**8. *Der Zeemaneffekt einiger Quecksilberlinien
in schwachen Magnetfeldern. Absolut gemessen;
von Paul Gmelin.***

[Auszug aus der Tübinger Dissertation.¹⁾]

Nachdem Runge und Paschen²⁾ den Zeemaneffekt für die Mehrzahl der Quecksilberlinien und einiger anderer Serienlinien exakt bestimmt hatten, ohne jedoch die Magnetfelder zu messen, sind eine Reihe von Arbeiten erschienen, die sich als Ziel gesetzt haben, bei den magnetischen Trennungen der Spektrallinien die zugehörigen Feldstärken absolut zu messen, um so die relativen Messungen von Runge und Paschen und andere inzwischen ausgeführte auf absolutes Maß zurückzuführen.

So hat A. Färber³⁾ für zwei Serienlinien im Zink- und Kadmiumspektrum den Zeemaneffekt bestimmt bei Feldstärken zwischen 12000 und 24000 Gauss. A. Stettenheimer⁴⁾ hat diese Untersuchungen ausgedehnt über den Bereich zwischen 10000 und 35000 Gauss. Bei beiden Arbeiten zeigte sich die Forderung der Theorie von H. A. Lorentz, Proportionalität der Aufspaltung mit der magnetischen Feldstärke, erfüllt.

Während des Abschlusses meiner Untersuchungen haben Weiss und Cotton⁵⁾ eine absolute Messung des Zeemaneffektes veröffentlicht, die eine Kontrolle des Färberschen Resultates bezweckte.

Meine Untersuchungen sollen nun die Messungen von A. Stettenheimer nach kleinen Feldstärken hin ergänzen.

1) P. Gmelin, Dissert. Tübingen 1909.

2) C. Runge u. F. Paschen, Abh. d. Berl. Akad. 1902 Anhang; Berliner Ber. 1902, 10. April u. 26. Juni.

3) A. Färber, Ann. d. Phys. 9. p. 886. 1902.

4) A. Stettenheimer, Dissert. Tübingen 1907.

5) P. Weiss u. A. Cotton, Journ. d. Phys. Juni 1907.

Zu diesem Zweck habe ich auf gütige Anregung von Hrn. Prof. Dr. Paschen für einige Linien des Quecksilberspektrums die Aufspaltungen in schwachen Magnetfeldern gemessen, sie auf Proportionalität mit den Feldstärken geprüft und mit den Resultaten von Runge und Paschen verglichen, um so den Anschluß an A. Stettenheimers Messungen zu bekommen.

Die Strahlung erzeugten Geissleröhren mit Quecksilberelektroden, die an ein Induktorium mittlerer Größe angeschlossen waren. Zur vorläufigen Zerlegung des Quecksilberlichtes diente ein Prismenspektrograph von A. Hilger, die feinere Zerlegung geschah mit einem Hilgerschen Echelon.

Das Magnetfeld lieferten magnetische Étalons nach R. Gans.¹⁾

Okulare Messungen an den gelben Linien $\lambda_1 = 5790$ Å.-E. und $\lambda_2 = 5769$ Å.-E. ergaben deren Aufspaltungen in Magnetfeldern von 3500 bis 10500 Gauss und bewiesen die Proportionalität der Aufspaltungen mit den Feldstärken in diesem Bereich mit einem Fehler von weniger als $\frac{1}{2}$ Proz. Die Feldstärke H des magnetischen Étalons ergab sich aus der Formel

$$H = C \cdot i,$$

wo $C = 3496$ aus der Eichung des Étalons¹⁾ gegeben war, und i die Stromstärke (Amperes) in der Bewickelung des Étalons bedeutet.

Photographisch wurden noch die Aufspaltungen der Linien $\lambda = 4358$ und 4916 Å.-E. gemessen. Aus den Messungen der Aufspaltungen und den dazu bestimmten Feldstärken wurden die spezifischen Aufspaltungen

$$Z = \frac{4\lambda}{\lambda^2 \cdot H} \cdot 10^5$$

der genannten vier Linien berechnet. Es ergab sich

für $\lambda =$	5790	5769	4916	4358
„ $Z =$	10,01	10,84	9,53	18,86

Diese Werte zeigen Übereinstimmung mit denen von A. Stettenheimer. Durch Umrechnung²⁾ der beiderseitigen

1) R. Gans, Physik. Zeitschr. 8. 1907.

2) Methode der Umrechnung vgl. p. 1085.

Resultate ergibt sich nämlich für das Elektron des Rungeschen normalen Triplets die „spezifische Ladung“:

$$\frac{e}{\mu} = \begin{cases} 1,791 \cdot 10^7 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2} & \text{nach A. Stettenheimer,} \\ 1,789 \cdot 10^7 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2} & \text{nach Verfasser.} \end{cases}$$

Aus den Messungen von Weiss und Cotton¹⁾ berechnet sich

$$\frac{e}{\mu} = 1,767 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2}.$$

Diese außerhalb der beiderseits angegebenen Fehlergrenzen liegende Differenz gegen obige Werte veranlaßte Hrn. Prof. Dr. Gans und den Verfasser²⁾, die von A. Stettenheimer und dem Verfasser benützten magnetischen Étalons mit verfeinerten Mitteln neu zu eichen und mit einer weiteren, von der obigen unabhängigen Methode zu kontrollieren. Beide Methoden sind in der zitierten Arbeit (2) ausführlich beschrieben.

Unter Benützung der früheren (in der Dissertation des Verfassers ausführlich beschriebenen) optischen Anordnung wurde nun eine neue absolute Messung der spezifischen Aufspaltung der Linie 5790 durchgeführt. Die Messung gestaltete sich kurz folgendermaßen:

Aus dem Magnetfeld im Schlitz eines Gansschen magnetischen Étalons wurde die in der Gans-Gmelinschen Arbeit genannte Induktionsspule rasch herausgezogen. Die induzierte elektromotorische Kraft wurde durch den Ausschlag eines ballistischen Galvanometers gemessen. Nun wurde eine Geissleröhre mit Quecksilber in den Schlitz gesetzt und die Aufspaltung der Spektrallinie mit Okularmikrometer gemessen. Sofort nach dieser Messung wurde die erstere wiederholt. Die Galvanometerausschläge wurden alsdann verglichen mit dem Ausschlag, der beim Kommutieren des mit der Tangentenbussole ausgewerteten Feldes der Paschenschen Normalspule II³⁾ erfolgte, in deren Mitte obige Induktionsspule montiert war.

1) P. Weiss u. A. Cotton, l. c.

2) R. Gans u. P. Gmelin, Ann. d. Phys. 28. p. 925. 1909.

3) R. Gans u. P. Gmelin, l. c. u. F. Paschen, Physik. Zeitschr. 6. p. 371. 1905.

Bedeutet

e den Ausschlag bei Induktionsspule im Étalonfeld H ,
 e' den Ausschlag bei Kommutieren des Normalspulenfeldes H' ,
 f die Windungsfläche der Induktionsspule,
 γ eine Konstante,

so ist

$$e = \gamma \cdot f \cdot H,$$

$$e' = 2\gamma \cdot f \cdot H',$$

wo

$$H' = C \cdot J' \text{ (Amp.)},$$

also

$$H = 2e \frac{J'}{e'} \cdot C.$$

C ist die Konstante der Normalspule und hat nach Prof. Paschens Bestimmung unter Berücksichtigung der Dimensionen der Induktionsspule und der Inhomogenität des Feldes in der Normalspule den Wert

$$C = 218,33 \frac{\text{Gauss}}{\text{Ampere}}.$$

Der Strom J' wurde an einem Präzisionsmilliamperemeter von Siemens & Halske abgelesen, das direkt vor der Messung mit Normalohm und Clarkelement nach einer Kompensationsmethode geeicht worden war.

Messungsreihen mit Korrekturen.

Ablesungen am Mikrometer des Spektroskops (in μ).

Ordnung links			Ordnung rechts
linke Komponente	Hauptlinie	rechte Komponente	Hauptlinie
205,8	331,9	449,0	806,0
207,0	330,7	449,0	805,0
Mittel: 206,4	331,3	449,0	805,5

Hieraus

$$\frac{d\theta}{d\theta_1} = \frac{2426}{4742} \quad \text{und} \quad d\lambda = K \frac{d\theta}{d\theta_1} \cdot ^1)$$

1) Vgl. Dissert. des Verf. p. 15—20.

Induktionsspule im Étalon:

$$\text{Galvanometeraussschläge } (e) \left\{ \begin{array}{l} \text{vor der optischen Messung} \left\{ \begin{array}{l} 484,8 \\ 484,0 \end{array} \right. \\ \text{nach „ „ „ „} \left\{ \begin{array}{l} 481,8 \\ 482,1 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Mittel: $e = 483,05$; korrigiert auf Proportionalität der Ausschläge mit den induzierten Strömen $e = 474,55$.

Induktionsspule in der Paschenschen Normalspule:

Ablesungen am Amperemeter		Amp.	Galv. Ausschläge		$\frac{e'}{J'}$
	korr. =			korr.	
148,20	147,91	2,9582	70,2	70,16	23,714
147,95	147,66	2,9532	69,8	69,76	23,622
147,67	147,38	2,9476	69,9	69,86	23,700
147,47	147,18	2,9436	69,8	69,76	23,699

Mittel: 23,684

Aus den Werten:

$$e = 474,55; \quad \frac{e'}{J'} = 23,684; \quad C = 218,33$$

folgt

$$H = 8749 \text{ Gauss,}$$

damit die spezifische Aufspaltung der Linie 5790

$$Z_{5790} \equiv \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^6 = 9,916.$$

Der gemessene absolute Betrag H der Feldstärke hängt nun ab von dem Wert C der Konstanten der Paschenschen Normalspule.

Der Wert dieser Konstanten konnte neuerdings¹⁾ kontrolliert werden mit Hilfe des wechselseitigen Induktionsnormals des Tübinger Physikalischen Instituts und einer ballistischen Induktionsspule von ausgemessener Windungsfläche. Die Kontrolle wurde ausgeführt in der Eichung eines magnetischen Étalons einmal in der oben beschriebenen Weise durch Vergleichung des Étalonfeldes mit dem Felde der Paschenschen Normalspule, sodann mit Hilfe des wechselseitigen Induktions-

1) Vgl. p. 1081 Anm. 2.

normals und der ausgemessenen ballistischen Spule. Es ergaben sich bei 1,2 Amp. Stromstärke im Étalon folgende Konstanten¹⁾ (Gauss/Amp.):

mit Paschenscher Normalspule 6237,4

mit wechselseitiger Induktionsnormale . . . 6234,3

Daraus ergibt sich für C nach der zweiten Methode der Wert 218,44 statt 218,33. Nimmt man das Mittel ($C = 218,39$), so folgt daraus

$$\underline{Z_{5790} = 9,91.}$$

Da der früher (auf p. 1080) bestimmte Wert $Z_{5790} = 10,01$ betrug, so sind alle dort genannten spezifischen Aufspaltungen im Verhältnis $\frac{9,91}{10,01}$ zu verkleinern.

Die korrigierten spezifischen Aufspaltungen sind:

für $\lambda =$	5790	5769	4916	4358
„ $Z =$	9,91	10,73	9,44	18,67

Verwertung der Messungen.

Die okularen Messungen mit Hinzunahme der Stettenheimerschen Resultate beweisen die Proportionalität der Trennungen mit den Feldstärken zwischen 3500 und 35000 Gauss mit einem Fehler von weniger als $\frac{1}{2}$ Proz.

Nach C. Runge²⁾ sind die Aufspaltungen der Serienlinien aliquote Teile oder einfache Vielfache einer Grundaufspaltung α . Linien, welche ein Triplet mit der Grundaufspaltung α geben, nennt er normale Triplets. So hat die Linie 4047:Hg die doppelte Aufspaltung $2\alpha = 2,175$ des normalen Triplets.

Auf Grund dieser Beziehung mit Benützung der von Runge und Paschen³⁾ gemessenen Aufspaltungen $\Delta\lambda/\lambda^2$ läßt sich aus meinen Messungen an den vier Quecksilberlinien der Wert

$$Z_n = \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2 H} \cdot 10^5$$

1) In der Dissertation des Verf. steht irrtümlicherweise „Feldstärken“ statt „Konstanten (Gauss/Amp.)“.

2) C. Runge, Physik. Zeitschr. 8. Nr. 8.

3) C. Runge u. F. Paschen, Abh. d. Berl. Akad. 1902. Anh.

für das normale Triplet berechnen. In folgender Tabelle ist die Rechnung ausgeführt:

λ	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$ nach Runge u. Paschen	Z (Verf.)	$Z_n = 2a \cdot \frac{Z}{\lambda^2}$
5790	2,29	9,91	$2,175 \cdot \frac{9,91}{2,29} = 9,412$
5769	2,49	10,73	$2,175 \cdot \frac{10,73}{2,49} = 9,374$
4916	2,19	9,44	$2,175 \cdot \frac{9,44}{2,19} = 9,370$
4858	4,31	18,67	$2,175 \cdot \frac{18,67}{4,31} = 9,422$

Mittel: *Spezifische Aufspaltung des „normalen Triplets“:*

$$Z_n = 9,39_4.$$

Nach A. Stettenheimer¹⁾: $Z_n = 9,50$,

„ Weiss und Cotton²⁾: $Z_n = 9,37_5$.

Für das Magnetfeld bei Runge und Paschens³⁾ Messungen ergibt sich mit $Z_n = 9,39_4$ durch Umrechnung des Färberschen⁴⁾ Wertes (23850 Gauss)

$$H = 23850 \cdot \frac{18,13}{2 \cdot 9,39_4} = 23010 \text{ Gauss.}$$

Nach A. Stettenheimer⁵⁾: 22750 Gauss,

„ Weiss und Cotton: 23060 Gauss.

Ein Teil (2,5 Promille) der Abweichung von A. Stettenheimers Resultat erklärt sich durch fehlerhafte Korrektur

1) A. Stettenheimer, Dissert. Tübingen 1907.

2) P. Weiss u. A. Cotton, l. c.

3) C. Runge u. F. Paschen, l. c.

4) A. Färber, Ann. d. Phys. 9. p. 886. 1902.

5) 22950 ist ein Druckfehler in A. Stettenheimers Dissertation.

der von ihr benützten Paschenschen Normalspulenkonstante. Die Konstante hat für die benützte Induktionsspule richtig korrigiert den Wert 217,27 Gauss bei 1 Ampere (statt 216,73).

Meine Werte zeigen gute Übereinstimmung mit Weiss und Cottons Resultat. Die kleine Abweichung von 2,2 Promille liegt innerhalb der Fehlergrenze meiner Resultate.

Nachdem nun absolute Magnetfeldmessungen nach drei vollständig voneinander unabhängigen Methoden — mit Cottonscher Wage nach Weiss und Cotton, mit Tangentenbussole und Normalspulen nach Paschen und mit wechselseitiger Induktionsnormale und ballistischer Spule — bis auf ca. 2 Promille übereinstimmen, ist es berechtigt, die Resultate dieser Methoden als die zuverlässigsten zu betrachten.

Mit der aus meinen Resultaten an den vier Quecksilberlinien berechneten Feldstärke $H = 23010$ Gauss lassen sich nun alle von Runge und Paschen relativ gemessenen Aufspaltungen auf absolutes Maß zurückführen. Bei künftigen Untersuchungen über das Zeemanphänomen sind absolute Magnetfeldmessungen entbehrlich, wenn nur im benützten Magnetfeld die Aufspaltung einer von Runge und Paschen gemessenen Linie mitbestimmt wird. Ist nämlich a die Aufspaltung der betreffenden Linie, so ist, da ihre spezifische Aufspaltung Z bekannt ist,

$$Z = \frac{a}{H} \cdot 10^5,$$

somit das benützte Magnetfeld H in absolutem Maß zu berechnen.

Aus dem für Z_n gewonnenen Wert läßt sich nach der Theorie von H. A. Lorentz die „spezifische Ladung“ ε/μ für das Rungesche normale Triplet berechnen. Sie ist

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = 2\pi c Z_n \cdot 10^{-5} = 1,771 \times 10^7 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2},$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet.

Zum Vergleich sind in der folgenden Tabelle die Resultate der verschiedenen Autoren zusammengestellt.

$\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot 10^{-7}$ für das „normale Triplet“ Runges.

Reese ¹⁾	Kent ¹⁾	Blythwood u. Merchant ²⁾	Färber ¹⁾	Lohmann ¹⁾	Gehrcke u. Baeyer ²⁾	Stetten- heimer	Weiss u. Cotton	Verfasser
1,60	1,59	1,62	1,71	1,75 1,72	1,83	1,791	1,767	1,771

Der Wert ε/μ ist neuerdings wieder an Kathodenstrahlen und Becquerelstrahlen gemessen worden.

Es ergab sich

nach Classen³⁾ (Kathodenstrahlen) $\frac{\varepsilon}{\mu} = 1,776 \times 10^7$

„ Bucherer⁵⁾ (Becquerelstrahlen) $\frac{\varepsilon}{\mu} = 1,730 \times 10^7$

„ Verfasser (Zeemaneffekt) $\frac{\varepsilon}{\mu} = 1,771 \times 10^7$

Die Übereinstimmung dieser Werte mit den Werten ε/μ für das normale Triplet nach Weiss-Cotton, Lohmann und Verfasser ist auffallend gut.

Tübingen, Physikal. Institut, 12. Februar 1909.

1) Vgl. A. Stettenheimer, Dissert. Tübingen 1907. p. 14.

2) Aus Messungen an den Linien 5790 und 5769 Hg (Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 10. Nr. 12). Korrigiert nach v. Baeyer, Physik. Zeitschr. 9. Nr. 23.

3) J. Classen, Physik. Zeitschr. 9. Nr. 22; Jahrbuch der Hamburgischen wissensch. Anstalten 25. 1907. 6. Beiheft.

4) Classen selbst hält es nicht für ausgeschlossen, daß dieser Wert um einige Tausendstel zu groß ist. In der Dissertation des Verf. p. 42 Anm. 3 ist $1,770 \times 10^7$ ein Versehen, es muß heißen $\varepsilon/\mu = 1,776 \times 10^7$.

5) A. H. Bucherer, Physik. Zeitschr. 9. Nr. 22. Bucherer findet bei Berücksichtigung aller Korrekturen $\varepsilon/\mu = 1,763 \times 10^7$ (Ann. d. Phys. 28. p. 513. 1909).

(Eingegangen 15. Februar 1909.)