Weitere Untersuchungen über die Massen der spektroskopischen Doppelsterne.

Von *H. Ludendorff*.

Über die Massen der spektroskopischen Doppelsterne habe ich im Jahre 1911 eine Arbeit veröffentlicht (AN 189.145, im folgenden als I bezeichnet). Das wichtigste Ergebnis derselben war, daß die spektroskopischen Doppelsterne der Spektralklassen Oe5 bis B8 durchschnittlich etwa dreimal so große Gesamtmasse besitzen wie die der Klassen A bis K. Dabei war vorausgesetzt:

- a) daß das Massenverhältnis $\alpha = m_2/m_1$ der beiden Komponenten der Systeme für alle Spektralklassen durchschnittlich dasselbe ist,
- b) daß die Neigung i der Bahnebenen ebenfalls für alle Spektralklassen durchschnittlich dieselbe ist.

Seit der Veröffentlichung von I ist das Material an bekannten Bahnen spektroskopischer Doppelsterne auf weit mehr als das Doppelte angewachsen, und man kann nunmehr schon an die Untersuchung einiger Fragen denken, deren Beantwortung damals noch ganz unmöglich war. Namentlich wurde es in I als Mangel empfunden, daß die Sterne der Spektralklassen A, F, G und K in eine Gruppe zusammengefaßt werden mußten; jetzt reicht dagegen das Beobachtungsmaterial für eine weitere Trennung aus, und auch die Voraussetzungen a) und b) können etwas besser geprüft werden, als es damals angängig war. Es ist daher an der Zeit, die frühere Untersuchung zu wiederholen und zu ergänzen.

Als Grundlage für die folgenden Ausführungen wurde eine Tabelle aller bis Ende 1919 bestimmten Bahnen spektroskopischer Doppelsterne aufgestellt. Es ist nicht unmöglich, ja sogar wahrscheinlich, daß diese Tabelle nicht ganz vollständig ist, da mir infolge der Zeitverhältnisse nicht alle Veröffentlichungen zugänglich waren. Immerhin werden nur einige wenige Sterne fehlen. Für einige Systeme mußten die Bahnelemente aus Referaten über die Originalabhandlungen entnommen werden.

Ausgeschlossen wurden folgende Sterne:

- 1) Alle c- und ac-Sterne, zu denen auch die Veränderlichen vom δ Cephei- und ζ Geminorum-Typus gehören. Ich habe bereits in I darauf hingewiesen, daß bei diesen Sternen, sofern man sie überhaupt als spektroskopische Doppelsterne betrachten will, besondere Bedingungen hinsichtlich der Massen herrschen müssen.
- 2) Die Sterne ξ Persei (Oe5) und η Camelopardalis (Bo), deren Bahnen aus den Verschiebungen der Calciumlinien H und K bestimmt sind, während die übrigen Absorptionslinien andere Verschiebungen zeigen.
- 3) Die Sterne φ Persei (Bop), α^2 Canum venaticorum (Ao), γ Geminorum (Ao), β Ursae maj. (Ao), β Coronae bor. (Fop), α Orionis (Ma), α Scorpii (Ma), deren Bewegungsverhältnisse noch nicht genügend geklärt sind.
- 4) Der Stern ν Sagittarii (B8p). Das Spektrum dieses Sternes enthält helle Linien und unterscheidet sich dadurch in

grundlegender Weise von den übrigen hier in Betracht kommenden Sternen der Klassen B8 und B9.

- 5) Die Sterne ι_2 Lacertae (B2) und β Cephei (B1). Bei ι_2 Lacertae ist die Amplitude der Radialgeschwindigkeit veränderlich. Beide Sterne haben veränderliche Helligkeit und scheinen sich zu den übrigen B-Sternen etwa ebenso zu verhalten wie die δ Cephei-Sterne zu den Sternen der zweiten Spektralklasse.
- 6) Der Stern Boss 1275 (Ao). Für dieses System ergibt sich nach der Bahnbestimmung von *J. B. Cannon* eine ganz abnorm große Masse. Eine aus diesem Grunde von mir angestellte nähere Untersuchung hat aber gezeigt, daß die der Bahnbestimmung zugrunde gelegte Periode von 27^d.4 wahrscheinlich nicht zutrifft. Die Beobachtungen lassen sich nämlich unter Annahme einer von 1^d nur sehr wenig verschiedenen Periode ebenso gut darstellen, und man erhält dann eine normale Masse. Ich werde hierauf, sowie auf einige der unter 3) genannten Fälle in einer besonderen Notiz zurückkommen.
- 7) Die Systeme (5 an der Zahl) mit mehr als 1000^d Periode. Ein Vergleich von Systemen sehr langer mit solchen wesentlich kürzerer Periode ist nämlich, wie wir sehen werden, nicht ratsam.

Nach Ausscheidung der unter 1) bis 7) genannten Sterne wurden die übrigen nach den Spektralklassen und innerhalb dieser nach der Periodenlänge geordnet. Die folgenden Tabellen geben nun für die einzelnen Sterne abgekürzte Werte der Periode P (in Tagen) und von $a \sin i$ (für die hellere Komponente, Einheit 1000000 km), sowie die Größe

$$f = m_2^3 \sin^3 i / (m_1 + m_2)^2 = [8.6014 - 10] (a \sin i)^3 / P^2$$

wobei m_1 die Masse der helleren, m_2 die der schwächeren Komponente ist; die f sind mit den genauen Werten der $a \sin i$ und P gerechnet. In den Fällen, wo die Spektrallinien beider Komponenten gemessen werden konnten, sind auch $m_1 \sin^3 i$ und $m_2 \sin^3 i$ gegeben. Einige unsichere Werte dieser Größen sind durch Einklammerung gekennzeichnet. Einheit für die Massen ist die Sonnenmasse.

Stern	Spektr.	P	$a \sin i$	f	$m_1 \sin^3 i$ + $m_2 \sin^3 i$
-------	---------	-----	------------	-----	------------------------------------

I. Sterne der Klassen Oe bis Oe5.

29 Canis majoris	Oe	4 ^d .39	13.04	4.58	
Boss 6142	Oep	13.44	21.20	2.14	18.5 + 12.7
ι Orionis	Oe5	29.14	30.56	1.34	

II. Sterne der Klassen Bo bis B5.

σ Scorpii	B1	0.247	0.129	0.0014	
VV Orionis	B2	1.485	2.704	0.36	
Boss 3138	B3	1.503	2.435	0.25	
τ Tauri	B3	1.505	0.914	0.013	

Stern	Spektr.	P	$a \sin i$	f	$m_1 \sin^3 i$ + $m_2 \sin^3 i$
μ Herculis	B3	2.05	2.80	0.21	6.8 + 2.6
ψ Orionis	B2	2.53	4.99	0.78	5.5 + 4.2
δ Lacertae	B5	2.62	2.89	0.14	0.9 + 0.7
ν Centauri	B2	2.63	0.74	0.0024	
57 Cygni	B3	2.86	4.20	0.36	1.8 + 1.7
Boss 46	B3	3.52	10.48	3.71	
π^5 Orionis	B3	3.70	2.95	0.075	
π Arietis	B5	3.85	1.31	0.0061	
λ Tauri	B3	3.95	3.05	0.073	
α Virginis	B2	4.01	6.93	0.82	9.6 + 5.8
ν Andromedae	B3	4.28	4.45	0.19	1.5 + 1.1
ρ Persei	B1	4.42	6.80	0.75	5.4 + 3.8
δ Orionis	B0	5.73	7.93	0.61	
ι H. Cassiopeiae	B3	6.07	4.92	0.13	
α Carinae	B3	6.74	1.96	0.0066	
β Scorpii	B1	6.83	11.36	1.26	13.0 + 8.3
h Centauri	B5	6.93	1.98	0.0065	
η Orionis	B1	7.99	15.90	2.51	11.2 + 10.6
π^4 Orionis	B3	9.52	3.39	0.017	
α Pavonis	B3	11.75	1.17	0.0005	
ϵ Volantis	B5	14.17	13.00	0.44	
Boss 1399	B3	27.16	22.38	0.61	
125 Tauri	B3	27.86	8.16	0.028	
δ^1 Lyrae	B3	88.11	39.22	0.31	
κ Velorum	B3	116.65	73.20	1.15	
ν Orionis	B2	131.26	49.27	0.28	
ζ Tauri	B3	138.0	27.90	0.046	
π Andromedae	B3	143.67	77.20	0.89	
χ Aurigae	B1	655.2	182.3	0.56	

III. Sterne der Klassen B8 und B9.

18 Aquilae	B8	1.302	0.494	0.0028	
RX Herculis	B9	1.779	2.590	0.22	0.9 + 0.9
σ Aquilae	B8	1.950	4.380	0.88	5.3 + 4.4
19 Lyncis	B8	2.26	3.24	0.26	
β Persei	B8	2.87	1.63	0.020	
U Sagittae	B8	3.38	3.09	0.10	
ν^4 Eridani	B9	5.01	4.39	0.13	0.6 + 0.5
κ Cancri	B8	6.39	5.89	0.20	
23 Cassiopeiae	B9	33.75	7.02	0.012	
25 Serpentis	B8	38.95	17.17	0.13	
ω Cassiopeiae	B9	69.92	27.19	0.16	

IV. Sterne der Klasse A.

RZ Cassiopeiae	A2	1.195	1.137	0.041	
Boss 3182	A5	1.271	1.104	0.033	
δ Persei	A2	1.527	0.858	0.011	0.9 + 0.2
π Cassiopeiae	A5	1.964	3.168	0.33	1.4 + 1.3
ξ Serpentis	A5	2.29	0.61	0.0017	
δ Librae	A0	2.33	2.45	0.11	
55 Ursae majoris	A2	2.5	1.32	0.015	0.1 + 0.1
Boss 4507	A0	2.82	2.34	0.064	
α^1 Geminorum	A0	2.93	1.28	0.0097	
η Andromedae	A2	3.22	3.24	0.13	
α Tauri	A2	3.57	3.49	0.13	(2.7 + 1.3)
14 Aurigae	A2	3.79	1.12	0.0039	
7 Camelopardalis	A2	3.88	1.88	0.018	

Stern	Spektr.	P	$a \sin i$	f	$m_1 \sin^3 i$ + $m_2 \sin^3 i$
Boss 82	A2	3.96	2.24	0.029	
β Aurigae	A0	3.96	5.93	0.53	2.2 + 2.2
ϵ Herculis	A0	4.02	3.89	0.15	1.6 + 1.0
50 Draconis	A0	4.12	4.29	0.19	0.9 + 0.8
108 Herculis	A3	5.51	5.32	0.20	1.7 + 1.2
136 Tauri	A0	5.97	4.01	0.072	0.6 + 0.4
2 Sagittae	A3	7.39	5.37	0.11	0.9 + 0.7
63 Tauri	A2	8.42	4.17	0.041	
α^2 Geminorum	A0	9.22	1.49	0.0015	
Boss 5173	A0	9.32	10.05	0.47	2.3 + 2.1
Boss 1607	A5	9.94	9.13	0.31	
ι Delphini	A2	11.00	3.91	0.020	
30 H. Ursae maj.	A0	11.58	5.02	0.038	
ω Ursae majoris	A0	15.84	4.34	0.013	(3.5 + 0.6)
Boss 2484	A2	15.99	12.03	0.27	1.5 + 1.3
θ Aquilae	A0	17.12	7.93	0.068	0.5 + 0.4
α Coronae bor.	A0	17.36	7.67	0.060	
ζ^1 Ursae majoris	A0	20.54	16.40	0.42	1.7 + 1.6
40 Aurigae	A0	28.28	16.55	0.23	1.4 + 1.1
α^2 Virginis	A5	38.3	21.53	0.27	4.6 + 2.4
α Draconis	A0	51.38	30.17	0.42	
η Virginis	A0	71.9	25.75	0.13	
α Andromedae	A0	96.67	34.79	0.18	
β Arietis	A5	107.0	22.88	0.042	
θ^2 Tauri	A5	140.70	37.47	0.11	

V. Sterne der Klasse F.

W Ursae majoris	F8	0.334	0.610	0.081	0.7 + 0.5
R Canis majoris	F0	1.136	0.443	0.0027	
Boss 3511	F0	1.611	0.223	0.0002	
α Trianguli	F5	1.737	0.287	0.0003	
13 Ceti	F0	2.082	0.981	0.0087	
θ Draconis	F8	3.07	0.99	0.0041	
Z Herculis	F2	3.99	4.80	0.28	1.5 + 1.3
ζ^1 Lyrae	F0	4.30	3.03	0.060	
ω Draconis	F5	5.28	2.63	0.026	
κ Pegasi *)	F0	5.97	3.41	0.044	
α Bootis	F5	9.60	8.90	0.31	1.4 + 1.3
Boss 593	F4	9.85	3.01	0.011	
ρ Velorum	F2	10.21	4.98	0.047	0.3 + 0.2
ι Pegasi	F5	10.21	6.74	0.12	
α Leonis	F5	14.50	10.78	0.24	1.3 + 1.1
Boss 4423	F0	26.27	14.95	0.19	0.9 + 0.8
h Draconis	F5	51.71	12.62	0.030	
93 Leonis	F8	71.70	23.25	0.10	
χ Draconis	F8	281.8	62.02	0.12	

*) Bei κ Pegasi ist zu bemerken, daß Henroteau in der Bahnbestimmung (Lick Obs. Bull. 304) $f = 0.44$ gibt; es muß aber 0.044 heißen. m_1 und m_2 sind in 8.6 und 1.7 zu verbessern. Der erstere Betrag ist für einen F-Stern abnorm groß; er hängt aber in starkem Maße von dem Werte der Radialgeschwindigkeit der zweiten Komponente des visuellen Systems κ Pegasi ab, und dieser Wert beruht nur auf Messungen »of two or three lines ... on three plates«. Verkleinert man ihn um einige Kilometer, so kommt man schon zu einem normalen Massenwerte.

VI. Sterne der Klasse G.

ϵ Ursae minoris	G5	39.48	17.35	0.13	
α Aurigae	G0	104.02	36.85	0.18	1.4 + 1.0
Boss 1082	G5	121	46.90	0.28	

Stern	Spektr.	P	$a \sin i$	f	$m_1 \sin^3 i$ $+ m_2 \sin^3 i$
A Carinae	G5	195 ^d 32	66.88	0.31	
A Bootis	G5	211.95	44.00	0.076	
113 Herculis	G5	245.3	53.58	0.10	
μ Persei	G0	284	80.00	0.25	
η Bootis	G0	497.1	57.74	0.031	
η Pegasi	G0	818.0	157.80	0.23	

VII. Sterne der Klasse K.

42 Capricorni	K0	13.25	4.06	0.015
ζ Andromedae	K0	17.77	6.27	0.031
σ Geminorum	K0	19.60	9.22	0.081
λ Andromedae	K0	20.55	1.99	0.0008
γ Phoenicis	K5	193.79	42.10	0.079
σ Puppis	K5	257.8	64.80	0.16
β Herculis	K0	410.58	60.28	0.052

Die Werte der f innerhalb der einzelnen Spektralklassen sind sehr verschieden, aber die Zahl der Sterne ist doch in den meisten Fällen schon so groß, daß die Mittelwerte der f einen ziemlich kleinen mittleren Fehler haben. Für die G- und die K-Sterne sind erst wenige Bahnen bekannt, und wir lassen diese Sterne daher zunächst bei Seite. Ferner schließen wir von den übrigen Systemen noch die ihrer Periodenlänge nach vereinzelt dastehenden Sterne χ Aurigae (B1, $P=655^d$) und χ Draconis (F8, $P=282^d$) aus. Alle übrigen hier in Betracht kommenden Sterne haben Perioden von weniger als 144^d . P_m seien die Mittelwerte der Perioden, F die der f , ϵ die mittleren Fehler der F und n die Zahl der Sterne, so ist für die Spektralklassen:

Oe bis Oe5	$P_m=(15^d)7$	$F=(2.7)$	$\epsilon=$	$n=3$
Bo » B5	24.8	0.50	± 0.139	32
	[26.1]	[0.33]	[± 0.067]	[30]
B8 und B9	15.2	0.19	± 0.074	11
A	19.7	0.14	± 0.023	38
F	13.0	0.09	± 0.024	18

Für die B-Sterne (so bezeichnen wir der Kürze wegen die Sterne der Klassen Bo bis B5, während die der Klassen B8 und B9 kurz B8-Sterne genannt werden sollen) sind zwei Werte von F gegeben. Der zweite ist unter Ausschließung der Systeme Boss 46 und η Orionis gewonnen, deren f -Werte [3.71 und 2.51] weit größer als die der übrigen B-Sterne sind.

Um von dem Übelstande, daß einzelne ihrer Größe nach stark herausfallende Werte von f das Mittel stark beeinflussen, möglichst frei zu werden, wollen wir noch auf andere Weise Durchschnittswerte der f ableiten, und zwar nach einem von mir bereits in I eingeschlagenen Verfahren, welches darin besteht, daß man aus den P und $a \sin i$ gruppenweise Mittel bildet und diese Mittelwerte, welche sozusagen durchschnittliche Doppelsternsysteme repräsentieren, als Grundlage für die weitere Untersuchung benutzt. Wir berechnen also gruppenweise, wie es durch die Klammern an der linken Seite der Tabellen angedeutet ist, die Mittelwerte P_0 und $(a \sin i)_0$ und ferner die diesen Mittelwerten entsprechenden f_0 nach der Formel:

$$f_0 = [8.6014 - 10] \cdot (a \sin i)_0^3 / P_0^2.$$

Die Ergebnisse dieser Rechnung sind die folgenden:

P_0	$(a \sin i)_0$	n	f_0	P_0	$(a \sin i)_0$	n	f_0
Oe bis Oe5.				A.			
(15 ^d 66)	(21.60)	3	(1.6)	1 ^d 49	1.57	4	0.07
Bo bis B5.				2.57	1.60	5	0.02
				3.62	2.43	4	0.04
1.18	1.55	4	0.11	4.02	4.09	4	0.17
2.54	3.12	5	0.19	6.82	4.72	4	0.09
3.81	4.94	5	0.33	10.21	5.92	5	0.08
5.12	6.02	4	0.33	17.37	9.67	5	0.12
7.60	6.92	5	0.23	47.47	23.50	4	0.23
20.24	11.18	4	0.14	114.79	31.71	3	0.10
123.54	53.36	5	0.40	F.			
B8 und B9.				1.38	0.51	5	0.003
1.82	2.68	4	0.23	4.52	2.97	5	0.05
4.41	3.75	4	0.11	10.87	6.88	5	0.11
47.54	17.13	3	0.09	49.89	16.94	3	0.08

Die f_0 sind nun innerhalb jeder Spektralklasse nicht mehr annähernd so verschieden, wie die f der einzelnen Sterne; sie werden für jede Spektralklasse zu Mitteln f_m vereinigt, wobei die n als Gewicht dienen. Wir erhalten:

Oe bis Oe5	$f_m=(1.6)$	m.F. =	—	$n=3$
Bo » B5	0.25	± 0.041		32
B8 und B9	0.15	± 0.044		11
A	0.10	± 0.022		38
F	0.06	± 0.024		18

Die f_m sind durchgehends etwas kleiner als die entsprechenden F , wie es nach der Art der Berechnung der beiden Größen auch zu erwarten ist. In den F sowohl wie in den f_m zeigt sich überaus deutlich eine starke Abnahme mit fortschreitender Spektralklasse. Für die Vergleichung der Spektralklassen untereinander scheinen mir die f_m besser geeignet als die F . Sind nun die früher angegebenen Voraussetzungen a) und b) erfüllt, so folgt aus obigen Zahlen, daß die spektroskopischen Doppelsterne der Klasse B durchschnittlich etwa 1.7 mal so große Massen haben als die der Klasse B8, 2.5 mal so große als die der Klasse A und 4 mal so große als die der Klasse F. Die Sterne der Klasse Oe scheinen sehr große Massen zu haben, soweit man aus der sehr kleinen Zahl von bekannten Bahnen schon einen Schluß ziehen darf. Auch für die B8- und die F-Sterne verdienen wegen der geringen Zahl bekannter Bahnen die Werte f_m noch kein großes Vertrauen. Immerhin scheint es doch — immer unter den Voraussetzungen a) und b) —, als ob die B8-Sterne ihrer durchschnittlichen Masse nach zwischen den B- und den A-Sternen stehen, und als ob die F-Sterne durchschnittlich auffällig kleine Massen besitzen. Das Ergebnis von I, daß die B-Sterne durchschnittlich dreimal so große Massen haben wie die Sterne der übrigen Spektraltypen, findet durch das vergrößerte Beobachtungsmaterial gute Bestätigung.

Wir haben nun noch die wenigen Systeme der G- und K-Klasse zu betrachten. Bei den G-Sternen fallen zunächst die großen Periodenwerte ins Auge, denn nur 3 von den 9 in der Tabelle aufgeführten Systemen haben Perioden von weniger als 150^d , während bei den B-, A- und F-Sternen Perioden von mehr als 150^d außerordentlich selten sind. Die kürzeste bisher bekannte Periode eines G-Sternes ist 39^d . Die f -Werte sind bei den G-Sternen auffällig groß, aber der Schluß,

daß die Massen der G-Sterne deswegen auch groß sein müssen, ist, wie wir sehen werden, nicht ohne weiteres erlaubt, denn es wird sich zeigen, daß bei Sternen mit langen Perioden solche mit großen f -Werten bei der Auswahl für die Bahnbestimmung eine starke Bevorzugung erfahren müssen.

Unter den K-Sternen kommen Systeme mit kurzer Periode wieder häufig vor, denn bei vier von den in der Tabelle gegebenen sieben K-Sternen ist $P < 21^d$. Diese Systeme haben auffällig kleine f -Werte. In der Tat ergibt sich für sie:

$$P_0 = 17^d.79 \quad (a \sin i)_0 = 5.38 \quad n = 4 \\ f_0 = 0.02 \quad (F = 0.03)$$

sodaß man für die K-Sterne fast noch geringere Masse als für die F-Sterne vermuten möchte. Auch von den 3 K-Sternen mit langen Perioden (194^d bis 411^d) haben zwei sehr kleine f -Werte, nur für σ Puppis ist f größer. Jedenfalls ist die Kleinheit von f bei den K-Sternen, sowie die Verschiedenheit der Verteilung der Periodenwerte bei den G- und K-Sternen recht bemerkenswert, und es wären weitere Bahnbestimmungen solcher Sterne sehr erwünscht, um entscheiden zu können, ob es sich bei dem jetzigen Befund, der sich ja nur auf ein wenig umfangreiches Beobachtungsmaterial stützt, um einen Zufall handelt oder nicht.

In I ist bereits darauf hingewiesen worden, daß man bei Sternen der Klassen F bis K wegen der im allgemeinen guten Meßbarkeit und der großen Zahl der Spektrallinien häufig noch Bahnbestimmungen ausführen wird, die nicht mehr möglich oder schwierig wären, wenn der Stern den Spektralklassen B oder A angehörte. Durch diesen Umstand werden die durchschnittlichen Massen der zu den Klassen F bis K gehörigen Sterne scheinbar herabgedrückt. Für die G- und K-Sterne waren ja unsere Resultate überhaupt noch ganz ungewiß, für die F-Sterne aber könnte jener Umstand in Wirksamkeit getreten sein, sodaß die Kleinheit der Massen der F-Sterne gegenüber denen der A-Sterne, die an sich noch nicht sicher behauptet werden konnte, dadurch ganz in Frage gestellt scheint. Andererseits ist aber zu beachten, daß bei allen Spektralklassen die Systeme mit großer Amplitude der Radialgeschwindigkeiten, also großen f -Werten, bei der Bahnbestimmung bevorzugt sein werden. Nun ist bei den F-Sternen der bisher festgestellte Maximalwert von $f = 0.31$, und dieser Wert wird von sechs A-Sternen erreicht oder übertroffen ($f = 0.31, 0.33, 0.42, 0.42, 0.47, 0.53$). Es scheint hiernach also doch, als ob an der Verschiedenheit der Massen bei den A- und den F-Sternen etwas Reelles wäre. Völlig entscheiden aber läßt sich diese Frage vorläufig noch nicht.

Es ist nun weiter zu untersuchen, ob innerhalb derselben Spektralklasse f als konstant angesehen werden kann. In der Tat scheint bei den B- und noch deutlicher bei den A- und F-Sternen ein Anwachsen von f_0 mit der Periode angedeutet zu sein¹⁾; auch bei Betrachtung der die einzelnen Sterne enthaltenden Tabellen nimmt man wahr, daß mit wachsender Periode die Zahl der großen Werte von f zunimmt. Wäre f_0 von der Periode unabhängig, so müßte innerhalb jeder Spektralklasse

$$f_0 = [8.6014 - 10] (a \sin i)_0^3 / P_0^2 = C$$

sein, oder, wenn man die aus dieser Formel berechneten Werte von $(a \sin i)_0$ mit $A \sin \mathcal{F}$ bezeichnet:

$$A \sin \mathcal{F} = (C P_0^2 / [8.6014 - 10])^{1/3}.$$

Bestimmt man C so, daß die Summe der $[(a \sin i)_0 - A \sin \mathcal{F}]^2$ ein Minimum wird, so findet man für die B- und die A-Sterne (für die B8- und die F-Sterne führe ich die Ergebnisse wegen der geringen Zahl der Sterne hier nicht an), wenn man der Einfachheit wegen den einzelnen Gruppen von Sternen gleiches Gewicht gibt:

$$\text{B-Sterne: } C = 0.36 \quad \text{A-Sterne: } C = 0.12$$

während in I die betreffenden Zahlen für die B-Sterne und die Gesamtheit der A- bis K-Sterne 0.34 und 0.11 lauteten. Mit diesen Werten von C ergeben sich folgende Werte von $\Delta = (a \sin i)_0 - A \sin \mathcal{F}$:

B-Sterne:		A-Sterne:	
$P_0 = 1^d.18$	$\Delta = -0.77$	$P_0 = 1^d.49$	$\Delta = -0.31$
2.54	-0.75	2.57	-1.11
3.81	-0.14	3.62	-0.97
5.12	-0.16	4.02	+0.44
7.60	-1.12	6.82	-0.47
20.24	-4.28	10.21	-0.87
123.54	+1.76	17.37	-0.01
		47.47	+4.58
		114.79	-2.38

Die Δ sind zwar im allgemeinen ziemlich klein, aber die Darstellung ist doch nicht zufriedenstellend, da die negativen Δ zu stark überwiegen. Der Grund hierfür ist der, daß die Sterne mit langen Perioden bei der Bestimmung der C ein übergroßes Gewicht haben. Weit befriedigender wird die Darstellung, wenn man sich auf die Werte von P_0 bis zu 10^d beschränkt; in diesem Falle erhält man für die B-Sterne $C = 0.26$ für die A-Sterne $C = 0.08$ in naher Übereinstimmung mit den betreffenden Werten von f_m (0.25 und 0.10). Die Δ werden:

B-Sterne:		A-Sterne:	
$P_0 = 1^d.18$	$\Delta = -0.54$	$P_0 = 1^d.49$	$\Delta = -0.07$
2.54	-0.36	2.57	-0.77
3.81	+0.38	3.62	-0.54
5.12	+0.47	4.02	+0.90
7.60	-0.30	6.82	+0.19
		10.21	-0.01

Die Darstellung der $(a \sin i)_0$ ist nunmehr recht gut. Man kann also sagen, daß bei Periodenwerten bis zu etwa 10^d die Größe f innerhalb der Spektralklassen A und B im Durchschnitt konstant ist, daß aber bei größeren Periodenwerten ein Anwachsen von f wahrnehmbar ist. Diese Erscheinung könnte so gedeutet werden, daß Systeme mit längerer Periode durchschnittlich größere Massen haben; eine einfache Überlegung zeigt aber, daß diese Deutung schwerlich richtig ist, daß vielmehr ein kleines Anwachsen der f mit der Periode von vornherein zu erwarten ist.

Bezeichnet man nämlich, wie üblich, mit K die halbe Amplitude der Radialgeschwindigkeiten, so ist, wenn man $[2.3279] f^{1/3} = x$ setzt:

$$K' = x (1 - e^2)^{-1/2} P^{-1/3}.$$

¹⁾ Die Einzelwerte von f können für die folgende Untersuchung nicht gut benutzt werden, da sie zu starke Verschiedenheiten zeigen.

Für verschiedene Werte von P wird:

P	K	P	K
0.5	$1.26 \times (1 - e^2)^{-1/2}$	50 ^d	$0.27 \times (1 - e^2)^{-1/2}$
1	1.00	100	0.22
5	0.58	150	0.19
10	0.46	200	0.17
20	0.37	500	0.13

Bei gleichen Massen, gleicher Exzentrizität und gleicher Neigung hat also ein spektroskopischer Doppelstern von 100^d Periode nur etwa $1/5$ der Amplitude eines Doppelsterns von 1^d Periode. Hiernach ist klar, daß bei der Entdeckung spektroskopischer Doppelsterne und ihrer Auswahl für die Bahnbestimmung bei langen Periodenwerten eine starke Bevorzugung von Systemen von großem f -Werte stattfinden wird, die f werden also im Durchschnitt scheinbar mit der Periode anwachsen, wie wir es tatsächlich angedeutet fanden. Etwas wird allerdings diese Erscheinung kompensiert durch die Tatsache, daß Systeme längerer Periode durchschnittlich auch größere Exzentrizitäten haben als die kurzperiodischen. Der Faktor $(1 - e^2)^{-1/2}$ wächst aber für $e < 0.5$ nur langsam mit e , denn es ist für

$e = 0.1$	$(1 - e^2)^{-1/2} = 1.01$	$e = 0.7$	$(1 - e^2)^{-1/2} = 1.40$
0.3	1.05	0.9	2.29
0.5	1.15		

und Fälle, wo $e > 0.5$ ist, kommen nur verhältnismäßig selten vor.

Nach dem Gesagten ist also das Anwachsen von f mit der Periode bei Sternen gleicher Spektralklasse höchst wahrscheinlich nur scheinbar, und man muß sich wohl hüten, bei Vergleichung verschiedener Spektralklassen Systeme von durchschnittlich stark verschiedenen Periodenwerten miteinander zu vergleichen. Wie die früher mitgeteilten mittleren Periodenlängen P_m zeigen, haben wir bei der Vergleichung der F und der f_m gegen diese Regel nicht verstoßen; für die B-Sterne ist zwar P_m etwas größer als für die andern, aber doch nur so wenig, daß die Ergebnisse dadurch nicht merklich beeinflusst worden sein können. Anders liegt die Sache bei den G-Sternen. Wie wir sahen, sind bei diesen sowohl die Perioden wie die f -Werte auffällig groß. Es wäre nach den obigen Ausführungen völlig verfehlt, hieraus auf ungewöhnlich große Massen bei den G-Sternen zu schließen.

Bei den bisherigen Schlußfolgerungen über die Massen haben wir angenommen, daß die eingangs angeführten Voraussetzungen a) und b) erfüllt sind. Von der ersteren — daß nämlich das Massenverhältnis $\alpha = m_2/m_1$ für alle Spektralklassen durchschnittlich dasselbe ist — werden wir frei bei denjenigen Systemen, bei welchen die Spektrallinien beider Komponenten gemessen werden können, und für die in den Tabellen die Größen $m_1 \sin^3 i$ und $m_2 \sin^3 i$ gegeben sind. Bildet man aus diesen Größen die Mittel für die einzelnen Spektralklassen, so ergeben sich folgende Werte von $(m_1 + m_2) \sin^3 i$

Oe bis Oe5	$(m_1 + m_2) \sin^3 i = (31.2)$	$n = 1$
B	10.5	9
B8	4.2	3
A	2.8	17
F	1.9	6
G	(2.4)	1

Die Zahlen zeigen denselben Gang wie die Werte F und f_m , und die früher gezogenen Schlüsse werden durch sie bestätigt. Der Unterschied zwischen den B- und den A-Sternen tritt hier noch schärfer hervor als in den f_m . Das Mittel der einzelnen α ist bei den 9 B-Sternen und den 17 A-Sternen genau übereinstimmend 0.72, es zeigt sich also in diesem Mittelwerte kein Unterschied zwischen den beiden Spektralklassen. Allerdings ist nicht zu vergessen, daß offenbar im allgemeinen nur bei Systemen mit einem großen Werte von α die Linien der zweiten Komponente sichtbar sein werden, daß wir also im allgemeinen nur die größten vorkommenden Werte von α bestimmen können. Nun ist es sehr bemerkenswert, daß bei 17 von den 38 A-Sternen, also bei 45% aller Fälle, die zweite Komponente gemessen ist, dagegen nur bei 9 von den 32 B-Sternen, also nur bei 28% aller Fälle. Es scheint also, als ob bei den A-Sternen große Werte von α häufiger vorkommen als bei den B-Sternen. Da nun

$$f = \alpha^3 / (1 + \alpha)^2 \cdot m_1 \sin^3 i$$

ist, so nimmt f mit α rasch zu¹⁾ und der obige Befund bedeutet daher, daß wir bei den A-Sternen allein wegen der Häufigkeit großer α -Werte auch häufig relativ große Werte von f finden werden. Wir würden demnach bei den A-Sternen auf zu große Massen im Vergleich zu den B-Sternen schließen. Der Unterschied der Massen der B- und A-Sterne würde also hiernach noch größer sein, als sich durch Vergleichung der f_m ergeben hat. Es liegt aber der Gedanke nahe, die relative Häufigkeit der Sichtbarkeit der Linien der zweiten Komponente bei den A-Sternen gegenüber der bei den B-Sternen dadurch zu erklären, daß in den A-Spektren die Linien durchschnittlich etwas schärfer sind als bei den B-Sternen, was wohl in gewissem Maße zutreffen dürfte; andererseits ist aber die Gesamtamplitude der Radialgeschwindigkeit im Mittel aus den vorliegenden Bahnen von weniger als 150^d Periode bei den B-Sternen rund 140 km, bei den A-Sternen dagegen nur rund 100 km, sodaß hiernach unter sonst gleichen Umständen eigentlich bei den B-Sternen die zweite Komponente leichter erkennbar sein müßte. Als Endresultat dieser Diskussion darf man wohl mit ziemlich großer Sicherheit sagen, daß die Verschiedenheit der f_m für die B- und die A-Sterne nicht durch systematische Verschiedenheit des Massenverhältnisses α bei den beiden Spektralklassen hervorgerufen wird. Für die übrigen Spektralklassen läßt sich wegen der Kleinheit des Beobachtungsmateriales noch nichts Sicheres in dieser Hinsicht sagen, man wird aber wohl wenigstens für die B8- und die F-Sterne annehmen können, daß auch bei ihnen die Größe α nicht den entscheidenden Faktor für den Wert von F bzw. f_m bedeutet.

Daß bei einer Anzahl von spektroskopischen Doppelsternen die Kleinheit von f tatsächlich durch die Kleinheit des Massenverhältnisses α bedingt wird, geht aus folgender Betrachtung hervor: Bezeichnet man mit n_+ die Zahl derjenigen Systeme jeder Spektralklasse, deren f größer oder ebenso groß ist als der Normalwert f_m dieser Spektralklasse, mit n_- die Zahl der Systeme, deren $f < f_m$ ist, so ist für die Systeme, deren beide Komponenten gemessen sind,

¹⁾ Z. B. ist für $m_1 + m_2 = 3$ und $\alpha = 1/2$, $f = 0.11 \sin^3 i$, dagegen für denselben Wert von $m_1 + m_2$ und $\alpha = 1$, $f = 0.38 \sin^3 i$.

bei den B-Sternen	$n_+ = 6$	$n_- = 3$
» » B8-Sternen	2	1
» » A-Sternen	12	5
» » F-Sternen	5	1
insgesamt	$n_+ = 25$	$n_- = 10$

Dagegen ist für die Systeme, bei denen nur eine Komponente gemessen ist,

bei den B-Sternen	$n_+ = 10$	$n_- = 13$
» » B8-Sternen	3	5
» » A-Sternen	7	14
» » F-Sternen	3	9
insgesamt	$n_+ = 23$	$n_- = 41$

Man sieht also, daß bei den Systemen, bei welchen beide Komponenten gemessen sind, die großen Werte von f , bei den andern die kleinen Werte von f stark überwiegen, weil eben in ersterem Falle die α durchschnittlich größer sind als in letzterem. Dieser Befund berechtigt wohl auch zu dem Schlusse, daß nicht etwa die Systeme mit kleinem α systematisch größeres m_1 haben als die mit großem α , was ja an sich nicht ganz undenkbar wäre.

Wir wenden uns nun der Voraussetzung b), daß die Bahnneigungen i für alle Spektralklassen durchschnittlich dieselben sein sollen, zu. Bekanntlich zeigen die Algol-Sterne eine Bevorzugung der Milchstraße, und Untersuchungen von Guthnick¹⁾ scheinen darauf hinzudeuten, daß die Bahnebenen der B-Sterne angenähert parallel zur Ebene der Milchstraße orientiert sind. Es wäre dann, wenn β den Abstand eines Sternes vom galaktischen Äquator bedeutet, $i = 90^\circ - \beta$. Die galaktische Breite der B-Sterne ist meist klein, und wenn die besagte Regel über die Lage der Bahnebenen z. B. für die A-Sterne nicht gilt, so wäre es denkbar, daß die Verschiedenheit der f_m für die B- und die A-Sterne sich einfach durch diesen Umstand erklärt, worauf Guthnick aufmerksam gemacht hat.

Wenn $i = 90^\circ - \beta$ ist, so muß dieses Gesetz auch in den Werten f für die einzelnen Sterne erkennbar sein, da f ja den Faktor $\sin^3 i$ enthält. Ordnet man die Sterne nach β und trennt sie in zwei Gruppen, je nachdem $f \geq f_m$ oder $f < f_m$ ist, so liefert die Abzählung für die B- und die A-Sterne folgende Resultate (n_+ und n_- haben dieselbe Bedeutung wie früher):

B-Sterne			A-Sterne		
β	n_+	n_-	β	n_+	n_-
$0^\circ - 9^\circ$	3	5	$0^\circ - 9^\circ$	3	6
$10 - 19$	9	2	$10 - 19$	5	3
$20 - 29$	2	6	$20 - 29$	3	3
$30 - 50$	2	3	$30 - 44$	3	3
			$45 - 68$	5	4

Während die Zahlen für die A-Sterne keinerlei Gesetzmäßigkeit erkennen lassen, scheint es, als ob bei den B-Sternen in der Tat für kleine galaktische Breiten die großen, für große die kleinen f überwiegen, wie es nach der oben gemachten Hypothese der Fall sein muß. Man könnte diese Erscheinung, wenn man sie nicht überhaupt als einen bei

der Kleinheit des Materials wohl denkbaren Zufall ansehen will, auch dadurch erklären, daß man für die Sterne von kleiner galaktischer Breite größere Massen als für solche von großer annimmt. Wir wollen aber hier bei der Hypothese bleiben, daß für die B-Sterne angenähert $i = 90^\circ - \beta$ ist.

Für die B-Sterne ist $f_m = 0.25$, für die A-Sterne 0.10. Soll der Unterschied beider Werte durch die Verschiedenheit des Faktors $\sin^3 i$ erklärt werden, so müßte, wenn $(\sin^3 i)_1$ bzw. $(\sin^3 i)_2$ die durchschnittlichen Werte von $\sin^3 i$ für die B- bzw. A-Sterne bezeichnen, die Gleichung

$$0.25 : (\sin^3 i)_1 = 0.10 : (\sin^3 i)_2$$

bestehen. Berechnet man aus den Einzelwerten von $\sin^3 i = \cos^3 \beta$ für die B-Sterne das Mittel, so findet man 0.82, man wird also mit genügender Annäherung $(\sin^3 i)_1 = 0.82$ setzen können. Damit ergibt sich dann

$$(\sin^3 i)_2 = 0.33.$$

Für eine unendlich große Zahl regellos orientierter Bahnen ist nun²⁾: $(\sin^3 i)_0 = 0.59$

d. h. für die 38 A-Sterne müßte $\sin^3 i$ im Durchschnitt viel kleiner sein als bei einer großen Zahl regellos verteilter Bahnen. Es ist aber in Wirklichkeit gerade das Gegenteil zu erwarten, denn bei der Auswahl werden Bahnen mit großer Neigung stark bevorzugt werden. Der Unterschied zwischen den Werten f_m für die B- und die A-Sterne läßt sich also auf diese Art nicht zwanglos erklären.

Nimmt man an, daß für die 38 A-Sterne der mittlere Wert von $\sin^3 i$ gleich jenem theoretischen Wert für unendlich viele Bahnen ist, so wird für die A-Sterne $f_m : (\sin^3 i)_2 = 0.10 : 0.59 = 0.17$, während unter der Annahme $i = 90^\circ - \beta$ für die B-Sterne $f_m : (\sin^3 i)_1 = 0.25 : 0.82 = 0.305$ wird. Man könnte also selbst unter dieser sehr gezwungenen Annahme schließen, daß die B-Sterne fast doppelt so große Massen haben als die A-Sterne.

Das Endresultat der Diskussion der Voraussetzung b) ist also, daß, wofern man nicht ganz willkürliche Hypothesen machen will, die Annahme einer systematischen Verschiedenheit der Neigung i der Bahnebenen nicht geeignet ist, die für die B- und die A-Sterne gefundene Verschiedenheit der f_m zu erklären. Die Erklärung durch Annahme ungleicher Massen bleibt die weitaus wahrscheinlichste.

[Nebenbei erwähnt, obgleich nicht hierher gehörig, sei eine Erscheinung, die mir gelegentlich dieser Untersuchungen aufgefallen ist. Unter den A-Sternen mit etwas längeren Perioden (15^d bis 141^d) finden sich nämlich auffallend viele mit hohen galaktischen Breiten. Es ist

für $P > 15^d$: $\beta > 30^\circ$ bei 9 Sternen, $\beta < 30^\circ$ bei 3 Sternen
» $P < 15^d$: $\beta \geq 30^\circ$ » 6 » $\beta < 30^\circ$ » 20 »

Ob es sich hier um eine Gesetzmäßigkeit oder um einen Zufall handelt, kann erst die Zukunft lehren.]

Über die wirklichen Werte der Gesamtmassen der spektroskopischen Doppelsterne können wir uns auf Grund der obigen Betrachtungen leider nur ein unvollkommenes Bild machen. Wir sahen, daß für die B-Sterne im Mittel aus 9 Systemen $(m_1 + m_2) \sin^3 i = 10.5$ ist³⁾, wobei noch erwähnt

¹⁾ Guthnick, Wahrscheinlichkeit eines sehr hohen Prozentsatzes von Veränderlichen mit merklichen Lichtwechsel-Amplituden unter den Heliumsternen. AN 191.169.

²⁾ Vgl. W. W. Campbell, Lick Obs. Bull. VI, 39.

³⁾ Für V Puppis (B1, Algol-Veränderlicher) bzw. μ^1 Scorpii (B3) ergibt sich unter der Annahme $e = 0$ $(m_1 + m_2) \sin^3 i = 34$ bzw. 15.

werden möge, daß von diesen 9 Sternen mindestens 5 oder 6 Verfinsterungsveränderliche sind, sodaß $\sin^3 i$ im Mittel sicherlich nicht sehr klein sein kann. Ferner ergab sich für 17 Systeme der Spektralklasse A im Mittel $(m_1 + m_2) \sin^3 i = 2.8$. Leider ist wenigstens für die Spektralklasse B die Zahl der Sterne, auf denen jener Mittelwert beruht, noch recht gering. Jedenfalls aber sind wir sicher, daß sich im Mittel aus allen 32 B-Sternen bzw. 38 A-Sternen mit Perioden von weniger als 144^d, deren Bahnen wir kennen, keine Gesamtmassen ergeben können, die von einer andern Größenordnung sind als die angeführten Zahlen, wenn wir nicht für die α und die $\sin^3 i$ ganz unwahrscheinliche Durchschnittswerte einsetzen. *Freundlich*¹⁾ hat gesagt, daß man, um bei den B-Sternen den sogenannten K -Effekt durch die *Einsteinsche* Gravitationstheorie zu erklären, für diese Sterne durchschnittliche Massen von 40 bis 100 (in Einheiten der Sonnenmasse) annehmen muß, wofern man nicht diesen Sternen Dichten zuschreiben will, die mit den für Verfinsterungsveränderliche der Klasse B gefundenen unvereinbar sind. Setzen wir nun z. B. $m_1 + m_2 = 50$ und $\sin^3 i = 0.59$ (dem Werte, der einer unendlich großen Zahl regellos orientierter Bahnebenen entspricht und im vorliegenden Falle sicher zu klein ist), so ist

$$f = \alpha^3 / (1 + \alpha)^3 \cdot (m_1 + m_2) \sin^3 i = 29.5 \alpha^3 / (1 + \alpha)^3.$$

Hiernach wird für

$\alpha = 0.5$	$f = 1.09$	$p = 13$
0.4	0.69	25
0.3	0.36	41
0.25	0.24	50

p gibt an, wieviel Prozent von den 32 bekannten Bahnen der Klasse B (mit Perioden von weniger als 144^d) f -Werte aufweisen, die größer sind als der neben p stehende Wert von f oder gleich demselben. Erst für $\alpha = 0.25$ ist dies für 50% der Fall. Nun ist für die 9 Systeme, bei denen das Massenverhältnis bekannt ist, im Mittel $\alpha = 0.72$. Auch für Boss 46 ist α sicher nicht sehr wesentlich von der Einheit verschieden. Wir wollen also annehmen, daß für 10 Systeme α im Mittel gleich 0.72 ist. Dann müßte, damit das Gesamt-mittel der α gleich 0.25 wird, der Mittelwert für die übrigen 22 Systeme 0.04 sein. Das ist natürlich ganz ausgeschlossen, und von einem Durchschnittswerte von 50 Sonnenmassen kann keine Rede sein. In der Tat wird ja dieser Wert auch von keinem der neun Einzelwerte von $(m_1 + m_2) \sin^3 i$ auch nur annähernd erreicht, auch nicht in den Fällen, wo Verfinsterungsveränderliche vorliegen, $\sin^3 i$ also nahe gleich 1 ist. V Puppis und μ^1 Scorpii bleiben gleichfalls weit unter dieser Grenze, und bei Boss 46 ist unter der Annahme $m_1 = m_2$ und $\sin^3 i = 1$ (der Stern ist ein Veränderlicher der β Lyrae-Klasse) $m_1 + m_2 = 30$. Die *Einsteinsche* Gravitationstheorie kann also den K -Effekt in seinem vollen Betrage nicht erklären, man müßte denn annehmen, daß die einfachen B-Sterne sehr viel größere Massen haben als die Doppelsterne dieser Klasse. Leider läßt sich nicht feststellen, ob die 32 B-Sterne, deren Bahnen wir kennen, den K -Effekt in seinem ganzen Betrage von 4 km zeigen, da die Bestimmung von K aus den Schwerpunkts-geschwindigkeiten dieser Systeme zu

unsicher wird. Bei der eben angestellten Erörterung haben wir noch den Umstand gänzlich außer acht gelassen, daß nach *Seeliger*²⁾ bei einem spektroskopischen Doppelstern nur etwa $2/3$ der Gesamtmasse für die Erzeugung des K -Effektes wirksam bleibt. Dadurch kommen wir zu noch ungünstigeren Verhältnissen für die Erklärung der Größe K nach der *Einsteinschen* Theorie.

Schließlich wollen wir uns noch mit einer besonders interessanten Klasse von spektroskopischen Doppelsternen beschäftigen, nämlich mit denjenigen Helium-Sternen, in deren Spektrum die Calciumlinie K schmal und scharf ist und Radialgeschwindigkeiten ergibt, die von den aus den Verschiebungen der anderen Linien abgeleiteten abweichen.

Nach dem heutigen Stande der Forschung darf man wohl annehmen, daß diese eigenartige Linie K durch Absorption in einer weiten, dem betreffenden System angehörenden Atmosphäre zustande kommt³⁾. *Freundlich* ist der Ansicht, daß solche ausgedehnten Atmosphären bei den B-Sternen häufig sein werden, weil diese Sterne große Massen besitzen und große Massen nach den Untersuchungen von *Eddington* die Entstehung derartiger Atmosphären begünstigen. Ist diese Hypothese richtig, so wird man erwarten dürfen, daß die scharfe K -Linie gerade bei den Helium-Sternen mit besonders großen Massen auftritt. In der Tat ist nun diese Linie bisher bei folgenden Systemen aus unserer Tabelle gefunden worden:

Stern	Spektr.	f	$(m_1 + m_2) \sin^3 i$
29 Canis maj.	Oe	4.58	
Boss 6142	Oep	2.14	31.2
ι Orionis	Oe5	1.34	
VV Orionis	B2	0.36	
Boss 46	B3	3.71	
σ Persei	B1	0.75	9.2
δ Orionis	Bo	0.61	
β Scorpii	B1	1.26	21.3
η Orionis	B1	2.51	21.8
χ Aurigae	B1	0.56	
σ Aquilae	B8	0.88	9.7

Dieser Liste ist noch der früher wegen der Veränderlichkeit der Amplitude der Radialgeschwindigkeiten ausgeschlossene Stern 12 Lacertae hinzuzufügen (B2, $f = 0.0001$). Von diesem Sterne abgesehen, haben alle die genannten Systeme auffällig große f -Werte, die den früher für die Gesamtheit der B-Sterne abgeleiteten Durchschnittswert $f_m = 0.25$ weit übertreffen. [Unter den B8-Sternen hat gerade der mit dem größten f -Wert, σ Aquilae, die scharfe K -Linie!] Unter den 11 Sternen der obigen kleinen Tabelle finden sich mindestens 7 Verfinsterungsveränderliche, $\sin^3 i$ wird daher durchschnittlich nicht sehr von der Einheit verschieden sein; immerhin aber werden die Massen dieser Sterne durchschnittlich die der übrigen Helium-Sterne übertreffen, sodaß wir hier eine schöne Bestätigung der oben erwähnten Hypothese gewonnen haben. Bei 12 Lacertae sind die Verhältnisse noch zu ungeklärt, als daß diese Abweichung von der Regel zu sehr in's Gewicht fallen könnte.⁵ Wegen der großen Zahl von

¹⁾ *Freundlich*, Über die Gravitationsverschiebung der Spektrallinien bei Fixsternen. Phys Z 20.561, 1919.

²⁾ *H. Seeliger*, Über die Gravitationswirkung auf die Spektrallinien. AN 202.83.

³⁾ *Young*, Publ. of the Dominion Observatory IV.27. — *Freundlich* a. a. O.

Verfinsterungsveränderlichen unter jenen Sternen könnte man auf den Gedanken kommen, daß die Atmosphären in Richtung der Bahnebenen stark abgeflacht sind. Es ist aber nicht zu vergessen, daß auch unter den übrigen spektroskopischen Doppelsternen der Klasse B Verfinsterungsveränderliche häufig sind.

Auffällig ist, wie schon erwähnt, die Größe von f bei den 3 Sternen der Klasse Oe. Diese Sterne bilden den Übergang zu den Wolf-Rayet-Sternen, und man wird daher auch wohl für diese große Massen annehmen dürfen. Auf die engen Beziehungen zwischen Wolf-Rayet-Sternen und planetarischen Nebeln hat *W. H. Wright*¹⁾ hingewiesen. Er findet Anzeichen dafür, daß die Wolf-Rayet-Sterne durch Kondensation der planetarischen Nebel entstehen, da die Kerne solcher Nebel in vielen Fällen Wolf-Rayet-Sterne sind. Aus dem obigen Gedankengange heraus wird man vielleicht eher zu dem Schlusse geneigt sein, daß umgekehrt die planetarischen Nebel aus den Wolf-Rayet-Sternen entstehen.

Die Wolf-Rayet-Sterne sind, wie bekannt, mit den Neuen Sternen verwandt, denn das Spektrum der letzteren scheint in der Regel schließlich in das eines Wolf-Rayet-Sternes überzugehen. Bemerkenswerter Weise hat man im Spektrum der Neuen Sterne wiederholt die Linie K als schwache, scharfe Absorptionslinie gefunden.

Zum Schluß möge hier noch ein weiterer Punkt erörtert werden. Wir haben von den B8-Sternen mit bekannten Bahnen den Stern ν Sagittarii ausgeschlossen, weil sein Spektrum helle Linien enthält. Für diesen Stern ist $f = 1.6$, und dies ist ein für einen B8-Stern ganz außergewöhnlicher Wert.

Potsdam, Astrophysikalisches Observatorium, 1920 Februar.

H. Ludendorff.

¹⁾ *W. H. Wright*, The Relation between the Wolf-Rayet-Stars and the Planetary Nebulae. *ApJ* 40.466.

²⁾ *J. S. Plaskett*, *Pop. Astr.* 27.672.

Variabilis oder Nova 7.1920 Aquilae.

Den Veränderlichen, dessen Ort von Dr. *Mündler* durch Anschluß an $\frac{1}{2}[\text{Mü}_1 19478 + \text{Mü}_2 8514]$ mikrometrisch am Zwölfföller zu

$\alpha 1875 \ 19^h 12^m 0^s 95 \ \delta 1875 \ +1^\circ 33' 37''.3 \ \text{Ep. } 1919.58$
 $\alpha 1855 \ 19 \ 11 \ 0 \ \delta 1855 \ +1 \ 31.6$

bestimmt wurde, fand ich auf zwei Sechszölleraufnahmen von 1919 Juli 4. Auf älteren Platten konnte ich den Veränderlichen nicht mit Sicherheit nachweisen. Die Platten ergeben:

1898 Aug. 11 u. 12 $v < 14^m$	1908 Juli 27 $v < 12^m$
1902 Juli 12 < 15	1909 Aug. 7 < 15
1904 „ 6 $= 16(?)$	1910 Juli 15 < 14
1906 „ 23 < 11	1910 Aug. 7 < 15
1908 „ 6 < 14	1914 Juni 26 < 14
1908 „ 22 < 11	1918 Juli 7 $\leq 12(?)$
1908 „ 23 < 10	1919 „ 4 $= 10.4$

wobei $<$ bedeutet, daß der Variable unter der Schwelle der betr. Aufnahme gelegen hat. Bei 1904 Juli 6 und 1918 Juli 7 bin ich nicht sicher, daß die schwachen eben erkennbaren Spuren genau an dem Ort des Sternes stehen. Auf der beigegebenen Skizze sind außer einigen geeigneten Vergleichsternen, die 3 nächsten BD-Sterne bezeichnet: 1 = $+1^\circ 39' 54$, 2 = $+1^\circ 39' 55$, 3 = $+1^\circ 39' 56$. Die übrigen be-

Es liegt hier der Gedanke nahe, daß die hellen Linien auf große Masse hindeuten, denn auf solche muß man aus dem Werte von f schließen. Von den Sternen unserer Tabelle hat helle Linien meines Wissens nur noch 29 Canis majoris, dessen f -Wert (4.6) der größte ist, der überhaupt in der Tabelle vorkommt; aber der Grund für die Größe von f kann in diesem Falle schon die Zugehörigkeit zur Klasse Oe sein. Ferner haben von den besonderer Umstände wegen ausgeschlossenen Sternen noch β Lyrae und φ Persei helle Linien. Bei β Lyrae ist $f = 8.4$, aber eine Komponente scheint c-Charakter zu besitzen, sodaß der Stern vielleicht schon deswegen eine Ausnahmestellung einnimmt. Bei φ Persei ist der aus den durchschnittlichen Verschiebungen der Wasserstofflinien (in verschiedenen Umläufen sind diese Verschiebungen nicht gleich) berechnete Wert von f gleich etwa 0.2, also nicht ungewöhnlich groß; aber, wie gesagt, es liegen bei diesem Stern ganz abnorme Verhältnisse vor. Die Frage, ob helle Linien auf große Masse hindeuten, muß also noch offen bleiben.

Nachtrag. Nach Fertigstellung aller Rechnungen für vorliegende Arbeit sind mir noch folgende Bahnen von spektroskopischen Doppelsternen bekannt geworden²⁾:

Stern	Spektr.	P	$a \sin i$	f	$m_1 \sin^3 i + m_2 \sin^3 i$
U Ophiuchi	B5	1 ^d 677	4.147	1.01	5.3 + 4.6
RS Vulpeculae	B8	4.48	3.39	0.077	4.4 + 1.4
TW Draconis	A3	2.81	2.54	0.083	—

Diese Zahlen passen gut in den Rahmen unserer Ausführungen hinein.

zeichneten Sterne schätze ich nach der Platte so: 3 = $10^m 0$, $a = 10^m 0$, $b = 10^m 5$, $g = 10^m 7$, $c = 11^m 0$, $d = 12^m 5$. Herr Dr. *Mündler* hat den Stern mit den Vergleichsternen a , b und g verglichen:

1919 Juli 6: $a \ 2 \ v \ 1 \ b$	1919 Aug. 15: $a \ 2 \ v \ 1 \ b$
17: $a \ 2 \ v \ 1 \ b$	19: $a \ 1 \ v \ 2 \ b$
29: $a \ 1 \ v \ 1 \ b$	Sept. 1: $a \ 3 \ v \ b$
30: $a \ 2 \ v \ b$	25: $a \ 2 \ v \ 2 \ b, \ v \ 2 \ g$
Aug. 8: $a \ 2 \ v \ 1 \ b$

Darnach scheint der merkwürdige Stern bis Ende September 1919 kaum an Helligkeit abgenommen zu haben.

Königstuhl, 1920 April.

M. Wolf.