**6. Über die gegenseitige Induktion
und ponderomotorische Kraft zwischen zwei
stromdurchflossenen Rechtecken;
von F. F. Martens.**

Im folgenden ist zunächst die gegenseitige Induktion zweier beliebig gelegener, fadenförmiger, geradliniger Leiterstücke berechnet.

Sodann ist die Lösung angewandt zur Berechnung der gegenseitigen Induktion und ponderomotorischen Kraft zwischen zwei Rechtecken, deren Ebenen beliebige Winkel miteinander bilden.

I. Gegenseitige Induktion zweier Geraden.

Die beiden Geraden BE und KN (vgl. Fig. 1) mögen den Winkel ξ miteinander bilden. R sei der Abstand der Elemente dx bzw. dy der beiden Geraden. Um die gegenseitige Induktion L der beiden Geraden zu finden, hat man nach F. Neumann zu bilden

$$(1) \quad L = \cos \xi \iint \frac{dx dy}{R}.$$

Fig. 1.

FJ sei diejenige Parallele zu KN , welche 1. BE schneidet, und zwar in A ; 2. mit KN ein Rechteck einschließt; 3. die Eigenschaft hat, daß die Ebenen EAJ und $FJNK$ senkrecht aufeinander stehen. C und G seien die Mittelpunkte der Geraden BE und FJ . Wir ziehen in der Ebene EAJ die Lote $GOD \perp FJ$

und $COH \perp BE$ und führen für folgende Strecken die darunter stehenden Bezeichnungen ein

$$\begin{array}{ccccccc} BE & KN & FK & CO & GO & AC & AG \\ 2p & 2q & h & \delta & -\Delta & x_0 & y_0 \end{array}$$

Da Winkel $CAH = GAD = COD = GOH = \xi$, so findet sich aus den Dreiecken gleicher Bezeichnung

$$(2) \quad x_0 = \frac{\delta \cos \xi - \Delta}{\sin \xi}; \quad y_0 = \frac{\delta - \Delta \cos \xi}{\sin \xi}.$$

Der Abstand der Elemente dx und dy ist $R = \sqrt{h^2 + s^2}$; sind x bzw. y , die Abstände der Elemente dx bzw. dy von C bzw. M , so wird

$$R = \sqrt{h^2 + (x_0 + x)^2 + (y_0 + y)^2 - 2(x_0 + x)(y_0 + y) \cos \xi}.$$

Nach Einführung der in (2) berechneten Werte für x_0 und y_0 wird

$$(3) \quad R = \sqrt{h^2 + \delta^2 + \Delta^2 - 2\delta\Delta \cos \xi + x^2 + y^2 - 2xy \cos \xi + 2\sin \xi (y\delta - x\Delta)}.$$

Aus (3) erhält man die Abstände R_1, R_2, R_3, R_4 der Endpunkte der beiden Geraden $2p$ und $2q$, sowie den Abstand R_0 ihrer Mittelpunkte, und zwar

$$\begin{array}{l} \text{für } x \text{ setzend} \left\{ \begin{array}{ccccc} R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_0 \\ +p & +p & -p & -p & 0 \end{array} \right. \\ \text{für } y \text{ setzend} \left\{ \begin{array}{ccccc} +q & -q & -q & +q & 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Sind vier Entfernungen R gemessen, so kann man die vier Unbekannten h, δ, Δ, ξ berechnen.

Nach Einführung einer von x unabhängigen Hilfsgröße a kann man den Ausdruck (1) für die gegenseitige Induktion schreiben

$$L = \cos \xi \int_{-q}^{+q} dy \int_{-p-y \cos \xi - \Delta \sin \xi}^{+p-y \cos \xi - \Delta \sin \xi} du / \sqrt{a^2 + u^2}$$

oder

$$\begin{aligned} L = \cos \xi \int_{z_2}^{z_1} dz \ln \{ -z \cos \xi + b_1 \sin \xi + \sqrt{h^2 + b_1^2 + z^2} \} \\ + \cos \xi \int_{z_4}^{z_3} dz \ln \{ -z \cos \xi + b_3 \sin \xi + \sqrt{h^2 + b_3^2 + z^2} \} \end{aligned}$$

Hierin ist zu setzen

$$(4) \quad \begin{cases} z_1 = \delta \sin \xi - p \cos \xi + q \\ z_2 = \delta \sin \xi - p \cos \xi - q \\ z_3 = \delta \sin \xi + p \cos \xi - q \\ z_4 = \delta \sin \xi + p \cos \xi + q \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = b_2 = \delta \cos \xi - \Delta + p \sin \xi, \\ b_3 = b_4 = \delta \cos \xi - \Delta - p \sin \xi. \end{cases}$$

Setzt man $R_\kappa = \sqrt{h^2 + b_\kappa^2 + z_\kappa^2}$ und läßt in der nachstehenden [] das Glied $-z_\kappa$ fort, weil es bei der Addierung der vier Summanden fortfällt, so lautet die Lösung

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} L = \cos \xi \sum_{\kappa=1}^{\kappa=4} (-1)^{\kappa+1} & \left[-\frac{b_\kappa}{\sin \xi} \ln(-z_\kappa + R_\kappa) \right. \\ & + \left(z_\kappa + \frac{b_\kappa}{\operatorname{tg} \xi} \right) \ln(-z_\kappa \cos \xi + b_\kappa \sin \xi + R_\kappa) \\ & \left. + \frac{h}{\sin \xi} \operatorname{arc} \sin \frac{h^2 \sin \xi + b_\kappa (-z_\kappa \cos \xi + b_\kappa \sin \xi + R_\kappa)}{\sqrt{h^2 + b_\kappa^2 (-z_\kappa \cos \xi + b_\kappa \sin \xi + R_\kappa)}} \right]. \end{aligned} \right.$$

Das Glied mit $\operatorname{arc} \sin$ kann man ersetzen durch

$$+ \frac{h}{\sin \xi} \operatorname{arc} \cos \frac{h(-z_\kappa + \cos \xi R_\kappa)}{\sqrt{h^2 + b_\kappa^2 (-z_\kappa \cos \xi + b_\kappa \sin \xi + R_\kappa)}}.$$

Da sich die gegenseitige Induktion zweier beliebig gelegener Geraden in geschlossener Form darstellen läßt, so läßt sich auch die gegenseitige Induktion zweier beliebiger Strombahnen in geschlossener Form darstellen, sofern die Strombahnen aus gradlinigen Leiterstücken zusammengesetzt sind. Hierin liegt ein Vorteil solcher Strombahnen vor kreisförmigen; letztere sind für die Berechnung so ungünstig, daß nicht einmal die gegenseitige Induktion zweier paralleler coaxialer Kreise in geschlossener Form dargestellt werden kann.

Formel (5) nimmt viel einfachere Formen an, wenn man über die gegenseitige Lage der beiden Geraden $2p$ und $2q$ besondere Annahmen macht.

1. $\delta = \Delta = 0$. Wird (vgl. Fig. 1)

$$CO = \delta = 0 \quad \text{und} \quad GO = -\Delta = 0,$$

so stehen die beiden Geraden senkrecht zur Verbindungslinie ihrer Mitten. Man bildet dann zweckmäßig die Hilfsgrößen (7)

(für eine später behandelte Aufgabe sind sowohl die Hilfsgrößen (7) als auch die Hilfsgrößen (8) zu bilden). Die gegenseitige Induktion ist

$$(6) \left\{ \begin{aligned} (L)_{\delta=A=0} &= \cos \xi \left[2p \ln \frac{b_2}{b_1} + 2q \ln \frac{a_1 a_2}{g^2} + h' \{ \vartheta_1 + \vartheta_3 - (\vartheta_2 + \vartheta_4) \} \right]; \\ \sin(\vartheta_1 + \vartheta_3) &= r_1 (h^2 \cos \xi + t^2) \\ \sin(\vartheta_2 + \vartheta_4) &= r_2 (h^2 \cos \xi - t^2). \end{aligned} \right.$$

$$(7) \left\{ \begin{aligned} s^2 &= p^2 + q^2 - 2pq \cos \xi, \\ S^2 &= p^2 + q^2 + 2pq \cos \xi, \\ R_1 &= \sqrt{h^2 + s^2}, \\ R_2 &= \sqrt{h^2 + S^2}, \\ A_1 &= p - q \cos \xi, \\ A_2 &= p + q \cos \xi, \\ B_1 &= p \cos \xi - q, \\ B_2 &= p \cos \xi + q, \\ a_1 &= R_1 + A_1, \\ b_1 &= R_1 + B_1, \\ a_2 &= R_2 + A_2, \\ b_2 &= R_2 + B_2, \\ f^2 &= h^2 + p^2 \sin^2 \xi, \\ g^2 &= h^2 + q^2 \sin^2 \xi, \\ r_1 &= \frac{2h \sin \xi R_1}{f^2 g^2}, \\ r_2 &= \frac{2h \sin \xi R_2}{f^2 g^2}, \\ t^2 &= pq \sin^2 \xi, \\ h' &= \frac{h}{\sin \xi}. \end{aligned} \right. \quad (8) \left\{ \begin{aligned} h &= m - n, \\ H &= m + n, \\ P_1 &= \sqrt{H^2 + s^2}, \\ P_2 &= \sqrt{H^2 + S^2}, \\ \alpha_1 &= P_1 + A_1, \\ \beta_1 &= P_1 + B_1, \\ \alpha_2 &= P_2 + A_2, \\ \beta_2 &= P_2 + B_2, \\ F^2 &= H^2 + p^2 \sin^2 \xi, \\ G^2 &= H^2 + q^2 \sin^2 \xi, \\ \varrho_1 &= \frac{2H \sin \xi P_1}{F^2 G^2}, \\ \varrho_2 &= \frac{2H \sin \xi P_2}{F^2 G^2}, \\ H' &= \frac{H}{\sin \xi}. \end{aligned} \right.$$

2. $\delta = A = \xi = 0$. Sind die beiden Geraden $2p$ und $2q$ einander parallel, ist also $\xi = 0$, so wird nach (7) einfach $s_0 = p - q$, $S_0 = p + q$. Die gegenseitige Induktion wird nach (6)

$$(9) \left\{ \begin{aligned} (L)_{\delta=A=\xi=0} &= 2 \left[S_0 \ln \frac{S_0 + \sqrt{h^2 + S_0^2}}{h} \right. \\ &\quad \left. - s_0 \ln \frac{s_0 + \sqrt{h^2 + s_0^2}}{h} + \sqrt{h^2 + s_0^2} - \sqrt{h^2 + S_0^2} \right]. \end{aligned} \right.$$

seine Ebene bilde mit der Ebene der größeren den Winkel ξ . Die Seiten 1, 3, 5, 7 mögen horizontal, die Seiten 2, 4, 6, 8 vertikal gerichtet sein. Ferner habe 1 von 5 den gleichen Abstand h wie 3 von 7; ebenso möge 2 von 6 den gleichen Abstand s haben wie 4 von 8; kurz die beiden Rechtecke sollen symmetrisch zueinander liegen. S ist der Abstand der Seiten 2 und 8 sowie der Seiten 4 und 6. Es sei die Länge der beiden Seiten

$$\begin{array}{cccc} 1 \text{ und } 3 & 5 \text{ und } 7 & 2 \text{ und } 4 & 6 \text{ und } 8 \\ 2p & 2q & 2m & 2n \end{array}$$

Induktion der horizontalen Rechteckseiten. Die Gesamtinduktion der horizontalen Rechteckseiten ist:

$$L_h = L_{15} + L_{37} - L_{35} - L_{17} = 2(L_{15} - L_{35}).$$

L_{15} berechnet sich aus (6) mit Hilfe der Größen (7), in denen $h = m - n$ zu setzen ist; L_{35} aus (6) mit Hilfe der Größen (8), in denen $h = m - n$ durch $H = m + n$ zu ersetzen ist. Man erhält so

$$(14) \left\{ \begin{aligned} L_h &= 2 \cos \xi \left[2p \ln \frac{b_1 \beta_1}{b_1 \beta_2} + 2q \ln \frac{a_1 a_2}{\alpha_1 \alpha_2 g^2} \right. \\ &\quad \left. + h' \{ \vartheta_1 + \vartheta_3 - (\vartheta_2 + \vartheta_4) \} - H' \{ \Theta_1 + \Theta_3 - (\Theta_2 + \Theta_4) \} \right]. \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} \sin(\vartheta_1 + \vartheta_3) &= r_1 (h^2 \cos \xi + t^2) & \sin(\Theta_1 + \Theta_3) &= \rho_1 (H^2 \cos \xi + t^2) \\ \sin(\vartheta_2 + \vartheta_4) &= r_2 (h^2 \cos \xi - t^2) & \sin(\Theta_2 + \Theta_4) &= \rho_2 (H^2 \cos \xi - t^2). \end{aligned}$$

Hieraus oder einfacher direkt aus (10) folgt, wenn $s_0 = p - q$, $S_0 = p + q$ gesetzt wird:

$$(15) \left\{ \begin{aligned} (L_h)_{\xi=0} &= 4 \left[s_0 \ln \frac{s_0 + \sqrt{H^2 + s_0^2}}{s_0 + \sqrt{h^2 + s_0^2}} - S_0 \ln \frac{S_0 + \sqrt{H^2 + S_0^2}}{S_0 + \sqrt{h^2 + S_0^2}} \right. \\ &\quad \left. + q \ln \frac{H^2}{h^2} + \sqrt{h^2 + s_0^2} + \sqrt{H^2 + S_0^2} \right. \\ &\quad \left. - \{ \sqrt{h^2 + S_0^2} + \sqrt{H^2 + s_0^2} \} \right]. \end{aligned} \right.$$

Induktion der vertikalen Seiten. Die gesamte Induktion der vertikalen Seiten ist $L_v = 2(L_{26} - L_{46})$.

Wir finden L_{26} aus (9), indem wir

$$\begin{aligned} &\text{statt } h = m - n \quad \left| \begin{array}{l} S_0 = p + q \\ H = m + n \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} s_0 = p - q \\ h = m - n \end{array} \right| \\ &\text{setzen } s \text{ (vgl. (7))} \end{aligned}$$

Aus der so erhaltenen Gleichung für L_{26} finden wir L_{46} , indem wir s durch S ersetzen. So ergibt sich

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} L_v = 4 \left[h \ln \frac{R_2 + h}{R_1 + h} - H \ln \frac{P_2 + H}{P_1 + H} \right. \\ \left. + n \ln \frac{S^2}{s^2} - (R_2 - R_1) + P_2 - P_1 \right]. \end{aligned} \right.$$

Für $\xi = 0$ wird

$$(17) \quad \left\{ \begin{aligned} (L_v)_{\xi=0} = 4 \left[h \ln \frac{h + \sqrt{h^2 + S_0^2}}{h + \sqrt{h^2 + s_0^2}} - H \ln \frac{H + \sqrt{H^2 + S_0^2}}{H + \sqrt{H^2 + s_0^2}} \right. \\ \left. + n \ln \frac{S_0^2}{s_0^2} - \{ \sqrt{h^2 + S_0^2} - \sqrt{h^2 + s_0^2} \} \right. \\ \left. + \sqrt{H^2 + S_0^2} - \sqrt{H^2 + s_0^2} \right]. \end{aligned} \right.$$

Aus (14) und (16) findet sich die gesamte gegenseitige Induktion der beiden Rechtecke

$$(18) \quad L = L_h + L_v.$$

Gegenseitige Induktion zweier in einer Ebene liegender Quadrate.

Die Formeln (15) und (17) werden identisch, wenn es sich um die Induktion zweier Rechtecke von den Seitenlängen $2p$ und $2q$ handelt, die symmetrisch zueinander in einer Ebene liegen. Es ist dann $p = m$, $q = n$. Also wird einfach

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} L = 8 \left[h \ln \frac{h + \sqrt{h^2 + H^2}}{H} + H \ln \frac{H + \sqrt{h^2 + H^2}}{h} \right. \\ \left. - 2 \sqrt{h^2 + H^2} + (H + h) \{ \sqrt{2} - \ln(1 + \sqrt{2}) \} \right]. \end{aligned} \right.$$

Hierin ist $h = p - q$, $H = p + q$.

III. Änderung der gegenseitigen Induktion zweier Rechtecke.

Ist L die gesamte gegenseitige Induktion der beiden Rechtecke, so üben dieselben, von den Strömen i_1 und i_2 durchflossen, das Drehmoment $i_1 i_2 \partial L / \partial \xi$ aufeinander aus.

Änderung der Induktion der horizontalen Seiten. Um $\partial L / \partial \xi$ zu finden, bilden wir zunächst $\partial L_h / \partial \xi$, die Änderung der Induktion der horizontalen Seiten. Wir bilden zunächst die Hilfsgrößen

$$(20) \quad \begin{cases} c_1 = 1 - \frac{q}{R_1}, & d_1 = 1 + \frac{p}{R_1}, \\ c_2 = 1 + \frac{q}{R_2}, & d_2 = 1 + \frac{p}{R_2}, \\ c_3 = 1 - \frac{q}{P_1}, & d_3 = 1 + \frac{p}{P_1}, \\ c_4 = 1 + \frac{q}{P_2}, & d_4 = 1 + \frac{p}{P_2}, \end{cases}$$

und finden sodann durch Differentiation von (14)

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial L_h}{\partial \xi} \cdot \frac{\operatorname{tg} \xi}{4} = \\ & \frac{1}{2 \cos \xi} \left[\frac{-L_h}{2 \cos \xi} + \cos^2 \xi \left\{ 2 p \ln \frac{b_2 \beta_1}{b_1 \beta_2} + 2 q \ln \frac{a_1 a_2 G^2}{\alpha_1 \alpha_2 g^2} \right\} \right] \\ & - \sin^2 \xi \left[p^2 \left\{ \frac{-c_1}{b_1} + \frac{c_2}{b_2} + \frac{c_3}{\beta_1} - \frac{c_4}{\beta_2} \right\} \right. \\ & \quad \left. + q^2 \left\{ \frac{-d_1}{\alpha_1} + \frac{d_2}{\alpha_2} + \frac{d_3}{\alpha_1} - \frac{d_4}{\alpha_2} + \frac{2 q (H^2 - h^2) \cos \xi}{G^2 g^2} \right\} \right] \\ & + \frac{h^2}{f^2 g^2} \left[\frac{t^4}{R_1 R_2} \left\{ \frac{h^2 \cos \xi}{t^2} (R_2 + R_1) + R_2 - R_1 \right\} \right. \\ & \quad \left. - \{ t^2 \cos \xi (R_2 + R_1) + h^2 (R_2 - R_1) \} \right] \\ & - \frac{H^2}{f^2 G^2} \left[\frac{t^4}{P_1 P_2} \left\{ \frac{H^2 \cos \xi}{t^2} (P_2 + P_1) + P_2 - P_1 \right\} \right. \\ & \quad \left. - \{ t^2 \cos \xi (P_2 + P_1) + H^2 (P_2 - P_1) \} \right]. \end{aligned} \right.$$

Für $\xi = 0$ wird $\partial L_h / \partial \xi = 0$.

Änderung der Induktion der vertikalen Seiten. Wir differenzieren den Ausdruck für L_{26} nach s , den Ausdruck für L_{46} nach S und setzen

$$\frac{\partial L_v}{\partial \xi} = 2 \left\{ \frac{\partial L_{26}}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \xi} - \frac{\partial L_{46}}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial \xi} \right\}.$$

Die Rechnung ist zulässig, weil L_{26} S nicht enthält, L_{46} s nicht enthält. Aus den ersten Gleichungen von (7) folgt

$$\frac{\partial s}{\partial \xi} = \frac{p q \sin \xi}{s} \quad \text{und} \quad \frac{\partial S}{\partial \xi} = \frac{-p q \sin \xi}{S}.$$

Es ergibt sich

$$(22) \quad \frac{\partial L_v}{\partial \xi} = -4 p q \sin \xi \left[\frac{P_1 - R_1}{s^2} + \frac{P_2 - R_2}{S^2} \right].$$

Als Änderung der Gesamtinduktion folgt aus (21) und (22)

$$(23) \quad \frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{\partial L_h}{\partial \xi} + \frac{\partial L_v}{\partial \xi}.$$

IV. Zahlenbeispiel.

Nach vorstehenden Formeln (7), (8), (14), (16), (18) wurde die gegenseitige Induktion L zweier Rechtecke berechnet; nach den Formeln (20), (21), (22), (23) die Änderung $\partial L / \partial \xi$ der gegenseitigen Induktion L mit dem Winkel ξ zwischen den beiden Rechtecken. Das größere Rechteck ist 5×7 cm, das kleinere bewegliche 4×6 cm groß; d. h. es war

$$p = 2,5; \quad q = 2,0; \quad m = 3,5; \quad n = 3,0 \text{ cm.}$$

Man darf nicht etwa für kleine Winkel ξ die arcsin und die Argumente von arcsin gleichsetzen, weil z. B. ϑ_4 schon bei $\xi = 7,55^\circ$ den Wert $\pi/2$ annimmt.

Die Quadranten der arcsin finden sich in folgender Weise.

1. Für $\xi = 0$ ist streng

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_3 = \vartheta_4 = \Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3 = \Theta_4 = 0;$$

sonst würde die gegenseitige Induktion für $\xi = 0$ unendlich.

2. Für $\xi = 90^\circ$ ist:

$\vartheta_1 + \vartheta_3$	$\vartheta_2 + \vartheta_4$	$\Theta_1 + \Theta_3$	$\Theta_2 + \Theta_4$
$36^\circ 3'$	$323^\circ 57'$	$167^\circ 54'$	$192^\circ 6'$
oder $143^\circ 57'$	$216^\circ 3'$	$12^\circ 6'$	$347^\circ 54'$

Nun läßt sich leicht zeigen, daß für $\xi = 90^\circ$

$$\vartheta_1 + \vartheta_3 + \vartheta_2 + \vartheta_4 = \Theta_1 + \Theta_3 + \Theta_2 + \Theta_4 = 360^\circ.$$

Also kommen nur entweder die oberen oder die unteren Wertepaare in Betracht.

3. Aus dem Verlauf der $(\vartheta_1 + \vartheta_3)$ mit ξ ergibt sich nun sofort, daß $(\vartheta_1 + \vartheta_3)$ von dem Werte 0 für $\xi = 0$ bis zum Werte $36^\circ 3'$ für $\xi = 90^\circ$ kontinuierlich anwächst; also muß $(\vartheta_2 + \vartheta_4)$ von 0 bis $323^\circ 57'$ anwachsen.

Analog wächst $\Theta_1 + \Theta_3$ von 0 bis $167^\circ 54'$, $\Theta_2 + \Theta_4$ von 0 bis $192^\circ 6'$. Diese Kontrollen genügen, um die richtige Wahl der Quadranten der arcsin zu treffen.

Die Zahlenrechnung ist mit einem 50 cm langen Rechenschieber unter teilweiser Zuhilfenahme einer fünfstelligen Logarithmentafel durchgeführt. Die Resultate sind in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt, in den Figg. 3 und 4 graphisch dargestellt. L_h verläuft zwischen $\xi = 20^\circ$ und $\xi = 90^\circ$ nahezu

Fig. 3.

Tabelle.

$\xi =$	0°	2°	4°	6°	10°	15°	20°	30°
L_h	29,08	28,98	28,83	28,55	27,63	26,28	24,61	21,10
L_v	43,20	42,88	42,12	40,88	37,64	33,20	29,04	22,08
L	72,28	71,86	70,95	69,43	65,27	59,48	53,65	43,18
$\partial L_h / \partial \xi$	0	-4,8	-7,0	-10,0	-15,0	-19,0	-20,2	-20,5
$\partial L_v / \partial \xi$	0	-16,0	-29,7	-40,0	-50,0	-50,2	-45,4	-35,0
$\partial L / \partial \xi$	0	-20,8	-36,7	-50,0	-65,0	-69,2	-65,6	-55,4
$L \partial L / \partial \xi$	0	1490	2600	3470	4240	4110	3520	2390

$\xi =$	40°	50°	60°	70°	80°	85°	90°
L_h	17,51	13,95	10,44	6,94	3,46	1,73	0
L_v	16,68	12,36	8,76	5,62	2,75	1,37	0
L	34,19	26,31	19,20	12,56	6,21	3,10	0
$\partial L_h / \partial \xi$	-20,5	-20,3	-20,1	-20,0	-19,8	-19,8	-19,8
$\partial L_v / \partial \xi$	-27,4	-22,3	-19,1	-17,1	-16,0	-15,7	-15,6
$\partial L / \partial \xi$	-47,9	-42,6	-39,3	-37,2	-35,9	-35,6	-35,5
$L \partial L / \partial \xi$	1640	1120	754	466	223	110	0

geradlinig. Durch Vergrößerung des Abstandes der vertikalen Seiten könnte man wohl L_v kleiner machen und so die Annäherung der L/ξ -Kurve an eine Gerade vergrößern. Auf Grund der L/ξ -Kurve kann man sich eine veränderliche meßbare Koppelung für elektrische Wellen herstellen.

Fig. 4.

Die $\partial L / \partial \xi$ -Kurve (vgl. Fig. 4) zeigt ein Maximum für etwa 12° ; $\partial L / \partial \xi$ ist konstant für nahe an 90° liegende Werte von ξ .

Sind beide Rechtecke hintereinander geschaltet, so erfolgt, wie bekannt, eine Drehung des beweglichen Bügels 2 um 180° , bis beide Rechtecke parallel und die beiden Ströme i_1 und i_2 gleichgerichtet sind: denn für $\xi = 180^\circ$ wird $\partial L / \partial \xi$, mithin das Drehmoment $i_1 i_2 \partial L / \partial \xi = 0$. Dann ist die Energie des von beiden Stromkreisen hervorgerufenen magnetischen Feldes ein Maximum.

Wird ein hochfrequenter Wechselstrom von der effektiven Stromstärke i_1 nur durch das feste Rechteck geschickt, so stellt sich der kurz geschlossene bewegliche Bügel — wenn die Torsionskraft vernachlässigt werden kann — zu dem festen senkrecht; denn für $\xi = 90^\circ$ wird $L \partial L / \partial \xi$, mithin auch das Drehmoment $\frac{L \partial L / \partial \xi}{L_{22}} i_1^2$ gleich Null. Der angeführte Wert für das Drehmoment ergibt sich, wie Hr. Semiller näher dargelegt hat, weil der Strom in dem beweglichen Bügel von der Selbstinduktion L_{22} bei zu vernachlässigendem Ohmschen Widerstand den Wert $i_2 = i_1 \cdot L / L_{22}$ hat. Nachdem $L \partial L / \partial \xi$ in der vorliegenden Arbeit berechnet worden ist, kann man mit Hilfe der behandelten Rechtecke ein absolutes Amperemeter für Wechselströme, insbesondere Hochfrequenzströme, konstruieren. Mit einem solchen Instrument hat Hr. Seemiller eingehende Messungen angestellt.

Berlin, Physik. Inst. der Handelshochschule, Juni 1909.

(Eingegangen 12. Juni 1909.)