzu ist Gleichung (2) in folgender Form zu benutzen:

$$(7) \quad u = \frac{\epsilon_1 (\epsilon_m - \epsilon_2) - \delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2) \epsilon_m}{\delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2) - (\epsilon_m - \epsilon_2)}.$$

Lord Rayleigh¹⁾ gelangt in einer mehr ins Einzelne gehenden Theorie zu der folgenden Formel, die ebenfalls für die D.K. einer Mischung aus eingebetteten Kreiszylindern senkrecht zu den Kraftlinien gilt:

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} n^2 = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_2} = 1 \\ - \frac{\epsilon_2 + \epsilon_1}{\epsilon_2 - \epsilon_1} + \delta_1 - \frac{3 \delta_1^4}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \cdot \frac{1}{n^4} \left(\frac{2 \delta_1}{60} \cdot \frac{1,18034^4}{n^4} \right)^2 - \frac{7 \delta_1^8}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \cdot \frac{1}{n^8} \left(\frac{1,18034^8}{70 \cdot 5!} \right)^2. \end{array} \right.$$

Diese Gleichung läßt sich auf die übersichtlichere Form

$$(8a) \quad \epsilon_m = \epsilon_2 \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2) + \delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2) - \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} (\delta_1^4 A_1 + \delta_1^8 A_2)}{(\epsilon_1 + \epsilon_2) - \delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2) - \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} (\delta_1^4 A_1 + \delta_1^8 A_2)}$$

bringen. Hierbei ist

$$A_1 = \frac{3 \pi^4 \cdot 1,18034^8}{60^2} = 0,30584,$$

$$A_2 = \frac{7 \pi^8 \cdot 1,18034^{16}}{70^2 (5!)^2} = 0,013363.$$

Für kleines δ_1 wird Formel (8a) identisch mit Formel (6)

Formel (8a) in Formel (7) eingesetzt, ergibt

$$(9) \quad u = \epsilon_2 \frac{1 - \delta_1 + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} (\delta_1^4 A_1 + \delta_1^8 A_2)}{1 - \delta_1 - \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} (\delta_1^4 A_1 + \delta_1^8 A_2)},$$

eine Formel, die für kleine Werte von δ_1 den früheren Wert $u = \epsilon_2$ liefert.

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 34. p. 481. (1892).

III. Wahl der Versuchsanordnung.

Die Größe n eines aus Kreiszyklindern bestehenden Mischkörpers soll für verschiedene Mischungsverhältnisse in dieser Arbeit bestimmt werden, und zwar sollen die Kreiszyklinder senkrecht zu den Kraftlinien angeordnet sein.

Einen Mischkörper dieser Art kann man sich in der Weise denken, daß in einem Raum, der mit Stoff (II) ausgefüllt ist, Kreiszyklinder von Stoff (I) so eingebettet sind, daß erstens die Achsen derselben zueinander parallel laufen, und zweitens ein Schnitt senkrecht zu den Zylinderachsen ein isotropes Bild der Anordnung ergibt. Der Brechungsexponent eines solchen räumlichen Gitters läßt sich mit Hilfe von elektrischen Strahlen ermitteln, jedoch gibt ein solches Verfahren Resultate, die bei weitem nicht genau genug sind, um die gewünschte Abhängigkeit von n erkennen zu lassen.

Auch die Bestimmung der D.K. eines solchen Mischkörpers stößt praktisch scheinbar auf Schwierigkeiten, da seine Struktur zu grob ist, um ihn für eine normale Apparatur als homogenen Körper betrachten zu können.

Dieselben lassen sich jedoch leicht umgehen, wenn man das räumliche Gitter durch ein ebenes ersetzt, das die Bedingungen des räumlichen erfüllt. Ordnet man zwischen zwei parallelen Platten eine Reihe paralleler Kreiszyklinder so an, daß ihr gegenseitiger Abstand gleich dem Plattenabstand a ist, so ergänzen die Spiegelbilder, die durch die Platten erzeugt werden, das ebene Gitter zu einem räumlichen. Fig. 1 läßt dieses erkennen. Die punktierten Kreise sind die Spiegelbilder. Ein derart zwischen den Platten eines Kondensators angebrachtes ebenes Gitter gestattet somit die Bestimmung der D.K.

Fig. 1.

Um eine Vorstellung über die Größe der zu ermittelnden Daten zu bekommen, betrachtet man zunächst einen Mischkörper aus Glas und Luft. Bestehen die Kreiszyklinder (I) aus Glas von der D.K. $\epsilon_1 = 7$, und das umgebende Medium (II) aus Luft ($\epsilon_2 = 1$), so wird für $a = 10$ mm und für einen Zylinderdurchmesser $d = 5$ mm das Mischungsverhältnis $\delta_1 = 0,2$

und $\delta_2 = 0,8$. Diese Daten in Formel (6) eingesetzt, ergibt für ϵ_m 1,35. Für $\delta_1 = 0,3$ und $\delta_2 = 0,7$ wird $\epsilon_m = 1,58$.

Da sich hiernach ϵ_m in Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis nur in geringem Maße ändert und mithin auch eine Änderung von n sehr klein werden wird, ist es zweckmäßiger, für Stoff (I) nicht Glas, sondern einen Körper von möglichst großer Dielektrizitätskonstanten zu benutzen.

Geeignet wäre z. B. Wasser mit der D.K. 81. Würde man Glasröhren mit Wasser füllen und dasselbe als mit Luft vermischt betrachten, so ergibt sich für obige Mischungsverhältnisse $\epsilon_m = 1,48$, bzw. 1,83. Hierbei ist jedoch der Einfluß des Glases nicht berücksichtigt.

Wiener gibt für eine derartige Mischung aus drei Bestandteilen keine Formel an. Es wäre auch unzweckmäßig, eine solche zu benutzen, da dadurch die Verhältnisse zu kompliziert werden.

Um den Einfluß des Glases zu eliminieren, soll daher in der Weise verfahren werden, daß ein Gitter, bestehend aus Wasser, nicht von Luft, sondern von einem Körper umgeben wird, der die gleiche D.K. wie das Glas hat. Dann sind die Bedingungen der Wienerschen Formel genau erfüllt. Für obige Mischungsverhältnisse würde dann $\epsilon_m = 9,83$ bzw. 11,72 werden.

Da Wasser eine gewisse Leitfähigkeit besitzt, muß die Versuchsanordnung so eingerichtet werden, daß diese Leitfähigkeit des Dielektrikums ohne Einfluß auf die Genauigkeit der Messungen bleibt. Die Benutzung schneller elektrischer Schwingungen ist also hier erforderlich, und zwar ist es das Günstigste, Schwingungen von möglichst kleiner Wellenlänge zu verwenden. Hier wird jedoch eine Grenze gesetzt durch die Dimensionen des Kondensators, in den das Gitter eingebaut wird. Dieser bildet den einen Bestandteil des Schwingungskreises, den anderen die Selbstinduktion, die zur Koppelung erforderlich ist. Hierdurch ist dann die kleinste Wellenlänge gegeben.

Bei Verwendung eines Kondensators zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten ist es Vorbedingung für die Genauigkeit der Messung, daß sämtliche Kraftlinien im Dielektrikum verlaufen. Das Günstigste hierfür wäre ein geschlossener oder

ein Schutzring-Kondensator. Ersterer kommt hier nicht in Frage, weil in demselben nicht die Gitter angebracht werden können, der zweite gestattet nicht, Schwingungen zu benutzen.

Ein Zweiplatten-Kondensator aber hat für größere Plattenabstände eine nicht zu vernachlässigende Streuung. Auch gehen bei ihm eine Anzahl der Kraftlinien direkt zur Erde.

Es erschien daher als das Günstigste, einen Dreiplatten-Kondensator zu benutzen, dessen beide äußere Platten geerdet sind. Es sind dann allerdings auch zwei Gitter nötig.

Nach einer Untersuchung von Grüneisen und Giebe¹⁾ ist der Dreiplatten-Kondensator sehr gut zur Bestimmung der D.K. zu gebrauchen. Auch ist die von den Verfassern angegebene Formel zur Berechnung der Kapazität des Dreiplatten-Kondensators genau genug, um auf derselben die ganzen Messungen aufzubauen.

Die sehr viel angewandte Methode, Kapazitäten in Brückenschaltung durch Vergleich mit einer Normalkapazität zu messen, ist wenig geeignet für diese Messungen, da es dabei sehr schwierig ist, die Fehler, die durch die Zuleitungen und Unsymmetrie der Brückenkreise hervorgerufen werden, zu beseitigen. Außerdem erschien es erforderlich, auf gleiche Wellenlänge bei allen Messungsreihen Wert zu legen.

Um die oben erwähnten Fehler zu vermeiden, wurde eine Art Substitutionsmethode ausgearbeitet, bei der die Resonanzlage von Schwingungskreisen, in denen Wellenlänge und Selbstinduktion den gleichen Wert behielten, zur Messung benutzt wurde.

IV. Die Versuchsanordnung.

Bei der hier verwendeten Meßmethode wurden die zu ermittelnden Dielektrizitätskonstanten durch Kapazitätsmessungen gefunden und mit Hilfe der Resonanzmethode bestimmt. Ein Schwingungskreis, in dem die zu messende Kapazität (C_x) parallel zu einer anderen veränderlichen Kapazität C_M lag, wurde auf einen genau definierten Schwingungskreis durch Verändern von C_M abgestimmt. Der jeweiligen Größe von C_M entsprach dann ein bestimmter Wert von C_x . Um von Zuleitungsfehlern frei zu sein, wurde der Kreis durch Substitution geeicht, indem

1) E. Grüneisen u. E. Giebe, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, p. 921. 1912.

an Stelle von C_x bekannte Kapazitäten eingeschaltet wurden, für die sich die entsprechenden Größen von C_M finden ließen. Die gesamte Versuchsanordnung geht aus dem Schaltungsschema (Fig. 2) hervor.

Der Wechselstrom-Generator G wird durch den direkt mit ihm gekoppelten Gleichstrommotor M angetrieben. Mittels eines feststehenden Tachometers, das durch eine biegsame Welle mit der Maschinenwelle verbunden war, ließ sich die Tourenzahl genau einstellen und kontrollieren.

Der Motor wurde vom städtischen Netz der Stadt Leipzig gespeist, während der Erregerstrom für den Wechselstrom-Generator einer Batterie entnommen wurde. RT ist ein kleiner Boasscher Resonanz-Transformator¹⁾ mit verschiebbaren Pri-

Fig. 2.

märspulen, F eine Löschfunkenstrecke von Boas²⁾, die aus 30 Einzelfunkenstrecken zusammengesetzt war und deren Elektroden aus Wolfram bestanden. C_I und C'_I sind Leydener Flaschen von 600 und 740 cm Kapazität. L_I ist eine Flachkupferspirale von 6 Windungen. Die Mitte dieser Spule war geerdet. Dieser aus F , C_I , C'_I und L_I bestehende und in Fig. 2 mit I bezeichnete Schwingungskreis stellt den Stoßkreis dar.

Der Stoßkreis (I) ist mittels der Flachkupferspulen L_I und L_{II} mit dem Sekundärkreis (II) gekoppelt. Letzterer besitzt außer der Spule L_{II} noch die Spule L'_{II} und den Drehkondensator mit Ölfüllung C_{II} , mit dem dieser Kreis abgestimmt

1) H. Boas, Jahrb. f. drahtl. Tel. 3. p. 601. 1910.

2) H. Boas, Jahrb. f. drahtl. Tel. 5. p. 563. 1912.

werden konnte. L_{II} bestand aus 6 Windungen, L'_{II} aus $1\frac{1}{2}$ Windungen. Kreis II war an der Stelle geerdet, wo das äußere Plattensystem des Drehkondensators mit der Spule L'_{II} verbunden war.

Die Spulensysteme $L_I - L_{II}$ und ebenfalls $L'_{II} - L_{III}$ waren derart gebaut, daß der Koppelungsgrad derselben leicht verändert werden konnte. Fig. 3. gibt eine Abbildung derselben wieder. Das Flachkupferband ist in kreuzförmig zusammengesetzte Stäbe aus Pertinax eingelassen. Das eine Kreuz ist auf dem Sockel fest angebracht, während das andere sowohl verschoben, als auch geneigt werden kann.

Durch die Spule L'_{II} ist der Sekundärkreis mit einem dritten Schwingungskreise (III), dem Meßkreis gekoppelt. Dieser enthält den Meßkondensator C_M . Es ist dies ein Drehkondensator ohne Dielektrikum mit Mikrometer-Feinverstellung und Noniusablesung¹⁾, womit sich eine Einstellung auf $\frac{1}{30}$ Grad erreichen ließ. Derselbe war vor mehreren Jahren von der Reichsanstalt geeicht worden, jedoch stellte sich heraus, daß diese Eichung nicht mehr zuverlässig war. Parallel zu diesem Drehkondensator konnte mittels der Klemmen xx' der Dreiplatten-Kondensator C_x eingeschaltet werden. Die beiden äußeren Platten desselben waren dann mit den feststehenden Platten von C_M verbunden und bei R geerdet.

Fig. 3.

Kreis III enthielt noch die Drahtschleife L'_{III} . Mit dieser konnte die Spule L_J , die aus 5 Windungen bestand, gekoppelt werden. Diese verstellbare Koppelung ist in Fig. 4 wiedergegeben. Die Spule L_J ist dort so angeordnet, daß sie mit Hilfe des Gelenkes A beliebig der Windung L'_{III} genähert werden kann. Die beiden Enden der Spule L_J sind an die

1) S. Arndt, Diss. Leipzig. 1911.

beiderseitig des Hartgummistabes *H* angebrachten Klemmen *kk'* geführt. In diesen und den daneben liegenden Klemmen *dd'* wurden die Zuführungsdrähte des Thermoelementes *T* befestigt. Zwischen den Klemmen *dd'* und *gg'* liegt je eine kleine Drosselspule *DD'* mit Eisenkern, wie sie an elektrischen Klingeln verwendet werden. Dieselben dienten dazu, das Eindringen von Hochfrequenzströmen in die Galvanometerleitung zu verhindern. An die Klemmen *gg'* ist die Galvanometerleitung angeschlossen.

Das Thermoelement wurde in einer Art hergestellt, die mit der von Rudolf¹⁾ große Ähnlichkeit hat. Vier 1,5 mm starke Kupferdrähte wurden derart in einem Hartgummistück

Fig. 4.

befestigt, daß sich an den vier Drahtenden die 0,0208 mm starken Eisen- bzw. Konstantendrähte bequem anlöten ließen; auch die Kreuzungsstelle wurde verlötet. Außerdem wurde das ganze Thermoelement durch einen Hartgummideckel mit Glasfenster abgeschlossen, um vom Luftzug unabhängig zu sein.

Als Galvanometer diente ein Drehspul-Spiegelinstrument von Keiser & Schmidt. Der Widerstand desselben betrug ca. 13 Ohm. Um den Ausschlag dieses Instrumentes aperiodisch zu machen, mußten 100 Ohm in die Galvanometerleitung eingeschaltet werden, da der Widerstand des Thermoelementes nur wenige Ohm betrug.

Die Ablesevorrichtung für das Galvanometer war objektiv, und zwar wurde eine 2 m lange Skala benutzt, die in einem Abstand von 3 m vom Instrument aufgehängt war.

1) W. Rudolf, Diss. Leipzig. 1911.

Die Leitungsbahnen sämtlicher Schwingungskreise bestanden aus 1 mal 10 mm Kupferband mit gut verlöteten Verbindungsstellen. Außerdem waren, wie bereits erwähnt, sämtliche Schwingungskreise und auch der Galvanometerkreis geerdet.

Die Energie der schwach gedämpften Schwingung im Kreise *II* war verhältnismäßig groß, so daß die Koppelungen zwischen Kreis *II* und *III* und ebenfalls zwischen Kreis *III* und Kreis *J* sehr lose gewählt werden konnten, so daß keine Rückwirkung zu bemerken war.

Fig. 5.

Fig. 5 gibt eine Skizze der gesamten Versuchsanordnung. Die Bezeichnungen sind dort dieselben wie bei Fig. 2.

V. Der Dreiplatten-Kondensator.

Bei allen Messungen mit Platten-Kondensatoren, und ganz besonders bei der Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten mit Hilfe eines solchen ist es die Randstrahlung, die die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Resultate ungünstig beeinflußt. Außerdem treten noch beim Zweiplatten-Kondensator Kraftlinien zwischen Platten und Erde über, die unter anderem stark von den in der Nähe des Kondensators befindlichen Gegenständen abhängig sind und leicht Anlaß zu falschen Resultaten geben können.

Letzteres ist beim Dreiplatten-Kondensator vermieden, bei dem die beiden äußeren Platten geerdet sind und somit nur die mittlere Platte Potentiale gegen Erde erhält.

Von Grüneisen und Giebe¹⁾ ist der Dreiplatten-Kon-

1) E. Grüneisen und E. Giebe, l. c.

densator und seine Anwendung zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten fester Körper untersucht worden unter Benutzung der folgenden Formel:

$$(10) \quad C = \frac{R^2}{2a} + \underbrace{\frac{R}{\pi} \cdot 1,1078}_{C_2} + \underbrace{\frac{2}{3} \cdot \frac{R}{\pi} \cdot f\left(\frac{2d}{a}\right)}_{C_3},$$

wobei bedeutet:

R = Plattenradius, a = Plattenabstand, d = Plattendicke.

$$(11) \quad f\left(\frac{d}{a}\right) = f(x) = (1+x) \ln(1+x) - x \ln x$$

oder

$$(12) \quad f\left(\frac{2d}{a}\right) = \left(1 + \frac{2d}{a}\right) \ln\left(1 + \frac{2d}{a}\right) - \frac{2d}{a} \cdot \ln\left(\frac{2d}{a}\right).$$

C_1 ist die Kapazität, die durch diejenigen Kraftlinien hervorgerufen wird, die auf dem kürzesten Wege zwischen den Platten übertreten und ein gleichmäßiges Feld zwischen denselben erzeugen. C_2 ist die Randkorrektur und C_3 die Dickenkorrektur. Kraftlinien, die von der mittleren Platte zur Erde übergehen, sind bei dieser Formel nicht berücksichtigt. Ihr Einfluß ist auch so klein, daß durch denselben die Resultate nicht über die Meßfehler hinaus beeinflusst werden. Grüneisen und Giebe haben diese Formel mit der Maxwellschen Anordnung der absoluten Kapazitätsmessung geprüft und haben dabei im Maximum einen Fehler von 0,5% festgestellt. Diese Messungen sind mit verschiedenen Plattengrößen und Plattenabständen ausgeführt worden, und es läßt sich bei den Resultaten kein Gang abhängig von Platten-

Fig. 6.

größe oder Plattenabstand bemerken. Der hier zur Verwendung gelangte Dreiplatten-Kondensator ist in Fig. 6 wiedergegeben. Die Konstruktion desselben ist

aus Fig. 7 zu ersehen. Er besteht aus einer mittleren festen und zwei verschiebbaren Platten, die symmetrisch zu beiden Seiten der mittleren Platte angeordnet sind. Die Platten waren aus 5 mm starkem Rotguß angefertigt, und die Flächen derselben mit äußerster Sorgfalt abgedreht worden. Das ganze Plattensystem war in ein stabiles Gestell *R* aus Pertinax eingebaut, dessen Ecken mit Hartgummiklötzen versteift waren. Pertinax hat gegenüber ähnlichen Materialien den Vorteil, daß

Fig. 7.

es sehr stabil ist. Außerdem wird es nicht von den hier verwendeten Flüssigkeiten angegriffen. Die mittlere Platte war am Rand mit einer Nute versehen mit der sie in eine passend geschliffene Glasscheibe (*G*) von 4 mm Dicke eingesetzt und mit einer Mischung aus Asbest und Wasserglas festgekittet wurde. Diese Platte mit Glasrahmen ließ sich seitlich in das Pertinax-Gestell einschieben und mit vier Schrauben aus Fieber feststellen. Die beiden äußeren Platten sind auf einer 10 mm starken Achse isoliert aufgeschraubt, die sich in einem verstellbaren Lager verschieben läßt. Diese Verschiebung geschieht mittels der mit Mikrometergewinde versehenen Trommel *a*,

deren Umfang in 100 Teile geteilt ist, so daß sich hiermit eine Einstellung des Plattenabstandes auf $\frac{1}{1000}$ mm herstellen läßt. Mit Hilfe der drei Stellschrauben (*b*) kann das Lager mit der betreffenden Platte gegen die mittlere Platte verstellt werden. Hiermit wurde die Parallelstellung der Platten bewerkstelligt.

Zum Einstellen der Mikrometerschraube und zum Parallelstellen der Platten dienten je drei genau geschliffene Stahlkugeln (wie sie in Kugellagern verwendet werden) von 9,525 mm Durchmesser, deren Genauigkeit auf $\frac{1}{1000}$ mm geprüft worden war. Sie wurden an dünnen Fäden symmetrisch zu den drei Stellschrauben *b* zwischen den Platten frei aufgehängt. Vor dem Hereinhängen der Kugeln wurden die beiden Mikrometerschrauben auf die Zahl 9,525 mm eingestellt, sodann wurden mittels der Stellschrauben *b* die Platten so weit von einander entfernt, daß die Kugeln zwischen den Platten frei hängen konnten. Durch Rückwärtsdrehen der Stellschrauben konnten nun die äußeren Platten allmählich wieder so weit der mittleren genähert werden, bis die Kugeln gerade von den Platten berührt wurden, ohne jedoch eingeklemmt zu werden. Diese Einstellung ließ sich auch auf $\frac{1}{1000}$ mm genau ausführen. Da jedoch die Ebenheit der Platten um etwa $\frac{1}{100}$ mm differierte, ließ sich diese Genauigkeit der Einstellung nicht voll ausnutzen. Nach der so erfolgten Parallelstellung der Platten konnten die beiden äußeren Platten gegen die mittlere mit Hilfe der beiden Mikrometerschrauben auf jeden beliebigen Abstand zwischen 1 mm und 15 mm eingestellt werden.

Die Platten dieses Kondensators waren auswechselbar, so daß solche verschiedener Größe benutzt werden konnten. Bei den Messungen wurden die drei Plattengrößen von 15, 20 und 25 cm Durchmesser benutzt.

VI. Abstimmung der Versuchsanordnung.

Zur Erzeugung einwandfreier Schwingungen war die Abstimmung der einzelnen Schwingungskreise vorzunehmen und die Resonanzlage der einzelnen Kreise zu prüfen. Zunächst wurde der Maschinenkreis abgestimmt. Für die beiden hintereinandergeschalteten Kapazitäten C_1 und C'_1 des Stoßkreises wurde die Resonanzlage der Wechselstrommaschine bei 800 Umdrehungen pro Minute gefunden, für den Fall, daß der Reso-

nanztransformator fest gekoppelt war. Diesen 800 Touren der Wechselstrommaschine entsprachen, da dieselbe 75 Pole besaß, 500 Perioden pro Sekunde. Diese Periodenzahl wurde für sämtliche Messungen beibehalten, und die Tourenzahl der Maschine mit Hilfe des Tachometers konstant gehalten. Das Tachometer hatte einen Meßbereich für 500 bis 1000 Umdrehungen pro Minute und eine Skala von 16 mm Durchmesser, so daß die Einstellung desselben auf 0,2% genau vorgenommen werden konnte. Bei den späteren Beobachtungen stellte sich die Notwendigkeit einer genau konstanten Tourenzahl heraus, um eine konstante Energieabgabe der Maschine zu erzielen.

Unter diesen Verhältnissen war zwischen Maschine und Primärwicklung des Transformators einerseits und Sekundärspule des Transformators und den beiden hintereinandergeschalteten Flaschen andererseits, eine scharf ausgeprägte Resonanzlage vorhanden. Unterhalb 650 und oberhalb 950 Umdrehungen fand kein Funkenübergang mehr statt.

Sodann wurde der Sekundärkreis II auf den Stoßkreis I abgestimmt. Zu diesem Zweck wurde eine kleine Spule mit ca. 20 Windungen benutzt, die direkt mit einem empfindlichen Hitzdrahtinstrument verbunden war. Diese Spule wurde derart in das Feld von L'_{II} gebracht, daß ein Ausschlag am Hitzdrahtinstrument beobachtet werden konnte. Dann wurde der Drehkondensator C_{II} einerseits, und die Koppelung L_{II} gegen L_I andererseits so eingestellt, daß das Hitzdrahtinstrument einen maximalen Ausschlag anzeigte.

Nunmehr wurde auch noch die Erregung der Wechselstrommaschine so eingestellt, daß an der Funkenstrecke ein reiner Ton wahrnehmbar war. Bei 0,4 Ampère war dies der Fall, und zwar entsprach dieser Ton einem solchen mit einer Schwingungszahl 500 pro Sekunde. Es fand also pro Periode ein Funkenübergang statt.

In dem so abgestimmten Sekundärkreis wurde eine schwach gedämpfte Schwingung erzeugt. Mit einem Wellenmesser ergab sich, daß dieselbe eine Wellenlänge von 158 m hatte, und ein logarithmisches Dekrement von 0,04.

Auf Kreis II wurde der Meßkreis III in loser Koppelung abgestimmt.

Bekanntlich ist die Spitze einer Resonanzkurve nicht so

genau durch Einstellung zu bestimmen, wie Punkte rechts und links der Resonanzlage. Es wurde daher bei der Abstimmung von Kreis III auf Kreis II folgendermaßen verfahren:

Zunächst blieben die Klemmen xx' (Fig. 2) frei, so daß in Kreis III nur der Drehkondensator C_M eingeschaltet war. Dieser wurde so eingestellt, daß das Galvanometer den maximalen Ausschlag anzeigte. Dann wurde die Koppelungsspule L_J der Windung L_{III} so weit genähert, bis der Ausschlag des Galvanometers etwa 150 Dezimeter auf der Skala betrug. Dann wurde die Mikrometerschraube des Meßkondensators C_M nach kleinerer Kapazität so weit verdreht, bis der Galvanometer-

Fig. 8.

Ausschlag etwa den Wert 130 Dezimeter erreicht hatte. Hierfür wurde die Einstellung des Kondensators abgelesen und ein Punkt der Resonanzkurve gewonnen, und zwar ein solcher links von der Spitze. Nun wurde die Mikrometerschraube des Meßkondensators entgegengesetzt nach zunehmender Kapazität gedreht, über die Resonanzlage hinaus, bis zu einem

Punkt, der symmetrisch zu dem ersten, auf dem anderen Ast der Resonanzkurve lag, und dem wiederum ein Galvanometer-Ausschlag von 130 Skalenteilen entsprach. Dies wurde mehrere Male wiederholt und dadurch die Spitze der Resonanzkurve gewonnen. Die so gefundenen Punkte wurden auf Millimeterpapier aufgetragen und die Mittellinie der Resonanzkurve graphisch ermittelt.

Als Beispiel sind in Tab. I die Daten und in Fig. 8 die dazu gehörende Resonanzkurve wiedergegeben. Sie entspricht den Werten für R_0 der letzten Reihe von Tab. II.

Tabelle I.

Beobachtete Daten für $R_0 = 153,66$ Grad.

Kondensatorstellung	153° 54'	152° 28'	154° 52'	152° 28'	154° 48'
Galvanometer-Ausschlag . .	158	130	129,5	129,5	131

Genau so wurde verfahren, wenn der Dreiplatten-Kondensator an die Klemmen xx' gelegt war. Die Differenz bei den Einstellungen des Meßkondensators ist dann der Kapazität des an die Klemmen xx' angeschlossenen Dreiplatten-Kondensators proportional.

Wie schon erwähnt, konnte Einstellung des Meßkondensators mit Hilfe des Nonius auf $\frac{1}{30}$ Grad erfolgen, und $\frac{1}{30}$ Grad entspricht hier einer Kapazität von 0,2 cm.

VII. Eichung des Meßkreises.

An die Klemmen xx' des Kreises *III* (Fig. 2) soll die zu messende Kapazität C_x angeschlossen werden. Dieser Schwingungskreis wird nun einmal ohne und einmal mit C_x durch Verändern von C_M auf Kreis *II* abgestimmt. Hierdurch erhält man zwei Resonanzlagen am Kondensator C_M , deren Differenz dann als Maß für die Größe der Kapazität C_x gelten kann. Würde man für C_M einen Drehkondensator verwenden, dessen Kapazität für die verschiedenen Gradstellungen bekannt ist, so würde C_x gleich der aus der Differenz der beiden Einstellungen sich ergebenden Kapazität sein. Dies trifft jedoch nicht ganz zu, weil die Verbindungsleitungen von C_x mit C_M Kapazität und Selbstinduktion besitzen, wodurch die Messung nicht unbedeutend beeinflusst wird. Um von diesen Fehlern freizukommen, wurde durch eine modifizierte Substitutionsmethode der Kreis *III* in der Weise geeicht, daß an die Klemmen xx' zunächst bekannte Kapazitäten gelegt wurden, für die die Einstellungen des Meßkondensators C_M bei Resonanz ermittelt wurden. Es entspricht dann jede Stellung von C_M einer bestimmten an den Klemmen xx' liegenden Kapazität.

Da für diese Eichung keine Normal-Kapazität zur Verfügung stand, wurde statt dessen der Dreiplatten-Kondensator benutzt, dessen Kapazität nach der Formel (10) von Grüneisen und Giebe berechnet wurde. Wie aus den späteren Messungen hervorgeht, lieferte diese Methode genügend genaue Resultate, um auf derselben die ganzen Messungen aufzubauen. Die Eichung wurde folgendermaßen ausgeführt:

Die Einstellung der Maschine, der Wellenlänge und der übrigen Konstanten war stets dieselbe, wie in Kapitel VI be-

schrieben, auch bei den späteren Messungen, wenn nichts anderes angegeben ist.

Die Selbstinduktion L_{III} wurde so abgeglichen, daß der Kreis III in Resonanz mit dem fest eingestellten Kreis II war, wenn der Drehkondensator C_M als alleinige Kapazität des Kreises etwa 155 Grad aufwies. Diese Einstellung wurde vor jeder Messungsreihe kontrolliert und mit Hilfe der Resonanzkurve (wie in Kapitel VI beschrieben) genau bestimmt. Sie ist in Tab. II mit R_0 bezeichnet.

Tabelle II.

Eichung der Versuchsanordnung.

2 R cm	a mm	C_L cm	R_0 Grad	R Grad	α Grad	$A = \frac{C_b + 4}{\alpha}$
25	1,0	794,58	156,55	11,62	144,83	5,513
	1,1	723,27		27,01	129,44	5,621
	1,2	663,84		39,00	117,45	5,683
	1,3	613,60		48,79	107,66	5,735
	1,5	533,06		64,26	92,19	5,826
	1,7	471,49		75,45	81,00	5,870
	2,5	323,53		102,12	54,33	6,030
	3,0	271,04		111,16	45,29	6,079
	4,0	205,31		122,33	34,12	6,133
	6,0	139,33		133,36	23,09	6,207
	8,0	106,16		138,80	17,65	6,320
	12,0	72,85	156,35	144,32	12,13	6,276
25	8,0	106,16	154,35	136,53	17,82	6,181
25	10,0	86,22	154,35	139,84	14,51	6,220
25	12,0	72,85	154,35	141,99	12,36	6,219
15	3,0	100,12	153,66	136,92	16,74	6,225
15	12,0	28,08	153,66	148,59	5,07	6,330

Dann wurde an die bisher freien Klemmen xx' der auf einen bestimmten Wert eingestellte Dreiplatten-Kondensator angeschlossen, und Kreis III durch Veränderung von C_M wieder in Resonanz mit II gebracht. Die sich hierbei ergebende Einstellung wurde wieder wie oben, mit Hilfe einer Resonanzkurve, genau ausgemittelt und mit R bezeichnet. R von R_0 subtrahiert, ergibt den Wert α ; das ist die Anzahl der Grade von C_M , die der berechneten Kapazität des Dreiplatten-Kondensators (C_b) entsprechen.

Es sei hier gleich bemerkt, daß bei der Einstellung R_0

die Zuleitungen nur bis zu den Klemmen xx' an der Anordnung waren. Die beiden kurzen Verbindungen zz' der Klemmen xx' mit dem Dreiplatten-Kondensator wurden im allgemeinen am Dreiplatten-Kondensator befestigt gelassen. Hat man nun z. B. den Dreiplatten-Kondensator mit den Platten von 25 cm Durchmesser und dem Abstand $a = 0,3$ cm und der dafür sich berechnenden Kapazität von 271,04 cm, so wird jetzt bei der Eichung nicht allein dies an die Anordnung angeschlossen, sondern außerdem noch die Kapazität der kleinen Zuleitungsdrähte $c_{zz'}$. Die Kapazität dieser Zuleitungen wurde getrennt bestimmt und zu $c_{zz'} = 4$ cm ermittelt. Würde man die berechnete Kapazität C_b als Funktion von a auftragen, so würde man eine Kurve erhalten, die für große Werte von C geradlinig verläuft, für kleine Werte dagegen stark nach unten umbiegt. Diese Umbiegung kommt durch die Kapazität von 4 cm der Zuleitungen zustande, weil diese bei kleinen Kapazitäten des Dreiplattenkondensators schon eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielen. Trägt man dagegen als Ordinate die wirklich an xx' angeschlossene Kapazität $C_b + 4$ cm auf, so erhält man auch für kleine Werte eine gerade Linie. Dies ist bei der aufgestellten Eichkurve geschehen. Um noch die Ablesegenauigkeit an derselben zu vergrößern, wurden als Ordinaten nicht die berechneten Kapazitäten, sondern diese dividiert durch die Anzahl der an C_M zurückgestellten Grade (α) aufgetragen. Man erhält dann auch eine gerade Linie. Für die Ordinaten, die mit A bezeichnet werden sollen, und die sich mit einer Genauigkeit von 0,0005 ablesen ließen, gilt dann folgende Beziehung:

$$(13) \quad A = \frac{C_b + 4}{\alpha} .$$

Fig. 9 gibt diese Eichkurve wieder. A ist die Ordinate und α die Abzisse. Für kleine Kapazitäten fallen die gemessenen Punkte nicht alle genau auf diese Gerade. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Ablesung bei kleinen Kapazitäten nicht mit der Genauigkeit wie bei großen erfolgen kann. Es wurden daher aus den beobachteten Daten die Mittelwerte gebildet und daraus die Eichkurve (Fig. 9) konstruiert.

Soll die Kapazität irgendeines Kondensators mit dieser Anordnung bestimmt werden, so muß man berücksichtigen, daß

nach der Eichkurve die jeweils an den Klemmen xx' liegende Kapazität gemessen wird. Will man die wirkliche Kapazität eines Kondensators, der mit den Verbindungsleitungen zz' an die Klemmen xx' gelegt ist, bestimmen, so muß man die Kapazität der Zuleitungen $c_{zz'}$ von dem Resultat subtrahieren. Man verfährt dann bei dieser Messung ähnlich wie bei der Eichung. R_0 wird gefunden bei freien Klemmen xx' ; R nach-

Fig. 9.

dem der Kondensator dort angeschlossen ist. Die Differenz $R_0 - R$ ist gleich α . Zu diesem α ergibt sich aus der Eichkurve die dazu gehörende Größe A . $c_{zz'}$ sei die Kapazität der Zuleitungen zz' , die auf dieselbe Weise gefunden wird. Dann ist die wirkliche Kapazität des Kondensators

$$(14) \quad C = A \cdot \alpha - c_{zz'}.$$

Die Genauigkeit dieser Methode der Kapazitätsmessung beträgt etwa $\pm 0,3$ cm. Die Größe des Meßbereiches dieser Anordnung hängt von der Größe des Meßkondensators C_M ab. Bei dem hier verwendeten Meßkondensator konnten Kapazitäten

bis 800 cm gemessen werden. Die Güte der Feinverstellung ist natürlich auch für die Genauigkeit mit maßgebend.

VIII. Prüfung der Versuchsanordnung mit einem geeichten Kondensator.

Um die Genauigkeit der Methode unter Zugrundelegung des Dreiplattenkondensators als Normale zu kontrollieren, wurde zunächst die Kapazität eines Kondensators gemessen, von dem eine Eichkurve vorhanden war. Es war dies ein Drehkondensator mit Feinverstellung und Noniusablesung von der Firma Huth mit einer Kapazität von 40 bis 220 cm. Dieser Kondensator war kurze Zeit vorher von der genannten Firma geeicht worden. Die für die Gradstellungen 30, 90 und 160 erhaltenen Meßresultate sind in Tab. III zusammengestellt.

Tabelle III.

Grad	R_0	R	$\alpha \cdot A = C'$	$\frac{C}{C' - 2,5}$	$\frac{C}{\text{Huth}}$	Diff.
30	156,38	146,51	$9,87 \cdot 6,271 = 61,9$ cm	59,4 cm	62,9	+ 3,5
90	156,38	135,44	$20,94 \cdot 6,211 = 130,1$ „	127,6 „	131,6	+ 4,0
160	156,38	122,22	$34,16 \cdot 6,140 = 209,7$ „	207,2 „	211,8	+ 4,6

Die Bezeichnungen sind dieselben wie in Tab. II. Die Kapazität der Verbindungsdrähte zwischen den Klemmen $\alpha\alpha'$ und dem Kondensator betrug 2,5 cm. Diese von C' subtrahiert, gibt den richtigen Kapazitätswert des Kondensators. Die Werte der vorletzten Rubrik sind der von der Firma Huth gelieferten Eichkurve entnommen. Der Unterschied zwischen diesen und den gemessenen Werten beträgt im Mittel 4 cm. Die drei gemessenen Punkte liegen genau auf einer Geraden. Vergleicht man beide Eichkurven, so findet man, daß beide zueinander fast parallel verlaufen, daß aber die letztere für alle Punkte ca. 4 cm weniger ergibt. Die Parallelität der Kurven spricht dafür, daß die hier gemessenen Kapazitätswerte *relativ* richtig sind. Der geringe Unterschied im absoluten Werte kann dadurch erklärt werden, daß die Eichung der Firma Huth nicht mit der Genauigkeit, besonders in bezug auf die Zuleitungen, ausgeführt wurde, wie es mit der Methode hier möglich ist. Auch wäre es möglich, daß die Abweichungen

durch Veränderung des Plattenabstandes infolge von Erschütterungen während des Transports hervorgerufen worden sind.

IX. Prüfung der Versuchsanordnung durch Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Petroleum.

Eine weitere Prüfung der Versuchsanordnung wurde dadurch vorgenommen, daß die Dielektrizitätskonstante von Petroleum bestimmt wurde. Es sollte ermittelt werden, ob die D.K. ein und desselben Stoffes bei verschiedenen Plattengrößen und Plattenabständen immer den gleichen Wert behält. Die Benutzung eines anderen Stoffes wie Petroleum, z. B. Benzol, dessen Konstitution und Reinheit genauer definiert ist, ließ sich nicht ausführen, da es infolge des Krieges nicht möglich war, die erforderliche Menge zu beschaffen.

Der Versuch wurde in der Weise ausgeführt, daß die Kapazität des Dreiplattenkondensators zuerst in Luft bestimmt wurde. Dann wurde derselbe mit der gleichen Einstellung in einen Trog mit Petroleum gesetzt und wiederum die Kapazität bestimmt. Der Quotient dieser beiden Werte ergab dann die Dielektrizitätskonstante. In Tab. IV sind die Daten dieser

Tabelle IV.
Dielektrizitätskonstante von Petroleum.

$2R$ cm	a mm	R_0	R_L	R_P	α_L	α_P	C_L cm	C_P cm	ϵ
25	3	154,22	108,78	54,31	45,44	99,91	272,18	573,57	2,107
25	6	154,22	131,00	105,07	23,22	49,15	139,92	293,75	2,099
25	8	154,22	136,52	117,13	17,70	37,09	106,41	223,14	2,097
25	12	154,22	141,97	128,86	12,25	25,36	72,66	152,90	2,104
25	8	154,35	136,53	116,96	17,82	37,39	106,99	224,9	2,102
25	10	154,35	139,84	124,15	14,51	30,20	86,68	182,1	2,101
25	12	154,35	141,99	128,82	12,36	25,53	73,32	154,0	2,100
20	4	154,33	132,16	107,56	22,17	46,77	133,50	280,3	2,100
20	8	154,33	142,68	130,33	11,65	24,00	68,98	144,6	2,097
20	12	154,33	146,12	137,67	8,23	16,66	47,55	99,8	2,099
20	8	154,26	142,55	130,16	11,71	24,10	69,35	145,3	2,096
20	10	154,26	144,67	134,63	9,59	19,63	56,13	118,0	2,104
20	12	154,26	146,06	137,58	8,20	16,68	47,51	99,9	2,101
15	3	153,66	136,92	118,68	16,74	34,98	100,30	210,4	2,098
15	6	153,66	144,63	135,28	9,03	18,38	52,64	110,4	2,097
15	8	153,66	146,56	139,38	7,10	14,28	40,65	85,22	2,097

Mittelwert = 2,100

Messungen zusammengestellt. Die Bezeichnungen sind dieselben wie in Tab. II. Die Indizes L , bzw. P bedeuten, daß sich die betreffenden Messungen auf Luft, bzw. auf Petroleum, als Dielektrikum beziehen. Die einzelnen Rubriken ergeben sich aus folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} R_0 - R_L &= \alpha_L; & R_0 - R_P &= \alpha_P; \\ \dot{C}_L &= \alpha_L \cdot A - c_{zz'}; & C_P &= \alpha_P \cdot A' - c_{zz'}; \end{aligned}$$

wobei $c_{zz'} = 4$ cm ist. A , A' , sind die zu dem betreffenden α gehörenden Eichfaktoren, die sich aus der Kurve (Fig. 9) ergeben.

Der hier gefundene Mittelwert für die Dielektrizitätskonstante des Petroleums ergibt sich zu 2,100. Die größte Abweichung einer Messung von diesem Mittelwert beträgt 0,33%. Der mittlere Fehler dieses Mittelwertes berechnet sich zu $\pm 0,0008$. Man kann also annehmen, daß der Wert 2,100 der Dielektrizitätskonstanten des Petroleums mit einer Genauigkeit von 0,04% entspricht.

Aus Tab. IV geht ohne weiteres hervor, daß die gemessenen Werte der Dielektrizitätskonstanten bei homogenem Dielektrikum unabhängig von Plattengröße und Plattenabstand und somit auch unabhängig von der Randstrahlung sind. Ferner ergibt sich, daß mit dieser Versuchsanordnung absolut richtige Resultate für Dielektrizitätskonstanten innerhalb der Fehlergrenze von 0,04% erzielt werden können. Wäre die Korrektur für die Zuleitungen nicht richtig, so könnte ϵ keinen konstanten Wert annehmen. Auch ist hierdurch nachgewiesen, daß die Formel von Grüneisen und Giebe in bezug auf Plattengröße und Plattenabstand richtig ist.

X. Die Wassergitter und die umgebende Flüssigkeit.

In Kapitel III ist angedeutet worden, wie der Mischkörper, der hier untersucht werden soll, beschaffen sein muß, damit er die Bedingungen von Gleichung (5) erfüllt. Die Herstellung eines solchen Mischkörpers geschah in der Weise, daß Glasröhren, die mit Wasser gefüllt waren, mit einem gewissen Abstand a der Röhren voneinander, zu einem Gitter vereinigt wurden, daß sich zwischen die Platten des Dreiplattenkondensators einschieben ließ. Der zwischen den Kondensatorplatten

dann noch frei bleibende Raum wurde mit einer Flüssigkeit ausgefüllt, die die D.K. des Glases hatte. Hierdurch wurde erreicht, daß die Wasserzylinder mit der D.K. $= \epsilon_1$ von einem dielektrisch homogenem Stoff mit der D.K. $= \epsilon_2$ umgeben waren.

Für die Herstellung der Gitter wurden dünnwandige Präzisionsglasröhren aus Jenaer Glas verwendet, die von der Firma Schott & Genossen, Jena bezogen waren. Diese Glasröhren mußten möglichst gerade sein und eine gleichmäßige lichte Weite besitzen. Aus 1000 von obengenannter Firma gelieferten Röhren wurden die geeignetsten ausgesucht. Dies geschah in der Weise, daß von allen geraden Röhren zunächst diejenigen ausgewählt wurden, die zylindrisch waren, und deren innerer Durchmesser $5 \text{ mm} \pm 0,2 \text{ mm}$ betrug. Diese Ausmessung geschah mittels Schublehre. Außerdem wurde kontrolliert, ob die Röhren an allen Stellen gleichmäßig gerundet waren, und ob die Wandstärke nicht zu dick war. Letztere betrug zwischen 0,5 und 0,6 mm. Die so als geeignet befundenen Röhren wurden an dem einen Ende zugeschmolzen und dann etwa 5 cm hoch mit Wasser gefüllt.

Darauf wurde die Füllung weiter fortgesetzt und zwar wurde das jetzt einzufüllende Wasser einer Bürette entnommen, deren Kalibrierung die eingefüllte Wassermenge auf 1 cbmm genau erkennen ließ. Auf diese Weise wurden die Röhren bis auf etwa 5 cm unter den oberen Rand gefüllt. Aus der Länge dieses so eingefüllten Wasserzylinders und dessen Volumen, das durch die Angabe der Bürette festgestellt war, konnte dann der mittlere Querschnitt des Wasserzylinders berechnet werden.

Dann wurden die Röhren bis auf etwa 1 cm voll gefüllt, zugeschmolzen und numeriert. Von diesen so hergestellten Wasserröhren wurden wiederum die besten ausgesucht und aus ihnen die Gitter hergestellt. Hierdurch wurde eine genügende Genauigkeit in der Bestimmung des Wasserquerschnittes erreicht, da nur der Teil ausgemessen wurde, der zwischen den Platten zur Wirkung gelangt.

Zu den Messungen wurden Gitter mit den Röhrenabständen 8, 10 und 12 mm, gemessen von Mitte zu Mitte der Röhren, benutzt, und zwar waren wegen Verwendung des Dreiplatten-Kondensators von jedem dieser Gitter zwei gleiche notwendig. Tab. V gibt ein Verzeichnis der zu den einzelnen

Tabelle V.

Gitter 8 mm				Gitter 10 mm				Gitter 12 mm			
a		b		a		b		a		b	
Nr.	qcm	Nr.	qcm	Nr.	qcm	Nr.	qcm	Nr.	qcm	Nr.	qcm
45	0,2070	32	0,2051	1	0,2105	81	0,2030	106	0,2158	10	0,2059
56	0,2083	16	0,2018	2	0,2045	32	0,2051	77	0,2054	56	0,2083
99	0,2203	119	0,2200	3	0,2155	33	0,2150	116	0,2181	20	0,2042
17	0,2058	15	0,2005	4	0,2100	34	0,1979	41	0,2045	43	0,2060
65	0,2173	75	0,2049	5	0,1926	35	0,2141	75	0,2049	47	0,2060
4	0,2100	101	0,2191	6	0,2025	36	0,2050	31	0,2030	54	0,2045
38	0,2025	110	0,2208	7	0,2133	37	0,1999	65	0,2173	33	0,2150
34	0,1979	107	0,2205	8	0,1983	38	0,2025	98	0,2135	49	0,2037
39	0,1977	6	0,2025	9	0,2086	39	0,1977	108	0,2160	57	0,2095
77	0,2054	109	0,2192	10	0,2059	40	0,1942	23	0,2104	61	0,2011
23	0,2104	66	0,2000	11	0,1944	41	0,2045	36	0,2050	37	0,1999
57	0,2095	117	0,2200	12	0,1965	42	0,1975	35	0,2141	55	0,2150
31	0,2030	106	0,2158	13	0,2018	43	0,2060	9	0,2086	63	0,2055
43	0,2060	95	0,2203	14	0,2090	44	0,1956	52	0,1998	16	0,2018
9	0,2086	33	0,2150	15	0,2005	45	0,2070	86	0,2171	66	0,2000
121	0,2060	113	0,2190	16	0,2018	46	0,1997	45	0,2070	2	0,2045
20	0,2042	10	0,2059	17	0,2058	47	0,2060	120	0,2139	93	0,2178
19	0,2005	108	0,2160	18	0,1997	48	0,1948	85	0,2143	121	0,2060
120	0,2139	85	0,2143	19	0,2005	49	0,2037	38	0,2025	28	0,2137
59	0,2037	98	0,2135	20	0,2042	50	0,1889	4	0,2100	6	0,2025
29	0,2159	52	0,1998	21	0,1983	51	0,1975	81	0,2129	7	0,2133
47	0,2060	81	0,2129	22	0,1878	52	0,1998	17	0,2058	87	0,2171
46	0,1997	76	0,2000	23	0,2104	53	0,1954	26	0,2061	32	0,2051
96	0,2140	71	0,2184	24	0,1979	54	0,2045	96	0,2140	59	0,2037
116	0,2181	26	0,2161	25	0,1920	55	0,2150	19	0,2005	15	0,2005
93	0,2178	61	0,2011	26	0,2061	56	0,2083				
103	0,2168	36	0,2050	27	0,1967	57	0,2095				
51	0,1975	63	0,2055	28	0,2137	58	0,1897				
86	0,2171	37	0,1999	29	0,2159	59	0,2037				
54	0,2045	2	0,2045	30	0,2125	60	0,2080				
105	0,2283	49	0,2037								
102	0,2170	55	0,2150								
7	0,2133	41	0,2045								
87	0,2171	18	0,1997								
21	0,1983	35	0,2141								
62	0,2080	23	0,2137								
13	0,2018	27	0,1967								
0,2089		0,2099		0,2086		0,2023		0,2096		0,2068	
0,2094 qcm				0,2029 qcm				0,2082 qcm			
± 0,00089				± 0,00057				± 0,00162			

Gittern benutzten Röhren und den mittleren inneren Querschnitt derselben. Die Rubriken a und b kennzeichnen die beiden Gitter von gleichem Röhrenabstand. Am Fuße der Tabelle sind die arithmetischen Mittelwerte des Wasserquerschnitts für jedes einzelne Gitter und für je zwei zusammengehörende Gitter angegeben.

Hieraus ergeben sich die Mischungsverhältnisse δ_1 und δ_2 (vergl. p. 240). Für die Gitter mit dem Röhrenabstand 8 mm muß nach p. 243 ein Plattenabstand von 8 mm am Dreiplatten-Kondensator benutzt werden. Es kommt also auf einen Raum von $0,8 \times 0,8$ qcm ein Wasserquerschnitt von 0,2094 qcm. Da nach (2) die Beziehung

$$(2) \quad \delta_1 + \delta_2 = 1$$

gelten muß, so ergibt sich für

$$\text{Gitter 8 mm } \delta_1 = 0,2094 : 0,64 = 0,3272,$$

$$\text{„ 10 „ } \delta_1 = 0,2029 : 1 = 0,2029,$$

$$\text{„ 12 „ } \delta_1 = 0,2082 : 1,44 = 0,1446.$$

Es wurden zuerst die Gitter mit 10 mm Röhrenabstand angefertigt und mit diesen die Messungen ausgeführt, sodann die Gitter mit 8 mm und zuletzt die Gitter mit 12 mm Röhrenabstand.

Das Zusammenfügen der Röhren zu den Gittern geschah folgendermaßen:

Auf einer geschliffenen Glasplatte von 35 cm Breite wurden die Röhren ausgerichtet. Zur Herstellung des richtigen Röhrenabstandes wurden zwei Schienen aus Messing, die kammartig dem Röhrenabstand entsprechend ausgeschnitten waren, über die Röhren gelegt. Sodann wurden die Enden der Röhren mittels Wachs kitt in einem aus geschliffenen Glasplatten hergestellten Kasten festgegossen. Die auf diese Weise hergestellten Gitter besaßen genügend Stabilität und ließen sich bequem zwischen die Kondensatorplatten einschieben. Um die Gitter zwischen den Kondensatorplatten richtig einstellen zu können, wurde ein Holzgestell benutzt, dessen Ausführung aus Fig. 10 zu ersehen ist. Die vier Hartgummischrauben auf jeder Seite des Gestelles gestatten in einfacher Weise die Gitter auf die Mitte zwischen den Platten einzustellen und dort festzuhalten.

Wie eingangs erwähnt, soll der Mischkörper, der Wienschen Formel entsprechend, aus nur zwei Stoffen zusammengesetzt sein. Es muß also der zwischen den Kondensatorplatten nach Einsetzen des Gitters noch freibleibende Raum mit einem Stoff, am zweckmäßigsten einer Flüssigkeit, ausgefüllt werden, die die gleiche D.K. wie das Glas hat.

Zur genauen Bestimmung der D.K. des für die Glasröhren verwendeten Glases wurden von der obengenannten Firma

Fig. 10.

zwei gegossene Platten von, der gleichen Glassorte geliefert. Diese Platten wurden planparallel abgeschliffen und dann die D.K. derselben zu 7,50 bestimmt. Eine Flüssigkeit fast gleicher Dielektrizitätskonstanten ist Anilin. Durch Zusatz von Benzol konnte die D.K. derselben verkleinert, durch Zusatz von Alkohol vergrößert werden. Diese Abgleichung geschah in der Weise, daß der Dreiplattenkondensator in einen Trog gesetzt wurde, der mit Anilin gefüllt war. Zunächst wurde nun die Kapazität des Dreiplattenkondensators in Anilin bestimmt, sodann die beiden Glasplatten zwischen die Platten des Kondensators geschoben, das Ganze wieder in Anilin ge-

taucht und die Kapazität gemessen. Es wurde dann entweder Alkohol oder Benzol zugesetzt, bis sich kein Unterschied zwischen den Kapazitäten ergab, einmal, wenn die Glasplatten eingeschoben waren, das andere Mal, wenn sie entfernt waren. Die so hergestellte Mischung wurde für die späteren Versuche benutzt.

Die D.K. für destilliertes Wasser ließ sich mit der hier verwendeten Versuchsanordnung nicht bestimmen. Es wurde hierfür der Wert 81,0 eingesetzt, der sich als Mittelwert aus den Messungen anderer Autoren ergibt.

Durch obiges Verfahren wird der Raum zwischen den Platten des Kondensators ausgefüllt mit einem Mischkörper, der in dielektrischer Beziehung aus nur zwei Stoffen mit den Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_1 = 81,0$ und $\epsilon_2 = 7,50$ besteht.

XI. Messungen mit den Wassergittern.

Diese Messungen sind in fast derselben Weise ausgeführt worden, wie es in Kapitel IX beschrieben ist; auch die dort angegebenen Konstanten wurden beibehalten. Die Messungen geschahen mit der Wellenlänge $\lambda = 158$ m. Auch wurde bei jedem Versuch sowohl die Zimmertemperatur als auch die Temperatur der Flüssigkeit, der Barometerstand und die Feuchtigkeit der Luft abgelesen, um gegebenenfalls die Abhängigkeit auftretender Unregelmäßigkeiten von diesen Größen feststellen zu können. Die Messungen geschahen für jedes Gitter mit den drei verschiedenen Plattengrößen von 15, 20 und 25 cm Durchmesser der Kondensatorplatten. Der Plattenabstand war stets gleich dem Abstand der Röhren des verwendeten Gitters. Die ermittelten Daten sind in Tab. VI zusammengestellt. Die Indizes L , L' und G bedeuten, daß sich die betreffenden Werte auf die Messungen mit dem Dreiplatten-Kondensator in Luft (L), in der Flüssigkeit (L') und mit den Gittern in der Flüssigkeit (G) beziehen.

Bei der Ausführung der Messungen wurde nun folgendermaßen verfahren: Die Maschine wurde etwa eine halbe Stunde vor Beginn der Versuche in Betrieb gesetzt, um ein möglichst gleichmäßiges Laufen derselben zu gewährleisten. Sodann wurde der Kreis III mit Kreis II in Resonanz gebracht und die Selbstinduktion L_{III} so eingestellt, daß bei freien Klemmen xx'

Tabelle VI.
Messungen mit den Wassergittern.

$2R$ cm	R_0	R_L	R_F	R_G	α_L	α_F	α_G	C_L cm	C_F cm	C_G cm	ε_2	$\Delta \varepsilon_2$	ε_m	$\Delta \varepsilon_m$	$\varepsilon_m / \varepsilon_2$	$\Delta \varepsilon_m / \varepsilon_2$
Gitter 12 mm; $\delta_1 = 0,1446$																
15	153,88	148,72	119,80	110,66	5,11	34,03	43,82	28,17	204,9	258,8	7,275	0,17	9,185	0,22	1,262	0,005
15	154,06	148,98	119,50	110,24	5,08	34,56	43,87	27,98	207,9	262,7	7,431	0,18	9,385	0,23	1,263	0,005
20	156,08	147,91	98,22	81,71	8,17	57,86	74,37	47,31	343,8	436,0	7,264	0,12	9,215	0,15	1,268	0,003
20	154,24	146,00	95,15	78,29	8,24	59,09	75,35	47,73	350,8	444,8	7,350	0,12	9,318	0,15	1,268	0,003
25	154,22	141,95	61,68	125,15	12,25	92,51	26,65	72,64	534,6	680,2	7,358	0,08	9,362	0,12	1,273	0,002*
25	154,17	141,88	60,25	31,94	12,26	93,92	122,23	72,73	541,8	687,7	7,450	0,08	9,454	0,11	1,269	0,002
Gitter 10 mm; $\delta_1 = 0,2029$																
15	143,40	138,70	103,05	86,47	5,70	41,35	57,93	31,86	248,1	344,1	7,791	0,17	10,79	0,25	1,386	0,005
15	143,47	137,55	103,07	86,80	5,92	40,40	56,67	33,25	242,6	337,0	7,300	0,19	10,14	0,21	1,389	0,005
15	143,85	139,08	102,79	86,40	5,77	41,06	57,45	32,30	246,4	341,4	7,632	0,16	10,57	0,22	1,386	0,005
20	143,97	134,62	73,40	42,37	9,37	70,57	101,60	54,78	415,2	582,8	7,582	0,11	10,64	0,15	1,403	0,003
20	143,38	133,81	74,02	43,53	9,59	69,38	99,37	56,14	408,5	572,4	7,280	0,10	10,21	0,14	1,401	0,003
20	153,91	144,35	84,61	54,41	9,56	69,30	99,50	55,95	408,1	571,8	7,298	0,10	10,22	0,15	1,400	0,003
25	143,88	129,26	32,29	102,89	14,62	111,68	48,37	87,37	634,1	889,9	7,262	0,07	10,18	0,11	1,402	0,002*
25	143,71	129,01	29,85	88,63	14,69	113,90	50,46	87,79	646,0	905,1	7,359	0,07	10,31	0,11	1,402	0,002*
Gitter 8 mm; $\delta_1 = 0,3272$																
15	152,19	145,18	101,90	62,09	7,01	50,29	90,10	40,06	300,2	521,5	7,499	0,14	13,02	0,24	1,736	0,005
15	154,59	147,53	104,75	65,08	7,07	49,85	89,52	40,45	297,8	518,5	7,362	0,13	12,82	0,24	1,741	0,005
20	156,53	144,87	69,47	118,88	11,66	87,53	73,71	69,02	507,9	897,7	7,356	0,09	13,00	0,17	1,768	0,003*
20	154,56	142,91	67,80	131,43	11,65	87,26	73,05	68,99	506,3	899,9	7,345	0,08	13,03	0,17	1,774	0,003*
25	170,92	153,43	29,90	160,24	17,49	141,02	121,61	104,90	779,5	1388,6	7,437	0,06	13,19	0,12	1,776	0,002*
25	154,66	136,85	11,13	154,65	17,81	143,53	124,80	106,90	791,4	1409,9	7,404	0,06	13,19	0,12	1,781	0,002*

der Drehkondensator C_M die Einstellung R_0 etwa 155° hatte. War dies geschehen, so wurde R_0 mit Hilfe der Resonanzkurve, wie in Kapitel VI beschrieben, genau ermittelt. Dann wurde der Dreiplatten-Kondensator mit eingestelltem Plattenabstand (bei Gitter 12 mm mit einem Plattenabstand von 12 mm usw.) an die Klemmen xx' angeschlossen und wiederum durch Abstimmung auf Resonanz die neue Stellung des Drehkondensators R_L ermittelt. R_F ergab sich in derselben Weise, nachdem der Dreiplattenkondensator mit unveränderter Einstellung in einen Trog mit der Flüssigkeit gesetzt worden war. Zuletzt wurde ebenso R_G bestimmt. Hierbei waren die Gitter wie in Fig. 10 zwischen die Kondensatorplatten eingeschoben und das Ganze war in den Trog mit der Flüssigkeit gesetzt. Aus den in dieser Weise beobachteten Kondensatorstellungen ergibt sich der der an xx' liegenden Kapazität entsprechende Wert α in Kondensatorgraden.

$$(15) \quad \begin{cases} R_0 - R_L = \alpha_L, \\ R_0 - R_F = \alpha_F, \\ R_0 - R_G = \alpha_G. \end{cases}$$

Für diese Werte α findet man aus der Eichkurve Fig. 9 die dazu gehörenden Eichfaktoren A , die mit α multipliziert die an den Klemmen xx' liegende Kapazität in Zentimetern ergeben. Wird hiervon noch die Kapazität der Zuleitungen zz' , die beim Dreiplattenkondensator 4 cm betrug, subtrahiert, so erhält man die wirkliche Kapazität des Dreiplattenkondensators in Zentimetern. Es ist also:

$$(16) \quad \begin{cases} \alpha_L \cdot A_1 - 4 = C_L, \\ \alpha_F \cdot A_2 - 4 = C_F, \\ \alpha_G \cdot A_3 - 4 = C_G. \end{cases}$$

$C_F : C_L$ ergibt ϵ_2 , und $C_G : C_L$ ergibt ϵ_m . Die Messungen wurden in der gleichen Art für die verschiedenen Plattengrößen und die verschiedenen Gitter durchgeführt.

Für die in Tab. VI mit einem Stern gekennzeichneten Messungsreihen mußte jedoch die Art der Messung etwas abgeändert werden, da in diesen Fällen Kapazitäten über 800 cm gemessen werden mußten und die eben beschriebene Art nur bis zu 800 cm ausreichte. Es wurde daher bei den mit einem Stern gekennzeichneten Messungsreihen in der

Weise verfahren, daß zuerst die Kapazität des Kondensators in Luft und dann in der Flüssigkeit in derselben Weise bestimmt wurde wie bisher. Setzt man jetzt noch das Gitter in den Kondensator, so wird dadurch die Kapazität so sehr vergrößert, daß die Skala des Meßkondensators zur Erzielung der Resonanz nicht mehr ausreicht. Es wurde daher, nachdem die Kapazität in Flüssigkeit (R_F) nach der bisherigen Methode bestimmt war, diese im Schwingungskreis unverändert gelassen, dagegen die Selbstinduktion des Kreises verkleinert. Dadurch wurde erreicht, daß bei gleicher Wellenlänge des Kreises und bei gleicher Kapazität des Dreiplattenkondensators die Kapazität des Meßkondensators für die Resonanzlage größer werden konnte. War die Stellung des Meßkondensators bei Bestimmung von R_F zum Beispiel 10° , so wurde dann die Selbstinduktion so weit verkleinert, bis der Meßkondensator bei Resonanz etwa 150° anzeigte (R'_F). Hierdurch war dann wiederum ein Spielraum von etwa 140° , dem 700 cm entsprechen, am Meßkondensator vorhanden, und man konnte nun die Dielektrizitätskonstante im Dreiplattenkondensator noch um das Doppelte vergrößern und auf Resonanz einstellen. Die hierbei gemessenen Werte der Gradeinstellung konnten nun natürlich nicht mehr aus der Kurve Fig 9 ermittelt werden, sondern es mußte für jede dieser Messungen eine besondere Eichung vorgenommen werden.

Eine solche Eichung soll im folgenden an Hand der letzten Messungsreihe der Tab. VI beschrieben werden.

Die Daten $R_0 = 154,66$, $R_L = 136,85$ und $R_F = 11,13$ waren ebenso wie bei den Messungsreihen ohne Stern gefunden worden; ebenso die sich hieraus mit Hilfe der Eichkurve Fig. 9 ergebenden Werte $C_L = 106,90$ und $C_F = 791,4$.

Bei der letzten Messung $R_F = 11,13$ befand sich an den Klemmen $x x'$ der Dreiplattenkondensator in Flüssigkeit. Für die folgende Messung wurde nun die Selbstinduktion L_{III} verkleinert, während der Dreiplattenkondensator in Flüssigkeit unverändert in Kreis III verblieb. Die Verkleinerung von L_{III} hatte zur Folge, daß bei Resonanz der Meßkondensator jetzt die Einstellung $R'_F = 154,65$ erhielt. Sodann wurden die Gitter in den Dreiplattenkondensator eingesetzt und durch

Verändern von C_M wieder die Resonanzlage ermittelt. Es ergab sich $R_G = 29,85$. Dies von R'_{ν} subtrahiert gibt $\alpha_G = 124,80$.

Für dieses α_G muß nun der Faktor A besonders ermittelt werden, da, wie bereits erwähnt, die Eichkurve Fig. 9 hier nicht mehr benutzt werden kann, weil die Kapazitätsverteilung im Kreise III eine andere geworden ist.

Zu dem Zweck wurde an Stelle des Dreiplattenkondensators in Flüssigkeit an die Klemmen xx' bei unverändertem C_M der Drehkondensator C_H mittels der Zuleitungen yy' gelegt (vgl. Fig. 11) und durch Verändern desselben wieder auf Resonanz eingestellt. Dann ist, wenn $c_{yy'}$ die Kapazität der Zuleitungen $y y'$ bedeutet

$$17) \quad C_F + c_{zz'} = C_H + c_{yy}.$$

Da der Kondensator C_H keine Feinverstellung besaß, konnte mit demselben nur grob auf Resonanz abgestimmt werden. Er wurde in der so ermittelten Lage festgestellt. Dann wurde mit Hilfe der Feinverstellung des Meßkondensators C_M (wie in Kapitel VI beschrieben) die Resonanzlage E_0 genau eingestellt.

Es ergab sich $E_0 = 155,43^\circ$.

Nun wird noch an die Klemmen xx' eine bekannte Kapazität gelegt, die die Größe $C_G - C_F$ haben soll. Dies geschah wieder mit dem Dreiplattenkondensator. Derselbe wurde mit den Platten von 25 cm Durchmesser und einem Plattenabstand von ca. 1,2 mm eingestellt, und seine Kapazität wie oben unter Zugrundelegung der Eichkurve Fig. 9 zu 653,99 cm inklusive Zuleitungen gemessen. Dann wurde er mittels der gleichen Zuleitungen an die Klemmen xx' angeschlossen (wie aus Fig. 11 hervorgeht) und wieder durch Verändern von C_M Resonanz hergestellt. Die Resonanzlage war jetzt bei $E_1 = 22,72^\circ$. Dies von E_0 subtrahiert gibt $\alpha_1 = 132,71$.

Da dieser Wert α_1 größer als α_G ausgefallen ist, wird noch ein zweiter Wert α_2 in der gleichen Weise ermittelt, der kleiner als α_G sein soll. Der Dreiplattenkondensator als Normale wurde zu diesem Zweck mit einem Plattenabstand

Fig. 11.

von ca. 1,3 mm eingestellt, so daß seine Kapazität sich zu $C_2 = 604,53$ cm durch Messung ergab. Man findet dann ebenso $E_2 = 33,71^\circ$ und $\alpha_2 = 121,72$.

Ferner ist nach (13), da C_1 bzw. C_2 die Kapazitäten inklusive Zuleitungen bedeuten

$$A_1 = \frac{C_1}{\alpha_1} = 4,9290,$$

$$A_2 = \frac{C_2}{\alpha_2} = 4,9666.$$

Für α_G ergibt sich dann graphisch $A_G = 4,9553$. Die durch die Gitter hervorgerufene Vergrößerung der Kapazität ist also:

$$C'_G = \alpha_G \cdot A_G = 124,80 \cdot 4,9553 = 618,41 \text{ cm}.$$

Der in Tab. VI mit C_G bezeichnete Wert stellt aber die Gesamtkapazität des Dreiplattenkondensators mit Gittern in Flüssigkeit dar. Es ist also zu setzen:

$$C_G = C_F + C'_G = 791,44 + 618,41 = 1409,85 \text{ cm}.$$

In Tab. VI ist außerdem noch ϵ_m/ϵ_2 angegeben, und zwar zeigt es sich, daß dieser Wert bei ein und derselben Plattengröße und denselben Gittern konstant ist. Die Schwankungen für den Wert ϵ_2 bei verschiedenen Messungen sind hauptsächlich auf den Einfluß der Temperatur der Flüssigkeit zurückzuführen. Da nun die Temperaturkoeffizienten des Wassers und des Anilins annähernd die gleichen sind, so muß diese Verschiedenheit bei Bildung des Quotienten ϵ_m/ϵ_2 herausfallen.

Für ϵ_2 , ϵ_m und ϵ_m/ϵ_2 sind in den mit Δ bezeichneten Rubriken der Tab. VI die maximalen Fehler angegeben, wie sie sich aus den Formeln des Kapitels XII unter Zugrundelegung eines möglichen Fehlers von $\Delta R = 1/15^\circ$ berechnen. Hierbei zeigt sich auch, daß die Werte ϵ_m/ϵ_2 eine größere Genauigkeit besitzen als die Werte ϵ_2 und ϵ_m . Dies ist auch noch darauf zurückzuführen, daß bei Bildung des Quotienten ϵ_m/ϵ_2 ein Teil der Fehler herausfällt, bzw. kleiner wird. In Kapitel XII ist die Berechnung dieser Fehler ausführlich beschrieben.

Übersichtlicher werden die hier gefundenen Resultate durch Fig. 12, wo ϵ_2 als Abzisse und ϵ_m als Ordinate aufgetragen sind. Es ist dort deutlich zu erkennen, daß die Werte, die zu einem Gitter und einem Plattendurchmesser

gehören, auf einer geraden Linie liegen, und daß alle diese geraden Linien parallel zu einander verlaufen.

Rechnet man nach der Wienerschen Formel (9) ϵ_m für die benutzten Mischungsverhältnisse und die verschiedenen ϵ_2 aus und trägt die ermittelten Werte in Fig. 12 ein, so erhält

man auch hierfür gerade Linien, die zu den anderen parallel verlaufen. Diese sind für die den drei Gittern entsprechenden Verhältnissen berechnet und in Fig. 12 gestrichelt eingezeichnet.

Die für verschiedene Plattendurchmesser und ein und dasselbe Gitter gefundenen Werte von ϵ_m liegen auf verschiedenen zueinander parallelen Geraden. Dies ist dadurch zu erklären, daß besonders bei kleinem Plattendurchmesser und großem Plattenabstand eine starke Streuung der Kraftlinien auftritt. Es ist in Fig. 12 deutlich zu erkennen, daß der Unterschied der Werte zwischen den Plattendurchmessern 15 und 20 cm größer ist, als zwischen 20 und 25. Daraus kann geschlossen werden, daß für unendlich große Platten ϵ_m einen Wert annimmt, der noch etwas höher liegt als die Kurve für 25 cm Plattendurchmesser.

Für die späteren Betrachtungen ist es erforderlich, anzunehmen, daß der Plattendurch-

Fig. 12.

messer unendlich groß ist. Da sich ϵ_m für unendlich große Platten aus den gefundenen Daten nicht berechnen läßt, soll hierfür ein Wert angenommen werden, der durch graphische Extrapolation als Grenzwert gefunden wurde.

Für Gitter 12 mm und $\epsilon_2 = 7,50$ ergaben sich für die drei benutzten Plattengrößen die Werte $\epsilon_m = 9,460, 9,495$

und 9,525. Für unendlich große Platten würde man für dieses Gitter und für $\epsilon_2 = 7,50$ den Wert $\epsilon_m = 9,54$ annehmen.

Bei Gitter 10 mm fallen die Kurven von 20 und 25 cm Plattendurchmesser fast zusammen. Für unendlich große Platten würde entsprechend hier $\epsilon_m = 10,51$ werden.

Für Gitter 8 mm erhält man ebenso $\epsilon_m = 13,35$.

Diese Werte von ϵ_m für unendlich große Platten werden in Kapitel XIV für die Berechnung des Formkoeffizienten u benutzt werden.

Für ϵ_m/ϵ_2 ist nach Tab. VI der Fehler 0,005 bis 0,002 je nach Größe der Kondensatorplatten. Für ϵ_m bleibt der Fehler der gleiche, wenn ϵ_m für einen bestimmten Wert von ϵ_2 betrachtet wird, d. h. für $\epsilon_2 = 7,50$ ergeben sich die Werte von ϵ_m nach Fig. 12 mit einem Fehler von 0,005 bis 0,002, je nach Plattengröße. Für unendlich große Platten ist somit der Fehler $\pm 0,002$.

XII. Fehlerrechnung.

Die im vorhergehenden Kapitel angegebenen größten Fehler wurden nach folgenden Gesichtspunkten berechnet:

Beobachtet wurden bei den Messungen der Tab. VI die Einstellungen des Meßkondensators C_M auf Resonanz. Die Werte für die Resonanzlagen R_0 , R_L , R_F und R_G wurden, wie in Kapitel VI beschrieben, gefunden. Die Ablesungen auf der Skala von C_M geschahen auf $1/30^\circ$ genau und die Abweichungen der einzelnen Beobachtungen vom Mittelwert betrugen im allgemeinen nicht über $1/15^\circ$. Der hierbei mögliche Fehler beträgt also:

$$\Delta R = 1/15^\circ.$$

Die ermittelten Dielektrizitätskonstanten ϵ_2 und ϵ_m sind nach Kapitel VII und XI durch folgende Beziehungen mit den Größen R verknüpft:

$$(18) \quad \epsilon_2 = \frac{(R_0 - R_F)A - c_{2,2}'}{(R_0 - R_L)A' - c_{2,2}'}; \quad \epsilon_m = \frac{(R_0 - R_G)A''' - c_{2,2}'}{(R_0 - R_L)A'' - c_{2,2}'}.$$

Die Korrektionsglieder $c_{2,2}'$ und ebenso der Eichfaktor A können bei der Fehlerrechnung vernachlässigt werden, so daß die vereinfachte Beziehung zu setzen ist:

$$(19) \quad \epsilon_2 = \frac{(R_0 - R_F)}{(R_0 - R_L)}; \quad \epsilon_m = \frac{(R_0 - R_G)}{(R_0 - R_L)}.$$

Die maximalen Fehler $\Delta \varepsilon_2$ für ε_2 und $\Delta \varepsilon_m$ für ε_m ergeben sich durch

$$(20) \quad \Delta \varepsilon_2 = \Delta R \left[\frac{\partial (\varepsilon_2)}{\partial R_0} + \frac{\partial (\varepsilon_2)}{\partial R_F} + \frac{\partial (\varepsilon_2)}{\partial R_L} \right],$$

$$(21) \quad \Delta \varepsilon_m = \Delta R \left[\frac{\partial (\varepsilon_m)}{\partial R_0} + \frac{\partial (\varepsilon_m)}{\partial R_G} + \frac{\partial (\varepsilon_m)}{\partial R_L} \right].$$

Dies ausgewertet führt zu folgenden Beziehungen, wenn man beachtet, daß die absoluten Fehler addiert werden müssen.

$$(22) \quad \Delta \varepsilon_2 = \Delta R \left[\frac{(R_0 - R_L) - (R_0 - R_F)}{(R_0 - R_L)^2} + \frac{1}{R_0 - R_L} + \frac{R_0 - R_F}{(R_0 - R_L)^2} \right]$$

oder

$$(23) \quad \Delta \varepsilon_2 = \Delta R \left[\frac{\alpha_F - \alpha_L}{\alpha_L^2} + \frac{1}{\alpha_L} + \frac{\alpha_F}{\alpha_L^2} \right] = \Delta R \left[\frac{2\alpha_F}{\alpha_L^2} \right].$$

Für $\Delta \varepsilon_m$ ergibt sich eine identische Beziehung:

$$(24) \quad \Delta \varepsilon_m = \Delta R \left[\frac{\alpha_G - \alpha_L}{\alpha_L^2} + \frac{1}{\alpha_L} + \frac{\alpha_G}{\alpha_L^2} \right] = \Delta R \left[\frac{2\alpha_G}{\alpha_L^2} \right].$$

Dagegen wird für $\Delta \varepsilon_m / \varepsilon_2$ gefunden:

$$(25) \quad \Delta \varepsilon_m / \varepsilon_2 = \Delta R \left[\frac{\alpha_G - \alpha_F}{\alpha_F^2} + \frac{1}{\alpha_F} + \frac{\alpha_G}{\alpha_F^2} \right] = \Delta R \left[\frac{2\alpha_G}{\alpha_F^2} \right].$$

Abweichend hiervon ist der Fehler für die in Tab. VI mit einem Stern bezeichneten Messungsreihen:

$$(26) \quad \Delta \varepsilon_m^* = \Delta R \left[\frac{2(\alpha_L + \alpha_F + \alpha_G)}{\alpha_L^2} \right],$$

$$(27) \quad \Delta \varepsilon_m / \varepsilon_2^* = \Delta R \left[\frac{2(\alpha_F + \alpha_G)}{\alpha_F^2} \right].$$

Wird mit q_1 der Mittelwert des Wasserquerschnittes eines Gitters, dessen Röhrenabstand gleich a ist, bezeichnet, so ist (vgl. p. 264)

$$(28) \quad \delta_1 = \frac{q_1}{a^2}.$$

Der mittlere Fehler des Wasserquerschnittes sei Δq_1 , dann ist der Fehler von δ_1

$$(29) \quad \Delta \delta_1 = \Delta q_1 \frac{\partial \delta_1}{\partial q_1} = \Delta q_1 \cdot \frac{1}{a^2}.$$

Δq_1 ist für die einzelnen Gitter aus der Summe der Fehler-

quadrate berechnet und in Tabelle V angegeben. Danach wird für

$$(30) \quad \begin{cases} \text{Gitter 12 mm: } \Delta \delta_1 = \frac{0,0016}{1,2^2} = 0,0011 \\ \text{Gitter 10 mm: } \Delta \delta_1 = \frac{0,0006}{1,0^2} = 0,0006 \\ \text{Gitter 8 mm: } \Delta \delta_1 = \frac{0,0009}{0,8^2} = 0,0014 \end{cases}$$

Der Einfluß eines Fehlers des Röhrenabstandes auf das Mischungsverhältnis kann vernachlässigt werden, besonders, da eine Lageänderung des Gitters zwischen den Kondensatorplatten keinen beachtenswerten Einfluß auf die Kapazität des Mischkörpers ausübte.

Für den Formkoeffizienten u wird der Fehler:

$$(31) \quad \Delta u = \Delta \epsilon_2 \left[\frac{\partial u}{\partial \epsilon_2} \right] + \Delta \epsilon_m \left[\frac{\partial u}{\partial \epsilon_m} \right] + \Delta \delta_1 \left[\frac{\partial u}{\partial \delta_1} \right].$$

Die partiellen Differentiale dieses Ausdrucks unter Benutzung von Formel (6) ergeben:

$$(32) \quad \frac{\partial u}{\partial \epsilon_2} = - \frac{\delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_m)^2}{[\delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2) - (\epsilon_m - \epsilon_2)]^2}.$$

$$(33) \quad \frac{\partial u}{\partial \epsilon_m} = \frac{\delta_1 (1 - \delta_1) (\epsilon_1 - \epsilon_2)^2}{[\delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2) - (\epsilon_m - \epsilon_2)]^2}.$$

$$(34) \quad \frac{\partial u}{\partial \delta_1} = \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2) (\epsilon_m - \epsilon_1) (\epsilon_m - \epsilon_2)}{[\delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2) - (\epsilon_m - \epsilon_2)]^2}.$$

Die nach diesen Formeln berechneten Werte von Δu sind in Tabelle VII angegeben. Da dort ϵ_m für den bestimmten Wert $\epsilon_2 = 7,50$ angegeben ist, fällt das Glied $\Delta \epsilon_2 \left[\frac{\partial u}{\partial \epsilon_2} \right]$ fort.

XIII. Einfluß der Leitfähigkeit des Dielektrikums.

Es soll noch festgestellt werden, ob die Dämpfung, die durch die Leitfähigkeit des Dielektrikums hervorgerufen wird, die ausgeführten Messungen beeinflussen kann. Mit C_0 sei die wirkliche Kapazität, mit C die scheinbare Kapazität eines Schwingungskreises mit dem logarithmischen Dekrement b bezeichnet. Es gelten dann die bekannten Gleichungen.¹⁾

$$(35) \quad \lambda = c \cdot 2\pi \sqrt{C \cdot L} \quad ,$$

$$(36) \quad \lambda = c \cdot 2\pi \sqrt{C_0 \cdot L} \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2\pi}\right)^2}.$$

1) J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen. 1905.

Diese beiden Gleichungen für ein und denselben Schwingungskreis bei gleichen Wellenlängen und gleichen Selbstinduktionen angewendet ergibt:

$$(37) \quad C = C_0 \left[1 + \left(\frac{b}{2\pi} \right)^2 \right]$$

$$(38) \quad C_0 = C \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{b}{2\pi} \right)^2} \right] = C(1 - \Delta)$$

Δ ist Funktion von b . In Fig. 13 ist als Abzisse b und als Ordinate die dazu gehörenden Δ aufgetragen.

Fig. 13.

Die als umgebendes Medium der Gitter benutzte Flüssigkeit, die aus Anilin mit geringen Zusätzen von Alkohol und Benzol bestand, hatte auch für die Schwingungen von 158 m Wellenlänge eine gewisse Leitfähigkeit. Die hierdurch hervorgerufene Dämpfung im Kreis III stieg naturgemäß mit Platten-

größe und Verringerung des Plattenabstandes.

Die größte Dämpfung trat bei Plattenabstand 8 mm und Plattendurchmesser 25 cm auf, und das logarithmische Dekrement erreichte hierbei einen Wert 0,23.

Aus Kurve Fig. 13 erhält man hierfür $\Delta = 0,0013$, d. h. die Kapazität wäre im ungünstigsten Fall infolge der Leitfähigkeit des Dielektrikums um 1,3 pro Mille zu groß gemessen worden, d. h. die Dämpfung spielt hier keine beachtenswerte Rolle.

XIV. Berechnung des Formkoeffizienten u und Diskussion der Meßresultate.

Der Formkoeffizient u ergibt sich aus der Formel (7)

$$(7) \quad u = \frac{\epsilon_1 (\epsilon_m - \epsilon_2) - \delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2) \epsilon_m}{\delta_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2) - (\epsilon_m - \epsilon_2)}$$

Es soll nach derselben u für die benutzten Gitter berechnet werden. Nimmt man hierbei für alle Gitter gleichmäßig $\epsilon_1 = 81,0$ und $\epsilon_2 = 7,50$ an, so ist ϵ_m für unendlich große Platten gleich den Werten, wie sie in Kapitel XI ermittelt wurden. Diese Daten sind in Tabelle VII zusammengestellt.

Tabelle VII.

Gitter mm					gemessen						berechnet nach Rayleigh		
	δ_1	$\Delta \delta_1$	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_m	$\Delta \epsilon_m$	u	Δu	f	Δf	ϵ_m	u	f
12	0,1446	0,0011	81,0	7,50	9,54	0,002	7,43	0,18	0,99	0,02	9,55	7,50	1,00
10	0,2029	0,0006	81,0	7,50	10,51	0,002	7,32	0,08	0,98	0,01	10,55	7,50	1,00
8	0,3272	0,0014	81,0	7,50	13,35	0,002	8,40	0,13	1,12	0,02	13,11	7,56	1,01
	0,4000		81,0	7,50							15,02	7,67	1,02
	0,5000		81,0	7,50							18,40	7,99	1,07

f ist die Formzahl, die sich aus u nach Formel (3) ergibt. Bei den Gittern 10 und 12 mm bleibt der für u gefundene Wert kleiner als ϵ_2 . Nach der Theorie müßte u stets gleich oder größer als ϵ_2 sein. Es muß daher angenommen werden, daß die hierbei gemessenen Unterschiede auf Meßfehler zurückzuführen sind. Es sei hier bemerkt, daß auch Ficker¹⁾ und John²⁾ für eingebettete Kugeln Werte für u erhalten haben, die kleiner als $2\epsilon_2$ sind.

Ferner sind in der Tabelle für die Werte δ_1 , ϵ_m , f und u die Fehler berechnet und in den Rubriken $\Delta \delta_1$, $\Delta \epsilon_m$, Δf und Δu aufgeführt. Da hier u für den konstanten Wert $\epsilon_2 = 7,50$ berechnet worden ist, ist auch für

$$(39) \quad \Delta u = \Delta \epsilon_m \left[\frac{\partial u}{\partial \epsilon_m} \right] + \Delta \delta_1 \left[\frac{\partial u}{\partial \delta_1} \right]$$

gesetzt worden (vgl. Kap. XII).

In der drittletzten Rubrik ist zum Vergleich ϵ_m nach der Rayleighschen Formel (8), den Versuchsbedingungen entsprechend, berechnet worden. Um noch den weiteren Verlauf von ϵ_m übersehen zu können, ist diese Berechnung auch noch für $\delta_1 = 0,40$ und $0,50$ ausgeführt worden. Aus diesem nach Rayleigh berechneten ϵ_m ergeben sich die u - und f -Werte der beiden letzten Rubriken.

Zur besseren Übersicht über diese Zahlenwerte ist u bzw. f in Fig. 14 als Kurve in Abhängigkeit von δ_1 aufgetragen. Die ausgezogene Kurve stellt die gefundenen Werte von u dar, und durch die beiden gestrichelten Kurven werden die Fehlergrenzen hierzu angegeben. Die punktierte Kurve dagegen

1) E. Ficker, Diss. Leipzig. 1909.

2) W. John, l. c.

gibt den Verlauf der nach Rayleigh berechneten u -Werte für die gleichen Bedingungen wieder. Es ist deutlich zu sehen, daß die Kurve der gemessenen u -Werte bedeutend steiler verläuft, als die der nach Rayleigh berechneten. Man kann hieraus schließen, daß die gegenseitige Beeinflussung der Gitterelemente größer ist, als es die Rayleighsche Theorie berücksichtigt.

Fig. 14.

John hat bei seinen Messungen mit Kugeln ähnliche Unterschiede zwischen den gemessenen und den nach Rayleigh berechneten Werten festgestellt.

Die Abweichungen der gemessenen f -Werte von 1 liegen für kleine δ_1 innerhalb der Fehlergrenzen; dagegen wird für große δ_1 dieselbe durch den Unterschied zwischen den gemessenen f -Werten und den nach Rayleigh berechneten erheblich überschritten.

XV. Zusammenfassung.

1. Es wurde eine Methode zur Messung von Kapazitäten ausgearbeitet und erprobt. Mit derselben konnten Kapazitäten auf 0,2 cm genau bei einem Meßbereich von 0 bis 800 cm gemessen werden.

2. Für den Dreiplattenkondensator wurde eine brauchbare Ausführungsform angegeben, und die von Grüneisen und Giebe aufgestellte Formel zur Berechnung der Kapazität desselben geprüft.

3. Die Dielektrizitätskonstante von Petroleum wurde mit einer Genauigkeit von 0,04 % bestimmt.

4. Die Dielektrizitätskonstante eines Mischkörpers, bestehend aus senkrecht zu den Kraftlinien eingebetteten Zylindern, wurde für verschiedene Mischungsverhältnisse ermittelt und hierfür die Wienersche Formzahl f berechnet. Die gefundenen Werte stimmen für große Abstände der Zylinder voneinander innerhalb der Fehlergrenzen mit der Theorie

überein. Für dichtere Anordnungen ist die Abweichung der Formzahl f von 1 in einer die Meßgenauigkeit übersteigenden Weise größer, als es nach den Rayleighschen Rechnungen sein dürfte. Für solche dichte Anordnungen müssen also die Rechnungen noch genauer durchgeführt werden, als es bisher geschehen ist.

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Leipzig ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht auch an dieser Stelle dem Direktor des Leipziger Physikalischen Instituts Herrn Geheimen Hofrat, Professor Dr. Wiener für die Anregung und fortwährende Unterstützung dieser Arbeit meinen wärmsten Dank auszusprechen.

Auch bin ich den Herren Professor Dr. Scholl und Dr. Möbius, die mich mit wertvollen Ratschlägen unterstützten, zu Dank verpflichtet.

(Eingegangen 19. Februar 1919.)