

# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 4.

### 1. Anwendung der Methode der Reststrahlen zur Prüfung des Strahlungsgesetzes; von H. Rubens und F. Kurlbaum.

[Ein Teil des hier mitgeteilten Beobachtungsmaterials ist bereits in den Berichten der Berliner Akademie<sup>1)</sup> veröffentlicht.]

Hr. W. Wien<sup>3)</sup> hat auf Grund thermodynamischer und molecularkinetischer Betrachtungen eine Formel gegeben, welche die Intensität  $E$  der Strahlung eines schwarzen Körpers für alle Wellenlängen  $\lambda$  und alle Temperaturen  $T$  folgendermassen darstellt:

$$(1) \quad E = C \frac{1}{\lambda^5} e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Die Herren Lummer, Pringsheim und Jahnke<sup>4)</sup> haben jedoch insbesondere gegen den molecularkinetischen Teil dieser Ableitung so schwerwiegende Bedenken erhoben, dass diese Formel nicht mehr als theoretisch begründet gelten kann.

Zur experimentellen Prüfung der Strahlungsgesetze sind bisher zwei Serien von Arbeiten unternommen worden, von denen die eine von den Herren O. Lummer und E. Pringsheim<sup>5)</sup> herrührt, die andere von Hrn. F. Paschen<sup>6)</sup>, zum

1) H. Rubens u. F. Kurlbaum, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin **41**. p. 929—941. 1900.

2) Die Resultate, welche sich auf Flussspat beziehen, sind auf der Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte am 18. September 1900 durch Hrn. Pringsheim vorgetragen.

3) W. Wien, Wied. Ann. **58**. p. 662. 1896.

4) Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. **1**. p. 31. 1899; Ann. d. Phys. **3**. p. 286. 1900; Ann. d. Phys. **4**. p. 225. 1901; O. Lummer, Rapport für den Pariser Congress 1900 über Strahlung schwarzer Körper.

5) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. **1**. p. 23 u. 215. 1899; **2**. p. 163. 1900; **3**. p. 37. 1900.

6) F. Paschen, Wied. Ann. **58**. p. 455. 1896; **60**. p. 662. 1897; Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin **40**. p. 405 u. 959. 1899; l. c. F. Paschen u. H. Wanner, p. 5.

Teil allein, zum Teil in Gemeinschaft mit Hrn. H. Wanner, ausgeführt worden ist.

Die Uebereinstimmung in den Resultaten dieser Beobachter ist in dem Gebiet kleiner Wellenlängen und tiefer Temperatur befriedigend, jedoch zeigen sich mit wachsender Wellenlänge und steigender Temperatur zunehmende Differenzen. Während nämlich Hr. Paschen stets genaue Uebereinstimmung seiner Beobachtungen mit der Wien'schen Formel erhält, constatiren die Herren Lummer und Pringsheim Abweichungen von dieser Formel, welche bei genügend hohen Werten des Productes  $\lambda \cdot T$  sehr beträchtlich ausfallen.<sup>1)</sup> Der Gegensatz zwischen Theorie und Beobachtung tritt besonders deutlich hervor, wenn man die sogenannten isochromatischen Curven betrachtet, welche die Abhängigkeit der Strahlungsintensität von der Temperatur für eine gegebene Wellenlänge darstellen. Die Gleichung einer solchen isochromatischen Curve ist nach Wien

$$E = \text{const.} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Um die Beobachtungen durch diese Gleichung angenähert wiedergeben zu können, waren die Herren Lummer und Pringsheim genötigt, der Grösse  $c$  einen mit der Wellenlänge variablen Wert beizulegen, und zwar für

$\lambda = 1,2 \mu$	$2 \mu$	$3 \mu$	$4 \mu$	$5 \mu$
$c = 13900$	$14500$	$15000$	$15400$	$16400$

Für noch grössere Wellenlängen war überhaupt eine auch nur angenäherte Darstellung der isochromatischen Curve durch die einfache Exponentialfunction ausgeschlossen. So erforderte z. B. die isochromatische Curve für  $\lambda = 12,3 \mu$  Werte von  $c$ , welche mit steigender Temperatur von 14200 auf 24000 anwachsen, diejenige für  $\lambda = 17,9 \mu$  Werte von  $c$  zwischen 17200 und 27600.

Da nun die Grösse  $c$  in dem Wien'schen Gesetz als absolute Constante auftritt, so folgt aus den Versuchen von Lummer und Pringsheim, dass diese Formel sich zur Dar-

---

1) Unterdessen hat Hr. Paschen gleichfalls Abweichungen von dem Wien'schen Gesetz gefunden und damit einen Teil seiner früheren Veröffentlichungen richtig gestellt. Ann. d. Phys. 4. p. 277. 1901.

stellung der Thatsachen für grössere Wellenlängen und höhere Temperaturen nicht eignet.

Auf Grund des für kleinere Wellenlängen erhaltenen Beobachtungsmaterials der Herren Lummer und Pringsheim ( $\lambda < 7 \mu$ ) hat nun Hr. Thiesen<sup>1)</sup> kürzlich eine empirische Formel aufgestellt, welche sich diesen Beobachtungen erheblich besser anschliesst als das Wien'sche Gesetz. Dieselbe lautet:

$$(2) \quad E = C \cdot \frac{1}{\lambda^5} \cdot \sqrt{\lambda T} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Sie unterscheidet sich also von der Wien'schen Gleichung durch den Factor  $\sqrt{\lambda T}$ , welcher dort fehlt.

Fernerhin hat Lord Rayleigh<sup>2)</sup> vor einigen Monaten das Wien'sche Strahlungsgesetz kurz discutirt und dasselbe aus dem Grunde für unwahrscheinlich erklärt, weil es für unendlich hohe Temperaturen nur endliche Werte der Strahlung für jede Wellenlänge ergiebt. Er schlägt statt des Wien'schen Gesetzes die Formel vor:

$$(3) \quad E = C \cdot \frac{1}{\lambda^5} \cdot \lambda T \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Eine vierte allgemeine Formel, welche die bisher genannten als Specialfälle umfasst, ist von den Herren Lummer und Jahnke<sup>3)</sup> vor kurzer Zeit veröffentlicht worden. Sie lautet:

$$(4) \quad E = C \cdot \lambda^{-\mu} T^{5-\mu} \cdot e^{-\frac{c}{(\lambda T)^\nu}}.$$

Die Herren Lummer und Pringsheim finden ihre sämtlichen, in dem Intervall zwischen  $\lambda = 1 \mu$  bis  $\lambda = 18 \mu$  erhaltenen Resultate mit dieser Formel in guter Uebereinstimmung, wenn man  $\mu = 4$  und  $\nu = 1,3$  wählt. Die Formel unterscheidet sich alsdann von der Rayleigh'schen nur noch durch den Exponenten  $\nu$ , welcher in der Rayleigh'schen Gleichung gleich 1 ist, und man erhält:

$$(4a) \quad E = C \cdot \frac{1}{\lambda^5} \cdot \lambda T e^{-\frac{c}{(\lambda T)^{1,3}}}.$$

1) M. Thiesen, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 2. p. 37. 1900.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 49. p. 539. 1900.

3) O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Phys. 3. p. 283. 1900.

Endlich hat Hr. M. Planck<sup>1)</sup>, nachdem unsere Versuche im wesentlichen bereits abgeschlossen waren, eine fünfte Formel gegeben:

$$(5) \quad E = C \cdot \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1}.$$

Diese Formel nähert sich für kurze Wellen und tiefe Temperaturen der Wien'schen, für lange Wellen und hohe Temperaturen der Lord Rayleigh'schen Gleichung und umfasst beide als Grenzfälle.

Alle diese Gleichungen erfüllen das Stefan'sche Strahlungsgesetz, sowie die von Hrn. Wien abgeleiteten und von sämtlichen Beobachtern experimentell bestätigten Beziehungen<sup>2)</sup>

$$\lambda_{\max} T = \text{const.} \quad \text{und} \quad \frac{E_{\max.}}{T^5} = \text{const.}^3)$$

Für kleine Werte des Productes  $\lambda T$  ergeben diese Formeln nur geringe Verschiedenheit in dem Verlauf von  $E$ , dagegen tritt ihr verschiedener Charakter für hohe Temperaturen und grosse Wellenlängen um so deutlicher hervor. In diesem Falle nämlich nähert sich die Exponentialgrösse

$$e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad \text{bez.} \quad e^{-\frac{c}{(\lambda T)^\nu}}$$

der Einheit und man erhält für die isochromatische Curve nach Wien  $E = \text{const.}$ , nach Thiesen  $E = \text{const.} \sqrt{T}$ , nach Rayleigh, Lummer-Jahnke und Planck  $E = \text{const.} T$ . — Nun ist es freilich nicht möglich, diesen Fall experimentell vollständig zu verwirklichen, d. h. zu so grossen Wellenlängen und so hohen Temperaturen überzugehen, dass der Einfluss

1) M. Planck, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

2) Vgl. M. Thiesen, l. c.

3) Die Constante  $c$  hat in den Gleichungen (1), (2), (3), (4), (4a) und (5) einen verschiedenen Wert, und zwar ist zu setzen

$$\left. \begin{array}{l} \text{in Gleichung (1): } c = 5 \quad (\lambda_m T) \\ \text{,, } \quad \text{,, } \quad (2): c = 4,5 \quad (\lambda_m T) \\ \text{,, } \quad \text{,, } \quad (3): c = 4 \quad (\lambda_m T) \\ \text{,, } \quad \text{,, } \quad (4): c = \frac{\mu}{\nu} (\lambda_m T)^\nu \\ \text{,, } \quad \text{,, } \quad (4a): c = \frac{4}{1,3} (\lambda_m T)^{1,3} \\ \text{,, } \quad \text{,, } \quad (5): c = 4,965 (\lambda_m T) \end{array} \right\} \lambda_m T = 2890.$$

der Exponentialgrösse vollständig verschwindet, da die exacte Temperaturmessung bei etwa  $1500^{\circ}$  C. ihre Grenze erreicht. Auch lässt sich die Wellenlänge der Strahlen, für welche man derartige Beobachtungen noch mit hinreichender Genauigkeit ausführen kann, nicht beliebig steigern. Immerhin ist es möglich, durch Anwendung der Methode der Reststrahlen<sup>1)</sup> in Bezug auf die Wellenlänge der zu untersuchenden Strahlung noch erheblich weiter zu kommen als mit Hilfe spectraler Zerlegung. Man ist hierdurch in der Lage, über die Brauchbarkeit der Formeln (1), (2), (3), (4a) und (5) auch in dem Gebiet grosser Wellenlängen ein Urtheil zu gewinnen. Auch Lord Rayleigh hat darauf hingewiesen, dass sich die Reststrahlen ihrer grossen Wellenlänge wegen ganz besonders zur Prüfung der verschiedenen Strahlungsformeln eignen.<sup>2)</sup>

Derartige Messungen sind auch vor einiger Zeit auf Veranlassung des einen von uns durch Hrn. Beckmann<sup>3)</sup> ausgeführt worden. Hr. Beckmann liess die von einem schwarzen Körper ausgehenden Strahlen an 4 Fluoritflächen reflectiren und maass die Intensität der hierdurch erhaltenen Reststrahlen bei verschiedenen Temperaturen des strahlenden schwarzen Körpers. Der Flusspat besitzt, wie unlängst gezeigt wurde<sup>4)</sup>, im ultraroten Spectralgebiet einen ziemlich scharf begrenzten Bereich metallischer Reflexion, welcher zwei Maxima aufweist, von welchen das eine bei  $\lambda = 24 \mu$ , das andere bei  $\lambda = 31,6 \mu$  liegt. Nach viermaliger Reflexion an Fluoritflächen sind erfahrungsgemäss nur noch solche Strahlen des schwarzen Körpers in messbarem Betrag vorhanden, welche dem Spectralgebiet metallischer Reflexion angehören. Dieselben bilden einen Strahlencomplex, welcher bei  $\lambda = 24,0 \mu$  und  $\lambda = 31,6 \mu$  Maxima der Intensität besitzt. Um einen Vergleich der Beobachtungen mit den oben genannten Formeln zu ermöglichen, genügt es anzunehmen, dass die gesamten Reststrahlen des Flussspats aus zwei völlig homogenen Strahlenarten beständen, von denen

---

1) Vgl. H. Rubens u. E. F. Nichols, Wied. Ann. 60. p. 418. 1897; H. Rubens u. E. Aschkinass, Wied. Ann. 65. p. 241. 1898; H. Rubens, Wied. Ann. 69. p. 576. 1899.

2) l. c. p. 540.

3) H. Beckmann, Inaug.-Diss. Tübingen 1898.

4) H. Rubens, l. c. p. 579.

die eine die Wellenlänge  $24,0 \mu$ , die andere  $31,6 \mu$  hat. Ferner ist es nötig zu berücksichtigen, dass das Reflexionsvermögen einer jeden Fluoritfläche bei  $\lambda = 31,6 \mu$  nahezu 1,2 mal so gross ist wie bei  $\lambda = 24,0 \mu$ , wodurch die relative Stärke des zweiten Streifens gegenüber dem ersten im Verhältnis  $1,2^2 = 2,0$  erhöht wird.

Auf Grund seines Beobachtungsmaterials gelangte Hr. Beckmann unabhängig von den Untersuchungen der Herren Lummer und Pringsheim gleichfalls zu dem Schluss, dass das Wien'sche Gesetz nicht im stande ist, die Beobachtungen richtig wiederzugeben, wenn man der Constanten  $c$  den Wert 14500 beilegt, welchen sie für kurze Wellen besitzt. Um Uebereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Werten zu erzielen, war es erforderlich,  $c = 26\ 000$  anzunehmen.<sup>1)</sup> Einen Vergleich mit den übrigen, in der Einleitung zusammengestellten Formeln konnte Hr. Beckmann nicht geben, da diese Formeln erst später veröffentlicht wurden. Zur Prüfung dieser Gesetze sind aber die Beckmann'schen Beobachtungen auch nicht sehr geeignet, da sie sich auf ein zu kleines Temperaturintervall erstrecken. Die Messungen beginnen bei der Temperatur der festen Kohlensäure und endigen bei etwa  $600^\circ \text{C}$ . Die charakteristischen Eigentümlichkeiten der verschiedenen Strahlungsgesetze treten aber, wie bereits oben betont wurde, gerade ausserhalb dieses Temperaturbereiches, insbesondere bei höheren Temperaturen, am deutlichsten hervor.

Wir haben es deshalb unternommen, die Intensität der von einem schwarzen Körper ausgesandten Reststrahlen für einen möglichst grossen Temperaturbereich nochmals zu messen. Diese Untersuchung haben wir nicht nur für die Reststrahlen des Flussspats, sondern auch für die Reststrahlen des Steinsalzes, deren mittlere Wellenlänge  $51,2 \mu$  beträgt, ausgeführt. Wir gelangten auf diesem Wege zu Werten des Productes  $\lambda \cdot T$ , welche die durch spectrale Zerlegung bisher erreichten um das Dreifache übertreffen. Ferner haben wir, um den Anschluss an das bisher vorliegende Beobachtungsmaterial der Herren Lummer und Pringsheim zu gewinnen, auch im Be-

1) H. Rubens, l. c. p. 585. Die Thatsache, dass Hr. Beckmann seine Beobachtungen durch eine Wien'sche Isochromate darstellen konnte, erklärt sich aus der Beschränkung seines Temperaturbereiches.

reich kürzerer Wellen einige Versuche angestellt, indem wir die Intensität der Reststrahlen von Quarz und Marmor in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur bestimmten. Leider fallen die Reststrahlen des Marmors<sup>1)</sup> mit einer Absorptionsbande des Wasserdampfes zusammen, dies machte sich während der Beobachtungen durch Abnahme der Galvanometerausschläge deutlich bemerkbar, sodass von einer Veröffentlichung der Resultate vorläufig Abstand genommen wird. Die von uns benutzte Versuchsanordnung ist in untenstehender Figur schematisch dargestellt.

$D_1$  bedeutet ein mit Wasser von Zimmertemperatur (20 ° C.) gespültes doppelwandiges Diaphragma von kreisförmiger Ge-

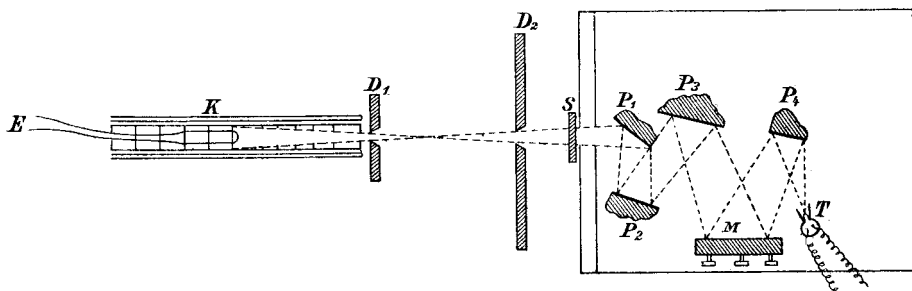


Fig. 1.

stalt und 1 cm Durchmesser. Dasselbe war auf dem Experimentirtisch fest montirt und bezeichnet den eigentlichen Ort der Strahlungsquelle. Vor diesem Diaphragma wurde der schwarze Körper  $K$  derart aufgestellt, dass seine Mündung mit der Oeffnung des Diaphragmas coincidirte und seine Mittelaxe senkrecht auf der Ebene des letzteren stand, was durch optische und mechanische Vorrichtungen controlirt werden konnte. Die durch  $D_1$  hindurchgehenden Strahlen durchsetzen ein zweites Diaphragma  $D_2$ , welches den Strahlenkegel derart begrenzt, dass nur die von dem innersten Teil des schwarzen Körpers ausgehenden Strahlen hindurchgelassen werden. Im weiteren Verlauf des Strahlenganges befindet sich ein doppelwandiger Klappschirm  $S$ , welcher ebenso wie das Diaphragma  $D_2$  aus derselben Wasserleitung gespült wird wie  $D_1$ , ferner die reflectirenden Krystallflächen  $P$ , ein vorderseitig versilberter Con-

1) E. Aschkinass, Ann. d. Phys. 1. p. 42. 1900.

centrationsspiegel  $M$  und die Thermosäule  $T$ .<sup>1)</sup> Die letztgenannten Apparate sind im Inneren einer gegen fremde Strahlung und Luftbewegung schützenden Hülle angebracht. Die Thermosäule stand in Verbindung mit einem Panzergalvanometer<sup>2)</sup>, dessen Empfindlichkeit mit Hilfe einer einfachen Vorrichtung jederzeit controlirt werden konnte. Die Aenderung der Empfindlichkeit wurde bei der Berechnung der Resultate stets berücksichtigt.

Da die Verunreinigung der Reststrahlen aus solchen Wärmestrahlen besteht, welche ihrer Zusammensetzung nach der Gesamtstrahlung des schwarzen Körpers nahezu vollkommen entsprechen, muss die Verunreinigung angenähert nach dem Stefan'schen Gesetz, also mit der vierten Potenz der absoluten Temperatur des schwarzen Körpers zunehmen, während die Intensität der Reststrahlung ungefähr proportional mit der Temperatur steigt. Die relative Unreinheit wächst hiernach mit der dritten Potenz der absoluten Temperatur des schwarzen Körpers.

Während zur Darstellung der Reststrahlen von Flusspat und Quarz vier reflectirende Flächen genügten, um auch bei den höchsten Temperaturen des schwarzen Körpers noch genügende Reinheit der Strahlen zu erzielen<sup>3)</sup>, erwies sich diese Flächenzahl zur Isolirung der im Verhältnis zur Gesamtstrahlung des schwarzen Körpers äusserst schwachen Reststrahlen des Steinsalzes als unzureichend. Bei Anwendung von fünf Flächen erhielten wir genügende Reinheit der Reststrahlen bis zu Temperaturen des schwarzen Körpers von 600 ° C., bei welchen eine Verunreinigung der Reststrahlen durch Wärmestrahlen gewöhnlicher Art im Betrage von 10 Proc. constatirt werden konnte. Durch Einschaltung einer sechsten Steinsalzfläche wurde die Verunreinigung auf etwa  $\frac{1}{20}$  herabgedrückt. Dennoch trat sie bei den Temperaturen über 1000 ° C. wiederum deutlich hervor und betrug bei der höchsten erreichbaren Temperatur von

1) H. Rubens, Zeitschr. f. Instrumentenk. 18. p. 65. 1898.

2) H. du Bois u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 2. p. 84. 1900.

3) Wir beobachteten bei den höchsten hier in Betracht kommenden Temperaturen von 1472 ° C. eine Verunreinigung der Reststrahlen im Betrage von  $2\frac{1}{2}$  Proc. der zu messenden Grösse. Die Correction wurde in der weiter unten beschriebenen Weise gemessen und berücksichtigt.



1474 ° C. wieder fast 8 Proc. der zu messenden Grösse. Wir haben jedoch von einer weiteren Vermehrung der reflectirenden Flächen Abstand genommen und statt dessen lieber die Grösse der wegen der Unreinheit der Strahlen erforderlichen Correction genau ermittelt und von den beobachteten Ausschlägen in Abzug gebracht. Es geschah dies mit Hülfe einer Steinsalzplatte, welche die Reststrahlen vollkommen absorbiert, aber 90 Proc. der Verunreinigung hindurchlässt.

Bei den Versuchen mit Flussspat und Quarz gelangten vier verschiedene schwarze Körper zur Anwendung, welche sämtlich schon zu anderen an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausgeführten Untersuchungen gedient hatten.<sup>1)</sup> Bei dem ersten (I) war die Einrichtung so getroffen, dass der strahlende Hohlkörper von aussen von flüssiger Luft umspült werden konnte. Der zweite (II) war für die Füllung mit einem Gemisch von fester Kohlensäure und Aether eingerichtet. Der dritte (III) konnte mit Wasserdampf, der vierte (IV) mit Hülfe des elektrischen Stromes geheizt werden. Dieser letztere wurde in dem Temperaturintervall zwischen 300 ° und 1500 ° C. bei den Flussspatversuchen ausschliesslich angewandt. Um jedoch die viel schwächeren Reststrahlen des Steinsalzes insbesondere bei tieferen Temperaturen mit genügender Genauigkeit messen zu können, wurden in unserer Versuchsanordnung (Fig. 1) nach Entfernung des Diaphragmas  $D_1$  die drei erstgenannten schwarzen Körper unmittelbar vor das Diaphragma  $D_2$  gesetzt. Es war dies statthaft, da diese drei schwarzen Körper Oeffnungen besitzen, welche diejenige von  $D_2$  erheblich übertreffen. Die Oeffnung des elektrisch geheizten schwarzen Körpers (IV) betrug jedoch nur 12 mm, sodass wir gezwungen waren, diesen letzteren nur in der in der Figur wiedergegebenen Weise in Verbindung mit dem Diaphragma  $D_1$  zu benutzen. Wir haben aus diesem Grunde für den vorliegenden Zweck zwei weitere elektrisch heizbare schwarze Körper construirt, bei welchen, wie bei den Körpern I, II und III, genügend grosse Oeffnungen (30 mm Durchmesser) und ausreichende Divergenzwinkel für die austretenden Strahlen vorhanden waren, um die Verwendung

---

1) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin 17. p. 106. 1898; Thätigkeitsbericht der Physik.-Techn. Reichsanstalt p. 38. 1899; Zeitschr. f. Instrumentenk. 19. p. 213. 1899.

dieser Körper unmittelbar vor dem Diaphragma  $D_2$  zu ermöglichen. Der eine von diesen (V) war ein Cylinder aus sogenannter Marquardt'scher Masse, von 10 cm Länge und 7 cm innerem Durchmesser, die Wandungen, Boden und Deckel waren so mit Platinband bewickelt, dass der Flächeneinheit beim elektrischen Heizen überall gleichviel Wärme zugeführt wurde. Die Strahlung trat aus einer im Deckel befindlichen Oeffnung von 3 cm Durchmesser heraus, im Inneren des Cylinders befanden sich vier nach dem Boden zu grösser werdende Diaphragmen, zur Thermosäule konnte nur Strahlung vom Boden des Cylinders aus gelangen. Der andere Körper (VI) hatte dieselben Dimensionen, war aber aus Eisen gefertigt, mit Eisenoxyd geschwärzt und wurde mit Hülfe einer Nickelspirale geheizt.

Die höchste Temperatur, auf welche wir diesen Körper erhitzen konnten, betrug  $600^\circ \text{C}$ . Wir haben denselben deshalb nur in dem Temperaturintervall von  $300\text{--}600^\circ \text{C}$ . benutzt. Von  $500^\circ \text{C}$ . an konnte, wie bereits oben bemerkt, auch der schwarze Körper IV in Verbindung mit dem engen Diaphragma  $D_1$  wieder verwandt werden; die hiermit erzielten Ausschläge waren jedoch 7,5 mal kleiner als bei Benutzung der Körper V und VI vor dem Diaphragma  $D_2$ . Die mit Hülfe des Körpers IV erhaltenen Ausschläge mussten deshalb, um mit den übrigen Beobachtungen vergleichbar zu sein, zuvor mit dem genannten Zahlenfactor multiplicirt werden. Dieser letztere wurde dadurch bestimmt, dass die Gleichheit der Ausschläge bei einer in der Nähe von  $1000^\circ$  gelegenen Temperatur für die schwarzen Körper IV und V erzwungen wurde. Wegen der kleineren Ausschläge sind die mit Hülfe des Körpers IV angestellten Beobachtungen viel ungenauer als die übrigen. Immerhin sind sie als Controlmessungen nicht ohne Wert. In Fig. 3 sind die Curvenpunkte, welche mit den verschiedenen Körpern beobachtet wurden, in besonderer Weise gekennzeichnet. Die Temperaturmessung wurde bei den elektrisch geheizten Körpern, wie üblich, mit Hülfe eines Le Chatelier'schen Thermoelementes  $E$  unter Benutzung der neuesten Bestimmungen von den Herren Holborn und Day<sup>1)</sup> ausgeführt.

In Figg. 2—4 sind die Resultate unserer Beobachtungen

---

1) L. Holborn u. A. Day, Wied. Ann. 68. p. 817. 1899.

für die Reststrahlen von Flussspat, Steinsalz und Quarz graphisch dargestellt, d. h. es sind die beobachteten Ausschläge als Function der Temperatur der strahlenden schwarzen Körper eingetragen. Durch verschiedene Bezeichnung der einzelnen Punkte sind in Fig. 2 vier vollkommen voneinander unabhängige, an verschiedenen Tagen und zum Teil bei veränderter Justirung der Flussspatflächen angestellte Versuchsreihen zum

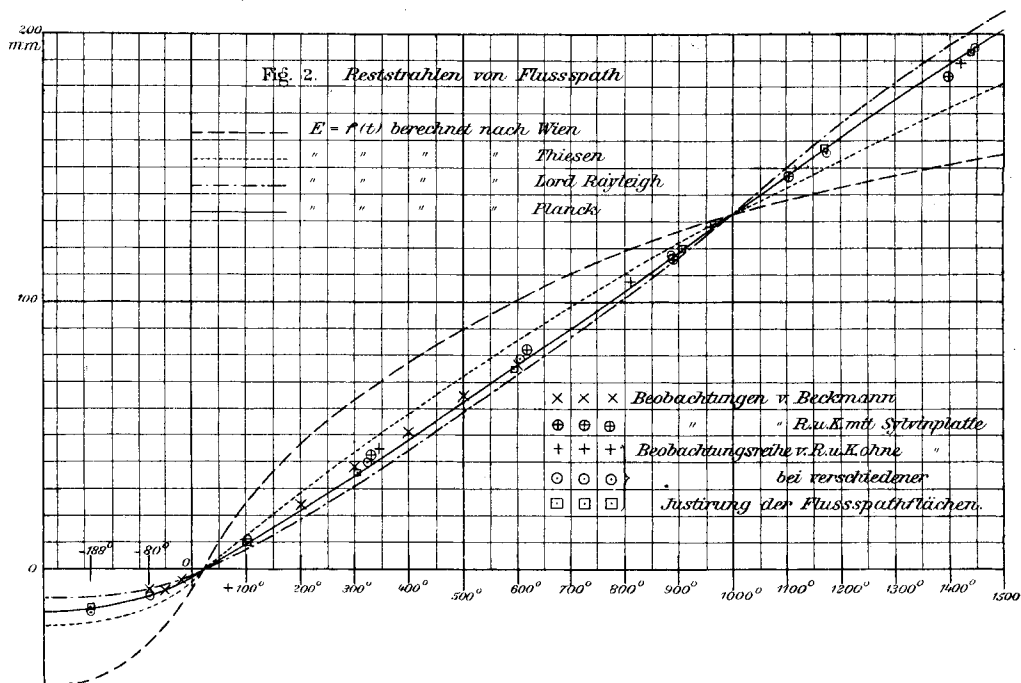


Fig. 2.

Ausdruck gebracht. Bei der einen von diesen, deren einzelne Beobachtungen durch Punkte mit umschriebenem Kreis  $\odot$  gekennzeichnet sind, war eine 2 mm dicke Sylvinplatte unmittelbar vor der Thermosäule in den Strahlengang eingeschaltet. Dieselbe absorbiert den langwelligen Teil der Reststrahlen nahezu vollkommen, während sie noch angenähert die Hälfte des kurzwelligen Teiles, welcher das Maximum bei  $\lambda = 24,0 \mu$  bildet, hindurchlässt.<sup>1)</sup>

1) H. Rubens u. A. Trowbridge, Wied. Ann. 60. p. 724. 1897; H. Rubens u. E. Aschkinass, Wied. Ann. 65. p. 253. 1898.

Hierdurch wird also der Einfluss des zweiten Absorptionsstreifens vollkommen eliminirt. Dennoch ergibt diese Versuchsreihe keinen merklich anderen Verlauf der Strahlungsintensität mit der Temperatur als die anderen Versuchsreihen,

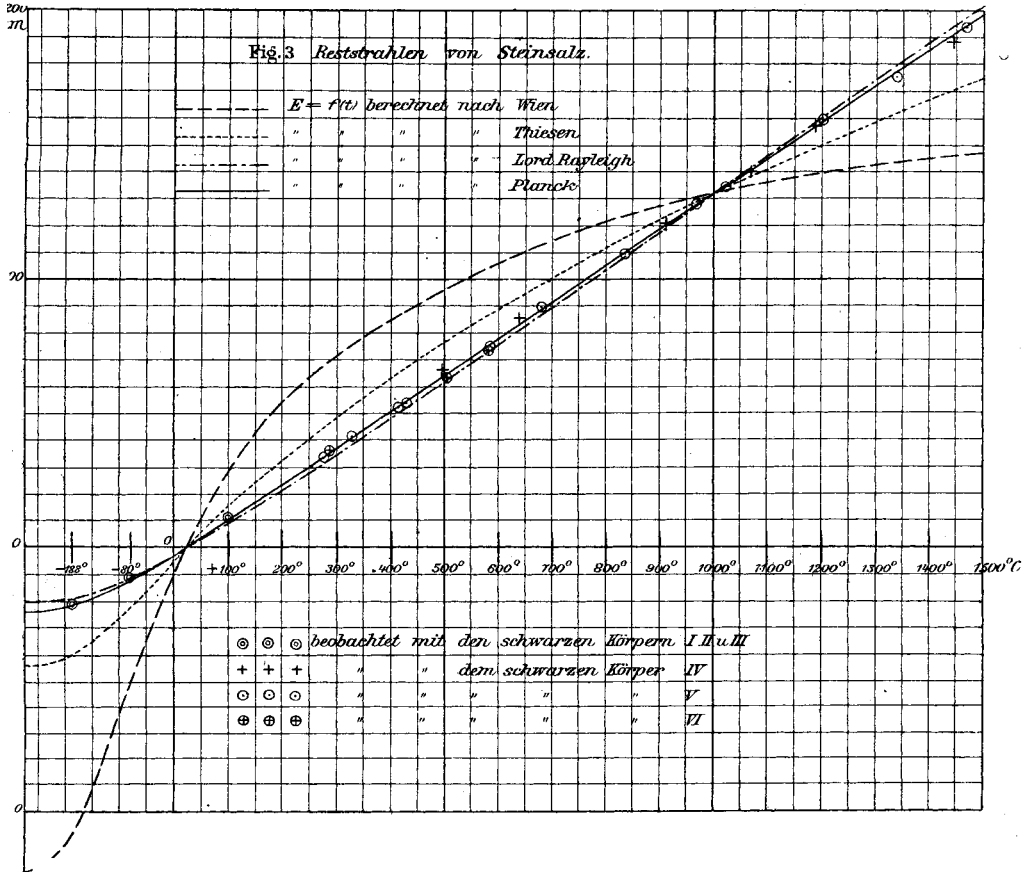


Fig. 3.

welche ohne Einschalten der Sylvinplatte beobachtet wurden. Sie fällt vielmehr vollkommen mit den übrigen Versuchsreihen zusammen, wenn man, wie dies in Fig. 2 geschehen ist, alle Ordinaten mit dem constanten Factor 2,80 multiplicirt.<sup>1)</sup>

1) Der Maassstab sämtlicher Curven ist auch innerhalb jeder einzelnen Figur so gewählt, dass dieselben bei 1000° übereinstimmen und zwar mit

Bei der Berechnung der Curven in Fig. 2 ist stets der zweite bei  $\lambda = 31,6 \mu$  gelegene Streifen mit berücksichtigt worden, doch wird die Form der Curven kaum merklich geändert, wenn man sich bei der Ausrechnung lediglich auf die Annahme eines einzigen, bei  $\lambda = 24 \mu$  liegenden Streifens beschränkt. Diese

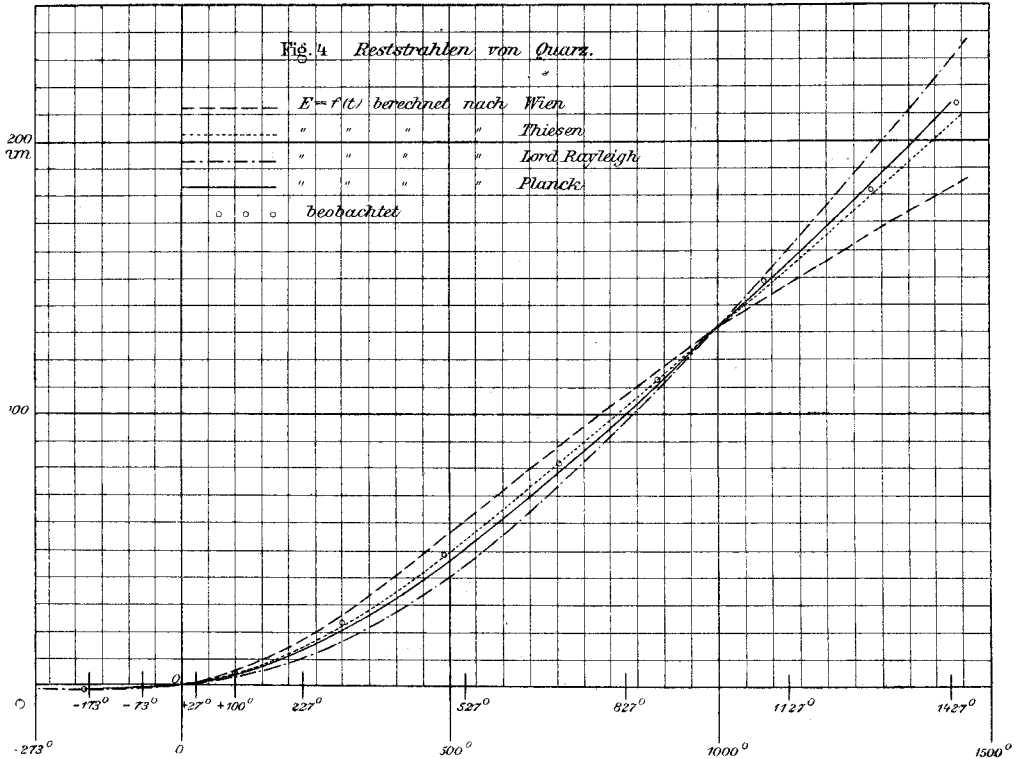


Fig. 4.

Abweichungen würden bei dem in Fig. 2 gewählten Maassstab für Temperaturen über  $0^\circ$  überhaupt kaum zu erkennen sein, da dieselben durchweg unter 1 mm liegen. Nur für sehr tiefe Temperaturen erreichen sie eine beträchtlichere Grösse und

Rücksicht darauf, dass die Abweichungen zwischen Theorie und Experiment möglichst klein erscheinen. Würden sämtliche Curven bei der höchsten Temperatur ( $t = 1500^\circ \text{ C.}$ ) zur Coincidenz gebracht, so wären die Abweichungen bedeutend grösser.

könnten in der Zeichnung sichtbar gemacht werden, was jedoch, um dieselbe nicht noch mehr zu compliciren, unterblieben ist.

Dasselbe gilt für die beiden bei  $\lambda = 8,50$  und  $9,05 \mu$  gelegenen Maxima in der Reststrahlung des Quarzes. Auch hier genügt es vollständig, die Rechnung für eine einzige im Schwerpunkt des Streifens bei  $\lambda = 8,85 \mu$  gelegene Wellenlänge durchzuführen.

Für die Reststrahlen des Flussspats zeigt im Bereich der tiefen Temperaturen ( $-188^\circ$  bis  $0^\circ$ ) eine durch die beobachteten Punkte gelegte Curve eine nach oben concave Krümmung. Im weiteren Verlauf aber verliert sich diese Krümmung nahezu vollständig, und die Curve wird geradlinig; in anderen Worten: zwischen  $0^\circ$  und  $1500^\circ$  wächst die Reststrahlung innerhalb der Fehlergrenze proportional mit der Temperaturdifferenz zwischen dem strahlenden und dem bestrahlten Körper.

Dasselbe gilt auch für die Reststrahlen des Steinsalzes, wie dies aus Fig. 3 zu ersehen ist. Auch hier beginnt die Curve mit schwacher, nach oben concaver Krümmung und wird im weiteren Verlauf vollkommen geradlinig.

Die Reststrahlen des Quarzes (vgl. Fig. 4) gehören nach den Versuchen von Rubens und Nichols zwei eng begrenzten Spectralgebieten an, von denen das eine zwei Maxima bei  $8,50$  und  $9,02 \mu$  aufweist, während das andere aus einem schmalen, bei  $21,5 \mu$  gelegenen Streifen besteht. Letzterer wurde bei unseren Versuchen durch Einschaltung einer  $1 \text{ cm}$  dicken Steinsalzplatte vollständig ausgelöscht.

Um die Figg. 2—4 besser miteinander vergleichen zu können, haben wir für die Temperatur  $1000^\circ \text{ C.}$  die Ordinaten stets gleich gross gewählt.<sup>1)</sup> Wie man sieht, unterscheiden sich dieselben in den Figg. 2 und 4 auch für die übrigen Temperaturen nur sehr wenig.

Um einen Vergleich unserer Versuchsergebnisse mit den Resultaten von Hrn. Beckmann zu ermöglichen, haben wir einige seiner Beobachtungen auf den von uns in Fig. 2 gewählten Maassstab umgerechnet und gleichfalls daselbst ein-

1) Die numerische Grösse der Ordinaten in den Figg. 2—4 ist so gewählt, dass dieselbe angenähert die Ausschläge in Millimetern angiebt, welche bei den Versuchen mit Reststrahlen des Steinsalzes für die Temperatur  $1000^\circ \text{ C.}$  erhalten wurden.

getragen. Dieselben sind durch ein Sternchen  $\times$  gekennzeichnet. Sie sind, wie man erkennt, mit unseren eigenen Beobachtungen in sehr befriedigender Uebereinstimmung. Diese Thatsache ist für die Beurteilung unserer Versuche auch aus dem Grunde von Wichtigkeit, weil Hrn. Beckmann's Beobachtungen sämtlich mit Hilfe desselben „schwarzen Körpers“, die unserigen dagegen in dem in Frage kommenden Temperaturintervall ( $-80^{\circ}$  bis  $600^{\circ}$ ) mit drei verschiedenen „schwarzen Körpern“ angestellt wurden. Es wird hierdurch bewiesen, dass die von uns benutzten „schwarzen Körper“ auch im Gebiet dieser langen Wellen in Bezug auf die Annäherung an den absolut schwarzen Körper Kirchhoff's angenähert das Gleiche leisten. Dasselbe ergibt sich auch aus den in Fig. 3 dargestellten Versuchen mit Reststrahlen des Steinsalzes. Auch hier liefern die „schwarzen Körper“ IV, V und VI in den Temperaturbereichen, in welchen zwei derselben gleichzeitig angewandt werden konnten ( $275-600^{\circ}$  bez.  $500-1500^{\circ}$  C.), innerhalb der Fehlergrenzen die gleichen Ausschläge.

Die Figg. 2—4 enthalten ausser den beobachteten Punkten noch je 4 Curven, welche die Abhängigkeit der Reststrahlung von der Temperatur nach den Formeln von Wien, Thiesen, Rayleigh und Planck darstellen, und welche sich in den Tafeln noch trennen lassen. Im Interesse der Uebersichtlichkeit schien es uns nicht angebracht, eine noch grössere Anzahl von Curven in den Figg. 2—4 einzuzeichnen. Wir haben deshalb auf die graphische Darstellung der Lummer-Jahnke'schen Gleichung (4a) verzichtet und den Vergleich unserer Versuchsergebnisse mit dieser Formel nur in den unten folgenden Tab. I—III gegeben, worin auch die aus den Formeln (1), (2), (3) und (5) berechneten Werte nochmals mit angeführt sind.

Infolge der kleineren Wellenlängen zeigt die in Fig. 4 dargestellte Versuchsreihe einen wesentlich anderen Charakter als die in Figg. 2 und 3 wiedergegebenen. Die nach oben concave Krümmung ist hier auch noch bei den höchsten Temperaturen erkennbar. Ferner ist die relative Kleinheit der Ausschläge bei tiefen Temperaturen für die kürzeren Wellenlängen sehr charakteristisch.

Ein Blick auf die Curven der Figg. 2—4 oder eine genauere Betrachtung der Tab. I—III lehrt, dass die Formeln

von Wien und Rayleigh überhaupt nicht, die von Thiesen nur für längere Wellen nicht im stande sind, unsere Beobachtungen innerhalb der Grenze der Versuchsfehler wiederzugeben.

Tabelle I.

Reststrahlen von Flusspat.  $\lambda = 24,0 \mu$  und  $31,6 \mu$ .

Temperatur in Celsius-Graden $t$	Absolute Temperatur $T$	$E$ beob.	$E$ nach Wien	$E$ nach Thiesen	$E$ nach Rayleigh	$E$ nach Lummer u. Jahnke	$E$ nach Planck
- 273	0	—	- 42,4	- 20,7	- 10,7	- 17,8	- 15,4
- 188	85	- 15,5	- 41,0	- 20,2'	- 10,5	- 17,5	- 15,0
- 80	193	- 9,4	- 26,8	- 14,0	- 7,4	- 11,5	- 9,3
+ 20	293	0	0	0	0	0	0
+ 250	523	+ 30,3	+ 50,6	+ 35,7	+ 25,3	+ 30,0	+ 28,8
+ 500	773	+ 64,3	+ 88,9	+ 71,8	+ 58,3	+ 64,5	+ 62,5
+ 750	1023	+ 98,3	+ 114,5	+ 104	+ 94,4	+ 98	+ 96,7
+ 1000	1273	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132
+ 1250	1523	+ 167	+ 145	+ 157,5	+ 174,5	+ 167	+ 167,5
+ 1500	1773	+ 201,5	+ 155	+ 181	+ 209	+ 201	+ 202
+ $\infty$	$\infty$	—	+ 226	+ $\infty$	+ $\infty$	+ $\infty$	+ $\infty$

Tabelle II.

Reststrahlen von Steinsalz.  $\lambda = 51,2 \mu$ .

Temperatur in Celsius-Graden $t$	Absolute Temperatur $T$	$E$ beob.	$E$ nach Wien	$E$ nach Thiesen	$E$ nach Rayleigh	$E$ nach Lummer u. Jahnke	$E$ nach Planck
- 273	0	—	- 121,5	- 44	- 20	- 27	- 23,8
- 188	85	- 20,6	- 107,5	- 40	- 19	- 24,5	- 21,9
- 80	193	- 11,8	- 48,0	- 21,5	- 11,5	- 13,5	- 12,0
+ 20	293	0	0	0	0	0	0
+ 250	523	+ 31,0	+ 63,5	+ 40,5	+ 28,5	+ 31	+ 30,4
+ 500	773	+ 64,5	+ 96	+ 77	+ 62,5	+ 65,5	+ 63,8
+ 750	1023	+ 98,1	+ 118	+ 106	+ 97	+ 99	+ 97,2
+ 1000	1273	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132
+ 1250	1523	+ 164,5	+ 141	+ 154	+ 167	+ 165,5	+ 166
+ 1500	1773	+ 196,8	+ 147,5	+ 175	+ 202	+ 198	+ 200
+ $\infty$	$\infty$	—	+ 194	+ $\infty$	+ $\infty$	+ $\infty$	+ $\infty$



Tabelle III.  
Reststrahlen von Quarz.  $\lambda = 8,85 \mu$ .

Temperatur in Celsius-Graden $t$	Absolute Temperatur $T$	$E$ beob.	$E$ nach Wien	$E$ nach Thiesen	$E$ nach Rayleigh	$E$ nach Lummer u. Jahnke	$E$ nach Planck
- 273	0	—	- 1,96	- 1,40	- 1,00	- 1,53	- 1,41
- 173	100	- 1,6	- 1,96	- 1,40	- 1,00	- 1,53	- 1,41
- 73	200	- 1,5	- 1,82	- 1,30	- 0,92	- 1,42	- 1,31
+ 27	300	—	+ 0,10	+ 0,12	+ 0,10	+ 0,18	+ 0,1
+ 100	373	+ 3,4	+ 4,07	+ 3,06	+ 2,21	+ 3,5	+ 3,0
+ 227	500	+ 13,5	+ 16,5	+ 12,61	+ 9,60	+ 13,5	+ 12,4
+ 527	800	+ 53,5	+ 60,5	+ 53,4	+ 44,3	+ 53,2	+ 50,3
+ 827	1100	+ 102	+ 107,0	+ 102,3	+ 96,7	+ 102	+ 99,8
+ 1000	1273	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132
+ 1127	1400	+ 154	+ 147,7	+ 154,6	+ 160	+ 154	+ 154,6
+ 1427	1700	+ 212,5	+ 182,3	+ 206,5	+ 229	+ 210	+ 213,5

Am stärksten treten die Unterschiede zwischen unseren Beobachtungen und den nach der Wien'schen Formel berechneten Werten für die Reststrahlen des Steinsalzes hervor. Bei der Temperatur der flüssigen Luft beträgt der beobachtete Ausschlag nur etwa ein Fünftel des berechneten. Andererseits erreicht der bei  $1474^{\circ}$  beobachtete Ausschlag von 194 mm bereits die Grenze, welche nach der Wien'schen Formel unter Annahme der hier gewählten Coincidenzpunkte für unendlich hohe Temperaturen zu erwarten ist.

Man erkennt ferner, dass die Thiesen'sche Formel, welche, wie bereits bemerkt wurde, für kürzere Wellen ( $8,85 \mu$ ) sich unseren Beobachtungen sehr gut anschmiegt, für sehr grosse Wellenlängen einen wesentlich anderen Verlauf darstellt, als ihn unsere Beobachtungen ergeben.

Weiterhin ist zu bemerken, dass die Lummer-Jahnke'sche Formel (4a) unsere Versuchsergebnisse fast überall sehr gut darstellt. Nur bei sehr tiefen Temperaturen und sehr grossen Wellenlängen sind Differenzen zwischen den aus der Formel (4a) berechneten Werten und unseren Beobachtungen vorhanden.

Dagegen zeigen unsere Beobachtungen, soweit sie sich auf Flussspat und Steinsalz beziehen, gegenüber der Planck'schen Formel keine wesentlichen Abweichungen, sodass es in

den Figg. 2 u. 3 fast den Anschein gewinnt, als sei die betreffende Curve einfach durch die beobachteten Punkte gelegt, was jedoch, wie oben bemerkt wurde, nur für die Temperatur  $1000^{\circ}$  geschehen ist.

Bei den Reststrahlen des Quarzes (Fig. 4) zeigen sich aber zwischen  $0^{\circ}$  und  $1000^{\circ}$  geringe Abweichungen von der Planck'schen Formel, welche systematisch zu sein scheinen. Aus Fig. 4 ist ersichtlich, dass auf dem Gebiet kürzerer Wellen zwischen den einzelnen Formeln eine Entscheidung zu treffen, wegen der geringeren Unterschiede viel schwieriger ist. Der verschiedene Charakter der einzelnen Strahlungsformeln tritt eben hier um so deutlicher hervor, je grösser die Wellenlänge der untersuchten Strahlung ist.

Jedenfalls scheint uns aus den vorliegenden Beobachtungen hervorzugehen, dass nur solche Formeln geeignet sind, die Strahlung  $E$  des schwarzen Körpers in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  und der Temperatur  $T$  richtig wiederzugeben, bei welchen der Wert von  $E$  für sehr grosse Wellenlängen und sehr hohe Temperaturen proportional mit  $T$  wächst, wie dies in den Formeln von Lord Rayleigh, Lummer-Jahnke (für  $\mu = 4$ ) und Planck der Fall ist. Von diesen drei Gleichungen können allerdings nur die beiden zuletzt genannten in Frage kommen, da die Rayleigh'sche Formel, wie die Herren Lummer und Pringsheim gezeigt haben, in dem Gebiet kurzer Wellenlängen versagt. Auch zeigt sie gegenüber unseren Beobachtungen erhebliche systematische Abweichungen. Zur Wiedergabe unserer Beobachtungen sind die Gleichungen (4a) und (5) beide wohl geeignet, doch verdient die Planck'sche ihrer grösseren Einfachheit wegen den Vorzug.<sup>1)</sup> Da sie für kurze Wellen in die Wien'sche Formel übergeht, so gilt sie auch für das Gebiet der sichtbaren Strahlen, für welche das Wien'sche Gesetz experimentell erwiesen ist.<sup>2)</sup>

1) Inzwischen ist es Hrn. Planck gelungen, seine Formel unter Zugrundelegung der elektromagnetischen Strahlungslehre und durch Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung theoretisch herzuleiten. Vgl. M. Planck, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 2. p. 237—245. 1900; Ann. d. Phys. 4. p. 553. 1901.

2) Vgl. F. Paschen u. H. Wanner, Sitzungsher. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 5. 1899; H. Wanner, Ann. d. Phys. 2. p. 141. 1900; O. Lummer u. E. Pringsheim, vorgetragen in der Deutschen Physik. Gesellsch., Sitzung vom 1. März 1901.

(Eingegangen 10. Februar 1901.)