pouvons investiger seulement les racines positives [les racines de $\mathcal{F}_n(u) = 0$ sont égales et de signe contraire]. Rappelons l'équation fondamentale

$$d\mathcal{F}_n/du = u/n \cdot \mathcal{F}_n - \mathcal{F}_{n+1}. \quad (\gamma)$$

Nous voyons, que $\mathcal{F}_{n+1}(u_n^s)$ et $d\mathcal{F}_n(u_n^s)/du$ ont des signes contraires; il sera de même pour $\mathcal{F}_n(u_n^{s+1})$ et $d\mathcal{F}_n(u_n^{s+1})/du$. Par conséquent $d\mathcal{F}_n(u_n^{s+1})/du$ et $\mathcal{F}_{n+1}(u_n^{s+1})$ sont de signe contraire, parce que d'après le théorème de Rolle, $d\mathcal{F}_n/du$ entre u_n^s et u_n^{s+1} s'annulera seulement une fois. Selon (γ) $\mathcal{F}_{n+1}$ entre u_n^s et u_n^{s+1} change son signe seulement une fois. Nous concluons, que dans cette intervalle se trouve la seule racine de l'équation $\mathcal{F}_{n+1}(u) = 0$. En rappelant, que $u_n' = 0$, $u_{n+1}' = 0$ (pour $u < 0$), nous démontrons ainsi, que $u_n^{(2)} < u_{n+1}^{(2)}$ et en général que

$$u_n^s < u_{n+1}^s.$$

Ainsi T_{ns} diminuera avec la croissance de n et s . Les différences des vitesses angulaires, dépendantes de ψ et r diminueront et le mouvement s'approchera peu à peu à la rotation uniforme.

Calculons des valeurs numériques de T_{ns} pour les nébuleuses gazeuses. Je pris les résultats des travaux de M. Barus, qui détermina par des expériences les valeurs de μ pour les températures élevées (p. ex. 1216°). Selon M. Barus sous $T = 1216^\circ$ pour les gaz monoatomiques $\mu = 3.15\mu_0$, où μ_0 est la valeur de μ pour 0°C ; le rapport μ/μ_0 croît avec T . Les valeurs numériques sont:

$$\begin{aligned} \text{pour hydrogène } \mu_0 &= 0.0000864 \text{ cgs} \\ \text{pour hélium } \mu_0 &= 0.000165 \text{ cgs.} \end{aligned}$$

Il est peu vraisemblable, que T des nébuleuses gazeuses sera au dessus de 1200°C , et nous pouvons prendre pour les nébuleuses d'hydrogène μ entre

$$1 \cdot 10^{-4} \text{ et } 3 \cdot 10^{-4} \text{ cgs.}$$

Prenons, p. ex., la nébuleuse primitive solaire, comme une nébuleuse homogène, qui s'étend jusqu'à l'orbite de Neptune: Son rayon sera de l'ordre $\frac{1}{2} 10^{-12}$ cgs. Soit dans notre nébuleuse hypothétique un cylindre tourbillonnaire avec R égal au rayon de Jupiter, c'est à dire passons en conditions approximatives de la cosmogonie de M. Belot au moment où les tourbillons planétaires commencent à former des satellites. Prenons u_n^s minimale, c'est à dire $u_0' = 2.405$.

Il est aisé de voir que T_{ns} maximale est $T_{01} = 1333$ ans seulement.

Des tourbillons d'ordres supérieurs auront T_{ns} plus petits. Ainsi: $T_{09} = 11$ ans; $T_{15} = 94$ ans etc.

Pour le tourbillon de R égal au rayon du soleil T_{01} sera un peu plus qu'un million d'années. Si nous résolvons le problème complet, c'est à dire, si nous calculons l'effet de convection, T_{ns} sera encore plus petit.

Comme un exemple de la théorie précédente, considérons un tourbillon dans la couche superficielle du soleil avec le rayon égal à 10000 km, prenons μ égal à $3 \cdot 10^{-4}$ (nous ne savons pas μ pour les températures si élevées, mais la valeur indiquée sera de l'ordre vrai). Comme la valeur de T_{01} prenons 10 jours, c'est à dire le temps moyen pour la diminution d'une tache solaire jusqu'à $1/e$ de l'intensité initiale. Nous trouvons pour ρ : $\rho \sim 10^{-14}$ cgs.

La densité obtenue des couches solaires superficielles est absurde; pour les valeurs de ρ vraisemblables nous obtenons T_{01} des ordres beaucoup plus élevés, que T_{01} actuelles. Ainsi nous pouvons conclure, que l'amortissement des taches solaires a d'autres causes que l'effet de la viscosité: le morcellement, l'influence des courants puissants convectifs etc.

En considérant l'effet de la viscosité sur les tourbillons dans les couches superficielles des étoiles »géants« rouges, nous pouvons affirmer l'instabilité extrême de toutes les formations semblables. C'est un argument contre la théorie connue des variables avec de longues périodes.

En appliquant l'analyse précédente au nébuleuses gazeuses, nous pouvons dire, que des tourbillons de dimensions petites dans ces masses cosmiques sont impossibles; seulement des tourbillons très grands sont stables — avec le temps ces tourbillons amortissent, tendant à la rotation uniforme comme à la limite. Notre résultat avec le T_{01} obtenu pour la nébuleuse solaire primitive est un argument fort contre la cosmogonie tourbillonnaire de M. Belot. Comme nous le connaissons à la base des recherches de Messieurs Buisson et Fabry, dans la nébuleuse d'Orion existent des mouvements locaux, qui sont des tourbillons immenses. D'après Campbell des mouvements semblables existent dans les nébuleuses planétaires et annulaires. Puisque les dimensions de ces premières ne sont pas grandes relativement aux dimensions des nébuleuses gazeuses amorphes, il faut attendre, que les nébuleuses planétaires avancées, c'est à dire, plus condensées, seront privées de ces tourbillons locaux. En effet, dans les nébuleuses condensées Campbell observa seulement la rotation générale — ces masses cosmiques ont des parties centrales, qui se tournent plus rapidement que la partie extérieure (analogiquement à la stratosphère terrestre).

Kharkow, Ukraine, 1919.

B. Herassimovitch.

Eine Hypothese zur Erklärung der »schwebenden« Protuberanzen. Von W. Anderson.

Am 19. August 1891 beobachtete Pater Fényi eine Protuberanz, die 6 Stunden lang 50700 km weit abgetrennt über dem Sonnenrande schwebte.¹⁾ Im zitierten Artikel erwähnt er auch, daß solche Erscheinungen in kleinerem Maßstab gar nicht selten sind: »Man findet oft kleine Wölkchen, welche über 10" hoch frei schweben, die ihrer Größe nach schon nach 5 Minuten verschwinden müßten und doch nach 30 Minuten oder einer Stunde ganz unverändert gefunden werden.« Für diese Erscheinungen findet Pater Fényi keine bessere Erklärung als die Annahme, daß solche schwebenden

Protuberanzen in einem Medium sich befinden müssen, welches entweder selbst Wasserstoff sei, oder ein anderes Gas von gleicher Dichte. Auch R. Emden behandelt das Problem der Protuberanzen²⁾ und kommt zu dem Schluß, daß die Erklärung derselben als emporgeschleuderte Gasmassen, deren Hauptbestandteil Wasserstoffgas ist, mit den Beobachtungen nicht vereinbar sei. Weiter bespricht Emden die Theorie von Julius, aber verwirft auch sie.

Ich habe die ganze in Dorpat vorhandene (leider noch recht unvollständige) Literatur durchgesehen, ohne irgendeine

¹⁾ AN 4516, 189.49 (1911).

²⁾ Gaskugeln p. 421, 422.

Erklärung dieser rätselhaften Erscheinungen zu finden. Darum scheint es mir angebracht zu sein, meine eigene Hypothese zu publizieren.

Ich nehme an, daß die Protuberanzen reale Erscheinungen sind, hervorgerufen durch emporgeschleuderte Gasmassen. (Ich suche keine Erklärung für die gewaltigen Anfangsgeschwindigkeiten: das ist ein besonderes selbständiges Problem, welches ich in diesem Aufsatz gar nicht behandle). Ich nehme an, daß die aufsteigenden Gase in einem solchen Zustand der Verdünnung sich befinden, daß jedes Atom (oder Molekül, wenn die Gase nicht dissoziiert sein sollten) wie ein selbständiges Geschos nach den Gesetzen der Ballistik sich bewegt. Die Bahnen der Atome sind gerade, untereinander parallele Linien; Zusammenstöße oder andere gegenseitige mechanische Beeinflussungen der Atome sind zu ignorieren. Ein solches Gas hat streng genommen weder Wärme noch Temperatur. Unter Wärme ist ja die kinetische Energie der ungeordneten Molekularbewegung zu verstehen; unser Gas hat aber nur geordnete Molekularbewegung. Auch die Moleküle unserer Erde haben eine geordnete Bewegung von ca. $30 \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1}$ (dank der Bewegung um die Sonne); aber niemand wird doch diese Molekularbewegung als Wärmebewegung auffassen! Aber wie soll man das Leuchten der Protuberanzen erklären, wenn sie keine Temperatur haben? Eine Erklärung kann uns die Bohrsche Atomtheorie geben. Nach dieser Theorie besteht jedes Atom aus einem positiven Kern und aus negativen Elektronen. Fällt auf ein Atom strahlende Energie von bestimmter Wellenlänge, so werden die Elektronen in Bewegung gebracht. Befinden sich aber Elektronen in kreisender oder anderer oszillierender Bewegung, so müssen sie auch ihrerseits Energie ausstrahlen. Darum ist es nichts Wunderbares, wenn in den Protuberanzen die Atome auch ohne gegenseitige Zusammenstöße Licht ausstrahlen: die Sonnenstrahlen bringen die Atomelektronen in Bewegung. Eine solche Auffassung von den Zuständen in den Protuberanzen hat an sich nichts Unwahrscheinliches; sie ist auch gar nicht neu, weil vor ca. 5 Jahren schon *Evershed* ganz dieselbe Ansicht ausgesprochen hat.¹⁾

Wir werden sogleich sehen, daß diese Auffassung von den Protuberanzen zu einem höchst sonderbaren und überraschenden Resultat führt: die Dichte der aufsteigenden Gasmassen kann unter Umständen mit der Höhe zunehmen. Um das besser zu verstehen, brauchen wir uns nur ein Zenitgeschütz zu denken, welches in bestimmten Intervallen Geschosse in vertikaler Richtung mit bestimmter Anfangsgeschwindigkeit auswirft. Der gegenseitige Abstand der Geschosse wird beim Aufsteigen kleiner und kleiner werden, beim Herabfallen aber wieder anwachsen, wie die Figur es für eine Anfangsgeschwindigkeit von 6000 m/sec z. B. darstellt. Wären viele Geschütze auf einem kleinen Raum vereinigt, die leuchtende Geschosse in die Höhe schleudern, so würden sie eine leuchtende Säule erzeugen, deren oberer Teil stärker leuchtete als ihr unterer, und wenn die Leuchtkraft der einzelnen Geschosse klein ist, so werden wir nur den oberen Teil der Säule freischwebend wahrnehmen.

Wenden wir uns jetzt zu den Protuberanzen. Nehmen wir der Einfachheit wegen an, daß die Atome mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit einige Zeit lang in vertikaler Richtung emporgeschleudert werden. Wir erhalten wieder eine vertikale Säule (von fliegenden Atomen); der obere Teil der Säule wird dichter sein als der untere.²⁾ Andererseits wird jedes einzelne Atom in höheren Teilen der Säule schwächer leuchten (weil es weiter von der Sonne ist). Wir wollen annehmen, daß jede Sekunde n Atome mit $v_0 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ Anfangsgeschwindigkeit emporgeschleudert werden und daß dieser Prozeß genügend lange andauert, sodaß ein stationärer Zustand eingetreten ist. Dann werden durch jeden Querschnitt der Protuberanz jede Sekunde n Atome von unten nach oben und n Atome von oben nach unten hindurchgehen. Möge jedes Atom an der Sonnenoberfläche $\epsilon \text{ erg}$ in der Sekunde ausstrahlen; in einer Höhe von $h \text{ cm}$ über der Sonne wird es nur $\epsilon R^2/(R+h)^2 \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1}$ ausstrahlen, wenn $R \text{ cm}$ den Sonnenradius bedeutet; im unendlich kleinen Zeitraum dt strahlt es $\epsilon R^2/(R+h)^2 \cdot dt \text{ erg}$ aus. Ist $M \text{ gr}$ die Masse der Sonne, σ die Gravitationskonstante und v die Geschwindigkeit der Atome in der Höhe $h \text{ cm}$ über der Sonnenoberfläche, so haben wir nach bekannten Gesetzen der Mechanik: $\frac{1}{2}(v_0^2 - v^2) = M\sigma/R - M\sigma/(R+h)$, und daher: $v = \sqrt{v_0^2 - 2M\sigma/R + 2M\sigma/(R+h)}$.

Verschiebt sich ein Atom in dt Sekunden um $dh \text{ cm}$, so ist $dt = dh/v$. Die Energiemenge, welche ein Atom während eines bestimmten Zeitabschnitts ausstrahlt, ist gleich:

$$\begin{aligned} & \int_{h_1}^{h_2} \epsilon R^2/(R+h)^2 \cdot dt = \\ &= \int_{h_1}^{h_2} \epsilon [R^2/(R+h)^2] \cdot [v_0^2 - 2M\sigma/R + 2M\sigma/(R+h)]^{-1/2} dh = \\ &= (\epsilon R^2/M\sigma) \{ [v_0^2 - 2M\sigma/R + 2M\sigma/(R+h_1)]^{1/2} + \\ & \quad - [v_0^2 - 2M\sigma/R + 2M\sigma/(R+h_2)]^{1/2} \} \text{ erg.} \end{aligned}$$

Diese Energiemenge strahlt ein Atom aus, während es von $h_1 \text{ cm}$ bis $h_2 \text{ cm}$ sich erhebt, oder von h_2 bis h_1 herabsinkt. Die weitere Analyse ist bequemer an einem Zahlenbeispiel durchzuführen. Nehmen wir an, daß die Anfangsgeschwindigkeit der Atome $101.98 \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1}$ beträgt, also ist $v_0 = 1.0198 \cdot 10^7 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$. Setzen wir weiter: $R = 6.9556 \times 10^{10} \text{ cm}$, $M = 1.943 \cdot 10^{33} \text{ gr}$, und $\sigma = 6.66 \cdot 10^{-8} \text{ gr}^{-1} \times \text{cm}^3 \text{ sec}^{-2}$. Die Höhe unserer Protuberanz wird 20000 km betragen. Nehmen wir an, daß wir die Protuberanz mit einem nicht besonders starken Instrument beobachten, welches zwei Punkte auf der Sonne nur dann gesondert zeigt, wenn ihre gegenseitige Entfernung nicht kleiner als 2000 km ist. Teilen wir die Höhe unserer Protuberanz in 10 gleiche Teile, so hat jeder Teil die erwähnte kritische Größe. Jetzt können wir die Energiemenge berechnen, welche ein Atom während seiner Erhebung von 18000 km bis 20000 km ausstrahlt, wobei wir $h_1 = 1.8 \cdot 10^9 \text{ cm}$ und $h_2 = 2 \cdot 10^9 \text{ cm}$ setzen müssen. Wir erhalten für den Ausdruck $\{ \dots \}$: $3.1859 \cdot 10^6$. Es wird also jedes Atom, welches in den obersten Abschnitt der Protuberanz eintritt, beim Aufsteigen (von 18000 km bis 20000 km) $3.1859 \cdot 10^6 \cdot R^2 \epsilon / M\sigma \text{ erg}$ ausstrahlen, ebensoviel beim Herabsinken; also während seiner ganzen Aufenthaltszeit dort wird es ausstrahlen $2 \cdot 3.1859 \cdot 10^6 \cdot R^2 \epsilon / M\sigma \text{ erg}$. Halten die n Atome,

¹⁾ Observatory 39.392 u. 393 (1916).

²⁾ Man muß nicht vergessen, daß hier die Gase auf eine ganz einseitige Weise sich verdichten: nur längs ihrer Bahn.

die in den obersten Abschnitt der Protuberanz eindringen, sich dort ν Sekunden lang auf, so wird der oberste Abschnitt der Protuberanz

$$2 \cdot 3 \cdot 1859 \cdot 10^6 \cdot R^2 \epsilon n \nu / M \sigma \nu = 318.59 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot R^2 \epsilon n / M \sigma = 318.59 \pi \text{ erg}$$

in der Sekunde ausstrahlen, wenn wir $2 \cdot 10^4 \cdot R^2 \epsilon n / M \sigma$ durch π bezeichnen. Annähernd kann man die ausgestrahlte Energiemenge gleich 319π erg setzen. Der nächste tiefer gelegene Abschnitt der Protuberanz (zwischen 16000 km und 18000 km) wird ca. 133π erg in der Sekunde ausstrahlen; der noch tiefere (zwischen 14000 km und 16000 km) ca. 101π erg $\cdot$ sec $^{-1}$ usw. Um auf unser Auge zu wirken, darf die in der Sekunde ausgestrahlte Energiemenge nicht geringer sein als eine bestimmte kritische Größe, die wir durch $B_{\text{krit.}}$ bezeichnen wollen. Wäre also etwa $101 \pi < B_{\text{krit.}} < 133 \pi$, so würden wir nur die obersten 4000 km der Protuberanz sehen. Würde weiter etwa die eine Hälfte der emporgeschleuderten Atome eine Anfangsgeschwindigkeit von $101.98 \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1}$ haben, die andere aber eine solche

von $96.87 \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1}$, dann würden diese letzteren Atome sich nur bis 18000 km erheben können, werden also in den obersten Abschnitt der Protuberanz nicht eindringen und das meiste Licht wird nicht der oberste Abschnitt der Protuberanz ausstrahlen, sondern der zwischen 18000 km und 16000 km gelegene.

In den wirklichen Protuberanzen werden nun die Anfangsgeschwindigkeiten der Atome wahrscheinlich sehr verschieden sein. Auch werden die Bahnen der Atome nicht immer streng vertikal und zueinander parallel sein. Vielleicht wird man auch die gegenseitigen mechanischen Einwirkungen der Atome nicht immer ignorieren können. Vielleicht spielen auch elektrische oder magnetische Kräfte eine gewisse Rolle. Darum müssen wir bei wirklichen Protuberanzen die verschiedensten Helligkeitsverteilungen erwarten, wobei uns die Protuberanzen frei schwebend oder nicht frei schwebend, gleichmäßig oder ungleichmäßig leuchtend erscheinen können. Die Beobachtungen bestätigen auch tatsächlich diese theoretischen Erwartungen.

Dorpat, 1921 Nov. 30.

W. Anderson.

Zur Erklärung der am Nachthimmel beobachteten leuchtenden Bänder.

Die am 30. Januar in Heidelberg und am 3. Februar in Essen beobachteten Lichterscheinungen (AN 5152 u. 53) müssen wohl durch fein verteilten Staub in sehr hohen Atmosphärenschichten erklärt werden. Wie dieser Staub, der nach den Beschreibungen in langen Wolkenstreifen angeordnet war, zum Leuchten kam, will ich hier nicht näher untersuchen; da die direkte Beleuchtung durch Sonnenlicht, wie Herr Wolf bemerkt, ausgeschlossen ist, so könnte man vielleicht an reflektiertes Sonnenlicht aus dem Dämmerungsrande der Erde oder vom Monde denken, der am 30. Januar zwar nur 3 Tage, am 3. Februar aber 7 Tage alt war. Ich will hier nur eine Mitteilung über die mögliche Herkunft jenes Staubes machen.

In der Zeit vom 13. bis 19. Dezember 1921 fand auf chilenischem Gebiet zwischen dem Lago Ranco und dem Vulkan Puyehue (etwa $72^\circ 15'$ westl. L. $40^\circ 20'$ südl. Br.) der Ausbruch eines bisher unbekannten Vulkanes statt, während sich die in jener Gegend zahlreich vorhandenen älteren Vulkane vollkommen ruhig verhielten. Der Ausbruch war so stark, daß noch in 110 km Entfernung walnußgroße Brocken von Bimstein hagelartig niederfielen; weite Landstrecken sind fußhoch mit den Auswürflingen bedeckt.

Ein Teil der ausgeworfenen Staubwolke kam in La Plata am Nachmittag des 17. Dezember an, wo wir ihn in Form eines rauchartigen Nebels beobachteten. Herr Dr. W. Schiller, der Geolog des La Plata-Museums, dessen Mitteilung ich die vorstehenden Angaben verdanke, sammelte den niederfallenden Staub und konnte durch mikroskopische Untersuchung dessen

La Plata, 1922 Mai 30.

vulkanische Herkunft unzweifelhaft nachweisen. Feinerer Staub wurde in große Höhen unserer Atmosphäre getrieben, wo er sich noch einige Wochen später durch lebhaftes Gelbfärbung des Westhimmels beim Sonnenuntergang verriet.

Nun ist die Ausbruchstelle von La Plata rund 1400 km in südwestlicher Richtung entfernt. Nimmt man an, daß der Staub von der ersten Explosion am 13. Dezember herstammte, so hatte er diese Strecke mit einer Geschwindigkeit von 4 Meter in der Sekunde zurückgelegt. Die Stationen Heidelberg und Essen liegen fast genau auf der Verlängerung dieser Zugrichtung, 13000 km von der Ausbruchstelle entfernt, und bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 3 m würde die Staubwolke in Westdeutschland Ende Januar 1922 angekommen sein, gerade in der Zeit, als die außergewöhnlichen Lichterscheinungen dort beobachtet wurden. Das stimmt alles so gut überein, daß ich den Zusammenhang der beobachteten Lichtstreifen mit dem chilenischen Kraterausbruch für recht wahrscheinlich halte. Die hier beobachtete Windrichtung war in der Zeit vom 13. bis 17. Dezember überwiegend aus Osten, niemals aus SW, woraus hervorgeht, daß auch der in La Plata niedergesunkene Staub durch eine höhere Luftströmung hierhergetragen wurde.

Gerade in dem Nachweise einer so hohen über weite Strecken hinziehenden Strömung würde der Wert dieser Beobachtungen liegen, und es wäre deshalb wichtig, wenn entsprechende Mitteilungen aus anderen Gegenden gemacht werden könnten.

J. Hartmann.

Auffällige atmosphärische Erscheinungen Ende Juni 1922.

Nach 11^h, am 18. Juni, zeigte sich eine ungewöhnliche Gestaltung des nördlichen Dämmerungsbogens. Über dem Horizont stand ein helles Segment, darüber befand sich ein dunklerer Zwischenraum, und auf diesen folgte ein heller, etwa 5° breiter Streifen, der aber nur auf der Westseite des Meridians ausgebildet war. Um 11^h 5 M. E. Z. lagen die Scheitel der oberen Begrenzungen 22° und 32° hoch im Meridian.

Im Zwischenraum und innerhalb der Streifen hatten die Sterne das gewöhnliche Aussehen. Vor dem hellen Himmelsgrund schwebten einige str. cu.-Wolken. Sonst war viel dunkler Cirrostratus vorhanden, besonders im S und SO, mit Konvergenzpunkt im Süden.

Um 12^h hatte sich der Himmel fast völlig aufgeheitert. Beim Nachsehen bemerkte ich am Westhimmel einen bis über