ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Band 194.

Nr. 4634.

2.

L'attraction universelle considérée comme fonction du temps. Par A. N. Panoff.

Admettons comme postulats :

1. tout l'espace du monde est rempli par la matière cosmique isotrope (l'éther);

2. la présence d'un point matériel m au point de l'éther produit le flux de force de l'attraction, qui se propage de tous les côtés avec une vitesse v .

L'attraction des points matériels. Il est donné une époque T_0 , système des coordonnées S_0 , invariablement lié avec l'éther et deux points matériels m et M , qui se déplacent relativement au système S_0 et à l'époque T_0 se trouvent aux points A_0 et B_0 .

Des points A_0 et B_0 commencent, à l'époque T_0 , de se propager les flux de force de l'attraction. A l'époque $T_1 = T_0 + A_1B_0/v$ le flux de force, qui se propageait du point B_0 , atteindra le point matériel m au point A_1 et le flux de force, qui se propageait du point A_0 , atteindra M au point B_1 à l'époque $T_2 = T_0 + B_1A_0/v$.

Le point matériel m gravite à l'époque $T_0 + t_1$ suivant la direction du flux de force A_1B_0 avec la force $F_1 = fmM/(A_1B_0)^2$, c'est à dire comme si la masse réelle M était au point B_0 . Le point M gravite à l'époque $T_0 + t_2$ suivant la direction du flux de force B_1A_0 avec la force $F_2 = fmM/(B_1A_0)^2$ vers le point A_0 , où est concentrée, pour ainsi dire, la masse réelle m .

Depuis les époques $T_0 + t_1$ et $T_0 + t_2$ les points m et M graviteront successivement vers les points de l'espace, à travers lesquels passaient m et M (vers les traces des points réels M et m). Ces points nous convenons d'appeler »points dynamiques«; par ses effets ils sont identiques aux points réels m et M . En désignant par x_1, y_1, z_1 les coordonnées d'un point dynamique B_0 , par x, y, z les coordonnées d'un point réel M , par c la vitesse moyenne pendant le temps t , nous avons :

$$\begin{aligned} x_1 &= x + c_x A_1B_0/v = x + c_x r_1/v = \\ &= x + [(T_0 + t) - T_0] c_x = x + t c_x \\ y_1 &= y + c_y A_1B_0/v = y + c_y r_1/v = \\ &= y + [(T_0 + t) - T_0] c_y = y + t c_y \\ z_1 &= z + c_z A_1B_0/v = z + c_z r_1/v = \\ &= z + [(T_0 + t) - T_0] c_z = z + t c_z \end{aligned}$$

Si $t = 0$, ou $v = \infty$, ou $c = 0$, on a $x_1 = x$, $y_1 = y$, $z_1 = z$. En désignant $A_1B_0 = r_1$, $A_1B_1 = r_0$, $\angle(r_0, B_0B_1) = \alpha$, $\angle(r_0, r_1) = \beta$, nous aurons dans le triangle $B_0A_1B_1$: $B_0B_1/r_1 = \sin\beta/\sin\alpha$ et $\sin\beta = (c/v)\sin\alpha$, parceque $B_0B_1 = r_1 c/v$.

$$\begin{aligned} r_1^2 &= r_0^2 + r_1^2 c^2/v^2 + (2r_0 r_1/v) c \cos\alpha \quad \text{d'où} \\ r_1 &= r_0 [(1 - (c^2/v^2) \sin^2\alpha)^{1/2} + (c/v) \cos\alpha] / (1 - c^2/v^2). \end{aligned}$$

Nous désignons par k le facteur de r_0 . En prenant $c = \text{const}$, k varie entre $1/(1 - c/v)$ et $1/(1 + c/v)$.

Ainsi les forces de l'attraction des points m et M sont $F_1 = fmM/(r_0^2 k_1^2)$ et $F_2 = fmM/(r_0^2 k_2^2)$.

Dans le cas général $F_1 \neq F_2$. Si $c = 0$, ou $v = \infty$, $F_1 + F_2 = 0$.

Les forces $-F_2$ et $-F_1$ sont appliquées, selon la troisième loi de *Newton*, aux points dynamiques A_0 et B_0 . Sous le coefficient de proportionnalité f , qui figure dans les formules, il faut comprendre la force, avec laquelle l'unité de masse s'attire vers la trace (point dynamique) d'une autre unité de masse, qui est située à l'unité de distance ($F = fmM/r_1^2 = f$, quand $m = M = 1$ et $r_1 = 1$).

Dans le cas particulier, quand m et M se meuvent suivant la droite, qui les joint, nous avons :

$$F_1 = fmM/(A_0B_1)^2 = fmM(1 - c_1/v)^2/(A_1B_1)^2 = 0$$

$$F_2 = fmM/(B_0A_1)^2 = fmM(1 - c_2/v)^2/(A_1B_1)^2 = 0$$

quand $c_1 = c_2 = v$; d'où on peut conclure, que la force de l'attraction ne peut pas produire la vitesse plus grande que v .

L'attraction d'un point par un corps M . Il est donnée une époque T_0 , un point matériel m et la masse M . Quand le corps M se déplace, les flux de force partent de tous les points de l'espace, à travers lesquels passaient les points du corps M .

Jusqu'à m viendra d'abord l'énergie de la gravitation, qui s'est répandue des points du corps M les plus rapprochés, et quand elle aura atteint le point m , ce dernier commencera à graviter sans cesse vers les traces de ces points dans l'espace. Puis jusqu'à m viendra la gravitation, issue des points plus éloignés du corps M et enfin, lorsque, à l'époque $T_0 + t_n$, la gravitation, issue du point le plus éloigné du corps M , arrivera jusqu'à m , ce dernier sera attiré depuis cette époque vers les traces de tous les points du corps M .

Prenons le système de coordonnées S_0 invariablement lié avec l'éther, désignons par $T_0 + t_n$ l'époque, quand se forme, pour le point m , l'ensemble des point dynamiques attirants (le corps dynamique), par c la vitesse moyenne de M pendant le temps $T_0 + t_n - T_0$ et convenons de désigner les différents points à la même époque avec les indices au-dessous et les coordonnées d'un seul et même point aux différentes époques avec les indices au-dessus des lettres, nous avons : d'un point $k(x_k^{(o)} y_k^{(o)} z_k^{(o)})$ du corps réel, à l'époque

T_0 , part le flux de force de l'attraction, qui atteint le point $m(\xi^{(k)} \eta^{(k)} \zeta^{(k)})$ à l'époque $T_0 + t_k$

$$\text{ou} \quad t_k = r_k/v = \\ = (1/v) \left[(\xi^{(k)} - x_k^{(0)})^2 + (\eta^{(k)} - y_k^{(0)})^2 + (\zeta^{(k)} - z_k^{(0)})^2 \right]^{1/2}.$$

À l'époque $T_0 + t_s$, ($T_0 + t_n > T_0 + t_s > T_0 + t_k$), le point $m(\xi^{(s)} \eta^{(s)} \zeta^{(s)})$ sera attiré vers le point dynamique

$$k(x_k^{(s-k)}, y_k^{(s-k)}, z_k^{(s-k)}) \quad \text{ou}$$

$$x_k^{(s-k)} = x_k^{(0)} + [(T_0 + t_s) - (T_0 + t_k)] c_x = x_k^{(s)} - t_k c_x$$

et de même

$$y_k^{(s-k)} = y_k^{(s)} - t_k c_y, \quad z_k^{(s-k)} = z_k^{(s)} - t_k c_z.$$

À l'époque $T_0 + t_n$ jusqu'à m parvient la gravitation, issue du point le plus éloigné. L'espace P_1 , rempli de points dynamiques, vers lesquels, à l'époque $T_0 + t_n$, gravite le point m , forme un corps dynamique, qui est, pour ainsi dire, la trace déformée du corps réel M .

Les propriétés du corps dynamique sont:

1. Pour chaque point dynamique $T_0 + t_n = \text{const}$; $T_0 + t_k$ a une signification numérique avec un seul signe (+ ou -), parce que le point dynamique, étant la trace du point réel, peut avoir une seule position dans l'espace, à l'époque donnée, c'est pourquoi les coordonnées des points dynamiques sont des fonctions continues et uniformes des coordonnées du corps réel et du temps.

2. A chaque point dans une partie de l'espace P_0 , qui est rempli par le corps réel, correspond un point unique dans l'espace P_1 , qui est rempli par le corps dynamique.

3. Chaque point du corps dynamique est la trace d'un point réel et par ses effets est identique avec le point réel, dont il est la trace, c'est pourquoi, en désignant par ρ_1 la densité au point dynamique, nous avons:

$\alpha) \rho_1 d\nu_1 = \rho d\nu = \rho dx dy dz$, où ρ et $d\nu$ sont la densité et le volume du corps réel, et

$$\beta) \iiint_V \rho dx dy dz - \iiint_{V_1} \rho_1 dx_1 dy_1 dz_1 = 0.$$

À l'époque $T_0 + t_n$ la somme $\iiint_{V_1} \rho_1 dx_1 dy_1 dz_1$ s'étend sur

tout le volume du corps dynamique, mais pour l'époque $T_0 + t_p < T_0 + t_n$ l'intégration s'étend sur une partie du volume du corps dynamique, parce que à l'époque $T_0 + t_p$ le corps dynamique est en état de formation, à cette époque nous avons une déformation continue du corps réel en corps dynamique, la transformation continue de la région P_0 de l'espace en P_1 , qui correspond au corps dynamique. Nous avons ici une analogie avec la déformation élastique d'un milieu continu, c'est pourquoi (voy. Appel: Traité de mécanique. Vol. 3 p. 228):

4. Si dans le corps réel une ligne L est fermée, la ligne L_1 dans le corps dynamique l'est aussi; si dans le corps réel un ensemble de points est disposé sur une surface continue S , les positions de ces points dans le corps dynamique sont sur une surface continue S_1 ; si la surface S est

fermée, la surface S_1 l'est aussi et à un point p dans l'intérieur de S correspond un point p_1 dans l'intérieur de S_1 et réciproquement.

5. Désignant par ds et ds_1 les éléments de longueur dans le corps réel et dynamique, nous avons:

$$ds_1^2 = dx_1^2 + dy_1^2 + dz_1^2$$

$$dx_1 = dx + d(tc_x) \quad dy_1 = dy + d(tc_y) \quad dz_1 = dz + d(tc_z)$$

$$ds_1^2 = ds^2 + [d(tc)]^2 + 2 ds d(tc) \cos[ds, d(tc)].$$

Si $c = 0$ ou $v = \infty$, $ds_1 = ds$. Si $\neq [ds, d(tc)] = 0$ ou π , $ds_1 = ds/(1 \pm c/v)$ et quand $c = v$, nous avons: $ds_{\min} = 1/2 ds$ $ds_{\max} = \infty$ et pour la dilatation linéaire $\delta_{\min} = -1/2$ et $\delta_{\max} = \infty$.

6. Désignant par D le déterminant fonctionnel

$$D = \frac{dx}{dx_1} \left(\frac{dy}{dy_1} \frac{dz}{dz_1} - \frac{dy}{dz_1} \frac{dz}{dy_1} \right) + \frac{dx}{dy_1} \left(\frac{dy}{dz_1} \frac{dz}{dx_1} - \frac{dy}{dx_1} \frac{dz}{dz_1} \right) + \frac{dx}{dz_1} \left(\frac{dy}{dx_1} \frac{dz}{dy_1} - \frac{dy}{dy_1} \frac{dz}{dx_1} \right)$$

La vitesse moyenne c , pendant le temps t de formation du corps dynamique, est *const*.

$t^2 = [(x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z_1 - \zeta)^2] (1/v)^2$, $\xi \eta \zeta$ sont les coordonnées du point m et nous avons:

$$dx/dx_1 = 1 + (\xi - x_1)(c_x/v) [(x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z_1 - \zeta)^2]^{-1/2}$$

$$dy/dy_1 = (\eta - y_1)(c_y/v) [(x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z_1 - \zeta)^2]^{-1/2}$$

$$dz/dz_1 = (\zeta - z_1)(c_z/v) [(x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z_1 - \zeta)^2]^{-1/2}$$

Il y a des expressions analogues pour les autres dérivées.

En substituant ces valeurs dans l'expression de D nous avons après les transformations élémentaires:

$$D = 1 + \cos(r, c) c/v.$$

Parce que $D dx_1 dy_1 dz_1 = dx dy dz$, nous avons

$$\rho D dx_1 dy_1 dz_1 = \rho_1 dx_1 dy_1 dz_1 \quad \rho D = \rho_1$$

d'où $\rho_1 = \rho [1 + \cos(r, c) c/v]$.

Quand $c = v$ $\rho_{\max} = 2\rho$ $\rho_{\min} = 0$.

6. Les coordonnées $x_1 y_1 z_1$ des points dynamiques vérifient l'équation $f(x y z) = 0$ de la surface du corps réel, parce que les points dynamiques sont les traces des points du corps réel. Quand $t = 0$, l'équation du corps dynamique $f(x_1 y_1 z_1) = 0$ devient celle du corps réel $f(x y z)$, c'est pourquoi le corps réel est un cas particulier du corps dynamique, dont la surface se définit par quatre coordonnées.

L'expression de la force de l'attraction du point m vers le corps dynamique. Parce que, à l'époque $T_0 + t_n$, nous avons:

1. Les coordonnées des points dynamiques ont des significations numériques et uniformes; 2. chaque point dynamique, par ses effets, est identique avec le point réel, dont il est la trace, et 3. l'attraction de $m(\xi \eta \zeta)$ vers les points dynamiques suit la loi de *Newton*, c'est pourquoi, à l'époque $T_0 + t_n$, le corps dynamique est identique avec le corps réel, et pour l'époque donnée nous avons une fonction potentielle:

$$U_1 = f \iiint \rho_1 dx_1 dy_1 dz_1 (1/r_1) = f \iiint \rho_1 r_1 \cos \varphi_1 d\varphi_1 dr_1$$

et toutes les propriétés de la fonction potentielle, qu'elle a à condition $v = \infty$, ont lieu pour le cas général ($v \neq \infty$) c'est à dire pour le corps dynamique.

$$U_1 = f \iiint \rho_1 dx_1 dy_1 dz_1 (1/r_1) = f \iiint \rho dx dy dz (1/r_1)$$

$$r_1^2 = \left(\xi^{(n)} - x_k^{(0)} + [(T_0 + t_n) - (T_0 + t_k)] c_x \right)^2 \\ + \left(\eta^{(n)} - y_k^{(0)} + [(T_0 + t_n) - (T_0 + t_k)] c_y \right)^2 \\ + \left(\zeta^{(n)} - z_k^{(0)} + [(T_0 + t_n) - (T_0 + t_k)] c_z \right)^2.$$

Dans l'expression $U_1 = f \iiint \rho_1 dx_1 dy_1 dz_1 (1/r_1)$ les limites d'intégration sont des fonctions du temps; dans l'expression $U_1 = f \iiint \rho dx dy dz (1/r_1)$ les limites d'intégration ne dépendent pas du temps, c'est pourquoi y posant $T_0 + t_k = T_0$ c'est à dire $t_k = r_1/v = r_1/\infty = 0$, nous avons le cas classique de l'attraction ($v = \infty$). En posant $T_0 + t_k = T_0 + t_n$ c'est à dire $t_k = t_n$ au temps de formation du corps dynamique et étendant l'intégration sur tout le volume du corps réel, nous avons:

$$U_1 = f \iiint \rho dx_k^{(0)} dy_k^{(0)} dz_k^{(0)} \\ \left[\left(\xi^{(n)} - x_k^{(0)} \right)^2 + \left(\eta^{(n)} - y_k^{(0)} \right)^2 + \left(\zeta^{(n)} - z_k^{(0)} \right)^2 \right]^{-1/2}.$$

Ainsi le corps dynamique, à l'époque $T_0 + t_n$, attire le point m comme le corps réel M , dont les coordonnées correspondent à l'époque initiale T_0 . Si, à condition $v = \infty$, $F^2 = x^2 + y^2 + z^2$ et à condition $v \neq \infty$, $F_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$, nous avons pour l'angle de l'aberration:

$$\cos(F, F_1) = (1/F F_1) (xx_1 + yy_1 + zz_1).$$

Par exemple, pour une sphère nous avons:

$$\sin(F, F_1) = (c/v) \sin(R, c).$$

L'inertie et la vitesse de la gravitation. Prenons deux systèmes de coordonnées S_0 et S_1 avec les axes parallèles, S_0 est lié avec l'éther et S_1 soit placé successivement dans tous les points du corps réel M . Il est évident que $X = Y = Z = 0$

$$X = f \int dm \iiint \rho \cos^2 \varphi \cos \vartheta d\varphi d\vartheta dr$$

$$Y = f \int dm \iiint \rho \cos^2 \varphi \sin \vartheta d\varphi d\vartheta dr$$

$$Z = f \int dm \iiint \rho \cos \varphi \sin \varphi d\varphi d\vartheta dr$$

si l'on étend l'intégration sur toute la masse du corps M et si $v = \infty$. Evaluons ces composantes XYZ en supposant $v \neq \infty$.

Parce que

$$\cos \varphi \cos \vartheta dr = dx + r \sin \varphi \cos \vartheta d\varphi + r \cos \varphi \sin \vartheta d\vartheta$$

$$\cos \varphi \sin \vartheta dr = dy + r \sin \varphi \sin \vartheta d\varphi - r \cos \varphi \cos \vartheta d\vartheta$$

$$\sin \varphi dr = dz - r \cos \varphi d\varphi$$

nous avons:

$$X = f \int dm \iiint \rho \cos \varphi d\varphi d\vartheta dx + \quad (I)$$

$$+ f \int dm \iiint \rho \cos \varphi d\varphi d\vartheta r \sin \varphi \cos \vartheta d\varphi + \quad (II)$$

$$+ f \int dm \iiint \rho \cos \varphi d\varphi d\vartheta r \cos \varphi \sin \vartheta d\vartheta \quad (III)$$

Il est évident que les sommes (II) et (III) sont 0; reste à examiner l'intégrale (I).

Nous avons les limites d'intégration: $dm = 0$ et M ; $d\varphi = -1/2\pi$ et $+1/2\pi$; $d\vartheta = 0$ et 2π , c'est pourquoi prenant $\rho = \text{const.}$, pour simplifier les calculs:

$$X = f \rho \int_{-1/2\pi}^{+1/2\pi} dm \int_0^{2\pi} \cos \varphi d\varphi \int_0^{x_2} dx_1 = 4\pi f \rho M \int_{x_1}^{x_2} dx_1 = \\ = 4\pi f \rho M \int_{x_1}^{x_2} d(x' + t c_x) = 4\pi f \rho M \left[\int_{x_1'}^{x_2'} d(x') + \int_{(t c_x)_1}^{(t c_x)_2} d(t c_x) \right] = \\ = 4\pi f \rho M \int_{(t c_x)_1}^{(t c_x)_2} d(t c_x) \text{ parce que } \int_{x_1'}^{x_2'} d(x') \text{ étendue sur toute la}$$

masse M du corps réel est 0.

Les limites $(t c_x)_1$ et $(t c_x)_2$ sont égales et avec les signes contraires, t est le temps de formation du corps dynamique, c'est pourquoi

$$X = 4\pi f \rho M \int_{(t c_x)_1}^{(t c_x)_2} d(t c_x) = 4\pi f \rho M \int_{-t c_x}^{+t c_x} d(t c_x) = 8\pi f \rho M c_x t.$$

Analogiquement nous trouvons:

$$Y = 8\pi f \rho M c_y t \quad Z = 8\pi f \rho M c_z t.$$

Il est facile de vérifier que les forces XYZ sont appliquées au centre de gravité du corps réel à l'époque $T_0 + t_n$, c'est pourquoi:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = 8\pi f \rho M c t = 8\pi f \rho M c t / v \quad (2)$$

En référant la force F à l'unité de temps:

$$F_t = 8\pi f \rho M c t : t = 8\pi f \rho M c, \text{ et à l'unité de longueur:}$$

$$F_l = 8\pi f \rho M c t : c t = 8\pi f \rho M; \text{ parce que}$$

$$X/F = c_x/c; \quad Y/F = c_y/c; \quad Z/F = c_z/c.$$

F est dirigée suivant c .

$$F = 0, \text{ quand } v = \infty \text{ ou } c = 0.$$

Trouvons maintenant la fonction

$$U = f \int dm \iiint \rho \cos \varphi d\varphi d\vartheta r dr.$$

Parce que $r dr = x dx + y dy + z dz$, nous avons:

$$U = f \int dm \iiint \rho \cos \varphi d\varphi d\vartheta r dr = \\ = f \int dm \iiint \rho \cos \varphi d\varphi d\vartheta (x dx + y dy + z dz) = \\ = U_x + U_y + U_z.$$

$$U_x = f \rho \int dm x \int_{-1/2\pi}^{+1/2\pi} \cos \varphi d\varphi \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{x_1}^{x_2} dx = 4\pi f \rho \int dm x \int_{x_1}^{x_2} dx = \\ = 4\pi f \rho \int dm x \int_{x_1}^{x_2} d(x' + t c_x) = 4\pi f \rho \int dm x \int_{-t c_x}^{+t c_x} d(t c_x) = \\ = 8\pi f \rho t c_x \int dm x.$$

Désignant les coordonnées de l'origine S_1 par ξ_1, η_1, ζ_1 et les coordonnées d'un point dynamique (réel — la même chose — à l'époque T_0) relativement au système S_0 par ξ, η, ζ , nous avons:

$$U_x = 8\pi f \rho t c_x \int dm x = 8\pi f \rho t c_x \int dm (\xi_1 - \xi)$$

ou, désignant par $x^{(0)}$ et $x^{(n)}$ les coordonnées du centre de gravité du corps réel aux époques T_0 et $T_0 + t_n$, nous avons:

$$U_x = 8\pi f \rho M (x^{(0)} - x^{(n)}) t c_x = 8\pi f \rho M (c_x t)^2$$

et analogiquement:

$$U_y = 8\pi f \rho M (c_y t)^2; \quad U_z = 8\pi f \rho M (c_z t)^2$$

c'est pourquoi

$$U = U_x + U_y + U_z = 8\pi f \rho M l^2 = 8\pi f \rho M c^2 t^2$$

$$\partial U / \partial l = 16\pi f \rho M l = 16\pi f \rho M c t$$

ou pour l'unité de temps:

$$\partial U / \partial l = 16\pi f \rho M c.$$

Quand c devient égale à v (la vitesse de l'attraction) nous avons:

$$\partial U / \partial l = 16\pi f \rho M v.$$

Cette force surgit dans le corps M , quand ce dernier de l'état de repos passe en état de mouvement, c'est l'inertie de la masse M .

Admettant que la masse, coefficient de l'attraction, est égale à la masse, coefficient de l'accélération:

$$16\pi f \rho M v = M$$

nous avons

$$v \rho = 1/(16\pi f). \quad (3)$$

Pour un autre corps, dont la densité est ρ_k , nous avons:

$$\rho_k v_k = 1/(16\pi f) = \dots = v_n \rho_n = \text{const.}$$

Prenant $f = 1/14950000$ et $\rho = 1$, nous avons:

$$v_0 = 297500 \text{ km en } 1^s.$$

De ce que précède on peut conclure que l'éther n'est pas un milieu résistant.

Examinons maintenant le cas, quand la vitesse de translation $c = 0$ et le corps M n'a qu'une rotation autour d'un axe passant dans ce corps.

Dans ce cas nous avons, désignant les composantes de ω par p, q, r :

$$\begin{aligned} X &= 4\pi f \rho \int_0^M \int_{x_1}^{x_2} dm \int [x + t(qz - ry)] = \\ &= 4\pi f \rho \int dm z \int (q dt + t dq) - 4\pi f \rho \int dm y \int (r dt + t dr) \quad (\alpha) \end{aligned}$$

Si l'axe de rotation passe par le centre de gravité du corps réel, on a $X = Y = Z = 0$.

Nous avons relativement au système S_1 , faisant usage des valeurs précédentes de X, Y, Z [voy. (α)]:

$$\begin{aligned} \Sigma (x_1 Y - y_1 X) &= 4\pi f \rho \int dm x_1^2 \int (r dt - t dr) - \\ &- 4\pi f \rho \int dm x_1 z_1 \int (p dt + t dp) - \\ &- 4\pi f \rho \int dm y_1 z_1 \int (q dt + t dq) + 4\pi f \rho \int dm y_1^2 \int (r dt + t dr). \end{aligned}$$

Admettant que la rotation $\omega = \text{const}$ se fait autour d'un axe de l'ellipsoïde central d'inertie et en transformant les coordonnées x_1, y_1, z_1 au système d'axes, qui coïncident avec les axes de l'ellipsoïde central et désignant

$$\Sigma dm (\eta^2 + \zeta^2) = A \quad \Sigma dm (\zeta^2 + \xi^2) = B$$

$$\Sigma dm (\xi^2 + \eta^2) = C$$

nous avons

$$\Sigma (x_1 Y - y_1 X) = 16\pi f \rho t r C$$

$$\Sigma (y_1 Z - z_1 Y) = 16\pi f \rho t p A$$

$$\Sigma (z_1 X - x_1 Z) = 16\pi f \rho t q B.$$

Si $r = q = 0$ $t = 1$ $p = v$ nous avons

$$16\pi f \rho \Sigma dm (\eta^2 + \xi^2) v = 16\pi f \rho M k^2 v$$

Admettant $16\pi f \rho M k^2 v = M k^2$, nous trouvons

$$v \rho = 1/(16\pi f).$$

Le mouvement de rotation des planètes solides autour des axes. Nous avons trouvé, quand le corps passe de l'état de repos en état de mouvement, dans le corps réel naît la force F . Selon la troisième loi de *Newton* au corps dynamique est appliquée la force $F_1 = -F$. Nous pouvons considérer la force $+F$ comme la force passive, proportionnelle à l'inertie du corps et la force $-F$ nous considérerons comme la force active; c'est la résistance de la part des points dynamiques (la résistance du milieu cosmique). Nous trouvons immédiatement les coordonnées du point d'application de la force $-F$ relativement au centre de gravité du corps réel et au trièdre mobile:

$$x_1 = 1/2 c_x t \quad y_1 = 1/2 c_y t \quad z_1 = 1/2 c_z t$$

t est le temps, pendant lequel la gravitation traverse la plus grande dimension du corps réel. Par exemple, pour une sphère $t = 2R/v$. Examinons le cas le plus simple du mouvement d'un corps sous l'influence de la force $-F$, quand le corps est une sphère et sa trajectoire est une courbe plane.

Prenons le plan de la trajectoire pour un des plans des coordonnées et la normale au plan, passante par le centre de gravité du corps réel, comme l'axe OZ . Désignant par $M k^2$ le moment d'inertie du corps relativement à OZ , nous avons:

$$M k^2 d\omega/dt = \Sigma (x_y - y_x) = 8\pi f \rho M c t 1/2 c t \sin(F, c t).$$

Si le mouvement du corps est rectiligne, on a $\sin(F, c t) = 0$ et $\omega = 0$.

Admettons que le corps décrit une courbe fermée dans la période T .

Nous voyons, en désignant les points d'application des forces $-F$ et $+F$ par O_1 et O :

1. Que la droite $OO_1 = 1/2 c t$ fait des angles variables avec les axes des coordonnées; 2. Que la force $-F$ est dirigée suivant la vitesse c et que celle-ci tourne en 2π pendant T ; 3. Que le mouvement de rotation autour d'un axe, passant par le centre de gravité, n'a pas d'influence sur F , c'est pourquoi:

$$M k^2 d\omega/dt = (T/2\pi) 8\pi f \rho M c t 1/2 c t \sin(F, c t) d(2\pi t/T) \quad (\beta)$$

et comme pour une sphère $M k^2 = 2/5 M R^2$ $t = 2R/v$, nous avons:

$$d\omega = 20 T f \rho M c^2 d \cos(2\pi t/T) / M v^2 \quad \text{d'où}$$

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega = \pm 20 T f \rho (c^2/v^2) \int_0^{1/4 T} d \cos(2\pi t/T) = \pm 20 T f \rho (c^2/v^2)$$

avec deux signes suivant la direction du mouvement. Parce que $v_1/v_2 = \rho_2/\rho_1$, c'est pourquoi, pour obtenir les résultats

comparables, nous devons exprimer v uniformément pour toutes les planètes de la manière suivante: prenons dans le système cgs l'unité de longueur égale à v . Pour le moment d'inertie d'une planète, si la vitesse soit v_p , nous avons en cgs : $[M k_p^2] = M L^2 / v_p^2$ et pour le même moment si la vitesse soit v_t : $[M k_t^2] = M L^2 / v_t^2$. Soit v_t la vitesse de la gravitation pour la densité de la terre, nous avons pour le moment d'inertie d'une planète en unités terrestres: $M k_t^2 = M k_p^2 (v_p^2 / v_t^2)$, c'est pourquoi, en multipliant par v_p^2 / v_t^2 les deux membres de l'équation (β) nous aurons:

$$(v_p^2 / v_t^2) M k_p^2 d\omega = M k_t^2 d\omega = \\ = (T / v_t^2) 2 f \rho M c^2 t^2 d \cos(2\pi t / T)$$

et comme $v_t = v_0 / \rho_t$, ($v_0 = v_n \rho_n$; $\rho_n = 1$), nous obtenons finalement:

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega = \pm 20 T f \rho_p c^2 / v_t^2 = \pm 20 T f \rho_p c^2 \rho_t^2 / v_0^2.$$

En désignant avec les indices » m « les éléments d'une planète et avec les indices » t « les éléments de la terre et admettant $\omega_1 = 0$, nous avons:

$$\omega_m = [(\rho_m T_m c_m^2) / (\rho_t^2 T_t c_t^2)] \omega_t = \\ = [(\rho_m l_m^2 T_t) / (\rho_t l_t^2 T_m)] \omega_t \quad (4)$$

(l — la distance moyenne), d'où pour Mars nous aurons:

$$\omega_M = \omega_t 0.81 (1.524)^2 365.26 / 686.98 = 1.002 \omega_t$$

d'où pour la durée de rotation 24^h .

Pour Vénus:

$$\omega_V = \omega_t 0.95 (0.723)^2 365.26 / 224.7 = 0.807 \omega_t$$

et durée de rotation de Vénus $29^h 7$.

Pour Mercure:

$$\omega_M = \omega_t 1.17 (0.387)^2 365.26 / 87.97 = 0.7275 \omega_t$$

durée de rotation 33^h .

L'expression de ω nous donne immédiatement:

$$v_0^2 = 20 T f \rho_p c^2 \rho_t^2 / \omega_p.$$

Prenant pour la densité de la terre 5.6, la densité de Mars $\rho_m = 4.45$, $c_m = 23.6$ km, nous obtenons de la formule pour la terre: $v_0 = 297000$ km et de la formule pour Mars $v_0 = 286000$ km en 1^s .

Problème des deux corps. Nous avons deux points matériels $m(x, y, z)$ et $M(\alpha, \beta, \gamma)$, dont les coordonnées sont prises relativement au système S_0 lié avec l'éther.

Soit c_1 et c' les vitesses de m et M . Si v n'est pas ∞ , m gravite vers $M_1(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ où $\alpha_1 = \alpha + (m M_1 / v) c_x'$ etc. M gravite vers le point dynamique $m_1(x_1, y_1, z_1)$ où $x_1 = x + (M m_1 / v) c_{1x}$ etc.

Au point m est appliquée la force, dont les composantes sont:

$$X_1 = -f m M (x - \alpha_1) / l_1^{3/2} \quad Y_1 = -f m M (y - \beta_1) / l_1^{3/2} \\ Z_1 = -f m M (z - \gamma_1) / l_1^{3/2} \\ l_1^2 = (x - \alpha_1)^2 + (y - \beta_1)^2 + (z - \gamma_1)^2$$

Au point dynamique M_1 , selon la troisième loi de *Newton*, est appliquée la force, dont les composantes sont $-X_1, -Y_1, -Z_1$.

Au point réel M est appliquée la force, dont l'une des composantes est: $X_{11} = f m M (\alpha - x_1) / l_1^{3/2}$.

Examinons le système $m - M_1$, en considérant M_1 comme point réel, qui n'est en action qu'avec le point réel $m(x, y, z)$.

$$m d^2 x / dt^2 = f m M (x - \alpha_1) / l_1^{3/2} \\ M d^2 \alpha_1 / dt^2 = f m M (\alpha_1 - x) / l_1^{3/2}$$

d'où

$$m d^2 x / dt^2 + M d^2 \alpha_1 / dt^2 = d(m dx / dt + M d\alpha_1 / dt) / dt = 0$$

d'où nous avons pour les coordonnées ξ_1, η_1, ζ_1 du centre de gravité du système $m - M_1$:

$$d^2 \xi_1 / dt^2 = 0 \quad d^2 \eta_1 / dt^2 = 0 \quad d^2 \zeta_1 / dt^2 = 0.$$

Analogiquement dans le système $M - m_1$ nous avons pour les coordonnées du centre de gravité:

$$d^2 \xi / dt^2 = 0 \quad d^2 \eta / dt^2 = 0 \quad d^2 \zeta / dt^2 = 0.$$

Parce que

$$M d^2 \alpha / dt^2 + m d^2 x_1 / dt^2 = \\ = M d^2 \alpha / dt^2 + m d^2 x / dt^2 + m d^2 (c_x' t_2) / dt^2 = 0$$

toujours, nous avons:

$$M d^2 x / dt^2 + m d^2 x / dt^2 = 0 \quad \text{et} \quad m d^2 (c_x' t_2) / dt^2 = 0$$

et comme t_2 a une signification numérique, c' est une vitesse rectiligne et uniforme (vitesse moyenne pendant t_2), nous avons: $d(c_x' t_2) / dt = 0$ et $c_x' t_2 = \text{const.}$ Analogiquement $c_1 t_1 = \text{const.}$

Pour le système $m - M_1$ nous avons aussi:

$$d^2 (\alpha_1 - x) / dt^2 = -f (m + M) (\alpha_1 - x) / l_1^3$$

d'où nous concluons, que le point m' décrit une section conique et le point M aussi.

L'attraction universelle et le principe de la relativité. Jusqu'à présent nous avons supposé, que l'observateur, invariablement lié avec le système S_0 ou S_1 , peut remarquer le mouvement de S_1 relativement au système S_0 ; mais cela n'a pas lieu, parce que l'espace rempli de points dynamiques est tout-à-fait isotrope; c'est pourquoi, l'observateur réfère chaque changement dans les positions relatives des systèmes S_1 et S_0 aux variations des unités, par lesquelles il mesure la force F .

En effet, nous avons symboliquement dans cgs des unités absolues:

$$[F_1] = [f M m / (r_0^2 k_1^2)] = M^2 / L^2$$

$$[F_2] = [f M m / (r_0^2 k_2^2)] = M^2 / L^2.$$

Parce que l'observateur regarde $r_1 = r_0 k_1$ comme égale à $r_2 = r_0 k_2$, c'est pourquoi il considérera le changement de la force F comme variation de l'unité de la masse ou de l'unité de la longueur:

1. $M_1 : M_2 = k_2 : k_1$ (signification de k voy. p. 18). Désignant par M_0 la masse du corps, à condition $v = \infty$ ou quand la vitesse de S_1 est égale à zéro, nous avons: $M_1 = M_0 / k$, d'où $M_{\max} = 2 M_0$; $M_{\min} = 0$ pour $c = v$.

2. $L_1 : L_2 = k_1 : k_2$. Désignant par L_0 la longueur pour $v = \infty$, ou quand $c = 0$, nous avons:

$$L_1/k_1 = L_2/k_2 = \dots = L_0 = \text{const.}$$

d'où pour les limites ($c = v$) $L_{\text{max}} = \infty$ $L_{\text{min}} = 1/2 L_0$.

Si l'observateur considère la force comme produite de la masse et de l'accélération, il aura:

$$[F_1] = [f M m / (r_0^2 k_1^2)] = M L / T^2$$

$$[F_2] = [f M m / (r_0^2 k_2^2)] = M L / T^2.$$

Considérant les unités M et L invariables, l'observateur réfère la variation de la force au changement de l'unité de temps:

$$T_1/k_1 = T_2/k_2 = \dots = T_0 = \text{const.}$$

où T_0 est le temps pour l'observateur immobile ou pour $v = \infty$. $T_{\text{max}} = \infty$; $T_{\text{min}} = 1/2 T_0$ (lim $c = v$).

Nous avons aussi $T_1/T_2 = L_1/L_2 = k_1/k_2$, c'est-à-dire, nous pouvons considérer k comme l'unité variable de temps ou de longueur.

Examinons maintenant relativement à quels procès l'observateur lié avec le système S_1 applique les unités variables $L M T$.

1. Considérons le procès, qui prend partie dans le mouvement de S_1 . En représentant le procès par un vecteur,

Stavropol, Caucase, 1912 Mars.

nous aurons que le coefficient variable $k = 1$, parce que la vitesse du vecteur-procès relativement au système S_1 est 0, c'est pourquoi tous les phénomènes se passent comme si $v = \infty$ ou $c = 0$, c'est pourquoi, les unités $L M T$ sont invariables et aussi les principes de la mécanique classique. Comme des cas particuliers nous avons: a) si l'origine des coordonnées soit au centre de gravité du système solaire, $k = 1$, parceque les vitesses relativement au S_1

$$c = M c_1 + m c' / (M + m) = 0 \quad c_1 = 0 \text{ et } c' = 0$$

c'est pourquoi, m décrit une section conique comme si $v = \infty$; b) ni l'aberration du fil-à-plomb, ni les variations de l'intensité de la pesanteur ne doivent pas exister pour l'observateur lié avec S_1 , comme ces phénomènes ont lieu pour le système S_0 .

2. Considérons maintenant le procès-vecteur, qui se déplace indépendamment du système S_1 relativement au système S_0 . Dans ce cas nous aurons le mouvement relatif du vecteur-procès, c'est pourquoi, $k \neq 1$ et les unités $L M T$ du système cgs sont variables, et on peut ainsi expliquer les expériences connues de *Michelson* et *Morley* sur la vitesse de la lumière.

Alexandre Panoff.

Über Veränderungen auf dem Monde. Von C. Pulfrich.

(Berichtigung.)

In *J. Franz* »Der Mond« II. Auflage, Leipzig 1912 stehen auf Seite 102 in dem Abschnitt, der von den auf dem Mond vorkommenden Veränderungen handelt, folgende Sätze:

»Dr. Pulfrich in Jena schrieb mir, daß er mit dem Stereokomparator einen kürzlich eingetretenen Bergsturz beobachtet habe, da ein solcher beim Vergleiche zweier photographischer Platten vor und nach dem Bergsturz sofort auffällt. Aber es stellte sich heraus, daß es sich nur um einen Fehler der einen Platte handelte. Spätere Platten zeigen die Erscheinung nicht.«

»Es ist ja auch gar nicht zu erwarten, daß man in der kurzen Zeit, in der man den Mond mit guten größeren Fernrohren betrachten konnte, oder seit 1888, von welcher Zeit die ersten großen Mondphotographien datieren, bereits dauernde, durch Katastrophen hervorgerufene Veränderungen wahrnehmen kann.«

»Denn selbst Veränderungen wie der Krakatoa-Ausbruch auf der Erde, mit Verschwinden und Neubildung von Inseln, würden auf dem Monde kaum bemerkbar sein. Und wir müssen annehmen, daß der Mond schon mehr in der Entwicklung fortgeschritten und seine Rinde mehr befestigt ist, als die der Erde.«

Als ich vor wenigen Tagen diese Sätze zum erstenmale las, war ich nicht wenig erstaunt, denn ich war mir

nicht bewußt, jemals etwas über einen Bergsturz auf dem Monde gesagt oder geschrieben zu haben.

Wie ich inzwischen festgestellt habe, findet sich die Erzählung von dem angeblich von mir beobachteten Bergsturz auf dem Monde auch in der 1906 erschienenen ersten Auflage des *Franz*schen Buches (S. 111). Sie ist von da aus weiter gewandert und findet sich, soweit ich bis jetzt unterrichtet bin, in der Populären Astronomie von *J. Scheiner*, Leipzig 1908, S. 491 und in der Wochenschrift »Welt und Wissen«, Berlin, I. Jahrgang 1912, Heft 20, S. 468. Der weiteren Verbreitung dieser Erzählung vorzubeugen, ist der Zweck dieser Zeilen.

Daß der Stereo-Komparator im Stande ist¹⁾, schnell und sicher Aufschluß über etwaige Veränderungen auf dem Monde zu geben, ist immer meine Ansicht gewesen. In einem am 5. August 1902 auf der Astronomenversammlung in Göttingen in Gegenwart des Herrn Prof. *Franz* gehaltenen Vortrage²⁾ habe ich unter Vorführung des Stereo-Komparators auch die Frage der Verwendbarkeit des Apparates für die Zwecke der Erkennung von Bilddifferenzen erörtert. Es heißt dort:

»Auch bei den vorgenannten Mondbildern erwies sich die stereoskopische Betrachtung als in hohem Maße geeignet für das Auffinden von Plattenfehlern und sonstigen Störungen. Die beiden Pariser Photographien liegen etwa 4 Jahre auseinander. Da auf denselben alle Objekte in wunderbarer

¹⁾ Mehr noch das im Jahre 1904 von mir konstruierte und in Verbindung mit dem Stereo-Komparator gebrachte sogenannte Blink-Mikroskop (siehe A. N. Band 166, Nr. 3971, Seite 165, Zeitschrift für Instrumentenkunde 24, S. 161, 1904 und A. N. Band 168, Nr. 4013, Seite 67). — Es wird die Leser der A. N. vielleicht interessieren, zu erfahren, daß das Blinkverfahren nicht allein in der Stellar-Astronomie zum Auffinden und Wiederauffinden von veränderlichen Sternen, Planeten und Kometen erfolgreich benutzt worden ist, sondern gegenwärtig auch dazu dient, bei der Neuaufgabe der älteren Jahrgänge der Astronomischen Nachrichten das Korrekturenlesen zu erleichtern.

²⁾ »Über die bis jetzt mit dem Stereo-Komparator auf astronomischem Gebiete erhaltenen Versuchsergebnisse«; V. J. S. d. Astronom. Ges., Jahrgang 37, S. 211.