

**2. Über die Ablenkung eines Lichtstrahls von seiner geradlinigen Bewegung durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem er nahe vorbeigeht; von J. Soldner, 1801.**

Mit einer Vorbemerkung von P. Lenard.

**I. Vorbemerkung.**

Die nun 120 Jahre alte Berechnung des deutschen Mathematikers und Geodäten Soldner, welche ich im folgenden nach dem heute wenig zugänglichen Original<sup>1)</sup> auszugsweise mitteile, liefert die Ablenkung von 0''85 für einen dicht am Sonnenrand beobachteten Fixstern. Diese Ablenkung ist durch die bisherigen Sonnenfinsternisbeobachtungen anscheinend bestätigt worden, so weit die Genauigkeit dieser Beobachtungen geht.<sup>2)</sup>

1) Berliner Astronomisches Jahrb. 1804 S. 161. Ich verdanke die erste Kenntnis dieser alten Arbeit Hrn. M. Wolf (Heidelberg), der sie mir am 20. April 1921 nach einer ihm von Hrn. Näbauer (Karlsruhe) gewordenen Nachricht zugesandt hat. Ein kürzlich (25. Juni) von Hrn. Seeliger (München) aus Anlaß meiner Veröffentlichung in den Astron. Nachr. (wo nur Libotzky zitiert ist) erhaltener Brief macht mich ebenfalls auf Soldner aufmerksam mit dem Hinzufügen: „Als ich vor 9 Jahren“ (d. i. 1912) „für mich die kleine Rechnung ausführte, bemerkte ich, daß sie, allerdings in ganz unnütz verwickelter Weise, vorher schon von Soldner“ (folgt Zitat) „durchgeführt wurde“. Gleichzeitig verdanke ich Hrn. Seeliger den Hinweis, daß Hr. Libotzky (Physik. Zeitschr. 22. S. 69. 1921) das Resultat seiner auf denselben Grundlagen wie bei Soldner ausgeführten Rechnung nicht zu Recht für übereinstimmend erkläre mit der von ihm zitierten Relativitätstheorie von 1915 (Gl. I a. a. O. S. 70, nach Einstein, ist rechts noch mit einem Faktor 2 zu versehen). Hrn. Libotzkys Resultat stimmt demnach, ebenso wie das Soldners, nur mit der etwas älteren Relativitätstheorie von 1911 überein.

2) Vgl. die Diskussion bei E. Wiechert, Ann. d. Phys. 63. S. 318ff. 1920, auch L. C. Glaser, Ann. f. Gewerbe u. Bauwesen 87. S. 30ff. 1920. Berücksichtigt man die unzweifelhaft vorhandene, im gleichen Sinne wirkende Strahlenbrechung in der Sonnenatmosphäre, so ist die Ablenkung etwas größer als 0''85 zu erwarten, und das ist auch

Soldners Berechnung gründet sich auf die bloße, sehr einfache und klar hingestellte Annahme von Masse und dieser proportionalen Schwere des Lichtes. 110 Jahre später hat Herr Einstein dieselbe Ablenkung auf einem anderen, aber keineswegs einfacheren noch auch einwandfreieren Wege hergeleitet, nämlich mittels seiner, bekanntlich Raum- und Zeitbegriffe umwälzenden Relativitätstheorie, und zwar einer erweiterten Form derselben.<sup>1)</sup> Die Relativitätstheorie ist viel beachtet worden; es verdient demgegenüber auch Soldners so viel ältere Leistung der allgemein zugänglichen Hervorhebung, um so mehr als — wie stets in solchen Fällen — niemand sagen kann, in welchem Maße die ältere Leistung Anlaß und Stütze für spätere Beschäftigung mit demselben Gegenstand gewesen war, und dies allein schon mag die Inanspruchnahme der Annalen für die gegenwärtige Mitteilung rechtfertigen, abgesehen von anderen Gesichtspunkten, die noch folgen. Es liegt hier ein ähnlicher Fall vor, wie mit Gerbers Perihelverschiebungsgleichung des Merkur, die Hr. Einstein auch wesentlich voranging<sup>2)</sup>; allerdings hier mit dem Unterschiede, daß Gerbers Rechnung nicht einwandfrei befunden wurde<sup>3)</sup>, während bei Soldner schwerlich etwas Wesentliches einzuwenden sein wird.

das durchschnittliche Ergebnis der Beobachtungen. Strahlenbrechung und Soldnersche Ablenkung nehmen beide mit zunehmendem Abstand vom Sonnenrand ab, jedoch nach verschiedenen Gesetzen, wobei das Gesetz für die Strahlenbrechung im einzelnen als unbekannt zu betrachten ist, da man die stoffliche und Druckverteilung in der Sonnenatmosphäre nicht genügend kennt, ja nicht einmal berechtigt ist, diese Verteilungen als statisch anzunehmen. Es wird daher auch für künftige, verfeinerte Beobachtungen nicht leicht sein, die Strahlenbrechung zu eliminieren und die reine Gravitationswirkung zu ermitteln.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. 35. S. 908. 1911. Nach der sogenannten allgemeinen Relativitätstheorie leitet Hr. Einstein später die doppelte Ablenkung ab (Berl. Akad. 1915. S. 834), die man aber bisher nicht als bestätigt ansehen kann, da die Beobachtungen nur knapp die doppelte Ablenkung ergeben, während sie wegen der Strahlenbrechung mehr als die doppelte Ablenkung ergeben müßten (vgl. vorige Note).

2) Siehe E. Gehrcke, Ann. d. Phys. 51. S. 119. 1916 und 52. S. 415. 1917.

3) Vgl. besonders H. Seeliger, Ann. d. Phys. 53. S. 31. 1917; auch M. Laue, ebendort 53. S. 214. 1917.

Soldners Ausgangspunkt ist seine Ansicht, daß Licht, das aus Materie bei hoher Temperatur komme, wohl selbst Materie und daher der Gravitation unterworfen sein könnte.<sup>1)</sup> Man konnte diese Ansicht zur damaligen Zeit wohl teilen, schwerlich aber später als die Undulationstheorie durch Fresnels Arbeiten in volle Entwicklung kam; daher wohl das scheinbare Vergessen sein von Soldners Arbeit. Heute ist es wieder anders. Es ist seit Hasenöhrls auf den Lichtdruck gerichteten Untersuchungen<sup>2)</sup>, die nachher von Hrn. Einstein in etwas veränderter Weise fortgesetzt wurden, die Trägheit der Energie, im besonderen die der Lichtstrahlen, als sicherstehend zu betrachten, da Maxwells Gleichungen und im besonderen auch der Lichtdruck experimentell gut bestätigt sind. Andererseits ist die allgemeine Proportionalität von Trägheit und Schwere in Galileis, Newtons, Bessels, Eötvös fortschreitend verfeinerten Untersuchungen ebenfalls genügend geprüft. Die Verknüpfung beider Erkenntnisse ergibt die Schwere der Energie und somit auch Soldners Schwere des Lichts als keineswegs willkürliche, sondern sehr naheliegende Folgerung, sobald man nur zwischen der Trägheit materieller Massen und der von Energie keinen Unterschied macht, wozu aber auch kein nachweisbarer Anlaß vorliegt. Als Bestätigung dieser Folgerung von der Schwere der Energie kann man auch die Abweichungen der relativen Atomgewichte von ganzen Zahlen ansehen, insofern Isotope nicht zur Erklärung genügen: es sind die Gewichte der verschieden großen Energieinhalte der ganzzahlig die Atome auf-

1) Er entwickelt diese Ansicht ausführlich in Gilberts Ann. d. Phys. 39. S. 231. 1811 gleichzeitig mit einer Mitteilung über den Integrallogarithmus, welcher Funktion er damals zuerst diesen noch heute gebräuchlichen Namen gibt und die er näher untersucht und in Tabellen berechnet. — Über Soldners Leben siehe „Joh. Georg von Soldner“ von F. J. Müller (Dissertat. München, Okt. 1914, mit Bildnis). — Von Soldner stammt auch der erste Vorschlag zu einem Taupunkthygrometer, das nachher unter den Namen Daniell und Regnault gebräuchlich geworden ist (Ann. d. Phys. 32. S. 218. 1809). — Soldner war Bayer, Sohn eines Bauern; er hatte außerdem den Vorzug, nicht zu viel Schulen besucht zu haben.

2) F. Hasenöhrl, Wien. Akad. 113. S. 1039. 1904; Ann. d. Phys. 15. S. 344. 1904; s. auch Starks Jahrb. 6. S. 485. 1909.

bauenden Dynamiden, welche nahe, aber doch nicht genau ganzzahlige Atomgewichte erwarten lassen. Was im besonderen die Schwere des Lichts anlangt, so wird dieses Ergebnis sogar unmittelbar der Anschauung zugänglich, wenn man Hr. Plancks Erkenntnis von der Zusammensetzung der Lichtstrahlen aus Lichtquanten hinzunimmt. Wir stellen uns jedes Lichtquant als einen kohärenten elektromagnetischen Wellenzug von begrenzter Länge vor.<sup>1)</sup> Jedes solche Lichtquant hat seinen eigenen Energieinhalt und damit auch seine eigene Masse, welcher auch die zugehörige Schwere zugeschrieben werden kann, und eben dies ist der Gedanke, den Soldner — wenn auch damals dunkler — seiner Rechnung zugrunde legte.

Es ist hier notwendig, einer gegenwärtig schon fast herrschend gewordenen irrümlichen Auffassung gegenüber noch ganz besonders hervorzuheben, daß alle diese Erkenntnisse: Trägheit der Energie, Schwere der Lichtstrahlen, Lichtstrahlkrümmung bei der Sonne, ohne jede Zuhilfenahme von Relativitätstheorie und ganz besonders auch ohne jede Zuhilfenahme der Raum- und Zeitvorstellungen dieser Theorie aus gut feststehenden und der gewöhnlichen Anschauung zugänglichen Erfahrungstatsachen und Prinzipien ableitbar sind. Wie einfach die Ableitung der Trägheit der Energie einschließlich der Gleichung  $M = E/c^2$  sich gestaltet, habe ich an anderer Stelle gezeigt.<sup>2)</sup> Es ist dort<sup>3)</sup> auch schon hervorgehoben, daß es natürlich frei stehe, der somit nachgewiesenen Masse des Lichtquants auch eine entsprechende Schwere, wie sie bei anderen Massen vorhanden ist, probeweise zuzuschreiben und daß man dadurch ganz unabhängig von der Relativitätstheorie und mit nicht geringerer Sicherheit als durch diese zur Vermutung einer Lichtstrahlkrümmung bei der Sonne gelangt, deren Größe

1) Siehe eingehender: „Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation“, Hirzel, Leipzig 1921, S. 27 und „Über Äther und Uräther“, Starks Jahrb. 17. S. 321. 1921 (auch Hirzel 1921).

2) a. a. O. Starks Jahrb. 17. S. 307. 1921. Ganz allgemeingültig, wie Hr. Einstein es hinstellt, haben wir jedoch die Beziehung  $M = E/c^2$  nicht gefunden. Diese gilt, wie unsere Herleitung zeigt, mit Sicherheit nur in von Materie freien Räumen, also beispielsweise für Lichtstrahlen und für Kathodenstrahlen im Vakuum, Fälle, auf die es bei den bisherigen Anwendungen der Beziehung allerdings besonders ankommt.

3) S. 338.

ebenfalls ganz ohne Relativitätstheorie in höchst einfacher Weise berechenbar ist zugleich auch so, daß man über die Grundlagen der Rechnung ohne weiteres sich klar ist. Der Lichtstrahl hat nämlich dann ganz einfach die Bahn irgendeines mit Lichtgeschwindigkeit geworfenen Körpers. Eben letztere Bahn berechnet Soldner. Eine Bestätigung von Soldners einfachem Gedanken ist es also, wenn eine Lichtstrahlkrümmung in dem von Soldner zuerst berechneten Betrage bei der Sonne nachgewiesen wird und nicht etwa eine Bestätigung der Relativitätstheorie wie man ganz ungerechtfertigter Weise allgemein annimmt. Denn eine verwickelte Theorie mit sehr weitgehenden Behauptungen, die man zur Ableitung eines Resultats gar nicht nötig hat, kann durch das Zutreffen des Resultats niemals bestätigt werden. Tritt die Bestätigung des Resultats ein, so kann man nur sagen, daß entweder die Relativitätstheorie (von 1911) ihrem Inhalt nach identisch sein müsse mit den einfachen Annahmen, welche wir zu unserer Herleitung des Resultats wirklich nötig hatten — und das ist bei der Relativitätstheorie mit ihrem bekanntlich ganz weitgehenden Behauptungen nicht der Fall —, oder aber sie ist nur künstlich und zum Schein mit dem Resultat verwoben — welches letztere also angenommen werden muß. — Man kann die Richtigkeit eines Gewichtsstücks nicht für erwiesen erklären, wenn man es bei einer nachher bestätigten Wägung zwar mit auf die Wagschale gelegt, vor Ende der Wägung aber wieder weggenommen hat, oder wenn es Teil einer Gesamtheit zweifelhafter Gewichtsstücke bei der Wägung war.

Ganz ebenso steht es aber auch, wie bei dieser Gelegenheit ebenfalls hervorgehoben sei, mit allen anderen bisherigen Erfahrungsbestätigungen, die man mit so großem Nachdruck für die Relativitätstheorie immer wieder hingestellt findet. Es sind Scheinbestätigungen. Ich habe dies ebenfalls a. a. O. ausführlich gezeigt.<sup>1)</sup> Es kommt dabei in letzter Linie auf die

---

1) „Über Äther und Uräther“. Es wird dort gleichzeitig ein neuer Ausweg angegeben aus den in der Tat vorliegenden Schwierigkeiten der Physik des Äthers, der den bisher einzig vorhanden scheinenden Ausweg — die Relativitätstheorie — überflüssig macht. Der neue Ausweg benutzt die gewöhnliche Raum- und Zeitvorstellung, macht aber besondere

Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit an<sup>1)</sup>, nämlich auf die bekannte Beziehung  $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ . Diese Beziehung läßt sich ohne jede Benutzung der durch die Relativitätstheorie in die Physik eingeführten Neuerungen in höchst einfacher Weise aus der Hasenöhrlichen Energieträgheit und aus altbewährten und bekannten Prinzipien herleiten.<sup>2)</sup> Die Beziehung „relativtheoretisch“ zu nennen, wie es heute oft geschieht, ist also ungerechtfertigt nicht nur, sondern im besonderen auch sehr irreführend und sollte daher vermieden werden.<sup>3)</sup> Daß die Beziehung durch die Beobachtungen an Kathodenstrahlen bestätigt erscheint, ist demnach wieder kein Beweisstück für die Relativitätstheorie, sondern hat mit dieser gar nichts zu tun. Ebenso steht es auch mit der Bestätigung der Beziehung in ihrer Anwendung bei der Herleitung der Feinstrukturen von Spektren aus den Atommodellen.<sup>4)</sup> Was

Annahmen in bezug auf das raumerfüllende Medium, welches man bisher schlechthin Äther genannt hat. Die Einwandfreiheit des Ausweges, welche ich durch Vergleichung mit aller in Betracht kommenden mir bekannten Erfahrung nachgewiesen habe, zusammen mit seiner Einfachheit, zeigt die Entbehrlichkeit der Relativitätstheorie im einzelnen nicht nur, sondern auch zum allgemeinen Naturbegreifen überhaupt.

1) Man könnte außerdem noch Hrn. Einsteins Additionstheorem der Geschwindigkeiten herbeiziehen, welches durch den beobachteten Mitführungskoeffizienten des Lichts bestätigt sei. Mit dieser Bestätigung steht es aber auch eigentümlich. Der Mitführungskoeffizient stimmt nämlich innerhalb der Genauigkeitsgrenze der Beobachtungen ebensogut mit der Voraussage der gewöhnlichen Dispersionstheorie überein wie mit der davon ganz verschiedenen Aussage der Relativitätstheorie. Es ist also die Relativitätstheorie und ihr Additionstheorem durch die bisherigen Beobachtungen über optische Mitführung bloß nicht widerlegt; die Beibringung einer Bestätigung der besonderen, von den Resultaten der gewöhnlichen Dispersionstheorie abweichenden Behauptung der Relativitätstheorie steht noch aus. Auch Hrn. Zeemans neueste experimentelle Beiträge zur Frage (Kon. Akad. Amsterdam 22. S. 462 u. 512. 1919) haben die zu einer Entscheidung erforderliche Genauigkeit nicht entfent erreichen können.

2) a. a. O. (Starks Jahrb.) S. 341 ff.

3) Man könnte die von der Geschwindigkeit abhängige Masse Energiemasse oder, um auf den Ursprung der betreffenden Gedankenentwicklung anzuspielden, Hasenöhrliche Masse nennen.

4) In besonders auffälliger Weise findet man die Relativitätstheorie in Hrn. Sommerfelds Buch „Atombau und Spektrallinien“ beigezogen. Es wird dort (S. 321 ff.) z. B. die Ableitung der Abhängigkeit der Masse

die Merkurperihelverschiebung anlangt, so ergibt die Massenabhängigkeit von der Geschwindigkeit nach der genannten Beziehung nur 7" im Jahrhundert.<sup>1)</sup> Für den damit noch unerklärten Rest der Perihelverschiebung erscheint es bei der geschilderten Sachlage und nach allem sonst bisher Bekannten sehr naheliegend, ihn denjenigen Massen zuzuschreiben, deren Vorhandensein in der Sonnennähe von vornherein wahrscheinlich und durch das Zodiakallicht sogar angezeigt ist.<sup>2)</sup> Diese

---

von der Geschwindigkeit mit ausdrücklicher Zuhilfenahme der „Lorentzkontraktion“ der Längen und der „Einstein dilatation“ der Zeiten durchgeführt und das Zutreffen des Resultats als „experimentum crucis“ der Relativitätstheorie hingestellt. Nach obigem ist dies alles ganz willkürlich, und jedes Auftreten des relativtheoretischen Rüstzeugs in dem Buche, sowie an vielen anderen Stellen der heutigen Literatur, ist ebenso überflüssig als es etwa die Zuhilfenahme der Quaternionen wäre, die früher einmal „Mode“ waren, wenn auch nicht mit solcher Aufdringlichkeit.

1) Siehe A. Sommerfeld „Atombau und Spektrallinien“ 1919. S. 329.

2) Vgl. hierüber die umfassenden Untersuchungen von H. Seeliger, Sitz.-Ber. der Münchener Akad. d. Wiss. 36. S. 595. 1906. Das Zutreffen von Hrn. Einsteins Ableitung der ganzen beobachteten Perihelverschiebung aus dem „allgemeinen Relativitätsprinzip“ wäre nach obiger Erklärung ebenso zufällig wie das Zutreffen von Gerbers nicht einwandfreier Ableitung, wobei auch zu beachten ist, daß die sehr kleine Perihelverschiebung überhaupt nur mit geringer Genauigkeit aus den Beobachtungen feststellbar ist (vgl. hierzu besonders Ernst Großmann, Zeitschr. f. Phys. 5. S. 280. 1921, wo eine neue kritische Untersuchung auf Grund aller vorliegenden zugehörigen Beobachtungen nur 29" bis 38" Perihelverschiebung ergibt an Stelle der von Hrn. Einstein berechneten 43"). Bei Gerbers Ableitung ist es ein bestimmter Schritt in der Rechnung, dessen Berechtigung nicht eingesehen wird; bei der allgemeinen Relativitätstheorie erscheint der Stein des Anstoßes sozusagen in einen Nebel feiner Partikel aufgelöst. Es ist z. B. nicht ersichtlich, warum beim Merkur die „allgemeine Relativitätstheorie“ gelten solle, während bei den Elektronenbahnen im Atom (Feinstrukturen der Spektren) nur die „spezielle Relativitätstheorie“ (in Wirklichkeit ist es die Hasenöhrliche Masse) richtige Resultate liefert; dazu noch die Unklarheiten allgemeiner Art der allgemeinen Relativitätstheorie, welche ich schon früher genügend hervorgehoben habe („Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation“, 3. Aufl., 1921). Man vgl. auch die stets wiederholten Diskussionen über das „Uhrenparadoxon“ (E. Gehrcke, Münch. Akad. d. Wiss. 1912. S. 220 und im Vortrag „Die Rel. Th. eine wissenschaftliche Massensuggestion“, Verlag Köhler, Leipzig 1920,

Erklärung der Perihelverschiebung wird man so lange nicht abweisen können, als keine genauere Kenntnis der Massenverhältnisse in der Sonnenumgebung vorliegt oder als nicht sonst neue Erkenntnisse zu Hilfe kommen. Eine besondere unwälzende Theorie hierzu heranzuziehen, wie die Relativitätstheorie, die — wie gezeigt — nirgends sichere Stütze in der Erfahrung findet, kann bis jetzt nur willkürlich und daher befremdlich erscheinen. Daß in bezug auf Gravitation noch Überraschungen erwartet werden können, ist dabei immer noch selbstverständlich; man darf aber auch erwarten, daß die dann eintretenden Aufklärungen einfacher Art sein werden, wie es bisher alle großen Einblicke in das Verhalten der unbelebten Natur waren, unähnlich der Relativitätstheorie.

Als eine experimentell prüfbare Voraussage der Relativitätstheorie, die ihr bis jetzt noch besonders eigen scheint, bleibt die Rotverschiebung der Spektrallinien großer Himmelskörper übrig. Diese Voraussage ist aber bekanntlich bis heute nicht sicher zu bestätigen gewesen; eher könnte man sagen, daß sie durch die besten hierher gehörigen, jetzt vorhandenen Messungen widerlegt sei.<sup>1)</sup>

## 2. Aus Soldners Abhandlung vom März 1801.

„Bei dem jetzigen, so sehr vervollkommneten Zustande der praktischen Astronomie wird es immer notwendiger, aus der Theorie, das heißt aus den allgemeinen Eigenschaften und Wechselwirkungen der Materie, alle Umstände zu entwickeln, welche auf den wahren oder mittlern Ort eines Weltkörpers Einfluß haben können, um aus einer guten Beobachtung den Nutzen ziehen zu können, dessen sie an sich fähig ist.“

bis neuerdings E. Gehrcke und H. Thirring in der *Wochenschrift „Naturwissenschaft“* 9. S. 550. 1921). Wenn die Widerlegung grundsätzlicher Einwände, wie man sie der allgemeinen Relativitätstheorie gemacht hat, ganze Abhandlungen erfordert und dann doch nicht befriedigt, so ist an Klarheit um diese Theorie offenbar noch viel zu wünschen übrig.

1) Siehe die in „Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation“ 1921, (S. 43) und in „Über Äther und Uräther“ (Starks Jahrb. S. 355) zusammengestellten Zitate und Bemerkungen.



„Es ist zwar wahr, daß man beträchtliche Abweichungen von einer angenommenen Regel schon durch Beobachtungen und zufällig gewahr wird, wie es z. B. der Fall mit der Aberration des Lichtes war. Es kann aber Abweichungen geben, die so klein sind, daß es schwer ist zu entscheiden, ob es wirkliche Abweichungen oder Fehler der Beobachtungen sind. Auch kann es Abweichungen geben, die zwar beträchtlich sind, aber mit Größen kombiniert, mit deren Ausmittelung man selbst noch nicht ganz aufs Reine gekommen ist, dem geübtesten Beobachter entgehen.“

„Von der letzten Art könnte wohl auch die Ablenkung eines Lichtstrahls von der geraden Linie sein, wenn er einem Weltkörper nahe kommt, und daher dessen Attraktion beträchtlich ausgesetzt ist. Denn da man leicht sieht, daß diese Ablenkung am größten sein muß, wenn auf der Oberfläche des anziehenden Körpers gesehen, der Lichtstrahl in horizontaler Richtung ankommt, und Null wird, wenn er senkrecht herabkommt, so wird die Größe der Ablenkung eine Funktion der Höhe sein. Da aber auch die Strahlenbrechung eine Funktion der Höhe ist, so müssen diese beiden Größen miteinander kombiniert sein, und es wäre daher möglich, daß die Ablenkung in ihrem Maximum mehrere Sekunden betrüge, ohne daß es bisher durch Beobachtungen hätte ausgemittelt werden können.“

„Dies sind ungefähr die Betrachtungen, welche mich bewogen haben, über die Perturbation der Lichtstrahlen, die meines Wissens noch von niemanden untersucht worden ist, weiter nachzudenken.“

„Ehe ich zur Untersuchung selbst gehe, will ich noch einige allgemeine Bemerkungen machen, durch welche der Kalkül erleichtert werden wird. — Da ich fürs erste nur das Maximum einer solchen Ablenkung bestimmen will, so lasse ich den Lichtstrahl an dem Orte der Beobachtung, auf der Oberfläche des anziehenden Körpers, horizontal gehen, oder ich nehme an, das Gestirn, von welchem er herkommt, sei scheinbar im Aufgehen begriffen. — Der Bequemlichkeit in der Untersuchung wegen nehme ich an, der Lichtstrahl komme nicht an dem Beobachtungsorte an, sondern gehe von ihm aus. Man sieht leicht, daß dieses bei Bestimmung der Figur

der Bahn ganz gleichgültig ist. — Ferner, wenn ein Lichtstrahl an einem Punkte auf der Oberfläche des anziehenden Körpers in horizontaler Richtung ankommt, und dann seinen Lauf, anfänglich wieder horizontal, weiter fortsetzt; so wird man leicht bemerken, daß er bei dieser weitem Fortsetzung die nämliche krumme Linie beschreiben wird, welcher er bis dahin gefolgt ist. Wenn man also durch den Beobachtungsort und den Mittelpunkt des anziehenden Körpers eine gerade Linie legt, so wird diese Linie die Hauptachse der Krümmen für die Bahn des Lichtes sein, indem unter und über dieser Geraden zwei ganz kongruente Schenkel der krummen Linie beschrieben werden“ (a. a. O. S. 161—163).

Es folgt nun die durch eine einfache Abbildung unterstützte Berechnung, auf deren Wiedergabe hier verzichtet werden kann, da sie mit der Bahnberechnung irgend eines störungsfreien Kometen von gegebener Perihelgeschwindigkeit identisch ist. Einen Mangel in der Berechnung habe ich nicht gefunden. Ihr Endresultat ist der Satz (S. 167): „Wenn also ein Lichtstrahl an einem Weltkörper vorbeigeht, so wird er durch die Attraktion desselben genötigt, anstatt in der geraden Richtung fortzugehen, eine Hyperbel zu beschreiben, deren konkave Seite gegen den anziehenden Körper gerichtet ist“, dazu die Gleichung

$$„\operatorname{tg} \omega = \frac{2g}{v\sqrt{v^2 - 4g}}. “ \quad (\text{S. 169}),$$

worin (S. 163)  $\omega$  der halbe Winkel der gesamten Krümmungsablenkung des Strahls,  $2g/r^2$  die Kraft, mit welcher die Masseneinheit im Abstände  $r$  vom Mittelpunkt des Himmelskörpers aus gezogen wird, und  $v$  die Lichtgeschwindigkeit ist. Zur Längeneinheit ist durchweg der Halbmesser des Himmelskörpers genommen (S. 164).<sup>1)</sup> Führt man die gewöhnliche, von dem Ausmaß des Himmelskörpers unabhängige Längeneinheit ein und bezeichnet man dann dessen Radius mit  $R$ , seine

---

1) Die hierdurch gegebenen Zeichenbedeutungen sind einer übersichtlichen numerischen Auswertung der Endresultate nicht günstig. Vielleicht erklärt es sich hierdurch, daß Soldners Zahlenangaben für Erde und Sonne (siehe das oben weiter folgende) nicht ganz zu stimmen scheinen.

Masse mit  $M$ , die Gravitationskonstante mit  $K$ , die Lichtgeschwindigkeit<sup>1)</sup> mit  $c$ , so nimmt Soldners obige Gleichung die Form an

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{KM}{cR\sqrt{c^2 - 2KM/R}}$$

oder in sehr guter Annäherung  $\omega = KM/c^2R$ , womit die ganze Ablenkung,  $\beta = 2\omega$ , des Strahls wird:

$$\beta = \frac{2KM}{c^2R}$$

(Hr. Einstein gibt nach der Relativitätstheorie von 1911 denselben Wert, nach der „allgemeinen“ Relativitätstheorie den doppelten Wert für  $\beta$  an.)

Soldner berechnet weiter nach der erhaltenen Formel die Ablenkung für Erde, Mond, Sonne und findet sie sehr klein. Für die Sonne „ $\omega = 0''84$ “ (S. 170) (während in Wirklichkeit nach seiner Formel  $2\omega = \beta = 0''84$ , was mit der Erfahrung, so weit dieselbe heute geht, auch zu stimmen scheint, wie es in der Vorbemerkung erläutert wurde). Er sagt dann (S. 171): „Also ist es ausgemacht, daß man, wenigstens bei dem jetzigen Zustande der praktischen Astronomie nicht nötig hat, auf die Perturbation der Lichtstrahlen durch anziehende Weltkörper Rücksicht zu nehmen.“ Zum Schluß bemerkt er (S. 171, 172): „Hoffentlich wird es niemand bedenklich finden, daß ich einen Lichtstrahl geradezu als schweren Körper behandle. Denn daß die Lichtstrahlen alle absoluten Eigenschaften der Materie besitzen, sieht man an dem Phänomen der Aberration, welches nur dadurch möglich ist, daß die Lichtstrahlen wirk-

1) Genau genommen führt Soldner die in größter Nähe von  $M$  vorhandene Lichtgeschwindigkeit ein, d. i., wie seine eigene Rechnung ergibt, eine im Verhältnis  $1 : \sqrt{1 - 2KM/c^2R}$  vergrößerte Lichtgeschwindigkeit. Soll  $c$  die unveränderte Vakuumlichtgeschwindigkeit bedeuten, so ist in der Formel für  $\operatorname{tg} \omega$  unter der Wurzel das Zeichen  $-$  durch  $+$  zu ersetzen. Das Verhältnis der beiden Lichtgeschwindigkeiten ist jedoch z. B. an der Sonnenoberfläche nur um 0,000002 von 1 verschieden.

2) Die Gleichung gilt, wie leicht ersichtlich, nicht nur, wenn  $R$  den Radius der Masse  $M$  bedeutet, sondern auch bei beliebigem kleinsten Abstand  $R$  des vorbeigehenden Lichtstrahls vom Mittelpunkt der Masse  $M$ .

lich materiell sind. — Und überdies, man kann sich kein Ding denken, das existieren und auf unsere Sinne wirken soll, ohne die Eigenschaft der Materie zu haben —“<sup>1)</sup> „Übrigens glaube ich nicht nötig zu haben, mich zu entschuldigen, daß ich gegenwärtige Abhandlung bekannt mache, da doch das Resultat dahin geht, daß alle Perturbationen unmerklich sind. Denn es muß uns fast ebensoviel daran gelegen sein, zu wissen, was nach der Theorie vorhanden ist, aber auf die Praxis keinen merklichen Einfluß hat, als uns dasjenige interessiert, was in Rücksicht auf Praxis wirklich Einfluß hat. Unsere Einsichten werden durch beide gleichviel erweitert.“

Heidelberg, Radiologisches Institut, 20. Juli 1921.

---

1) Hierin wird man Soldner wohl nicht beistimmen können. Er selbst findet es in der Tat angezeigt, einen altklassischen Dichter zu Hilfe zu ziehen, den er zitiert (Lucretius de rer. nat. I. 431); immer ein Zeichen, daß etwas nicht ganz stimmt. Wir haben heute Hasenöhrl als besseren Zeugen für vermutliche Schwere des Lichts.

(Eingegangen 21. Juli 1921.)

---