Die für die Konstruktion der Kurve nötige Tabelle wird dann:

Tabelle V.

αx^0	βx^0	$\frac{1}{2} e^{\beta x}$	$0,770 e^{\beta x}$	$\frac{1}{2} e^{-\beta x}$	$0,320 e^{-\beta x}$
0	0	0,500	0,770	0,500	0,320
45	4,5	0,541	0,833	0,462	0,296
90	9,0	0,585	0,901	0,427	0,273
135	13,5	0,632	0,973	0,395	0,253
180	18,0	0,685	1,055	0,365	0,234
225	22,5	0,740	1,140	0,338	0,216
270	27,0	0,801	1,234	0,312	0,200
315	31,5	0,866	1,334	0,289	0,185
360	36,0	0,937	1,443	0,267	0,171

Die in diesem Falle gültigen Spiralendiagramme der Spannung und Stromstärke (§ 3) ist aus Fig. 10 ersichtlich; die Raumkurve zeigt Fig. 11.

Fig. 12.

Mit Hilfe der Modelle Fig. 12 und an Hand der Kurven sind die Grundzüge der Kabeltheorie in einer sehr greifbaren Form darstellbar. Leider ist die photographische Reproduktion der Kurven nicht besonders geeignet, die Vorteile dieser Modellkurven hervortreten zu lassen. Man muß diese Kurven am Modell selbst studieren.

Lund, Physikalisches Institut der Universität.

Über Potential und Spannung.

Von

W. Lenz, München.

Als Entgegnung auf die Bemerkungen des Herrn Prof. Emde¹⁾ zu meinem Aufsatz über „Potential und Spannung“²⁾ möchte ich das Folgende anführen.

1. Herr Emde sucht am Beispiel der widerstandslosen Doppelleitung zu zeigen, daß die von mir angewendete Zerlegung des Feldes in Potential- und Wirbelanteil, wenn nicht versagt, so doch die Verhältnisse ganz schief darstellt. Er hebt zu diesem Zweck

¹⁾ Archiv I, S. 495.

²⁾ Archiv I, S. 383.

hervor, daß das Teilfeld $\mathfrak{R}$ einer Doppelleitung nach meiner Darstellung¹⁾ nur die longitudinale, d. h. parallel zum Draht gerichtete Komponente besitzt, während das Gesamtfeld $\mathfrak{G}$ der widerstandslosen Doppelleitung augenscheinlich nur transversale Komponenten haben kann. Herr Emde bezeichnet dies als eine Verschleierung des wirklichen Sachverhalts. Es entsteht aber nun die Frage: wie kann man's besser machen?

Herr Emde führt dazu die Behandlung des Problems bei Abraham - Föppl²⁾ an, wo das Feld zurückgeführt wird auf ein „transversales“ Potential Φ , das die Eigenschaft hat, längs des Drahtes von Ort zu Ort verschiedene Werte zu besitzen, ohne daß jedoch in der Richtung dieses longitudinalen Potentialgefälles eine Kraft $\text{grad } \Phi$ bestände. Ein solches Potential kann den Wert des Hilfsmittels einer ganz speziellen Rechnung haben, verstehen kann man es schlechterdings aber nicht. Es sei denn, man zieht die von mir angewendete Zerlegung des Feldes in $\mathfrak{R}$ und $\text{grad } \varphi$ heran, die diese merkwürdigen Verhältnisse dann aber mit einem Schlage klärt.

Wir legen die Richtung der Drähte in die z-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems (x, y, z). Dann folgt aus den Symmetrieeigenschaften des Problems, daß die z-Komponente der elektrischen Kraft verschwindet, eine Annahme, die auch der Abraham - Föppl'schen Behandlung zugrunde gelegt wurde. Es ist also überall:

$$\mathfrak{G}_z = 0 = \mathfrak{R}_z + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Da $\mathfrak{R}_z$ bei langsamem (technischem) Wechselstrom (l. c. S. 390) längs der z-Richtung konstant ist, so folgt durch Integration:

$$\varphi = -z \cdot \mathfrak{R}_z + \varphi_0^3)$$

Setzen wir $\mathfrak{R}_z = 0$, d. h. machen wir die Leitung stromlos, so bleibt $\varphi = \varphi_0$, d. h. das nur von x und y abhängige Potential φ_0 entspricht einer künstlichen Aufladung der Leitung, die nichts mit den hier zu erörternden Vorgängen zu tun hat. Wir dürfen also $\varphi_0 = 0$ setzen, so daß das gesuchte Gesamtfeld

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{R} - \text{grad } (z \mathfrak{R}_z) : \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wird. Von hier aus kann man nun leicht das Abraham - Föppl'sche Φ verstehen.

Da das Teilfeld $\mathfrak{R}$ einer Doppelleitung nur die longitudinale Komponente $\mathfrak{R}_z$ besitzt und also $\mathfrak{R}_x = \mathfrak{R}_y = 0$, so ist $\mathfrak{G}$ in der xy-Ebene durch bloße Gradientenbildung ableitbar; das „transversale“ Abraham - Föppl'sche Potential Φ hat also nach (2) den Wert:

$$\Phi = z \cdot \mathfrak{R}_z.$$

Das scheinbare Fortfallen von $\partial \Phi / \partial z$ wird nach (1) durch die in der z-Richtung hinzutretende Wirbelkraft bedingt.

Wenn auch jetzt $\mathfrak{R}_z$ wegen des unendlich ausgeprägten Skineffekts widerstandsloser Leiter nicht unmittelbar in Strenge berechnet werden kann, so erhält man doch einen in vielen Fällen ausreichenden Näherungswert, wenn man den Strom J wie bei Gleichstrom gleichmäßig über den Drahtquerschnitt verteilt denkt, wofür man nach dem Früheren erhält⁴⁾:

$$\mathfrak{R}_z = I \cdot \log \frac{r_1}{r_2}.$$

(I = Gesamtstrom, r_1, r_2 = Abstand des betrachteten Punktes von den Achsen der beiden Drähte.) Auf die strenge Berechnung von $\mathfrak{R}_z$ wollen wir uns hier nicht ein-

¹⁾ l. c. S. 390.

²⁾ Abraham-Föppl 4. Aufl., S. 301—323.

³⁾ Die Integrationskonstante φ_0 ist wegen der partiellen Differentiation (1) noch von x und y abhängig.

⁴⁾ l. c. S. 390 nach Ausführung der Integrale.

lassen, weil wir Probleme des Skineffekts von vornherein als nicht mehr elementar behandelbar ausgeschlossen hatten.

Ich kann hiernach in meiner Darstellungsweise keinerlei „Verschleierung des wahren Sachverhalts“ erblicken.

Im übrigen aber wird niemand verlangen, daß man allgemein aus einem Teilfeld $\mathfrak{S}$ das Gesamtfeld $\mathfrak{E} = \mathfrak{S} + \text{grad } \varphi$ ableite. Eben in der Umgehung des nicht elementar berechenbaren Potentialanteils und damit in dem klar ausgesprochenen Verzicht auf die in der Unzahl der Fälle nicht mögliche Darstellung des Gesamtfeldes $\mathfrak{E}$ erblicke ich die Vorzüge meiner Darstellungsweise.

2. Herr Emde sucht ferner am Beispiel des elektrischen Außenfeldes einer geschlossenen Ringspule nachzuweisen, daß meine Darstellung in gewissen Fällen nicht von selbst (?) in die übliche übergehe. Da jedoch nach einer Bemerkung des Herrn Emde an der Richtigkeit der Methode der Zerlegung nicht zu zweifeln ist, so muß diese vermißte Übereinstimmung tatsächlich vorhanden sein. Dem Nachweis derselben wollen wir jedoch einige Bemerkungen über die Frage der Zweckmäßigkeit meiner Darstellung vorausschicken, die ja vor allem von Herrn Emde angezweifelt wird.

Nach der von Herrn Emde angeführten üblichen Darstellungsweise — die ich durch meine früheren Ausführungen zu verbessern gedachte — besteht im Äußeren der Ringspule ein elektrisches Potential ψ , weil hier das schwankende Magnetfeld sehr schwach ist und daher als nichtvorhanden angesehen wird. Im Innern der Ringspule besteht nach dieser Auffassung dann kein Potential mehr, sondern ein nicht näher zu charakterisierendes elektrisches Kraftfeld. Demgegenüber bestehen nach meiner Darstellungsweise stets zwei Teilfelder $\mathfrak{S}$ und $\text{grad } \varphi$, die beim Übergang vom Äußeren nach dem Inneren keinerlei sprunghafte Veränderungen erleiden. Man sollte meinen, daß eine solche Auffassung eher den tatsächlichen Verhältnissen entspräche; denn bezüglich des allgemeinen Verlaufs der Kraftlinien besteht zwischen Innen und Außen kein Unterschied. Ganz die gleichen Verhältnisse hat man bei dem Magnetfeld eines geraden stromdurchflossenen Drahtes. Die Kraftlinien verlaufen außen und innen in Kreisen²⁾. Herr Emde würde dieses Feld außen als Potential darstellen, innen jedoch nicht mehr, während es nach unsrer Auffassung entsprechend dem tatsächlichen Kraftlinienbild innen wie außen den gleichen Wirbelfeld-Charakter besitzt. Ich möchte es dem Urteil des Lesers überlassen, zu entscheiden, welche der beiden Darstellungsweisen unzweckmäßig zu nennen ist.

Ich finde, man tut dem Wirbelfeld Gewalt an, wenn man es da, wo angängig, durch ein vieldeutiges Potential darstellt.

Und damit kommen wir zur Frage der Übereinstimmung beider Darstellungsweisen. In meinem früheren Aufsatz hatte ich — allerdings aus unten anzugebenden Gründen nur ganz beiläufig — auf S. 386 gesagt, daß das Wirbelfeld immer in denjenigen Teilgebieten des Raumes aus einem vieldeutigen Potential abgeleitet werden kann, in denen keine Ströme fließen, bzw. kein schwankendes Magnetfeld vorhanden ist. Man kann in solchen Gebieten stets Linienintegrale so legen, daß die Durchflutung bzw. der Induktionsfluß null ist. Führt man also $\mathfrak{S} = \text{grad } \psi$ in unsere Darstellungsweise ein, so geht $\mathfrak{E}$ in die von Herrn Emde gewünschte Form $\mathfrak{E} = \text{grad } (\psi + \varphi)$ über. Man kann den Charakter und die Berechnungsweise dieser vieldeutigen Potentiale mittels unsrer Methoden auf elementarem Wege studieren. Doch fragt man sich: wozu? Wenn wir irgend etwas mit diesen Potentialen anfangen wollen, so ist es die Berechnung des Gradienten. Diesen kann man aber durch direkte Berechnung der Wirbelkraft nach (2) bzw. (3) der früheren Arbeit einfacher haben.

Aus diesem Grunde war das vieldeutige Potential in meinem früheren Aufsatz nur kurz erwähnt worden. Doch spricht gegen das ganz entbehrliche vieldeutige Potential auch seine begriffliche Schwierigkeit, indem es eine Unstetigkeit in das Feld bringt (der zum vieldeutigen Potential gehörige Verzweigungsschnitt), die gar nicht vorhanden ist.

So ist das magnetische Potential für einen geraden stromdurchflossenen Draht $\psi = 2 I \cdot \vartheta$ bei Einführung von Polarkoordinaten r, ϑ . Längs der vom Draht ausgehenden Ebene $\vartheta = 0$ hat ψ auf der einen Seite den Wert 0, auf der andern Seite dieser Ebene ist dagegen $\psi = 4 \pi I$; das Potential macht hier einen Sprung, obwohl an dieser Stelle nichts Besonderes im Magnetfeld zu bemerken ist.

Die Schlußbemerkung des Herrn Emde scheint mir vollkommen überflüssig, denn es ist mir nicht in den Sinn gekommen zu behaupten, daß meine Formeln für φ und $\mathfrak{H}$ mit denen der Fernwirkungstheorie nicht identisch seien; sonst wären sie ja falsch. Sondern es war meine nicht mißzuverstehende Absicht, zu sagen, daß meine ganz und gar auf den Maxwell'schen Gleichungen beruhende Darstellung durch Anwendung dieser für unsere dortigen Zwecke bequemen Formeln eine gewisse Ähnlichkeit mit der Fernwirkungstheorie erhält, allerdings der Form, nicht dem Geiste nach.

Die Abhängigkeit des Übergangswiderstandes der Kohlenbürsten von der Temperatur.

Von

F. Hayashi.

1. Ziel der Arbeit. Die Faktoren, welche den Übergangswiderstand an Kohlenbürsten beeinflussen, sind folgende: Auflagedruck, Geschwindigkeit, Temperatur, Stromdichte, Stromrichtung und Stromart, Material und Beschaffenheit der Lauffläche, Kohlensorte und Erschütterung.

Von diesen Faktoren, abgesehen von der Erschütterung, hat die Temperatur den größten Einfluß, wie die Herren Arnold und Pfiffner¹⁾ gezeigt haben. Es ist höchst wahrscheinlich, daß bei einem Wechselstrom in dem Übergangswiderstand eine Art Hysteresis auftreten kann, wie Herr Dr. Pollack²⁾ bei einer Diskussion diese Ansicht ausgesprochen hat. Herr Dr. Kahn³⁾ hat schon den Übergangswiderstand bei verschiedenen Wechselstromstärken und verschiedenen Frequenzen untersucht und gefunden, daß der Momentanwert des Spannungsabfalls nur von dem Momentanwert der Stromstärke abhängig ist und sowohl von der Effektivstromstärke wie von der Periodenzahl unabhängig. Bei Kahns Untersuchung war die Periodenzahl immer höher als 40. Es ist aber zu erwarten, daß die Hysteresis nur bei langsam wechselnden Wechselströmen vorkommt, weil die Wärmeleitung in der Kohle nicht schnell genug vor sich gehen kann. Ich habe daher unternommen, den Übergangswiderstand bei Wechselstrom für niedrige Frequenzen zu untersuchen und habe dabei in der Tat eine Art von Hysteresis gefunden. Um zu prüfen, ob sie in Wahrheit durch Temperaturschwankungen verursacht war, habe ich gleichzeitig die Temperatur der Kohlenbürsten in ihrem zeitlichen Verlauf verfolgt; weiter habe ich versucht, die Erscheinung des Übergangswiderstandes mit der eines Lichtbogens zu vergleichen.

2. Die Untersuchungen des Übergangswiderstandes bei Wechselströmen verschiedener Frequenz. Die Messungen wurden an einer Scheibe aus Messing ausgeführt, die auf der Achse eines Motors befestigt war. Die Scheibe war 31 cm im Durchmesser und am Laufrande 4 cm breit. Die mit der Scheibe leitend verbundene Welle führte in

¹⁾ E. Arnold u. E. Pfiffner: E. T. Z. 1907, Heft 12.

²⁾ E. T. Z., Heft 38, S. 892, 1902.

³⁾ M. Kahn: „Der Übergangswid. von Kohlenbürsten.“ Sammlung elektrotechn. Vorträge Stuttgart 1902.