8. *Nachtrag zur Abhandlung über „Elektromagnetische Grundgleichungen in bivektorieller Behandlung“;*
*von **Ludwig Silberstein.***

Im 22. Bande dieser Annalen (p. 579—586) habe ich die bivektorielle Darstellung der Maxwellschen Differentialgleichungen sowie der Ausdrücke der elektromagnetischen Energiedichte und des Energieflusses für den *leeren Raum* (oder schließlich für ein Medium mit *gleicher* Dielektrizitätskonstante und Permeabilität) angegeben.[1]) In diesem Nachtrage sollen nun die bivektoriellen Formeln auf ein beliebiges, homogenes und isotropes Dielektrikum ausgedehnt werden.

Bezeichnet man die elektrische bzw. die magnetische Kraft mit E_1, E_2, so ist

$$K\frac{\partial E_1}{\partial t} = c\,.\operatorname{curl} E_2\,, \quad \mu\frac{\partial E_2}{\partial t} = -\,c\,.\operatorname{curl} E_1\,.$$

Führt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = c/\sqrt{K\mu}$ ein, so lassen sich diese Gleichungen schreiben:

$$\sqrt{K}\frac{\partial E_1}{\partial t} = v\sqrt{\mu}\operatorname{curl} E_2\,, \quad \sqrt{\mu}\frac{\partial E_2}{\partial t} = -\,v\sqrt{K}\operatorname{curl} E_1\,, \tag{1}$$

wo man die Wurzeln positiv zu nehmen hat.

Sind nun K, μ gewöhnliche skalare Konstanten, so kann man sie hinter die Operationszeichen setzen, und führt man also den *elektromagnetischen Bivektor*

$$\eta = \sqrt{K}\,E_1 + i\sqrt{\mu}\,E_2 \tag{2}$$

ein, so ziehen sich die Gleichungen (1) in die einzige Gleichung

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\,i\,v\operatorname{curl}\eta \tag{I}$$

zusammen.

1) Inzwischen habe ich gefunden, daß Hr. H. Weber schon im Jahre 1901 (Die partiellen Differentialgleichungen der math. Physik 2. p. 348) die beiden Maxwellschen Gleichungen zusammengezogen und nämlich die Gleichung $c\operatorname{curl}(\mathfrak{E} + i\,\mathfrak{M}) = i\,\partial\,(\mathfrak{E} + i\,\mathfrak{M})/\partial\,t$ hingeschrieben hat, ohne jedoch auf den konjugierten Bivektor und auf die Darstellung der Energiedichte und des Energieflusses einzugehen.

Führt man wieder den *konjugierten elektromagnetischen Bivektor* durch die Definition

(3) $$\eta' = \sqrt{K}\,E_1 - i\sqrt{\mu}\,E_2$$

ein, so wird

(I') $$\frac{\partial \eta'}{\partial t} = i\,v \operatorname{curl} \eta'.$$

Diese Gleichung sagt natürlich ganz dasselbe aus wie (I).

Die elektromagnetische *Energiedichte* ist $e = \frac{1}{2}(K E_1^2 + \mu E_2^2)$; man hat also, nach (2), (3), ähnlich wie für den leeren Raum

(II) $$e = \tfrac{1}{2}\,\eta\,\eta',$$

wo rechts das *skalare* Produkt der zueinander konjugierten Bivektoren gemeint ist.

Das Vektorprodukt dieser Bivektoren ist, nach der allgemeinen Formel (5) der früheren Abhandlung:

$$V\eta\,\eta' = 2\,i\sqrt{K\mu}\;V E_2 E_1 = 2\,i\,\frac{c}{v}\,V E_2 E_1.$$

Der *Energiefluß* oder der „*Poyntingsche Vektor*" $F = c\,V E_1 E_2$ wird also den Ausdruck

(III) $$F = \frac{i}{2}\,v\,V\eta\,\eta'$$

bekommen.

Sind auch *eingeprägte* Kräfte vorhanden, und zwar elektrische E_1' und magnetische E_2', so hat man sie in den *curls* der Gleichungen (1) von E_1, bzw. von E_2 abzuziehen. Führt man also den *eingeprägten elektromagnetischen Bivektor* durch die Definition

(4) $$\zeta = \sqrt{K}\,E_1' + i\sqrt{\mu}\,E_2'$$

ein, so hat man als Ersatz der beiden diesbezüglichen Differentialgleichungen:

(IV) $$\frac{\partial \eta}{\partial t} = i\,v \operatorname{curl}(\zeta - \eta).$$

Beispiele von Anwendungen der letzteren Gleichungsform hoffe ich in einer künftigen Arbeit angeben zu können.

Warschau, im November 1907.

(Eingegangen 10. November 1907.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.