VARIAZIONI PERIODICHE DI RESISTENZA DEI FILAMENTI SOTTILI PER-
CORSI DA CORRENTI ALTERNATE, E DEDUZIONE DELLE LORO
PROPRIETÀ TERMICHE A TEMPERATURA ELEVATA.

NOTA DI O. M. CORBINO.

1. In un circuito percorso da correnti alternate la presenza di un conduttore avente una resistenza variabile con l'intensità della corrente si traduce in una variazione della legge con cui questa si svolge nel tempo.

La corrente non avrà più, in conseguenza, la forma sinusoidale, anche quando sia questa la legge di variazione della f. e. m.; e questo cambiamento di forma si tradurrà, in generale, nella sovrapposizione di alquanti armonici all'onda fondamentale, che resterà fortemente predominante se le oscillazioni di resistenza son lievi.

Il metodo oscillografico si presta poco in quest'ultimo caso; poichè lievi modificazioni della forma della corrente possono restare dissimulate, ed essere difficilmente separabili gli armonici introdotti. Mi è stato invece molto utile l'impiego del tubo di Braun, adoperato con una specie di bobina differenziale, nel modo che passo a descrivere.

Sul tubo agiscono, normalmente tra loro, una piccola bobina A e una molto grande bobina B costituita da due avvolgimenti distinti assolutamente identici; a tal fine l'avvolgimento è eseguito con due fili paralleli anzichè con uno solo. Per uno dei due avvolgimenti passa una corrente sinusoidale, derivata sulla linea attraverso a una resistenza ohmica; per l'altro la corrente che ha circolato nella resistenza variabile. La prima corrente traversa anche la bobinetta A di cui sopra, mentre con una self ausiliaria inserita nell'altro circuito si rendono eguali le costanti di tempo dei due circuiti.

La grande bobina B è così percorsa contemporanea-
mente dalla corrente normale e dalla corrente da studiare:
gli attacchi son fatti in modo che gli spostamenti subiti dal
cerchietto luminoso per effetto delle due correnti siano di
senso opposto: cosicchè quando queste sono comunque varia-
bili, ma *assolutamente identiche* tra loro, il cerchietto resta
in quiete nella sua posizione normale. In tali condizioni l'a-
zione d'una sola delle due correnti è fortissima sul tubo:
tale che il cerchietto sfugge totalmente, nel massimo di cor-
rente, dal disco fluorescente e cade sulla parete di vetro.

Chiamiamo

$$i = A \sin \omega t$$

la corrente normale nel 1° circuito; sia la corrente nel 2°
circuito

$$i' = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t + A_2 \sin 2 \omega t + B_2 \cos 2 \omega t + \dots$$

nella quale, se la corrente è poco perturbata, tutti i coeffi-
cienti da B_1 in poi sono piccoli rispetto ad A_1 .

Lo spostamento verticale del cerchietto sarà dato, per la
contemporanea esistenza delle due, da

$$y = (A_1 - A) \sin \omega t + B_1 \cos \omega t + A_2 \sin 2 \omega t + B^2 \cos 2 \omega t + \dots$$

mentre lo spostamento orizzontale sarà dato da

$$X = K \sin \omega t$$

ove K è una costante.

Si disegneranno quindi sul disco delle curve più o meno
complicate, che potranno facilmente essere fotografate e in
alcuni casi si presteranno a una semplice interpretazione. Il
successo pratico del metodo si deve a ciò che facendo $A_1 = A$,
compensando cioè la componente più forte di i' , lo sposta-
mento y rivela tutte le perturbazioni più tenui nella forma
della corrente che traversa la resistenza variabile.

2. — Per dimostrare il partito che può trarsi dalla sem-
plice disposizione descritta riferirò, per adesso, i risultati ot-

tenuti quando la resistenza variabile è costituita da alquante lampade a filamento metallico. Essi mi han consentito di verificare alcune delle conclusioni cui ero pervenuto in un mio lavoro anteriore sulle oscillazioni termiche dei filamenti sottili percorsi da correnti alternate ⁴⁾.

Ebbi allora a dimostrare che detta W la potenza media spesa nel filo, e dissipata secondo una funzione $f(T)$ indeterminata della temperatura assoluta T ; c la sua capacità calorifica nei limiti tra cui oscilla la temperatura; e α il coefficiente di variazione termica della resistenza nei medesimi limiti; ϑ la temperatura del filo contata dalla sua temperatura media T_m ; e ponendo

$$Q = \alpha f(T_m) + f'(T_m) = \alpha W + \left(\frac{dW}{dT} \right)_{T_m} = \alpha \left[W + \frac{1}{r_m} \frac{dW}{dr} \right]$$

le oscillazioni della temperatura si compiono sinusoidalmente e in modo tale che essendo la f. e. m. $e_0 \sin \omega t$, si ha

$$(1) \quad \vartheta = \Theta \cos(2\omega t - \varphi)$$

con

$$(2) \quad \Theta = -W \frac{\cos \varphi}{Q} = -W \frac{\sin \varphi}{2c\omega}$$

e

$$(3) \quad \tan \varphi = \frac{2c\omega}{Q}.$$

Il ritardo φ delle oscillazioni di ϑ è così computato sulle variazioni periodiche della potenza istantanea w , data da

$$w = W(1 - \cos 2\omega t).$$

La resistenza istantanea r sarà perciò legata alla resistenza media r_m dalla relazione

$$(4) \quad r = r_m(1 + \alpha \vartheta).$$

⁴⁾ Corbino. *Nuovo Cimento*, 19, p. 75, 1910.

Le formole ci permettono di prevedere l'alterazione prodotta dal filamento nella forma della corrente.

Infatti l'intensità sarà data da

$$i = \frac{e_0 \operatorname{sen} \omega t}{r_m (1 + a \vartheta)}$$

ovvero per la piccolezza di $a \vartheta$ rispetto a 1, da

$$i = \frac{e_0 \operatorname{sen} \omega t}{r_m} [1 - a \Theta \cos (2 \omega t - \varphi)]$$

da questa si deduce

$$(5) \quad i = \frac{e_0}{r_m} \left[\left(1 + \frac{a \Theta}{2} \cos \varphi \right) \operatorname{sen} \omega t - \right. \\ \left. - \frac{a \Theta}{2} \operatorname{sen} \varphi \cos \omega t - \frac{a \Theta}{2} \operatorname{sen} (3 \omega t - \varphi) \right].$$

Abbiamo così una componente in $\operatorname{sen} \omega t$, e due componenti in $\cos \omega t$ e in $\operatorname{sen} (3 \omega t - \varphi)$ d'ampiezza molto più piccola.

Questa corrente traversa, come si è detto, uno degli avvolgimenti della grande bobina differenziale, mentre per l'altro si manda una corrente indipendente in $\operatorname{sen} \omega t$, d'intensità regolabile. Si può far in modo da annullare l'azione sul cerchietto della componente in $\operatorname{sen} \omega t$; resteranno così attive solo le altre due componenti, oltre allo spostamento orizzontale in $\operatorname{sen} \omega t$ prodotto dalla piccola bobina. Occorre perciò che la corrente compensatrice si possa regolare con squisita graduabilità.

Nelle mie esperienze la f. e. m. di città, di circa 105 Volt e 42 periodi, alimentava 12 lampade Osram da 16 o da 32 candele; la grande bobina differenziale era di tali dimensioni da produrre con un solo dei circuiti contrapposti (resistenza $\frac{2}{3}$ di ohm, autoinduzione circa 4 millihenry) lo spostamento di 12 mm. nel disco di Braun per una corrente continua di 150 milliampere, cosicchè alla corrente massima che percorre uno solo dei circuiti corrisponderebbe una deviazione grandissima, superiore a 400 mm.

Malgrado ciò se in luogo delle lampade a filo metallico si ricorre ad una resistenza invariabile, il compenso è assoluto, e la figura tracciata dal cerchietto si riduce ad una retta orizzontale, come se agisse sul tubo solo la bobinetta A. Con le lampade si ebbero invece dei risultati corrispondenti perfettamente alla teoria.

Aumentando progressivamente la corrente compensatrice, fino ad annullare nello spostamento verticale y la componente in $\sin \omega t$, il che si riconosce dal fatto che i massimi di y si portano a eguale altezza nelle due metà destra e sinistra della curva, questa presenta la forma della fig. 1. L'origine

Fig. 1.

degli assi deve sempre essere un punto doppio della curva, se le costanti di tempo dei due circuiti sono eguali; poichè qualunque sia la legge di variazione di r col tempo, la corrente deve annullarsi contemporaneamente nei due circuiti, due volte a ogni periodo; si ha in ciò un criterio squisito per eguagliare le costanti di tempo dei due circuiti. Aggiungendo adesso la compensazione progressiva del termine in $\cos \omega t$ (con una terza bobinetta opportunamente alimentata) l'escursione nel senso y , che era già minima rispetto alle condizioni precedenti, diminuiva ancora; e poichè restavano in tal caso, (quando il compenso era sufficiente) solo la componente in $\sin (3 \omega t - \varphi)$ nel senso verticale e lo spostamento orizzontale in $\sin \omega t$, doveva ottenersi la nota curva di Lissajous per la composizione ortogonale di un'oscillazione col suo terzo armonico. Il segno dell'esatto compenso è dato da ciò che i sei massimi di y si portano, tre a tre, su due

rette parallele all'asse x . La fig. 2, corrispondente a questo caso, conferma la previsione; e dalla forma avuta si deduce ancora che φ è molto prossimo a 90° .

Fig. 2.

Questo fa sì che l'ampiezza della componente di y in $\cos \omega t$, la quale per la (5) è data da $\frac{a\Theta}{2} \sin \varphi \frac{e_0}{r_m}$, è molto vicina, praticamente eguale, a quella in $\sin(3\omega t - \varphi)$, e ciò spiega perchè senza compensare quella componente si abbia la curva a 8 delle fig. 1, che somiglia alla curva di composizione ortogonale d'una oscillazione con la ottava, mentre è in realtà la composizione del fondamentale in $\sin \omega t$ con due oscillazioni d'ampiezza quasi eguale in $\cos \omega t$ e $\sin(3\omega t - \varphi)$, essendo φ prossimo a 90° .

Figure analoghe alle precedenti furono ottenute con lampadine da 32 candele.

Ottenuto, con le due correnti compensatrici, l'isolamento del 3° armonico nello spostamento y , come all'incirca nella figura 2, si può avere la misura di $a\Theta$. Basta a tal fine computare sullo schermo l'ampiezza di quel 3° armonico ¹⁾,

¹⁾ Il tubo Braun, alimentato da una Toepler a 20 dischi, venne portato con una pompa Gaede a un grado assai elevato di durezza; agiva su di esso una bobina longitudinale, nella regione del foro, per restringere la macchietta: si ottenne così un punto brillantissimo, circondato da un'aureola e separato da questa per un anellino nero; e perciò la figura presentava un filamento luminoso, visibile sulla riproduzione fotografica e che permetteva buonissime misure sullo schermo millimetrato.

traducendola in milliampere per confronto con lo spostamento prodotto da una corrente continua d'intensità nota, traversante uno degli avvolgimenti della bobina differenziale; e valutare la intensità efficace della corrente e quindi la corrente massima che fornisce il valore di $\frac{e_0}{r_{in}}$.

Si ebbe in tal modo

(Tensione ai poli 103 Volt)

$a \Theta = 0,0143 \pm 0,0006$ per le lampade da 32 candele

$a' \Theta' = 0,0207 \pm 0,0005$ » » » » 16 »

Questi numeri rappresentano, per la (4), la misura della variazione massima di resistenza elettrica del filamento nelle varie fasi della corrente alimentatrice; quella variazione si compie con un ritardo di circa 90° sulle oscillazioni della potenza assorbita dal filo.

Cosicchè accettando per a il valore $\frac{1}{1500}$ assegnato dall'Ebeling ⁴⁾ ai filamenti metallici delle lampade di questo tipo, si dovrebbe concludere che le oscillazioni di temperatura hanno l'ampiezza di circa 10° per quelle da 32 candele e di circa 15° per quelle da 16. Si tratta cioè di oscillazioni molto lievi di temperatura, e non di 250° come per le medesime lampade l'Ebeling credè di trovare col metodo oscillografico.

Molto più difficile riesce una valutazione esatta di $\cos \varphi$, per la vicinanza di φ a 90° ; in questa regione un piccolo errore nella valutazione di φ apporta invero un grande errore relativo nella misura di $\cos \varphi$, e perciò l'utilizzazione della prima delle (2) è poco consigliabile. Si aggiunga che mentre per il primo armonico l'induttanza notevole (4 millihenry) di ciascuno degli avvolgimenti della grande bobina è come non esistente poichè i due circuiti sono perfettamente allacciati e percorsi da correnti eguali, cosicchè la mutua induzione distrugge l'autoinduzione di ciascuno, lo stesso non può dirsi del 3° armonico che circola nell'uno, e che induce nel secondo una corrente la quale ne è solo una frazione e

⁴⁾ Ebeling. *Ann. d. Physik*; 27, p. 391, 1908.

si compone vettorialmente con essa. Di questa corrente indotta che circola nel circuito compensatore occorrerebbe tener conto per correggere il valore dello spostamento sopra calcolato, poichè anch'essa agisce, componendosi con la corrente induttrice, sul cerchietto del tubo Braun; la correzione è di circa il $\frac{1}{2}$ per cento ed è perciò trascurabile. Ma l'errore apportato da questa causa sul valore misurato di $\cos \varphi$ può essere sensibile. L'errore ha invece poca influenza sul valore di $\sin \varphi$, che può ancora porsi eguale a 1 entro i limiti d'approssimazione raggiunti in queste ricerche.

Possiamo perciò utilizzare la seconda delle (2), ponendo in essa $\sin \varphi = 1$; si ottiene allora

$$\frac{c}{a} = \frac{W}{2 \omega a \Theta}.$$

E perciò per le lampade da 32 candele essendo

$$\omega = 2 \pi \times 42 \quad \text{e} \quad W = 103 \text{ Volt} \times \frac{3,9}{12} \text{ Ampère}$$

sarà
$$\frac{c}{a} = 4,4$$

e per quelle da 16
$$\left(W = 103 \text{ Volt} \times \frac{2,4}{12} \text{ Ampère} \right)$$

$$\frac{c'}{a'} = 1,9^1).$$

Le esperienze descritte permettono adunque di dedurre il rapporto $\frac{c}{a}$ tra la capacità calorifica e il coefficiente di temperatura del filamento alla temperatura di regime; entrambi gli elementi sono inaccessibili all'esperienza diretta. Per passare dalle capacità calorifiche c ai calori specifici k espressi in piccole calorie, basta conoscere la massa M dei filamenti, che si determinò pesandoli dopo una delicata rottura del bulbo.

¹⁾ Esperienze analoghe con lampade Z da 30 candele e 105 Volt, alimentate a 102 Volt, diedero per $\frac{c}{a}$ il valore 3,1.

Si ebbe così per quello da 32 candele $M = g. 0,0097$, e per quello da 16 candele $M = 0,0044$ e perciò.

$$\frac{k}{a} = 108 \quad \frac{k'}{a'} = 103.$$

La conoscenza del valore di a permetterebbe perciò di dedurre il valore del calore specifico K della elevata temperatura di regime; così adottando per a il valore $\frac{1}{1500}$ ottenuto da Ebeling, si trova

$$k = 0,072.$$

Ma è certo più prudente assumere come variabile la resistenza specifica anzichè la temperatura; quel rapporto misura invero la quantità di calore assorbita da 1 grammo del filo nel riscaldarsi divisa per la corrispondente alterazione *unitaria* della resistenza. E perciò il risultato ottenuto ci dice che per alterare, col riscaldamento, d'un millesimo la resistenza del filo da 32 candele si richiedono, alla temperatura di regime, $\frac{108}{1000}$ di piccola caloria per ogni grammo della sua massa.

Si tratta come è manifesto, di qualche cosa di più che una conferma della teoria, poichè i risultati ottenuti permettono di avere dei dati sulle costanti termiche del filo ad alta temperatura, che non potevano essere dedotti per altra via allo stato attuale dei nostri mezzi sperimentali.

Roma, Istituto Fisico della R. Università.