ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Band 207.

Nr. 4959.

15.

Rotationselemente der Sonne. Von Th. Epstein.

1. Nachdem ich in den Nummern 4848 und 4892 der A. N. die beiden Rotationselemente der Sonne Ω und i aus meinen Fleckenbeobachtungen in den Jahren 1903-1910 abgeleitet habe, soll jetzt noch das dritte und wichtigste, weil von jeder Beziehung zur Erdbahn unabhängige Element, die Dauer der Rotation, resp. der tägliche Rotationswinkel folgen.

Während aber für die beiden erstgenannten Elemente, die zur Festlegung einer Richtung dienen, ebensoviel Flecke mit einmaliger Rotation als auch solche mit Wiederkehr brauchbar sind, sobald man möglichst weit auseinanderliegende Positionen zur Berechnung benutzt und den Flecken in der Nähe des Äquators den Vorzug gibt, sind für die Bestimmung der Rotationsdauer andere Gesichtspunkte maßgebend. Bekanntlich bewegen sich die Flecke verschiedener Breiten ungleich schnell, und zwar um so langsamer, je weiter sie vom Äquator entfernt sind. Diese Verlangsamung erfolgt aber nicht gleichmäßig für jeden Breitengrad, in welchem Falle einfach die Differenz der Rotationswinkel durch die Differenz der Breiten zu dividieren wäre, sondern in einer Weise, deren mathematische Formulierung von den Sonnenbeobachtern sehr verschieden angegeben wird und daher im folgenden auch hier versucht werden soll.

Zur Auffindung einer gesetzmäßigen Abhängigkeit des täglichen Rotationswinkels von der heliographischen Breite sind Flecke aus allen Breiten gleich brauchbar und namentlich äquatorferne ebenso gut wie äquatornahe. Auch die Auswahl der Positionen eines Flecks muß eine andere sein als bei der Bestimmung von Ω und i ; denn der Rotationswinkel kann nur aus dem heliogr. Längenunterschied der Fleckenpositionen und der Zwischenzeit der Messungen gefunden werden, und daher sind Randpositionen, die für Ω und i den Vorzug haben, hier zu vermeiden und nur Positionen in der Nähe des Zentralmeridians der Sonnenscheibe zu benutzen, bei welchen Messungsfehler den geringsten Einfluß auf die Länge haben. (Im Zentrum der Sonnenscheibe ist ein kleiner Bogen heliozentrisch genommen 215 mal größer, als geozentrisch gemessen, da die Entfernung Erde-Sonne in diesem Verhältnis größer ist als der Sonnenradius. Derselbe Bogen in der Nähe des Sonnenrandes, beispielsweise 1' von demselben entfernt, ist aber heliozentrisch über 600 mal größer als geozentrisch, also 3 mal größer, als in der Mitte der Scheibe.) Aus diesem Grunde sind Flecke mit nur einmaliger Rotation wegen zu kleinen Bogens zwischen den mittleren Positionen nicht verwendbar und nur wiedergekehrte Flecke zu benutzen, zwischen deren mittleren Positionen von einer Rotation zur andern nahe 360° liegen.

2. Zur Aufstellung der allgemeinen Formel für den Rotationswinkel ξ habe ich die *Fouriersche* Cosinusreihe

$$\xi = c_0 + c_1 \cos b + c_2 \cos 2b + \dots$$

benutzt, von der die drei ersten Glieder mit den drei unbekannten Koeffizienten c_0 , c_1 und c_2 genügen. Wenn diese,

wie im vorliegenden Falle, aus mehr als drei Gleichungen gefunden werden sollen, um die unvermeidlichen Beobachtungsfehler möglichst unschädlich zu machen, so ist ihr wahrscheinlichster Wert durch die Methode der kl. Quadrate zu ermitteln. Bezeichnet man die den Flecken eigenen, durch die Beobachtung gegebenen Rotationswinkel mit w , so bestimmen sich c_0 , c_1 und c_2 aus den Bedingungsgleichungen:

$$w_1 = c_0 + c_1 \cos b_1 + c_2 \cos 2b_1$$

$$w_2 = c_0 + c_1 \cos b_2 + c_2 \cos 2b_2$$

$$w_3 = c_0 + c_1 \cos b_3 + c_2 \cos 2b_3 \text{ usw.}$$

durch das System der Normalgleichungen:

$$n c_0 + [\cos b] c_1 + [\cos 2b] c_2 - [w] = 0$$

$$[\cos b] c_0 + [\cos b \cos b] c_1 + [\cos b \cos 2b] c_2 - [w \cos b] = 0$$

$[\cos 2b] c_0 + [\cos b \cos 2b] c_1 + [\cos 2b \cos 2b] c_2 - [w \cos 2b] = 0$
aus denen c_0 , c_1 , c_2 nach dem gewöhnlichen Eliminationsverfahren zu bestimmen sind.

3. Man kann nun die Forderung stellen, daß die Formel ξ auch den Pol einschließe; denn es liegt kein Grund zu der Annahme vor, daß die Fleckenzone allein rotiere und gewissermaßen zwischen festen Ufern dahinströme. Im Gegenteil, Beobachtungen der Sonnenfackeln außerhalb der Fleckenzone und besonders bis in hohe Breiten ausgedehnte spektroskopische Beobachtungen der gegenüberliegenden Sonnenränder, die sich für den Beobachter in entgegengesetzter Richtung bewegen und dadurch eine entgegengesetzte Verschiebung der Spektrallinien nach dem roten und violetten Ende des Spektrums zeigen, haben auch in hohen Breiten ein der Fleckenbewegung analoges Verhalten erkennen lassen. Für den Pol, wo $\cos b = 0$ und $\cos 2b = -1$ ist, gibt die Formel für ξ :

$$0 = c_0 - c_2.$$

Es ist also $c_0 = c_2$, und die allgemeine Rotationsformel modifiziert sich zu:

$$\xi = c_2 + c_1 \cos b + c_2 \cos 2b \\ = \cos b (c_1 + 2c_2 \cos b).$$

Diese vereinfachte Formel ohne c_0 soll im folgenden zur Anwendung kommen.

4. Zur Berechnung von ξ benutze ich folgende acht Flecke mit den an ihnen beobachteten Rotationswinkeln w . Sie sind durch die Zeiten ihres zweimaligen Durchgangs durch den Zentralmeridian der Sonnenscheibe und durch ihre heliographische Breite kenntlich gemacht:

	Durchgänge	Breite	w
1)	1906 Jan. 24 u. Febr. 20	$-10^\circ 36'0$	14.2629
2)	Juli 17 » Aug. 13	$+18 \quad 9.2$	14.0694
3)	Aug. 1 » Aug. 29	$+21 \quad 51.4$	13.9461
4)	1907 Jan. 3 » Jan. 30	$+7 \quad 43.8$	14.3141
5)	April 25 » Mai 22	$+7 \quad 10.5$	14.3547
6)	1909 Jan. 3 » Jan. 30	$+9 \quad 23.6$	14.3245
7)	Jan. 20 » Febr. 16	$-2 \quad 55.2$	14.3763
8)	1910 März 2 » März 29	$+15 \quad 56.5$	14.1676
			113.8156

Die zur Rechnung dienenden Konstanten (mit Einschluß des Pols) sind:

$$\begin{aligned} [\cos b] &= 7.791192 & [\cos 2b] &= 6.184250 & [w] &= 113.8156 \\ [\cos b \cos b] &= 7.592124 & [\cos b] [\cos b] &= 60.702694 \\ [\cos b \cos 2b] &= 7.013283 & [\cos b] [\cos 2b] &= 48.182688 \\ [\cos 2b \cos 2b] &= 7.515524 & [\cos 2b] [\cos 2b] &= 38.24494 \\ [w \cos b] &= 110.8734 & [w] [\cos b] &= 886.7598 \\ [w \cos 2b] &= 102.3119 & [w] [\cos 2b] &= 703.8644. \end{aligned}$$

Damit ergeben sich für c_1 und c_2 die Eliminationsgleichungen

$$7.626422 c_1 + 14.936861 c_2 - 111.0810 = 0$$

$$14.936861 c_1 + 29.394776 c_2 - 216.9427 = 0$$

und endlich $c_2 = -4.4094$ $c_1 = 23.2014$.

(Zur Kontrolle der Gleichheit von c_0 und c_2 mag angeführt werden, daß sich aus der Formel für c_0 in der Tat ergibt:

$$c_0 = -4.4091.)$$

Die Formel für den allgemeinen Rotationswinkel (mit Einschluß des Pols) lautet nunmehr

$$\xi = \cos b (23.2014 - 8.8188 \cos b)$$

Fehlerberechnung ($w - \xi$).

	$2c_2 \cos b$	$c_1 + 2c_2 \cos b$	ξ	$w - \xi$
1)	-8.66831	14.53308	14.2851	-0.022
2)	-8.37985	14.82154	14.0838	-0.014
3)	-8.18489	15.01650	13.9371	+0.009
4)	-8.73866	14.46273	14.3313	-0.017
5)	-8.74974	14.45165	14.3385	+0.016
6)	-8.70055	14.50084	14.3064	+0.018
7)	-8.80735	14.39401	14.3754	+0.001
8)	-8.47961	14.72178	14.1555	+0.012

mittl. Fehler $\sqrt{(0.001775/72)} = \pm 0.005$.

Es ist nun zu untersuchen, ob die Abnahme des Rotationswinkels bis zum Pol stetig bleibt oder ob die Stetigkeit

Frankfurt a. M., 1918 April.

durch Minima und Maxima unterbrochen wird, in welchem Falle die Formel untauglich wäre.

Als Bedingung eines Maximums oder Minimums ergibt sich durch Differentiation:

$$d\xi = -c_1 \sin b - 4c_2 \sin b \cos b = 0 \text{ also } \cos b = -1/4 c_1/c_2.$$

Da b nur im ersten Quadranten liegen kann, so folgt daraus, daß für ein Maximum oder Minimum c_1 und c_2 ungleiche Vorzeichen haben müssen und daß $4c_2$ größer sein muß als c_1 .

In unserer Formel haben zwar c_1 und c_2 ungleiche Vorzeichen, aber $4c_2 = 17.6376$ ist kleiner als c_1 (23.2014). Es existiert also für keine Breite ein Minimum oder Maximum, die Abnahme ist stetig bis zum Pol.

Zum Schluß mag noch eine kleine Tabelle die Rotationswinkel von 5° zu 5° zeigen, wie sie sich aus der Formel ergeben:

Breite	$23.2014 \cos b$	$8.8188 \cos^2 b$	
0°	23.2014	-8.8188	= 14.383
5	23.1131	-8.7518	14.361
10	22.8489	-8.5529	14.296
15	22.4108	-8.2281	14.183
20	21.8022	-7.7872	14.015
25	21.0276	-7.2437	13.784
30	20.0930	-6.6141	13.479
35	19.0055	-5.9175	13.088
40	17.7733	-5.1751	12.598
45	16.4059	-4.4094	11.997
50	14.9136	-3.6438	11.270
55	13.3078	-2.9013	10.407
60	11.6007	-2.2047	9.396
65	9.8053	-1.5751	8.230
70	7.9353	-1.0316	6.904
75	6.0050	-0.5907	5.414
80	4.0289	-0.2659	3.763
85	2.0221	-0.0670	1.955
Pol	0	0	0

Th. Epstein.

Eigenbewegungssterne zwischen $+30^\circ$ und $+40^\circ$ Deklination. Von E. Hertzsprung.

Im Blinkmikroskop habe ich 500 Paare von alten und neuen Himmelskartenplatten miteinander verglichen. Die mittlere Epochendifferenz beträgt 18 Jahre. Die neuen Platten sind zwischen 1913.6 und 1914.6 von Herrn Dr. Münch aufgenommen. Da besonders die alten Himmelskartenplatten nur wenig Sterne (im Mittel etwa 70 pro Quadratgrad) enthalten, so sind die Platten für die Untersuchung im Blinkmikroskop nur mäßig geeignet. Es schien mir jedoch der Mühe wert, mit Hilfe einer schnellen Durchmusterung des vorhandenen Materials wenigstens die größten Eigenbewegungen auszulesen. Ich verwandte durchschnittlich etwa 10 Minuten auf jedes Plattenpaar. Die Sterne mit auffallender Ortsveränderung wurden notiert, nachher aus diesen wieder die am stärksten bewegten ausgewählt und im Meßapparat an einen oder mehrere Vergleichsterne angeschlossen. Die in dieser Weise erhaltenen relativen Bewegungen sind in der nachstehenden

Tabelle zusammengestellt. Zum Vergleich sind die aus Meridianbeobachtungen abgeleiteten Eigenbewegungen ¹⁾ mit angeführt. Ich leite daraus ab, daß der mittlere Fehler meiner Eigenbewegungen etwa $\pm 0''.05$ in jeder Koordinate beträgt. Ein Teil hiervon mag daher rühren, daß der Vergleichstern öfters merkliche Eigenbewegung besitzt. Man darf so nur sagen, daß die Tabelle Sterne enthält, die wegen beträchtlicher nach Größe und Richtung angedeuteter Eigenbewegung weitere Aufmerksamkeit verdienen.

Der Tabelle mag hinzugefügt werden, daß die beiden Sterne BD $+31^\circ 30' 27''$ ($8^m 0$) und $+31^\circ 30' 25''$ ($9^m 1$), wie auch aus den Meridianbeobachtungen hervorgeht, eine gemeinschaftliche Eigenbewegung zeigen (etwa $0''.43$ in der Richtung 286°). Die relative Lage der Komponenten des Paares, war $1914^a 29$, 21.0 , 67.6 .

¹⁾ Das Material wurde mir von der »Geschichte des Fixsternhimmels« zur Verfügung gestellt. Bei den drei Sternen BD $+36^\circ 23' 93''$, $+33^\circ 16' 94''$ und $+36^\circ 19' 70''$ waren die älteren Beobachtungen willkürlich korrigiert, um mit den neueren in Übereinstimmung zu kommen. Bei allen drei Sternen sind aber die unkorrigierten Beobachtungen in Übereinstimmung mit den hier gefundenen Eigenbewegungen.