

Fakultät für Physik und Astronomie  
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit  
Im Studiengang Physik  
vorgelegt von  
WOLFGANG MISCHLER  
geboren in Ludwigshafen

2010



# Entwicklung eines Experiments zur Messung von Blasendichten und blaseninduziertem Gasaustausch

Gutachter:

Prof. Dr. BERND JÄHNE

Prof. Dr. WERNER AESCHBACH-HERTIG



**Zusammenfassung:** In dieser Arbeit wird ein experimenteller Aufbau zur Messung des Beitrags von Luftblasen zum Gasaustausch vorgestellt. In der Natur entstehen Blasenwolken insbesondere durch brechende Wellen und können einen signifikanten Beitrag zum Austausch von Spurengasen zwischen Ozean und Atmosphäre leisten. Das Langzeitziel der Laborexperimente ist eine physikalisch basierte Modellierung dieses Beitrags. Im Laborexperiment werden annähernd naturgetreue Blasenwolken mit dem Prinzip einer Wasserstrahlpumpe in einem eigens konstruierten Glasktank (130 cm × 15 cm × 70 cm (H×T×B)) erzeugt. Auf diese Weise ist der Volumenstrom kontrollierbar und die Blasenverteilung im statistischen Sinne stationär. Zur Messung der Wahrscheinlichkeitsdichte für Blasen in Abhängigkeit des Blasenradius und der Position im Tank wurde eine bildgebende Methode entwickelt. Diese basiert auf dem Prinzip *Depth-From-Focus* und erlaubt die optische Vermessung des Blasenradius im Bereich von 100 bis 1000 μm bei gleichzeitiger Bestimmung des größenabhängigen Messvolumens. Der Apparat kann automatisch horizontal und vertikal verschoben werden, so dass die gesamte Blasenwolke erfasst werden kann. Verschiedene Bildverarbeitungsalgorithmen zur Auswertung der Bilder wurden implementiert und verglichen. Ein weiterer optischer Aufbau zur Bestimmung der durch die Wasseroberfläche aufsteigenden Blasen wurde vorbereitet und getestet. Zur Messung der Gasaustauschraten wurde ein UV-Absorptions-Spektrometer in den Wasserkreislauf integriert. Damit lässt sich der zeitliche Verlauf der Konzentrationen von mehreren Tracern (im Versuch: Hexafluorbenzol, 1,4-Difluorbenzol und Phenylacetylen) gleichzeitig messen. In einem Pilotexperiment wird gezeigt, dass mit einer Massenbilanz Transfergeschwindigkeiten berechnet werden können und anhand derer z.B. der Einfluss der Tracer-Löslichkeit mit Bezug auf die Blasengrößenverteilung studiert werden kann.

**Abstract:** In this thesis, an experimental setup for the measurement of the contribution of air bubbles to gas exchange is presented. In the ocean, bubble clouds are generated especially by breaking waves and potentially contribute to the exchange of trace gases between ocean and atmosphere in a significant way. The lab experiments aim at modeling this contribution on a physical basis. In the experiment, ocean-like bubble clouds can be created with a water jet pump in a glass tank (130 cm × 15 cm × 70 cm (H×D×W)), which was constructed for that purpose. The flow rate of air can be controlled, leading to a bubble distribution that is stationary in a statistical sense. For the measurement of the probability density of bubbles as a function of bubble radius and position in the tank, an imaging method was developed. It is based on the *depth from focus* principle and allows for the optical measurement of bubble radii between 100 and 1000 μm with simultaneous determination of the size-dependent measuring volume. The apparatus can be shifted automatically horizontally and vertically, allowing for capturing of the whole bubble cloud. For image evaluation, several image processing algorithms have been implemented and compared. A second optical setup for the measurement of bubbles penetrating the water surface was prepared and tested. Gas exchange rates were measured by integration of a UV absorption spectrometer in the water cycle. This allows the simultaneous measurement of the change of the concentration of multiple tracers (in the experiment: hexafluorobenzene, 1,4-difluorobenzene and phenylacetylene) in time. A pilot experiment demonstrates that transfer velocities can be computed from a mass balance and that e.g. the dependence on tracer solubility can be studied with respect to the bubble size distribution.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Ziel dieser Arbeit . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Gasaustausch . . . . .	3
2.1.1	Blaseninduzierter Gasaustausch . . . . .	4
2.2	Mathematische Werkzeuge . . . . .	7
2.2.1	Diskrete Faltung . . . . .	8
2.2.2	Gradient eines Bildes und dessen Betrag . . . . .	8
2.2.3	Diskrete Fouriertransformation . . . . .	8
2.2.4	Fourier-Deskriptoren . . . . .	9
2.2.5	Fit-Methoden . . . . .	9
2.3	Punktantwort eines optischen Systems . . . . .	10
2.4	Telezentrische Optik . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Methoden</b>	<b>13</b>
3.1	Methoden zur Messung der Blasenverteilung . . . . .	13
3.1.1	Depth From Focus zur Messung der Blasenverteilung . . . . .	14
3.2	Methoden zur Messung der Gaskonzentration . . . . .	15
3.2.1	UV-Absorptionsspektroskopie zur Messung der wasserseitigen Gaskonzentration . . . . .	16
3.3	Methode zur Messung des Blasenflusses . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>17</b>
4.1	Aufbau des Blasentanks . . . . .	17
4.2	Wasserkreislauf . . . . .	18
4.2.1	Blasengenerator . . . . .	18
4.2.2	UV-Absorptions-Spektrometer-Aufbau . . . . .	19
4.3	Optischer Aufbau . . . . .	20
4.3.1	Aufbau zur Messung der Blasendichte . . . . .	20
4.3.2	Tiefenschärfe einer objektseitig telezentrischen Optik . . . . .	22
4.3.3	Aufbau zur Blasenflussmessung . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Kalibrierung</b>	<b>27</b>
5.1	Kalibrierung der Telezentrie . . . . .	27

---

5.2	Korrektur von Nichtlinearitäten der Kamera . . . . .	27
5.3	Aufnahme der Eichsequenzen . . . . .	28
5.4	Bestimmung des Abbildungsmaßstabs . . . . .	29
5.5	Bestimmung der PSF . . . . .	30
<b>6</b>	<b>Bildverarbeitung</b>	<b>35</b>
6.1	Normierung der Bilder . . . . .	35
6.2	Grundlegende Eigenschaften der benutzten Merkmale . . . . .	35
6.2.1	Objektsegmentierung . . . . .	36
6.2.2	Schwerpunkt . . . . .	37
6.2.3	Fläche auf halber Höhe . . . . .	38
6.2.4	Gesamtfläche . . . . .	39
6.2.5	Mittlerer Grauwert auf halber Höhe . . . . .	40
6.2.6	Gradient an der Objektkante . . . . .	41
6.2.7	Rundheit . . . . .	42
6.3	Trennung überlappender Blasen . . . . .	43
6.3.1	Bestimmung der Schnittpunkte . . . . .	43
6.3.2	Bestimmung der Größe und der Tiefe . . . . .	46
6.4	Algorithmen . . . . .	49
6.4.1	Bestimmung des Messvolumens . . . . .	49
6.4.2	Bestimmung der Häufigkeiten . . . . .	50
6.4.3	Algorithmus 1: Segmentierung auf halber Höhe . . . . .	50
6.4.4	Algorithmus 2: Segmentierung über dem Rauschen . . . . .	51
6.4.5	Algorithmus 3: Segmentierung auf halber Höhe mit Detektion von überlappenden Blasen . . . . .	51
6.4.6	Algorithmus 4: Segmentierung über dem Rauschen mit Detektion von überlappenden Blasen . . . . .	52
6.5	Vergleich der Algorithmen . . . . .	52
6.5.1	Erzeugung von Testdaten . . . . .	52
6.5.2	Ergebnisse der Analyse der Testdaten . . . . .	54
<b>7</b>	<b>Auswertung der UV-Absorptionsdaten</b>	<b>59</b>
<b>8</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>61</b>
8.1	Blasendichte . . . . .	62
8.2	Gasaustausch . . . . .	65
8.3	Vergleich . . . . .	66
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>69</b>
9.1	Ausblick . . . . .	69
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>70</b>

---

# 1 Einleitung

Der Austausch von Stoffen an Gas/Flüssigkeitsgrenzschichten ist ein Vorgang der in der Natur häufig vorkommt. Zwei Drittel der Erdoberfläche ist mit Wasser bedeckt, so dass an der Grenzschicht von Ozean und Atmosphäre eine große Menge an Gasen transportiert werden kann. Dies hat globale Auswirkungen auf das Klima und Schadstoffbelastungen in der Luft. Jährlich nehmen die Ozeane ca. 30-40% der anthropogenen CO<sub>2</sub>-Emission aus der Atmosphäre auf [9]. Die Schätzungen des Netto-Austauschs sind noch mit großen Unsicherheiten behaftet und die zugrunde liegenden Mechanismen sind noch nicht hinreichend verstanden. Daher ist weitere Grundlagenforschung in diesem Gebiet erforderlich.

Luftblasen im Ozean, die vorwiegend durch brechende Wellen ins Wasser geschlagen werden, haben einen signifikanten Einfluss auf den Transport von Stoffen in oder aus dem Ozean. Dabei ist die Größenordnung des Anteils des blaseninduzierten Gasaustauschs am Gesamttransport noch unzureichend bekannt. Der Austausch an den Blasen unterscheidet sich in einigen Punkten von dem Austausch an der Wasseroberfläche. So hängt die Transfergeschwindigkeit, ein Maß für den Gasaustausch, nicht nur von der Diffusionskonstanten der Gase ab, sondern auch von deren Löslichkeit [34]. Im Allgemeinen beschleunigen Blasen den Stofftransport, da sie zusätzliche Turbulenz an der Wasseroberfläche verursachen. Sie führen zu einer Übersättigung des Ozeans, da das eingeschlossene Volumen aufgrund der Oberflächenspannung und des hydrostatischen Drucks verkleinert und somit die Konzentration vergrößert wird [22]. Zudem stellen sie eine zusätzliche Grenzfläche dar, die dem Gasaustausch zur Verfügung steht. Die Besonderheit dieser Oberfläche ist, dass sie nicht unbegrenzt Zeit aktiv am Austausch teilnimmt. Einerseits können Blasen ins Konzentrationsgleichgewicht mit dem umgebenden Wasservolumen kommen, andererseits haben sie eine begrenzte Lebensdauer, da sie entweder an die Oberfläche gelangen und platzen oder sich auflösen können. Beide Eigenschaften hängen mit dem Volumen vom Radius der Blasen ab [19]. Diese Abhängigkeit vom Radius erfordert die Kenntnis der Radienverteilung der Blasen, um den blaseninduzierten Gasaustausch physikalisch modellieren zu können. Im Feld hängt die Größenverteilung der Blasen von der Windgeschwindigkeit und dem Anteil brechender Wellen (whitecap coverage) ab.

## 1.1 Ziel dieser Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein Experiment aufzubauen, um die Mechanismen des blaseninduzierten Gasaustauschs systematisch untersuchen zu können. Dabei wird der Schwerpunkt auf die Bestimmung der Blasenverteilung, also der Wahrscheinlichkeitsdichte für Blasen in Abhängigkeit des Blasenradius und der Position im Tank, gelegt. Zur Messung der Blasenverteilung soll eine

schon erprobte bildgebende Messmethode aufgebaut und weiterentwickelt werden. Die zur Auswertung erforderliche Bildverarbeitung soll konzipiert, implementiert und getestet werden. Die Instrumentierung zur Messung von Tracerkonzentrationen mittels UV-Absorptions-Spektroskopie soll in Betrieb genommen werden und ein Pilotexperiment zur Demonstration der Einsatzfähigkeit durchgeführt werden.

---

## 2 Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die Grundlagen des Gasaustauschs kurz erläutert werden. Insbesondere wird auf die gemessenen Größen der Blasendichte und des Volumenstroms eingegangen und wie diese bei dem Gasaustausch zum Tragen kommen. Folgend werden mathematische Konzepte, sowie grundlegende optische Prinzipien erläutert, die in dieser Arbeit häufiger verwendet werden.

### 2.1 Gasaustausch

Der Transport einer stofflichen Beimengung zwischen einer gasförmigen Phase und einer flüssigen Phase wird durch Diffusion verursacht, die aufgrund einer Konzentrationsdifferenz zustande kommt. In dem Fall einer unbewegten Grenzschicht und der Abwesenheit von Strömungen in den Phasen, kann der Transport mit dem ersten Fickschen Gesetz

$$\vec{j} = -D\nabla c \quad (2.1)$$

beschrieben werden. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt wird der Prozess im allgemeinen beschleunigt, da zusätzlich zur Diffusion weitere Effekte, wie Turbulenz am Stofftransport beteiligt sind [18]. Dies wird in einer weiteren Konstanten, der turbulenten Diffusionskonstanten  $K(z)$ , modelliert die zur molekularen Diffusionskonstanten  $D$  addiert werden kann.

$$\vec{j} = -(D + K(z))\nabla c \quad (2.2)$$

Geht man davon aus, dass die Stromdichte auf der Transportstrecke konstant bleibt, genügt eine eindimensionale Betrachtung und es ergibt sich durch Integration der Gleichung 2.2:

$$c(z_2) - c(z_1) = -j \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{D + K(z)} dz \quad (2.3)$$

Das Integral in Gleichung (2.3) lässt sich in Analogie zur Elektrodynamik als Proportionalitätskonstante zwischen Konzentration (Spannung) und Fluss (Strom) auffassen. Es stellt somit den Transportwiderstand der Transportstrecke dar. Das Inverse dieses Integrals entspricht in dieser Analogie einer Leitfähigkeit und wird als Transfargeschwindigkeit  $k$  bezeichnet:

$$k = \frac{1}{\int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{D + K(z)} dz} \quad (2.4)$$

Damit lässt sich die Transportgleichung folgendermaßen schreiben:

$$j = k\Delta c \quad (2.5)$$

der Fluss  $j$  ist proportional zur Konzentrationsdifferenz  $\Delta c = c(z_2) - c(z_1)$ . Die Transferegeschwindigkeit  $k$  gibt an mit welcher Geschwindigkeit ein Volumen die Grenzschicht überschreitet.

Da ein Spurenstoff, im Folgenden auch als Tracer bezeichnet, im Gleichgewicht nicht notwendigerweise die gleiche Konzentration in Gasphase und in der Flüssigkeit besitzt, wird eine stoffabhängige Konstante  $\alpha$  definiert, die das Verhältnis von Konzentration in der Flüssigkeit  $c_w$  und Konzentration in der Gasphase  $c_l$  im Gleichgewicht angibt:

$$\alpha = \frac{c_w}{c_l} \quad (2.6)$$

Die Größe  $\alpha$  wird Löslichkeit genannt.

Für die Transferegeschwindigkeit sagen Betrachtungen von Grenzschichten folgende Abhängigkeiten voraus [22]:

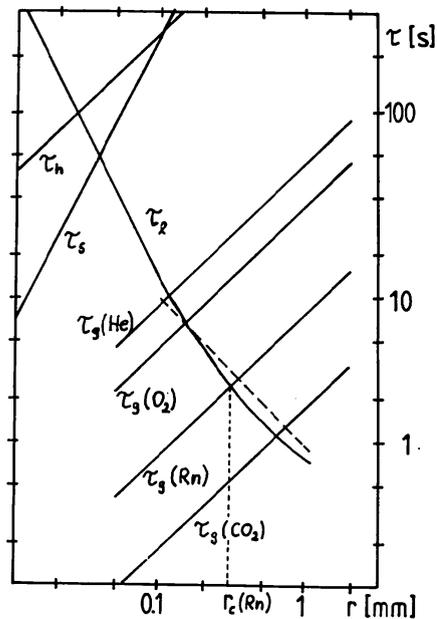
$$k \propto \begin{cases} D^{-\frac{2}{3}} & \text{für Grenzflächen mit Oberflächenfilmen} \\ D^{-\frac{1}{2}} & \text{für Grenzflächen ohne Oberflächenfilme} \end{cases} \quad (2.7)$$

Daran ist zu sehen, dass Oberflächenfilme den Austausch von Stoffen erschweren und daher verlangsamen. Es existieren verschiedene Parametrisierungen der Transferegeschwindigkeit für freie windbewegte Oberflächen, für die auf Jähne [16] verwiesen sei.

### 2.1.1 Blaseninduzierter Gasaustausch

Da mit diesem experimentellen Aufbau der Gasaustausch von Blasen untersucht werden soll, wird hier auf die Besonderheiten dieses Austauschs eingegangen. In erster Näherung beschleunigt sich in Anwesenheit von Blasenwolken der Gasaustausch, da die Blasen eine zusätzliche Austauschfläche darstellen. Der Gasaustausch an Blasen unterscheidet sich von dem Gasaustausch an der freien Wasseroberfläche in einigen Aspekten, auf die im Folgenden eingegangen wird. Blasen haben nur eine begrenzte Kapazität, das heißt sie können ins Gleichgewicht kommen und tragen ab diesem Zeitpunkt nicht mehr zum Gasaustausch bei. Eine weitere Besonderheit der Blasen ist, dass sie sich aufgrund des hydrostatischen Drucks und der Oberflächenspannung komplett auflösen können und so ihr gesamtes Volumen in das Wasser eintragen können. Da aufgrund des erhöhten Drucks gegenüber der Atmosphäre das Volumen der Blasen abnimmt, erhöht sich die Konzentration entsprechend und kann damit zu einer Übersättigung des Wassers führen.

In Abbildung 2.1 sind die verschiedenen Zeitkonstanten für Blasen, die für den Gasaustausch relevant sind, in Abhängigkeit des Blasenradius aufgeführt. Die Zeitkonstanten ergeben sich nach [19, 33] wie folgt:



**Abbildung 2.1:** Zeitkonstanten für Blasen verschiedener Radien. Die Gleichgewichtszeit  $\tau_g$  ist für einige Tracer mit unterschiedlichen Löslichkeiten  $\alpha$  gezeigt. Entnommen aus [19]

**Die Gleichgewichtszeit**  $\tau_g$  gibt an, wie lange es dauert bis eine Blase ins Gleichgewicht<sup>1</sup> mit dem umgebenden Medium gekommen ist. Sie lässt sich durch die Bildung einer Massenbilanz ableiten. Dabei ist die Änderung der Konzentration  $c_B$  in der Blase multipliziert mit dem Volumen der Blase  $V_B$ , dem Fluss durch die Oberfläche der Blase  $A_B$  gleichzusetzen.

$$V_B \frac{\partial c_B}{\partial t} = k_B(r) A_B (c_w - \alpha c_B) \quad (2.8)$$

Der Fluss ergibt sich aus dem Produkt der Transfargeschwindigkeit der Blase  $k_B(r)$  und der Konzentrationsdifferenz zwischen der als konstant<sup>2</sup> angesehenen Wasserkonzentration  $c_w$  und der Konzentration in der Luftblase. Dabei wurde die Luftblasenkonzentration bei der Differenzbildung mit der Löslichkeit in eine Wasserkonzentration umgerechnet. Die Lösung der Differentialgleichung (2.8) lautet:

$$c_B(t) = \frac{c_w}{\alpha} (1 - e^{-\frac{3\alpha k_B(r)}{r} t}) =: \frac{c_w}{\alpha} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_g}}) \quad (2.9)$$

$$\tau_g = \frac{r}{3\alpha k_B(r)} \quad (2.10)$$

Die Gleichgewichtszeit hängt also von der Löslichkeit ab. Tracer mit hohen Löslichkeiten kommen schnell ins Gleichgewicht, Tracer mit niedrigen Löslichkeiten erreichen langsamer den Gleichgewichtszustand.

<sup>1</sup>dabei meint Gleichgewicht in diesem Fall den Abfall der Konzentrationsdifferenz um einen Faktor  $\frac{1}{e}$

<sup>2</sup> $c_w$  kann als konstant angenommen werden, da die Zeitskalen in der sich die Wasserkonzentration ändert viel größer sind als die Zeitskalen der Konzentrationsänderung in der Blase

**Die Aufenthaltszeit**  $\tau_l$  gibt an, wie lange sich eine Blase unter Wasser befindet bis sie wieder an die Wasseroberfläche gelangt. Diese hängt im wesentlichen von der Aufstiegs geschwindigkeit und der Tiefe, in die die Blase gebracht wurde, ab. Diese lässt sich aus der Blasenflächendichte  $\Psi_A(r)$  und dem Blasenfluss durch die Oberfläche  $\dot{\Psi}_A(r)$  wie folgt bestimmen:

$$\tau_l = -\frac{\Psi_A(r)}{\dot{\Psi}_A(r)} \quad (2.11)$$

Dabei gibt die Blasenflächendichte  $\Psi_A(r)$  die Anzahl der Blasen pro Wasseroberfläche und Radiusintervall an. Der Verlauf mit dem Radius ist in Abbildung 2.1 zu sehen.

**Die Auflösezeiten**  $\tau_h$  und  $\tau_s$  geben die durchschnittliche Zeit an, in der sich die Blasen aufgrund des hydrostatischen Drucks bzw. der Oberflächenspannung auflösen. Diese ergeben sich nach [19] zu:

$$\tau_h = p_0 \frac{r}{\alpha_{Luft} k_B(r) \rho g z_w} \quad (2.12)$$

$$\tau_s = p_0 \frac{r^2}{4\alpha_{Luft} k_B(r) \sigma} \quad (2.13)$$

wobei  $p_0$  den Atmosphärendruck,  $\sigma$  die Oberflächenspannung,  $g$  die Erdbeschleunigung,  $\rho$  die Massendichte des Wassers und  $z_w$  den Abstand zur Wasseroberfläche bezeichnet.

Mit Hilfe des kritischen Radius  $r_c$ , bei dem  $\tau_g$  und  $\tau_l$  die gleiche Größe besitzen, können zwei Grenzfälle unterschieden werden. Da die Zeitkonstanten von  $\alpha$  abhängen, lassen sich die Grenzfälle folgendermaßen gliedern:

**Grenzfall sehr hoher Löslichkeit**  $\alpha \rightarrow \infty$

In diesem Grenzfall kommen alle Blasen mit dem umgebenden Wasser ins Gleichgewicht. Das bedeutet für die Zeitkonstanten und den kritischen Radius:

$$\tau_l > \tau_g$$

$$r < r_c$$

Da alle Blasen in diesem Fall ins Gleichgewicht gekommen sind, kann die Transfargeschwindigkeit mithilfe des Blasenflusses  $\dot{\Psi}_A(r)$  berechnet werden. Mit dem Integral in Gleichung (2.14) wird das Volumen berechnet, welches pro Zeiteinheit die Grenzfläche passiert. Der Faktor  $\alpha$  bezieht die Blasenkonzentration auf die im Wasser vorherrschende Konzentration, so dass man die wasserseitige Transfargeschwindigkeit<sup>3</sup> der Blasen  $k_B$  erhält:

$$k_B = \frac{1}{\alpha} \int \frac{4}{3} \pi r^3 \dot{\Psi}_A(r) dr \quad (2.14)$$

<sup>3</sup>man unterscheidet wasserseitige und luftseitige Transfargeschwindigkeiten, abhängig davon welche Konzentration als Referenz herangezogen wird. (siehe dazu [16])

Wenn der Luftvolumenstrom  $\dot{V}_B$  in das Wasser bekannt ist, lässt sich das Integral aus Gleichung (2.14) ersetzen und die Transfergeschwindigkeit  $k_B$  durch die Wasseroberfläche  $A_{wo}$  ergibt sich zu:

$$k_B = \frac{\dot{V}_B}{\alpha A_{wo}} \quad (2.15)$$

### Grenzfall geringer Löslichkeit $\alpha \rightarrow 0$ :

Im Falle sehr kleiner Löslichkeiten kommen die Blasen nie ins Gleichgewicht und die Blasenoberfläche wirkt als zusätzliche Grenzschicht, an der Transport stattfinden kann. Für die Zeitkonstanten und den kritischen Radius bedeutet das:

$$\tau_l < \tau_g$$

$$r > r_c$$

Hier ergibt sich die zusätzliche von den Blasen verursachte Transfergeschwindigkeit als Produkt der Transfergeschwindigkeit an einer Blase  $k_B(r)$  und dem Verhältnis der Blasenoberfläche zur Wasseroberfläche  $\gamma(r)$ :

$$k_{B,tot} = \int 4\pi r^2 \Psi_A(r) k_B(r) dr = \int \gamma(r) k_B(r) dr \quad (2.16)$$

Zusammen mit der Transfergeschwindigkeit  $k_{wo}$  an der Wasseroberfläche selbst ergibt sich:

$$k_{Total} = k_{wo} + k_{B,tot} \quad (2.17)$$

Zur Vertiefung der theoretischen Grundlagen wird auf weiterführende Literatur verwiesen. Ein allgemeiner Überblick über den blaseninduzierten Gasaustausch findet sich bei Liss [22]. Ausführliche Betrachtungen und Berechnungen zu Steigverhalten, Auflöseverhalten, Größenänderungen und deren Einfluss auf den Gasaustausch wurden von Merlivat [26] durchgeführt. Eine etablierte Parametrisierung wurde von Keeling [20] vorgeschlagen. Aktuelle Modellierungen finden sich bei Woolf et al. [34] und Han and Yuan [14]. Die zeitliche Entwicklung von Blasenwolken im Ozean wird in Monahan and Lu [28] diskutiert. Allen gemeinsam ist, dass die Blasenverteilung  $\Psi(r)^4$ , für die hier eine Messmethode entwickelt wurde, eine zentrale Größe ist.

## 2.2 Mathematische Werkzeuge

In diesem Abschnitt werden grundlegende mathematische Werkzeuge, sowie häufig genutzte Operationen der Bildverarbeitung beschrieben. Eine Einführung in die Bildverarbeitung, in der auch alle hier diskutierten Operationen erläutert werden, findet sich bei Jähne [17]. In der weiteren Arbeit wird unter Faltung, Ableitung und Fouriertransformation von Bildern, falls nicht anders vermerkt, folgendes verstanden:

---

<sup>4</sup>Die Verteilung  $\Psi(r)$  ohne Index  $A$  steht für die Blasen volumendichte

### 2.2.1 Diskrete Faltung

Die Faltungsoperation wird in der Bildverarbeitung häufig genutzt. So werden Glättungen, Ableitungen und andere lineare Operationen durch diskrete Faltungen erreicht. Für eine quadratische Maske  $h_{l,m}$  der Größe  $2L + 1$  ist die Faltung mit einem Bild  $n_{j,k}$  gegeben durch:

$$n'_{j,k} = h * n = \sum_{l=-L}^L \sum_{m=-L}^L h_{l,m} n_{j-l,k-m} \quad (2.18)$$

In den Bereichen, in denen die Indizes von  $n_{j-l,k-m}$  über die Dimensionen des Bildes hinausgehen, ist zu entscheiden, wie diese behandelt werden. Man hat die Möglichkeit die Pixel zyklisch fortzusetzen, die Pixel 0 zu setzen oder die Randpixel zu wiederholen. Wenn nicht anders vermerkt, wurde für die Werte ausserhalb des Bildes 0 angenommen. Die so entstandenen Fehler wurden umgangen, indem die Randbereiche der Bilder bei der Auswertung nicht betrachtet wurden.

### 2.2.2 Gradient eines Bildes und dessen Betrag

Eine Operation die häufig genutzt wird, ist die Gradientbildung eines Bildes. Diese Operation besteht aus mehreren Schritten, die in Analogie zum Gradienten in der Vektoranalysis ausgeführt werden. Zunächst wird die Ableitung des Bildes in  $x$ - und in  $y$ - Richtung berechnet. Dabei wird unter den jeweiligen Operationen die Faltung mit folgenden Masken verstanden:

$$d_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d_y = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Die entstehenden Bilder  $g_{d_x}$  und  $g_{d_y}$  werden quadriert und addiert. Die Wurzel aus dem entstandenen Bild ist der Betrag des Gradienten des Bildes  $g_d$ :

$$g_d = \sqrt{g_{d_x}^2 + g_{d_y}^2} \quad (2.19)$$

Dabei sind alle Rechenoperationen elementweise zu verstehen.

### 2.2.3 Diskrete Fouriertransformation

Eine wichtige Operation in der Bildverarbeitung ist auch die diskrete Fouriertransformation. Eine zentrale Eigenschaft, die diese Operation so nützlich macht, ist die Möglichkeit die Faltungsoperation auf eine elementweise Multiplikation der transformierten Bilder zurückzuführen. Dies reduziert den erforderlichen Rechenaufwand für große Faltungsmasken erheblich. Für ein Bild  $n_{i,j}$  der Größe  $M \times N$  und der Fouriertransformierten  $\hat{n}_{i,j}$  des Bildes werden Hin- und Rücktransformation nach Jähne [17] folgendermaßen definiert:

$$\hat{n}_{j,k} = \frac{1}{MN} \sum_{l=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{N-1} n_{l,m} e^{-\frac{2\pi(jl+km)}{MN}i} \quad (2.20)$$

$$n_{j,k} = \sum_{l=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{N-1} \hat{n}_{l,m} e^{\frac{2\pi(jl+km)}{MN}i} \quad (2.21)$$

Als Kennzeichnung der Fouriertransformation wird im Weiteren das Symbol " $\hat{\phantom{x}}$ " benutzt, wobei der Zusammenhang zwischen Fouriertransformierten und Faltung gilt:

$$\widehat{h * n} = MN \hat{h} \cdot \hat{n} \quad (2.22)$$

## 2.2.4 Fourier-Deskriptoren

Eine elegante Art der Beschreibung von geschlossenen diskreten Kurven  $f_s : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^2$  der Länge  $S$  in der Ebene sind die Fourier-Deskriptoren. Dabei wird die Kurve als Kurve  $k_s : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C}$  in der komplexen Ebene aufgefasst, so dass die x-Koordinate mit dem Realteil und die y-Koordinate mit dem Imaginärteil identifiziert wird. Als Fourier-Deskriptoren  $\hat{k}_r : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C}$  (FD) bezeichnet man dann die Fouriertransformierte der Kurve  $k_s$

$$\hat{k}_r = \frac{1}{S} \sum_{s=0}^{S-1} k_s e^{-\frac{2\pi r s}{S}i}. \quad (2.23)$$

Ein Nachteil der FD ist, dass die Punkte der Kurve bei exakter Beschreibung in äquidistanten Abständen auf der Kurve liegen müssen. Dies ist bei der Diskretisierung durch die Pixel nicht gewährleistet. Der entstehende Fehler wird durch spätere Normierung auf die differentielle Streckenlänge im Rahmen der Krümmungsbestimmung minimiert (siehe Abschnitt 6.3 und [15]).

Eine eingehende Beschreibung der FD findet sich bei Jähne [17].

## 2.2.5 Fit-Methoden

In der Auswertung der aufgenommenen Daten stellt sich die Frage, wie von den Messwerten auf die Modellparameter des zugrundeliegenden Modells zu schließen ist. Im Fall eines linearen Modells, kann ein nicht-iteratives Verfahren angewendet werden, was den Vorteil einer geringen Laufzeit besitzt. Angenommen das Modell mit  $N$  Parametern lässt sich in folgender Form ausdrücken:

$$A_1 x_1 + \dots + A_N x_N = b$$

dabei gehen die  $A_j$  und  $b$  aus den gemessenen Werten hervor und die  $x_j$  bezeichnen die Fitparameter des Modells.

Mit  $M$  Einzelmessungen ergibt sich somit ein lineares Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcccc} A_{1,1}x_1 & + \cdots + & A_{1,N}x_N & = & b_1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ A_{M,1}x_1 & + \cdots + & A_{M,N}x_N & = & b_M \end{array}$$

oder in Matrixnotation:

$$Ax = b \quad (2.24)$$

$A$ :  $M \times N$  Matrix von Messwerten

$x$ :  $N \times 1$  Spaltenvektor der Fitparameter

$b$ :  $M \times 1$  Spaltenvektor

Das Optimierungsproblem stellt sich nun als Minimierung der quadratischen Abweichungen beider Seiten dar:

$$\min_x \|Ax - b\| \quad (2.25)$$

Die optimale Lösung im Least-Squares Sinne ergibt sich dann zu [1]:

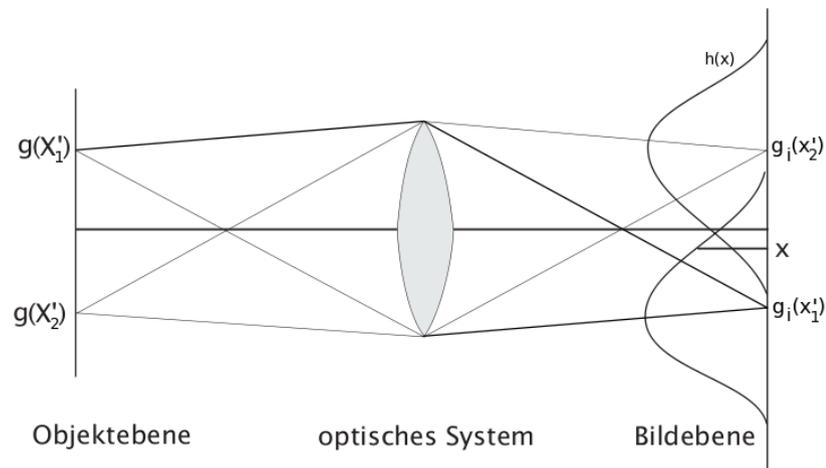
$$x = (A^T A)^{-1} A^T b$$

In den Fällen, in denen die Rückführung auf ein lineares Modell nicht möglich ist, wird die Levenberg-Marquat-Methode verwendet. Diese numerische Methode basiert auf dem Gauß-Newton-Verfahren und nähert die Modellparameter iterativ im Least-Squares Sinne [25].

## 2.3 Punktantwort eines optischen Systems

Eine elegante Methode, lineare und verschiebungsinvariante optische Systeme zu beschreiben, ist das Konzept der Punktantwort (PSF: *point spread function*). In Abbildung 2.2 ist dieses Konzept für 2 Punkte veranschaulicht. Als Punktantwort  $h(x)$  bezeichnet man die Funktion, die das Bild eines einzelnen Punktes im Objektraum beschreibt. Ein Punkt im Objektraum mit der Intensität  $g(X)$  wird also auf eine Intensitätsverteilung auf der Sensorebene abgebildet. Ist diese Funktion unabhängig von der Position des Punktes im Objektraum und die optische Abbildung linear so lassen sich die Bilder aller Objekte einfach berechnen. Dazu stellt man sich das Objekt als Menge von Punkten  $X'$  im Objektraum vor, von denen jeder einen durch die PSF vorgegebenen Beitrag  $g_i(x')h(x - x')$  zum Bild  $g(x)$  an der Stelle  $x$  leistet. Die  $x'$  sind die den  $X'$  korrespondierenden Positionen in der Bildebene.  $g_i(x')$  gibt die Intensitätsverteilung an, die der Verteilung  $g(X)$  entspricht, falls ein Punkt der Objektebene auf nur einen Punkt der Bildebene abgebildet wird. Durch die Linearität lassen sich diese Beiträge einfach addieren, so dass sich folgendes Integral ergibt:

$$g(\vec{x}) = \int g_i(\vec{x}') \cdot h(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}' = (g_i * h)(\vec{x}) \quad (2.26)$$



**Abbildung 2.2:** Bildentstehung durch Überlagerung der Punktantworten des Objekts. (Entnommen aus [17], Bezeichnungen geändert.)

Dabei bezeichnet der  $*$ -Operator die Faltung, die wie oben definiert ist. Da in der Kleinwinkelnäherung die Trigonometrischen Funktionen linearisiert werden können, lässt sich ein optisches System in diesem Bereich als lineares System auffassen. Nähere Informationen finden sich in [17].

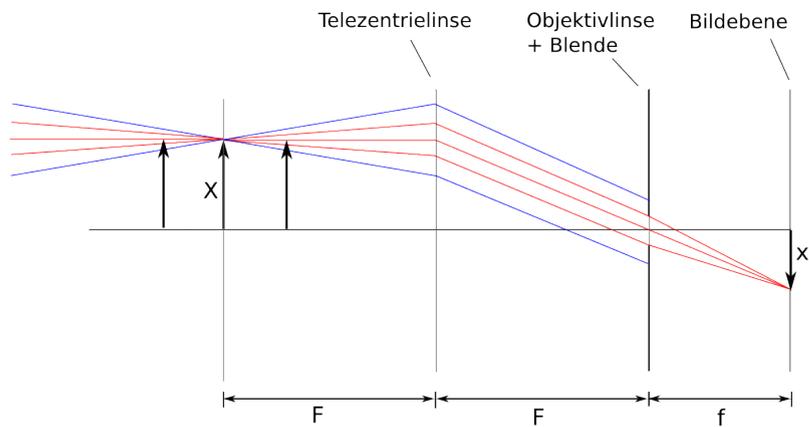
## 2.4 Telezentrische Optik

Hier sollen die speziellen Eigenschaften der hier eingesetzten objektseitig telezentrischen Optik<sup>5</sup> besprochen werden. Für die grundlegenden Beziehungen der Optik wird auf die Standardliteratur, wie [27], verwiesen.

In Abbildung 2.3 ist das Prinzip der telezentrischen Optik veranschaulicht. Sie besteht aus einem Objektiv, dessen Blende im Brennpunkt einer weiteren Linse (im Folgenden Telezentrielinse) positioniert ist. Die Idee der telezentrischen Optik beruht darauf den Hauptstrahl im Objektraum parallel zur optischen Achse zu machen. Dies wird mittels der Blende erreicht, die in den Brennpunkt der aufnehmenden Linse<sup>6</sup> gebracht wird. Der Hauptstrahl, d.h. der Strahl der die Blende zentral passiert, stellt den Schwerpunkt des Strahlenbündels von einem Punkt im Objektraum dar. Da dieser parallel zur optischen Achse ist, hängt die Position, an der der Schwerpunkt auf die Bildebene trifft, nicht vom Abstand des Objekts zur Aufnahmeoptik ab. Somit hängt der Abbildungsmaßstab  $m_l$  nicht von der Entfernung ab. Dadurch werden Blasen unabhängig von der Entfernung zur Kamera in der gleichen Größe abgebildet, was die weitere Verarbeitung der aufgenommenen Bilder erleichtert. Diese Eigenschaft ist der Grund für den Einsatz dieses Aufbaus, da diese die weitere Verarbeitung der aufgenommenen Bilder vereinfacht. Für eine Abschätzung des Abbildungsmaßstabs kann man davon ausgehen, dass die Blende in der Objektivlinse sitzt, siehe

<sup>5</sup>man unterscheidet bildseitig und objektseitig telezentrische Optiken, je nach dem, auf welcher Seite der Telezentrielinse die Blende positioniert ist.

<sup>6</sup>der Telezentrielinse



**Abbildung 2.3:** Telezentrische Optik: Der Hauptstrahl ist immer parallel zur optischen Achse. Objektivlinse und Blende liegen in der Brennebene der Telezentriellinse

Abbildung 2.3. Es folgt nach der Strahlenoptik (in Kleinwinkelnäherung)

$$m_l = \frac{x}{X} = \frac{f}{F}, \quad (2.27)$$

wobei  $f$  die Brennweite der Objektivlinse,  $F$  die Brennweite der Telezentriellinse,  $x$  die Bildgröße und  $X$  die Objektgröße bezeichnet.

## 3 Methoden

In diesem Abschnitt soll ein Überblick über die existierenden Methoden zur Messung von Blasenverteilungen und Gaskonzentrationen gegeben werden. Im Anschluss der jeweiligen Methoden wird näher auf die in dieser Arbeit genutzten Verfahren eingegangen.

### 3.1 Methoden zur Messung der Blasenverteilung

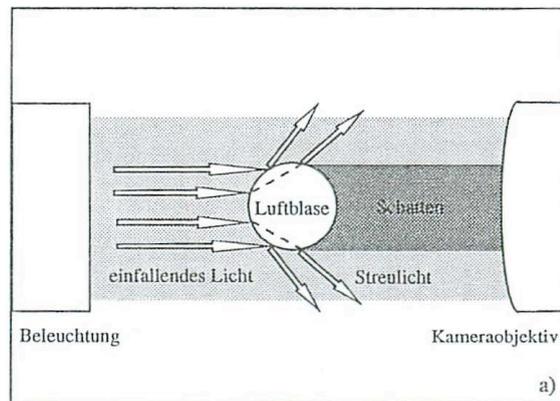
Es gibt verschiedene Ansätze zur Messung der Blasenverteilung, die sich in optische und akustische Methoden gliedern lassen. Die Verfahren werden kurz vorgestellt, für die Details sei auf die angegebenen Referenzen verwiesen.

#### Optische Methoden:

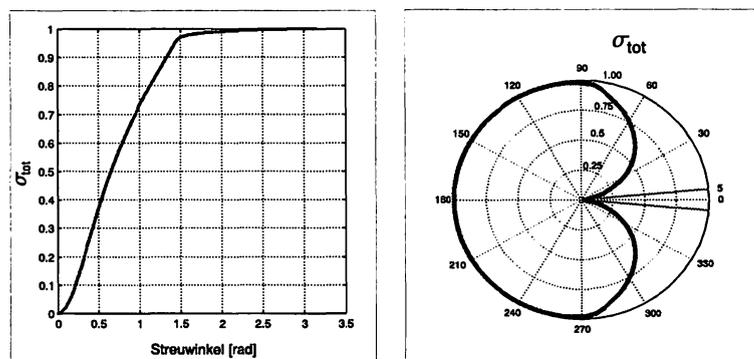
- **Hellfeldmethode:** Bei dieser Methode wird mit einer Kamera direkt in eine Lichtquelle geschaut. Blasen die sich zwischen Lichtquelle und Kamera befinden streuen das Licht und erscheinen somit dunkler im Bild. Diese Bilder können mittels Bildverarbeitung ausgewertet werden.
- **Dunkelfeldmethode:** Die Kamera schaut von der Seite auf beleuchtete Blasen. Das Bild entsteht hier durch die Streuung des Lichts in Richtung der Kamera. Die Blasen erscheinen also als helle Reflexe im Bild. Ein Vergleich von Hellfeld- und Dunkelfeldmethode findet sich bei Balschbach [3].
- **Glasfasersonde:** Im Gegensatz zu den vorher genannten bildgebenden Verfahren, kann mit der Glasfasersonde nur an einem Punkt gemessen werden. Dabei ändert eine Luftblase am Ende der Glasfaser deren Reflektivität. Da diese sehr schnell gemessen werden kann, kann die Zeit ermittelt werden, über die eine vorbeitreibende Blase die Sonde berührt. Eine absolute Größenbestimmung ist ohne Kenntnis der Geschwindigkeit der Blasen nicht möglich. [2, 32]

#### Akustische Methoden:

- **aktive akustische Verfahren:** Da Luftblasen eine bewegliche Oberfläche haben, die von der Oberflächenspannung in Form gehalten wird, können diese schwingen. Die Resonanzfrequenz hängt dabei von der Größe der Blasen ab. Der Wirkungsquerschnitt bei der Resonanzfrequenz ist um ein vielfaches höher als für andere Frequenzen. Dies kann ausgenutzt



**Abbildung 3.1:** Schema der Depth From Focus Methode. Eine Kamera schaut direkt in eine Lichtquelle. Die Blasen streuen das Licht aus dem Strahlengang. (Entnommen aus [13])



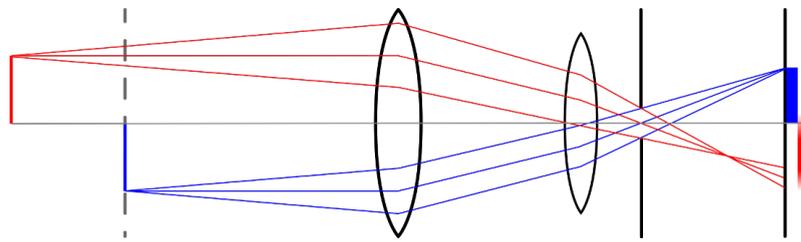
**Abbildung 3.2:** Totaler Streuquerschnitt einer Luftblase in Wasser (Entnommen aus [12])

werden, indem die Blasen mit Schall bekannter Frequenzen und Intensitäten angeregt werden. Aus den Intensitäten des verbliebenen Schalls kann auf die Blasenverteilung geschlossen werden. Beschreibungen der Technik finden sich bei Loewen and Melville [23] und bei Farmer et al. [10].

- passive akustische Verfahren: Der Unterschied zur aktiven Methode besteht darin, die Blasen nicht selbst zum Schwingen anzuregen, sondern den Hintergrundschaal im Ozean zu nutzen. Für Laborexperimente ist diese Methode daher ungeeignet. Die Methode wurde von Buckingham et al. [5] entwickelt.

### 3.1.1 Depth From Focus zur Messung der Blasenverteilung

Der naheliegendste ist der optische Ansatz, bei dem die Blasen auf ein Bild projiziert werden und die einzelnen Blasen gezählt werden. In dieser Arbeit wird diese Methode weiter verfolgt, dabei wurde die vorhandene Depth-From-Focus (DFF) Technik von Geißler [12] genutzt und weiter entwickelt. Es handelt sich hierbei um eine Hellfeldmethode, bei der mit der Kamera direkt in eine Lichtquelle geschaut wird. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Blasen, die sich vor der Lichtquelle befinden, streuen das Licht aus dem Strahlengang der Optik. In Abbildung



**Abbildung 3.3:** Auswirkungen einer Tiefenänderung von Blasen im Objektraum auf die Unschärfe des Bildes bei telezentrischer Optik

3.2 ist der totale Streuquerschnitt für Luftblasen in Wasser, der nach Davis [6] berechnet wurde, gezeigt. Durch geschickte Wahl der Beleuchtung und Aufnahmeoptik kann erreicht werden, dass nahezu das gesamte Licht aus dem Strahlengang der Aufnahmeoptik gestreut wird. Um das zu realisieren, muss der Öffnungswinkel der Aufnahmeoptik klein sein. Dadurch wird gewährleistet, dass Licht, das eine Blase passiert hat, die Kamera nicht mehr erreicht. Daher erscheinen die Blasen als dunkle Scheiben im Bild.

Zur Bestimmung der Blasenverteilung benötigt man sowohl die Größe der einzelnen Blasen, als auch das Volumen, in dem sich diese Blasen befinden. Der zweite Punkt stellt die Hauptschwierigkeit dar, da es hierfür nötig ist die dritte Raumkomponente (Tiefe), also der Abstand zur Schärfeebene, aus einem zweidimensionalen Bild zu rekonstruieren. Die hier vorgestellte Methode bestimmt die Tiefe aus der Unschärfe der Objekte im Bild. Die Unschärfe hängt mit dem Abstand zur Schärfeebene zusammen. Dem Unschärfefeffer überlagert sich bei „normaler“ Optik eine Änderung des Abbildungsmaßstabs, wodurch es schwierig wird die Unschärfe an sich zu untersuchen. Daher wird hier eine telezentrische Optik verwendet, die den Abbildungsmaßstab konstant lässt und es so ermöglicht die Unschärfe isoliert zu betrachten (Abschnitt 5.5). Wie man in Abbildung 3.3 sehen kann, ist die Bildgröße von der Tiefe unabhängig, nur wird die Kante unscharf. Dabei ist es nicht möglich festzustellen ob die Blase vor oder hinter dieser Ebene liegt, da sich die Unschärfe bei telezentrischer Optik symmetrisch verhält. Der konstante Abbildungsmaßstab ermöglicht auch eine einfache Bestimmung der Größe der Objekte, da diese nicht mehr tiefenabhängig ist.

## 3.2 Methoden zur Messung der Gaskonzentration

Konzentrationsmessungen können in Gasaustauschexperimenten entweder im Wasser oder in der Luft durchgeführt werden, hierfür gibt es verschiedene Methoden:

### luftseitige Messtechniken:

- IR-Absorptions-Spektroskopie: Die charakteristischen Absorptionsspektren im IR-Bereich werden zur Bestimmung der Konzentration herangezogen. Da Wasser IR-Strahlung gut absorbiert, kann nur luftseitig gemessen werden. Typische Stoffe, die gemessen werden können, sind z.B.  $\text{CO}_2$ ,  $\text{N}_2\text{O}$  oder  $\text{CH}_4$ . Eine Diskussion der Technik findet sich bei Nielsen [29].

- Gaschromatographie: Das zu analysierende Gasgemisch wird durch eine Kapillare gedrückt, die auf der Innenwand mit einer definierten Substanz beschichtet ist. Da verschiedene Gase unterschiedlich starke Wechselwirkungen mit dieser Substanz haben, benötigen sie verschiedene Zeiten, um die Kapillare zu durchqueren. Diese Zeit ist charakteristisch für verschiedene Gase. Durch einen dahinter geschalteten Wärmeleitfähigkeitssensor ist eine eindeutige Identifikation der Stoffe möglich. Typische Stoffe sind He oder H<sub>2</sub>. Die Methode wird im Detail bei Degreif [8] beschrieben.

#### **wasserseitige Messtechnik:**

- Leitfähigkeitsmessungen: Stoffe wie CO<sub>2</sub>, die Einfluss auf die Leitfähigkeit des Wassers haben, können durch Änderung dieser nachgewiesen werden. Für eine ausführliche Betrachtung der Technik siehe Jähne [16].

#### **luft- und wasserseitige Messtechnik:**

- UV-Absorptionsspektroskopie: Die charakteristischen Absorptionsspektren einiger Stoffe, wie beispielsweise aromatische Kohlenwasserstoffe, im UV-Bereich werden zur Bestimmung der Konzentration herangezogen. (siehe Abschnitt 3.2.1 und Degreif [8])

### **3.2.1 UV-Absorptionsspektroskopie zur Messung der wasserseitigen Gaskonzentration**

Die UV-Absorptionsspektroskopie macht sich zu nutze, dass verschiedene Tracer bei unterschiedlichen Wellenlängen UV-Licht verschieden stark absorbieren. Allerdings absorbieren nicht alle Stoffe im UV-Bereich, was bei der Wahl der Tracer beachtet werden muss. Die Absorption durch den Tracer nimmt exponentiell mit seiner Konzentration zu. Durch Vergleich mit einem Referenzspektrum, welches bei bekannter Konzentration aufgenommen wurde, kann so die vorhandene Konzentration bestimmt werden. Das Vorgehen wird im Detail bei der Auswertung in Abschnitt 7 beschrieben. Weitere Informationen zu den Eigenschaften und der Anwendung finden sich bei Degreif [8].

## **3.3 Methode zur Messung des Blasenflusses**

Der Aufbau zur Blasenflussmessung basiert auf der Idee der *Imaging Slope Gauge* (ISG), die die Neigung der Wasseroberfläche misst. Dabei wird ausgenutzt, dass die Oberfläche den Strahlengang aufgrund von Brechung verändert. Die Idee dieses Verfahrens wird von Jähne [17] beschrieben, die Methode im Detail wird bei Rocholz [31] behandelt. Durch diesen Aufbau lassen sich die Blasen und die Wellen visualisieren, die entstehen wenn Blasen an der Wasseroberfläche platzen. In dieser Arbeit wurde dieser Aufbau nur prinzipiell getestet und einige Testaufnahmen gemacht. Das Platzen der Blasen geschieht sehr schnell. Um den Vorgang zeitlich auflösen und damit den Blasenfluss durch die Wasseroberfläche messen zu können, ist daher die Verwendung einer Hochgeschwindigkeitskamera mit einer Bildwiederholrate von mindestens 1000 Hz erforderlich.

---

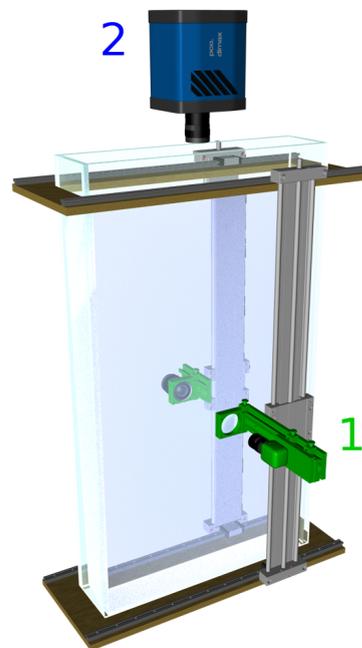
## 4 Experimenteller Aufbau

Um den von Luftblasen vermittelten Gasaustausch genauer zu untersuchen, wurde ein Tank konstruiert und gebaut, der für diese Anwendung ausgelegt ist. Deshalb wurde auf die Möglichkeit geachtet, die wichtigsten Parameter, die diesen Austausch bestimmen, zu messen bzw. einzustellen. Zentrale Parameter sind die Blasendichte  $\Psi(r, z)$  in Abhängigkeit der Blasengröße und der Wassertiefe, der Blasenfluss durch die Oberfläche  $\dot{\Psi}(r)$ , der Luftvolumenstrom durch das Wasser  $\dot{V}_B$  und die Konzentrationen  $c_l$  und  $c_w$  in Luft und Wasser. In diesem Kapitel wird der Aufbau des Tanks beschrieben. Auf die einzelnen Instrumente zur Messung der einzelnen Parameter wird dann gesondert näher eingegangen.

### 4.1 Aufbau des Blasentanks

Zur Durchführung der Messungen an den Blasen wurde ein neuer Wassertank konstruiert (Abbildung 4.1). Der Tank ist ca. 3-mal höher, als der Wassertank an dem frühere Messungen von Maiß [24] durchgeführt wurden. Dies hat den Vorteil, dass die Blasen in vergleichbare Tiefen getragen werden können, wie sie auch bei brechenden Wellen auftreten [20]. Dies ist wichtig da die maximale Tiefe Auswirkungen auf den hydrostatischen Druck und die Aufenthaltszeit der Blasen im Wasser hat. Um bei den Messungen möglichst flexibel zu sein, d.h. die optischen Aufbauten in allen Richtungen anbringen zu können, wurde für alle Wände Glas eingesetzt. Die inneren Abmessungen des Tank betragen 1300 mm x 700 mm x 150 mm (Höhe x Breite x Tiefe). Die Dimensionierung der Höhe und der Breite ergab sich aus den Platzverhältnissen vor Ort, wobei die maximal mögliche Höhe gewählt wurde. Eine Abschätzung der Belastungen durch den Wasserdruck ergab eine notwendige Wandstärke von 16 mm (siehe Anhang 9.1). Als Material für die Glasscheiben wurde aufgrund der gut definierten optischen Eigenschaften, der Ebenheit der Scheiben und der chemischen Resistenz Borofloat<sup>®</sup> verwendet. Um eine möglichst vielfältige Art von Tracern einsetzen zu können wurde darauf geachtet, dass alle eingesetzten Komponenten eine große chemische Resistenz aufweisen.

Für das automatische Verfahren des optischen Aufbaus zur Messung der Blasendichte (1 in Abbildung 4.1) sind zwei Linearverschiebetische parallel zu den jeweiligen Frontscheiben (in y-Richtung) angebracht. Die Verschiebetische selbst sind auf Schienen montiert, die in der x-Richtung verschoben werden können, so dass Kamera und Lichtquelle über die gesamte Fläche der Frontscheibe verschoben werden können. Für die Blasenflussmessungen wurde eine Hochgeschwindigkeitskamera über der Wasseroberfläche angebracht, die in eine Lichtquelle schaut, die unter dem Boden des Tanks angebracht ist (2 in Abbildung 4.1).



**Abbildung 4.1:** Wassertank mit optischen Aufbauten - 1: Telezentrischer Aufbau zur Messung der Blasendichte in Abhängigkeit der Position - 2: Aufbau zur Messung des Blasenflusses durch die Oberfläche, die Lichtquelle hierfür befindet sich unter dem Blasen tank und ist nicht dargestellt.

## 4.2 Wasserkreislauf

In Abbildung 4.2 ist der Wasserkreislauf des Tanks schematisch dargestellt. Er besteht aus einer Pumpe, die für die Umwälzung des Wassers, die für die Blasenzeugung nötig ist, eingesetzt wird. Die Möglichkeit zur Befüllung und zur Entleerung des Tanks ist über den Wasserkreislauf gegeben. Zugänge für Sensoren oder zur Entnahme von Proben sind vor und hinter der Pumpe vorhanden. Der Pumpe ist eine UV-Absorptionsmessstrecke parallel geschaltet. Das Wasser wird am Boden des Tanks durch die Pumpe von oben durch die Wasseroberfläche mit dem Blasen generator wieder in den Tank gespritzt.

### 4.2.1 Blasen generator

Die Blasenwolken werden mittels eines Wasserstrahls erzeugt. Wie bei einer Wasserstrahlpumpe reißt der Strahl an der Wasseroberfläche Gas mit sich. Dieses Verfahren wurde von Koga [21] und von Maiß [24] verwendet, um eine einfache Simulation der Verhältnisse bei einer brechenden Welle zu erzeugen. Dabei wird durch den Wasserstrahl eine Konvergenzzone erzeugt, wie sie auch bei brechenden Wellen entsteht. In diesem Gebiet bewegen sich Teile der Wasseroberfläche aufeinander zu, so dass sie unter die Oberfläche „ausweichen“ müssen. Bei diesem Vorgang bilden sich Blasen, die sich von der Oberfläche ablösen. Die Einspritzdüse ist von einem Gasvolumen umschlossen, in welches das Gas nur durch einen Durchflussregler nachströmen kann. Damit wird ein fester Gasstrom in den Wasserkörper eingestellt, welcher dem Volumenstrom der Blasen  $\dot{V}_B$  durch das Wasserreservoir entspricht.

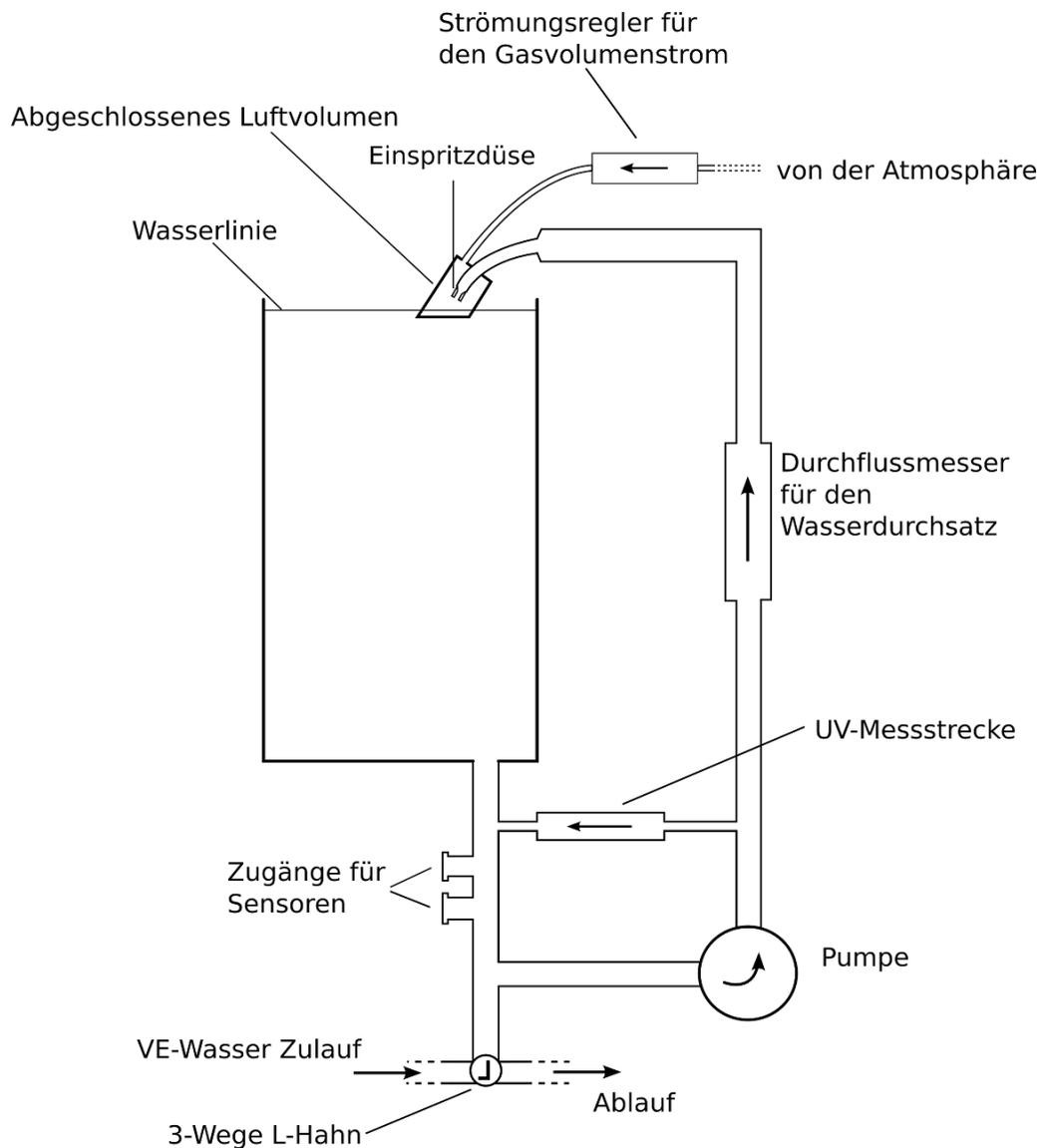
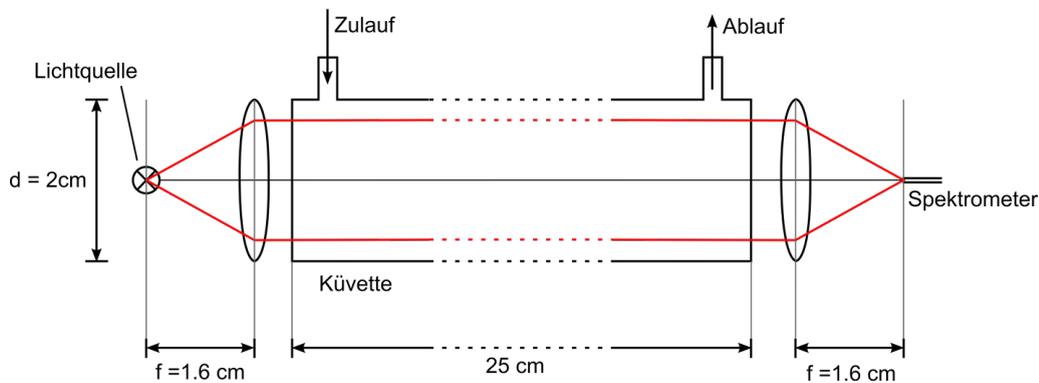


Abbildung 4.2: Wasserkreislauf des Blasentanks

### 4.2.2 UV-Absorptions-Spektrometer-Aufbau

Die UV-Absorptionsstrecke (Abbildung 4.3) dient zur Bestimmung der wasserseitigen Konzentration der Tracer (siehe Abschnitt 3.2.1). Die Absorptionsstrecke besteht aus einer Lichtquelle, zwei Linsen zum Aufweiten bzw. Fokussieren des Lichts, einer Küvette, durch die das Wasser gepumpt wird, und einem Spektrometer. Als UV-Quelle dient eine Deuteriumlampe, die in der Brennebene einer Linse sitzt. Dies erzeugt einen parallelen Strahlegang in der Küvette (unter Annahme einer punktförmigen Lichtquelle). Das ist einerseits nötig, um die Lichtverluste aufgrund der divergierenden Strahlen der Lichtquelle zu minimieren. Andererseits nutzt man so das Volumen der Küvette, durch die das Tankwasser gepumpt wird, komplett. Verschiebt man die Lampe aus der Brennebene, so nehmen, abhängig von der Richtung, entweder Lichtverluste infolge von Divergenz zu, oder es reduziert sich das durchleuchtete Volumen. Ein größeres Messvolumen erlaubt eine genauere Messung der Absorption, da über das gesamte durchleuchtete Volumen gemittelt



**Abbildung 4.3:** UV-Messstrecke, wie sie bei den Experimenten genutzt wurde. Erläuterungen siehe Abschnitt 4.2.2

wird. Hinter der Küvette wird der Effekt der ersten Linse durch eine Zweite rückgängig gemacht, d.h. das Licht wird wieder im Brennpunkt fokussiert, an dem es in ein Spektrometer<sup>1</sup> eingekoppelt wird. Durch die aufgenommenen Absorptionsspektren kann auf die Konzentration des Tracers geschlossen werden (siehe Abschnitt 7).

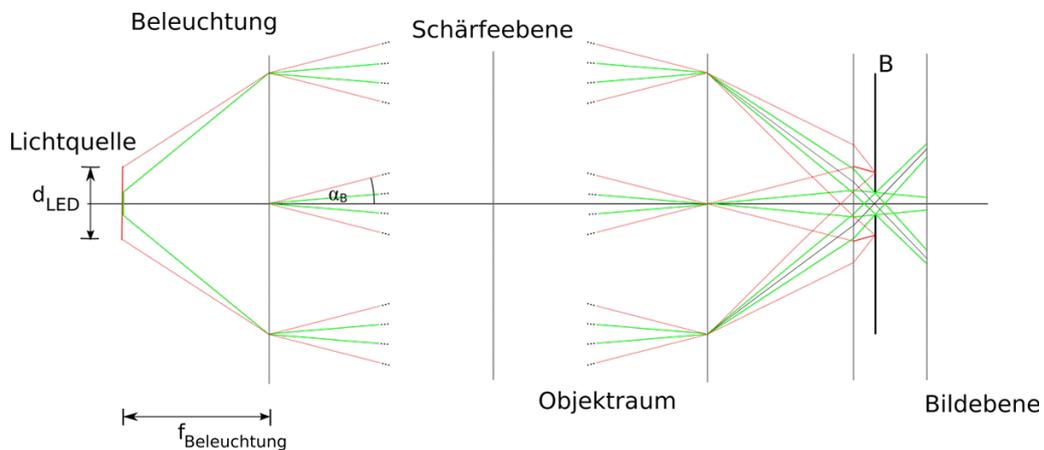
## 4.3 Optischer Aufbau

Das Prinzip des optischen Aufbaus für die Messung der Blasenverteilung wurde von Geißler übernommen [12]. Bei Geißler kamen 3 Kameras mit verschiedenen Abbildungsmaßstäben zum Einsatz, um einen weiten Größenbereich abdecken zu können. Der technische Fortschritt bei den Bildsensoren erlaubt die Verwendung von Kameras mit höherer Auflösung, weshalb im Unterschied zu Geißler nur noch eine Kamera mit hoher Auflösung (siehe Tabelle 4.1) zum Einsatz kommt. Durch schnellere Computer ist es auch möglich aufwendigere Bildverarbeitung durchzuführen, die es auch erlaubt wenige Pixel große Objekte zu erkennen.

### 4.3.1 Aufbau zur Messung der Blasendichte

Der Aufbau zur Messung der Blasenverteilung ist auf den Verschiebetischen montiert, um die Blasenwolken horizontal und vertikal abfahren zu können. Der Strahlengang des Aufbaus ist in Abbildung 4.4 schematisch dargestellt. Er besteht aus einer telezentrischen Beleuchtung, sowie einer telezentrischen Abbildungsoptik. Die Telezentrie bei der Beleuchtung führt dazu, dass nur ein begrenzter Winkelbereich ausgeleuchtet wird, der von der Blende bestimmt wird. In diesem Aufbau wird nicht die Blende des Objektivs zur Bestimmung des Winkelbereichs eingesetzt, sondern die Ausdehnung der Lichtquelle, welche als effektive Blende wirkt. Als Lichtquelle dient eine LED mit einer Wellenlänge von  $\lambda_{LED} = 520 \text{ nm}$  und einem Durchmesser von  $d_{LED} = 1.4 \text{ mm}$ , was, bei einer Brennweite von  $f_{Beleuchtung} = 50 \text{ mm}$ , einem Winkelbereich von  $\pm 0.8^\circ$  und einer Blendenzahl von  $n_{f_{Beleuchtung}} = \frac{1}{2 \tan \alpha_B} = 36$  entspricht. Da durch die Struktur der LED, wie Leiterbahnen, die kein Licht emittieren, gewisse Winkelbereiche nicht beleuchtet werden, ist

<sup>1</sup>Ocean Optics HR 4000



**Abbildung 4.4:** Optischer Strahlengang des Aufbaus zur Messung der Blasendichte. Die grünen Strahlen geben den Winkelbereich, der auf die Bildebene abgebildet wird, wieder. Die roten Strahlen zeigen, dass Strahlen aus einem größeren Winkelbereich die Blende nicht passieren können und so die Bildebene nicht erreichen.

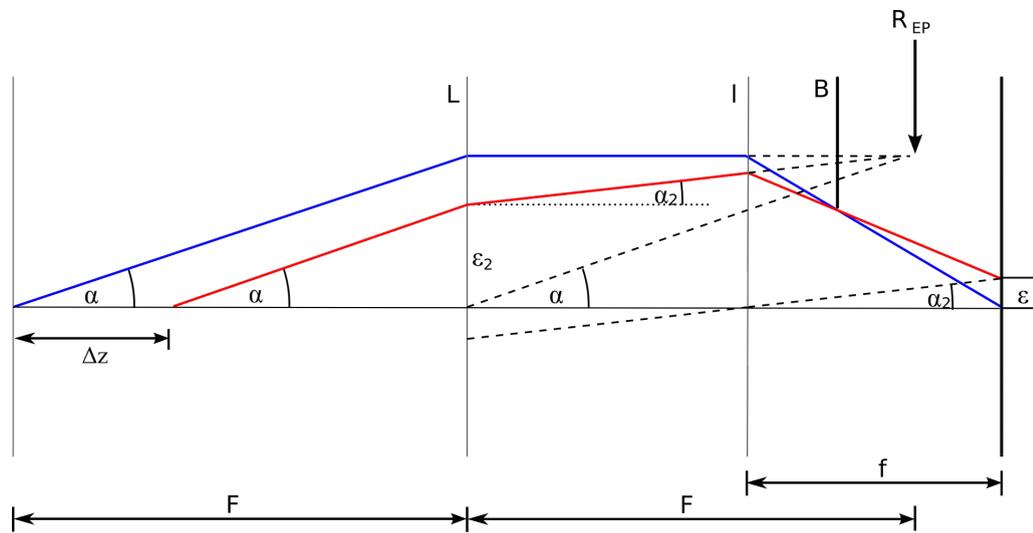
Objektiv der Beleuchtung	$f_{Beleuchtung} = 50 \text{ mm}$ , Durchmesser $d_{max} = 53 \text{ mm}$
Objektiv der Kamera	$f_{Kamera} = 35 \text{ mm}$ , $n_f = 8$
Telezentriellinse	$f_{Telezentrie} = 160 \text{ mm}$ , Durchmesser $d = 50 \text{ mm}$
Kamera	Sony XCL-5000, 2050px x 2448px (1px $\hat{=}$ 3.45 $\mu\text{m}$ x 3.45 $\mu\text{m}$ )

**Tabelle 4.1:** Technische Daten des Aufbaus für die Blasenverteilungsmessungen

vor die Linse ein holographisches Filterelement eingebracht, das den Winkelbereich um  $1^\circ$  aufweitet. Dadurch sind die Strukturen nicht mehr zu erkennen und der Winkelbereich ist homogen ausgeleuchtet. Berücksichtigt man diese Aufweitung, so hat man eine effektive Blendenzahl von  $n_{f_{Objektraum}} = 16$ .

Die Telezentrie auf Beleuchtungs- und Aufnahmeseite ist nötig, um die Blasen nur in einem kleinen Winkelbereich zu beleuchten, so dass diese als dunkle Scheiben im Bild erscheinen (siehe Abschnitt 3.1.1). Ein weiterer Vorteil einer telezentrischen Beleuchtung besteht darin, das vorhandene Licht möglichst effizient zu nutzen, da nur in einem Winkelbereich beleuchtet wird, der auch gebraucht wird. Aus dem selben Grund wird zusätzlich das störende Streulicht der Blasen minimiert. Auf der Aufnahmeseite hat ein objektseitiger telezentrischer Aufbau den Vorteil des konstanten Abbildungsmaßstabs. Dies ermöglicht die Größen und Positionsbestimmung der Blasen mittels Depth-From-Focus (DFF) (siehe 3.1.1). Die Telezentrie wird dadurch erreicht, dass vor das Objektiv der Kamera eine weitere Linse (Telezentriellinse) gebracht wird. Diese muss so positioniert sein, dass die effektive Blende des Objektivs in der effektiven Brennebene von der Telezentriellinse liegt. Die effektive Blende oder Eintrittspupille ist das virtuelle Bild der physikalischen Blende, wenn man diese durch das Objektiv betrachtet. Um die Blendenzahlen auf Beleuchtungs- und Aufnahmeseite vergleichen zu können, müssen diese mit dem lateralen Abbildungsmaßstab  $m_l$  umgerechnet werden (siehe Abschnitt 2.4).

$$n_f := n_{f_{Objektiv}} = m_l n_{f_{Objektraum}} = \frac{f}{F} n_{f_{Objektraum}} \quad (4.1)$$



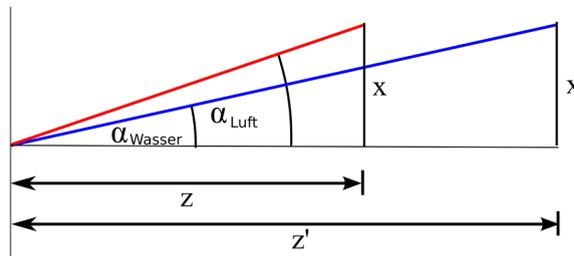
**Abbildung 4.5:** Abbildungsskizze zur Ableitung der Tiefenschärfeschärfe (Gleichungen (4.2)). Bezeichnungen:  $L$ : Telezentriellinse -  $l$ : Objektivlinse -  $F = 160$  mm: Brennweite von  $L$  -  $f = 35$  mm: Brennweite von  $l$  -  $B$ : Objektivblende -  $R_{EP}$ : Eintrittspupille des Objektivs (effektive Blende) -  $\alpha$ : Öffnungswinkel -  $n_f = \frac{f}{2R_{EP}}$ : Blendenzahl des Objektivs

Somit ergibt sich eine minimale Blendenzahl von  $n_{f_{Objektiv}} = 3.5$ , bei der der genutzte Winkelbereich von der Objektivblende bestimmt wird. Im Folgenden wird die Blendenzahl des Objektivs nur noch als  $n_f$  bezeichnet. Wird eine kleinere Blendenzahl gewählt, also die Blende weiter geöffnet, so wirkt die Lichtquelle als effektive Blende, und die Einstellung der Kamerablende hat keinen Einfluss mehr auf die Eigenschaften der Abbildung, wie Lichtmenge oder Tiefenschärfe. Für die Experimente wurde eine Blendenzahl von  $n_f = 8$  gewählt.

### 4.3.2 Tiefenschärfe einer objektseitig telezentrischen Optik

Wir suchen den Tiefenbereich im Objektraum, in dem ein Objekt noch scharf abgebildet wird. Bei der Bewegung des Objekts aus der Schärfeebene erfahren die Strahlen eine Aufweitung auf der Bildebene. Daher wird ein Objekt bis zu der Entfernung  $F \pm \Delta z$  von der Telezentriellinse  $L$  scharf abgebildet, wenn sich die Aufweitung über nicht mehr als einen Pixel der Größe  $2\varepsilon$  erstreckt. In Abbildung 4.5 ist die Ableitung der Tiefenschärfe illustriert. Der Winkel  $\alpha$  wird durch die Blende des Objektivs festgelegt und gibt die maximale Neigung der Strahlen an, die noch den Bildsensor erreichen. Dieser Winkel ist von dem Abstand zur Schärfeebene  $\Delta z$  unabhängig. Ohne Objektiv würden sich die roten und die blauen Strahlen in einem Punkt auf der Brennebene der Telezentriellinse treffen. Bei einem objektseitigen telezentrischen Aufbau ist die effektive Blende<sup>2</sup> mit dem Radius  $R_{EP}$  in dieser Ebene positioniert. Die Größe der Blende wird über die Blendenzahl des Kameraobjektivs bestimmt. Die physikalische Blende  $B$  ist zur Veranschaulichung eingezeichnet, sie ist zur Konstruktion nicht nötig. Mit den üblichen Methoden der geometrischen Optik lassen

<sup>2</sup>auch Eintrittspupille genannt



**Abbildung 4.6:** Umrechnung der Tiefe in Luft in die Tiefe in Wasser, die aus der Unschärfe bestimmt wurde. Die Unschärfe hängt über den Öffnungswinkel mit der Entfernung zusammen (siehe Abschnitt 5.5)

sich in Kleinwinkelnäherung folgende Beziehungen ablesen:

$$\frac{R_{EP}}{F} = \frac{\varepsilon_2}{F - \Delta z},$$

sowie

$$\frac{\varepsilon}{f} = \frac{R_{EP} - \varepsilon_2}{F}$$

Die Tiefenschärfe  $\Delta z$  gibt die maximale Defokussierung des Objekts an, bei der der Unschärfbereich gerade den Radius  $\varepsilon$  einnimmt, somit folgt:

$$\Delta z = 2 n_f \frac{F^2}{f^2} \varepsilon = 2 n_f \frac{1}{m_t^2} \varepsilon \quad (4.2)$$

**Die Umrechnung der Tiefe in Luft in die Tiefe in Wasser** ist nötig, da das Wasser den Öffnungswinkel aufgrund der Brechung verkleinert. Da die Unschärfe direkt vom Öffnungswinkel abhängt, ist ein Objekt im Wasser weiter von der Fokusebene entfernt als ein Objekt mit gleicher Unschärfe in Luft. Die Glasscheibe im Strahlengang kann bei dieser Betrachtung vernachlässigt werden, da diese parallel zur Linse positioniert ist und somit keine effektive Winkeländerung verursacht. Die hier vorgenommene Korrektur geht von linearer Optik aus, somit genügt es einen Umrechnungsfaktor für die Tiefe in Luft in die Tiefe in Wasser zu finden. Da die absolute Tiefe, d.h. die Entfernung von der Aufnahmeoptik, nicht von Interesse ist, wird die Tiefe von der objektseitigen Schärfeebene aus gemessen.

Die Brechung des Lichts an den optischen Grenzschichten verursacht eine Änderung des Öffnungswinkels nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz [27]:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 . \quad (4.3)$$

In Kleinwinkelnäherung folgt

$$z' = \frac{x}{\tan \alpha_{Wasser}} = \frac{n_{Wasser}}{n_{Luft}} \frac{x}{\tan \alpha_{Luft}} = \frac{n_{Wasser}}{n_{Luft}} z =: \gamma_z z, \quad (4.4)$$

wobei  $z$  die Entfernung zur Schärfeebene in Luft,  $z'$  die Entfernung zur Schärfeebene in Wasser,  $n_{Luft}$  den Brechungsindex in Luft und  $n_{Wasser}$  den Brechungsindex in Wasser bezeichnet.

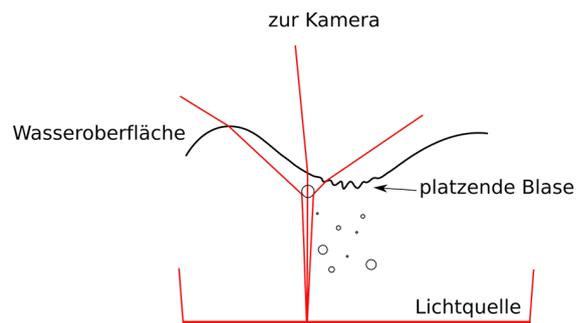
Objektiv der Kamera	$f_{Kamera} = 105mm, n_f = 8$
Kamera	PCO.dimax
Bildfrequenz (fps)	1000 Hz @ 2016px x 2016px
Pixelgröße	$11\mu m \times 11\mu m$

**Tabelle 4.2:** Daten der Kamera für den Aufbau zur Blasenflussmessung

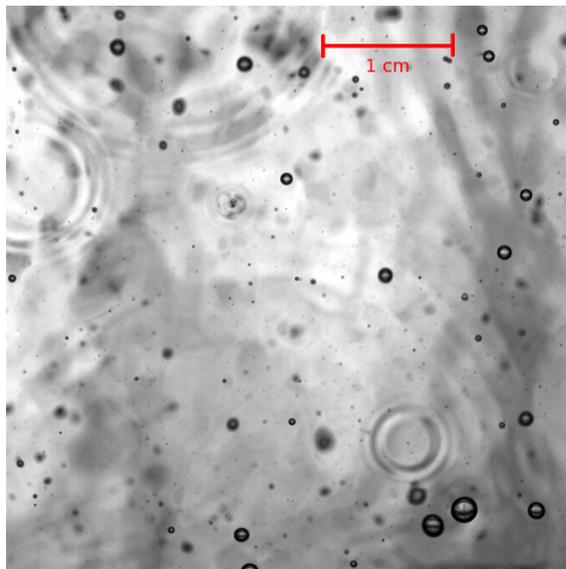
### 4.3.3 Aufbau zur Blasenflussmessung

Die Kamera (siehe Tabelle 4.2) dieses Aufbaus ist senkrecht auf die Wasseroberfläche des Tanks gerichtet (2 in Abbildung 4.1). Sie bildet bei ruhiger Wasseroberfläche den Boden des Tanks ab, an dem eine Mattscheibe angebracht ist, die von Leuchstoffröhren beleuchtet wird. Durch die Mattscheibe wird versucht eine möglichst homogene Beleuchtung zu erreichen. Unter der Oberfläche wird damit ein Winkelbereich von  $\pm 41.3^\circ$  ausgeleuchtet, da Licht, das in einem größeren Winkel auf die Glaswände trifft, den Tank verlässt. Das übrige Licht wird wegen der Totalreflexion in dem Tank gehalten und erreicht somit die Wasseroberfläche. Daher erscheinen die Blasen bei diesem Aufbau im Gegensatz zur DFF-Methode nicht als Scheiben, sondern als Ringe, da nur das Licht aus dem Strahlengang der Aufnahmeoptik gestreut wird, das in einem flachen Winkel, also am Rand der Blase, auf diese Luftblasen trifft (siehe Abbildung 4.7 und 4.8).

Die Wellen werden an den Stellen von großer Neigung sichtbar, da hier das Licht durch die Grenzfläche aus dem Strahlengang gebrochen wird. Die Hoch- und Tiefpunkte der Welle sind selbst nicht erkennbar, da dort die Neigung der Oberfläche zu gering ist. Da die Blasen sehr schnell verschwinden und die Wellen sich sehr schnell bewegen, ist es nötig eine hohe Bildfrequenz zu benutzen, um die Blasen verfolgen zu können. Im Bild sind schemenhaft zwei vertikale dunklere Streifen zu erkennen. Diese entstehen durch den Rand des Tankbodens, an dem kein Licht in den Tank tritt.



**Abbildung 4.7:** Strahlengang bei der Messung des Blasenflusses. Strahlen die Blasen am Rand erreichen werden aus dem Strahlengang reflektiert.



**Abbildung 4.8:** Testaufnahme der Oberfläche des Blasentanks für Blasenflussmessungen. Erkennbar sind die Wellen, die durch platzen Blasen verursacht wurden.



# 5 Kalibrierung

## 5.1 Kalibrierung der Telezentrie

Die Genauigkeit bei der Bestimmung der Blasenradien hängt davon ab wie gut die Telezentriebedingung, d.h. die Konstanz des Abbildungsmaßstabs im Objektraum, erfüllt ist. Dies hängt von der genauen Positionierung der effektiven Blende in der Brennebene von der Telezentrielinse ab (siehe Abbildung 4.4). Da der genaue Ort der effektiven Blende innerhalb des Objektivs nicht bekannt ist, wurde die richtige Position der Blende aufgrund der optischen Eigenschaften der Abbildung experimentell bestimmt. Zur Überprüfung der Telezentrie wurde ausgenutzt, dass sich der Abstand paralleler Strahlen mit der Tiefe nicht ändern sollte.

Das Kalibriertarget ist in Abbildung 5.1 zu sehen. Dieses Lochblech<sup>1</sup> wurde im Strahlengang in der Tiefe verfahren und dabei eine Tiefenserie aufgenommen. Da nicht gewährleistet werden konnte, dass der Verschiebetisch auf dem das Target angebracht ist, parallel zur optischen Achse ist, wurden nicht absolute Positionen der Löcher bestimmt, sondern deren relativer Abstand. Die Positionen der Löcher wurde aus den Grauwertschwerpunkten in normierten Bildern bestimmt (siehe Abschnitt 6.2.2). Zur Bestimmung des optimalen Abstands der Telezentrielinse zum Objektiv der Kamera, wurde die Telezentrielinse verschoben bis eine minimale Variation der gemessenen Gitterkonstanten über die Tiefe erreicht wurde. Dazu wurde eine Tiefenserie aufgenommen, daraus die Gitterkonstante über die Tiefe bestimmt und die Position entsprechend korrigiert. Dies wurde solange wiederholt bis keine Verbesserung mehr erreicht werden konnte.

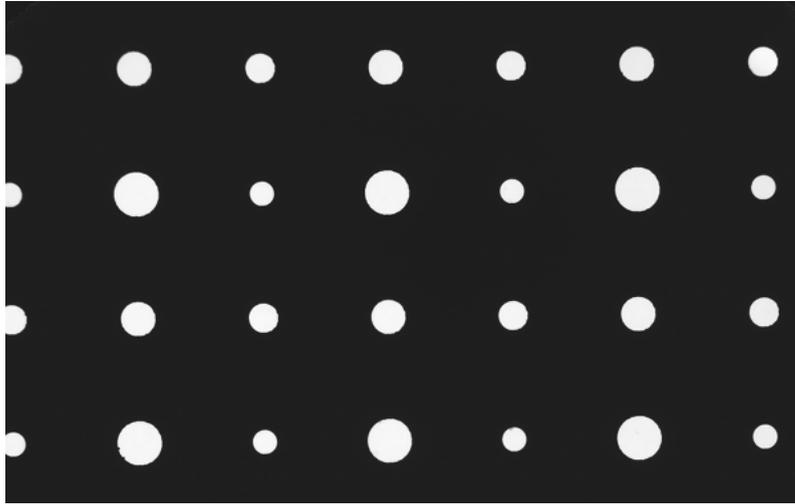
Es zeigte sich, dass in den Randbereichen eine größere Schwankung auftrat, die sich Verzerrungseffekten der Linse zuschreiben lässt. Über eine Tiefe von  $60\text{mm}$  ergaben sich als maximale Abweichung der Gitterkonstanten  $20\mu\text{m}$  im Zentrum und  $200\mu\text{m}$  in den Randbereichen. Die resultierenden Fehler für die Größenbestimmung finden sich in Abschnitt 5.3 (Für einen weiten Radiusbereich ergab sich als Standardabweichung für die Radiusbestimmung  $\sigma_r = 6\mu\text{m}$ ).

## 5.2 Korrektur von Nichtlinearitäten der Kamera

Bei der Auswertung der Eichserien wurde festgestellt, dass die Kamera im Bereich von 3600-3700 Grauwerten schon Sättigungseffekte zeigt, wie man in der Kamerakennlinie in Abbildung 5.2 sehen kann. Die Kennlinie wurde bestimmt, nachdem für größere Tiefen systematisch zu große Radien ermittelt wurden. Die Sättigung führt dazu, dass die Grauwerte nicht mehr linear mit der Beleuchtungsstärke skalieren, sondern die Grauwerte im betroffenen Bereich zu klein sind. Durch die Normierung (Abschnitt 6.1) werden alle Grauwerte auf das Nullbild bezogen, welches die

---

<sup>1</sup>Bohrungen von  $\varnothing = 1000\mu\text{m}, 1200\mu\text{m}, 1400\mu\text{m}$  und  $1800\mu\text{m}$  im Abstand von  $1\text{cm}$



**Abbildung 5.1:** Lochblech, das zur Telezentriekalibrierung genutzt wurde.

maximalen Grauwerte enthält. Da bei Verringerung der Beleuchtungsstärke vom Maximalwert durch Blasen im Strahlengang der Grauwert nicht in gleichem Maße mit abnimmt, werden effektiv zu große Grauwerte gemessen, was in der Auswertung zu vergrößerten Radien bzw. verringerten Tiefen führen würde.

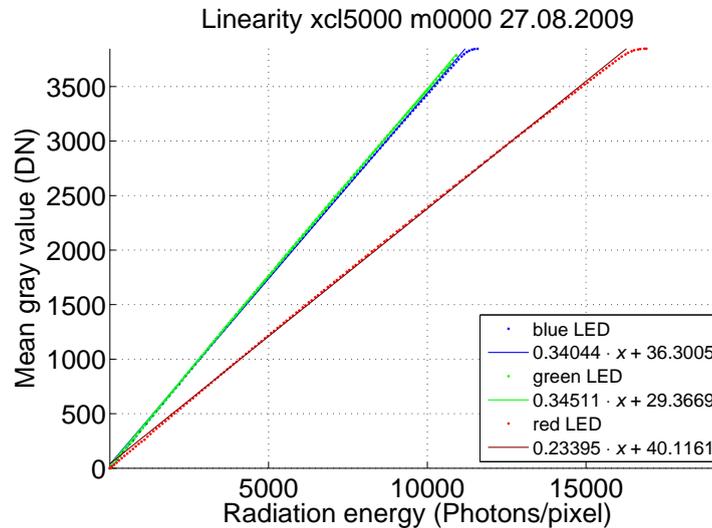
Um dies zu korrigieren wurden die Eichserien über die Kennlinie linearisiert. Dazu wurde ein Look-Up-Table erstellt, der jedem Grauwert der aufgenommenen Bilder einen linearisierten Grauwert zuordnet. Um diesen zu erhalten, wurde zu jedem Grauwert die Beleuchtungsstärke ermittelt und aus dieser, mittels des linearen Fits, der linearisierte Grauwert bestimmt. Hierfür wurde die Kennlinie für grünes Licht benutzt, da im Experiment eine LED von ähnlicher Wellenlänge genutzt wurde ( $\lambda_{Kennlinie} = 529nm$  und  $\lambda_{LED} = 520nm$ ).

Bei der Durchführung des Experiments wurde diese Problematik vermieden, indem die Beleuchtung so eingestellt wurde, dass die Grauwerte den Wert von 3600 nicht überschreiten. Es ist möglich diese Sättigungseffekte zu umgehen, indem bei der Kamera ein interner Verstärker<sup>2</sup> eingeschaltet wird. Dies führt dazu, dass eine kleinere Bestrahlungsstärke zu dem gleichen Grauwert führt. Anschaulich wird die Kennlinie dadurch steiler und der Bereich in dem Sättigung auftritt liegt ausserhalb des Messbereichs. Durch Verwendung eines Verstärkungsfaktors steigt aber auch das Rauschen in gleichem Maße. Darum und um gleiche Bedingungen bei Messung und Kalibrierung zu haben wurde von dieser Möglichkeit kein Gebrauch gemacht.

### 5.3 Aufnahme der Eichsequenzen

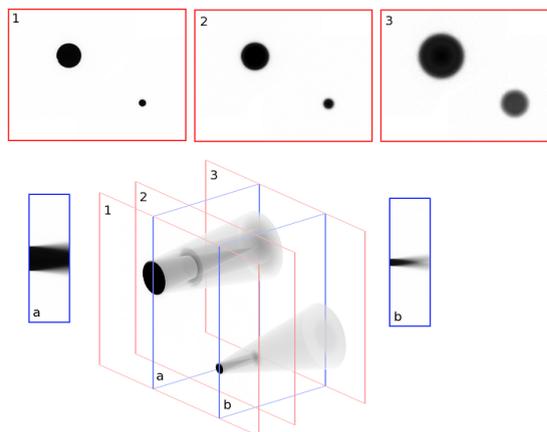
Um die Algorithmen zu eichen werden Bilder von Objekten mit bekannter Größe und bekannter Entfernung benötigt. Dazu wurden auf einem Verschiebetisch Lochblenden mit bekannten Durchmesser montiert. Eine Eichsequenz enthält 200 Tiefenschritte und 7 verschiedene Targetgrößen. In Luft wurden Lochblenden mit den Größen  $\varnothing = 10\mu m, 20\mu m, 30\mu m, 100\mu m, 300\mu m, 1000\mu m$

<sup>2</sup>der sog. Gain



**Abbildung 5.2:** Kennlinie der Kamera Sony XCL 5000. Ab Grauwerten von 3600-3700 zeigt die Kamera Sättigungseffekte. Aufgenommen von Michael Erz (HCI, Uni Heidelberg).

und  $3000\mu\text{m}$  verwendet. Die Eichserie im Wasser wurde mit Targetgrößen von  $\varnothing = 1000\mu\text{m}$ ,  $1200\mu\text{m}$ ,  $1400\mu\text{m}$  und  $1800\mu\text{m}$  durchgeführt. Für die großen Targets in Luft wurden Tiefen von  $100\text{mm}$  verwendet, d.h. vom Fokus aus gesehen  $50\text{mm}$  in jede Richtung. Für die kleinen Targets wurden Tiefen von  $30\text{mm}$  verwendet, da diese bei größerer Entfernung kein messbares Signal mehr lieferten. In Wasser wurde aus praktischen Gründen immer eine Tiefe von  $60\text{mm}$  gewählt.



**Abbildung 5.3:** Tiefeneichserie: Die rot umrandeten Bilder stellen die einzelnen aufgenommenen Bilder dar. Die blau umrandeten Bilder sind Tiefenprofile der Sequenz.

## 5.4 Bestimmung des Abbildungsmaßstabs

Der Abbildungsmaßstab wird mit Hilfe der Eichsequenzen bestimmt. Da hier die wahren Größen der Objekte bekannt sind und die Pixelgröße von  $3.45\mu\text{m}$  aus dem Datenblatt der Kamera bekannt ist, lässt aus den Bildern der Eichsequenz der Abbildungsmaßstab bestimmen. Die Größe in Pixeln

	exp.	theo.
$m_{Luft}$	$0.202 \pm 0.01$	0.219
$m_{Tank}$	$0.201 \pm 0.01$	0.219

**Tabelle 5.1:** Abbildungsmaßstab für Luft und Wasser. Diese Werte wurden aus den Eichserien bestimmt.

wird nach der Methode der Fläche auf halber Höhe, die im Kapitel Bildverarbeitung (Abschnitt 6.2.3) erläutert wird, ermittelt. Die Strecke im Objektraum die einem Pixel im Bild entspricht, ergibt sich als Steigung in der Eichgerade, die den Radius in Pixeln den wahren Radius zuordnet (Abbildung 6.17). Damit errechnet sich der Abbildungsmaßstab nach Gleichung 2.27. Die festgestellten Werte sind in Tabelle 5.1 aufgeführt.

## 5.5 Bestimmung der PSF

Zur Bestimmung der Größe von unscharf abgebildeten Blasen ist die Kenntnis der Punktantwort (siehe Abschnitt 2.3) von entscheidender Bedeutung. Zur Charakterisierung der Optik wurde die Tiefenabhängigkeit der Punktantwort des Systems vermessen. Dazu wurde bei einer Blende von  $n_f = 8$  von einem Lochblendentarget ( $d_{Target} = 1000\mu\text{m}$ ) jeweils eine Tiefenserie im wasserbefüllten Tank und außerhalb des Tank aufgenommen. Durch diese 2 Messungen konnte die Änderung des Öffnungswinkels aufgrund der Übergänge des Brechungsindex an den Luft/Glas/Wasser-Grenzschichten überprüft werden.

Die theoretischen Werte für  $\tan \alpha$  ergeben sich zu (siehe Gleichungen 4.1 und 4.4):

$$\tan \alpha_{Luft} = \frac{1}{2n_{f_{Objektraum}}} = \frac{1}{2n_f} \frac{f}{F} = 13.7 \frac{\mu\text{m}}{\text{mm}} \quad (5.1)$$

$$\tan \alpha_{Tank} = \frac{\tan \alpha_{Luft}}{\gamma_z} = 10.3 \frac{\mu\text{m}}{\text{mm}} \quad (5.2)$$

Wobei diese Größe angibt, um wieviele  $\mu\text{m}$  die Ausdehnung der PSF pro mm Tiefe zunimmt.

Das Bild auf der Sensorebene entsteht durch Faltung der Objektfunktion  $O(\frac{\vec{x}}{2R})$  mit der gesuchten Punktantwort  $H_z(\vec{x})$  (siehe Abschnitt 2.3). Der Faktor  $2R$  im Argument gibt eine Skalierung der Objektform  $O(\vec{x})$  an<sup>3</sup>. Im allgemeinen ist die Objektfunktion auch von der Tiefe  $z$  abhängig. Bei einem telezentrischen Aufbau entfällt diese Tiefenabhängigkeit, da das Objekt in jeder Tiefe die gleiche Bildgröße besitzt.

$$g_z(\vec{x}) = O(\frac{\vec{x}}{2R}) * H_z(\vec{x}) \quad (5.3)$$

Die Tiefenabhängigkeit der Ausdehnung der PSF sollte nach der geometrischen Optik dem Öffnungswinkel der AufnahmeSeite entsprechen [17]:

<sup>3</sup>Der Faktor 2 ist eigentlich nicht nötig, wird aber in Analogie zur *Circ*-Funktion, bei der dann  $R$  direkt den Radius angibt, mit eingeführt

$$H_{z,geometrisch}(|\vec{x}|) = \frac{1}{\pi(z \tan \alpha)^2} \text{Circ}\left(\frac{|\vec{x}|}{2z \tan \alpha}\right)$$

Die geometrische PSF ist also eine Scheibe deren Radius sich aus  $r_{PSF} = z \tan \alpha$  ergibt und deren Integral 1 ist. Dieser Punktantwort aufgrund der geometrischen Gegebenheiten überlagern sich zusätzlich Beugungs- und Unschärfefeffekte, die in einer rotationssymmetrischen Funktion  $P(|\vec{x}|)$  zusammengefasst werden.

$$H_z(\vec{x}) = H_{z,geometrisch}(|\vec{x}|) * P_z(|\vec{x}|) = \frac{1}{\pi(z \tan \alpha)^2} \text{Circ}\left(\frac{|\vec{x}|}{2z \tan \alpha}\right) * P_z(|\vec{x}|) \quad (5.4)$$

$$\text{Circ}(x) = \begin{cases} 1 & |x| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.5)$$

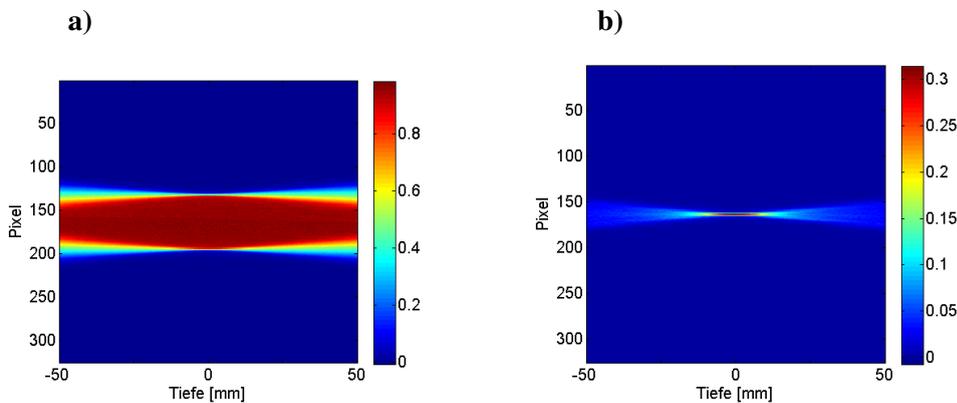
Im Folgenden wird nur noch das eindimensionale Profil des Bildes durch einen Durchmesser des Targets betrachtet. Bei einem solchen Profil kann die Objektfunktion durch eine Kastenfunktion genähert werden, da für die erwartete PSF ( $d = 0 \mu\text{m} - 89.7 \mu\text{m}$  für einen Tiefenbereich von  $\Delta z = 0 \text{mm} - 30 \text{mm}$  in Luft) die Krümmung des Randes in erster Näherung vernachlässigbar ist. Wenn nur eine Kante betrachtet wird, kann man als Objektfunktion eine Stufenfunktion (Gleichung 5.7) annehmen, solange die Ausdehnung der PSF kleiner als der Radius des Targets ist. Damit ergibt sich für die Ableitung des Profils:

$$\frac{\partial}{\partial x} g_z(x) = \frac{\partial}{\partial x} \int \Theta(x - x') \cdot H_z(x') dx' = \int \delta(x - x') \cdot H_z(x') dx' = H_z(x) \quad (5.6)$$

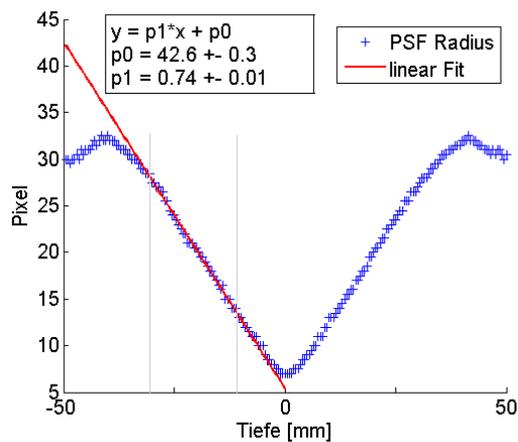
$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ \frac{1}{2} & x = 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (5.7)$$

Das heißt durch die Ableitung des Profils können wir auf die PSF schliessen. Zur experimentellen Überprüfung wurde aus der Tiefenserie jeweils das Profil mit der größten Ausdehnung in x-Richtung des Bildes abgeleitet (Abbildung 5.4). Hierbei ist zu beachten, dass im abgeleiteten Bild die PSF einmal positiv und einmal negativ auftritt (an jeder Kante einmal). Im Weiteren wird nur der positive Teil betrachtet.

Unter der Bedingung dass der geometrische Anteil der PSF weiter ausgedehnt ist als der Beugungsanteil, kann mit der gleichen Argumentation, die bei der Depth-From-Focus Technik angewendet wird, die wahre Größe der geometrischen PSF bestimmt werden (siehe Abschnitt 6.2.3). Da der Beugungsanteil normiert sein muss und die geometrische PSF im Profil eine Kastenfunktion darstellt, bleibt die Position, an der die halbe Intensität erreicht wird, unverändert, d.h. an den wahren Kanten der Kastenfunktion. Um diese Position zu finden, wurden die jeweiligen Profile auf ihr Maximum normiert. Die segmentierte Größe für die Messung in Luft ist in Abbildung



**Abbildung 5.4:** a) Profil der Tiefenserie des Targets in Luft (normiertes Bild) b) Ableitung der oberen Hälfte des Profils (in y-Richtung in die Mitte verschoben)



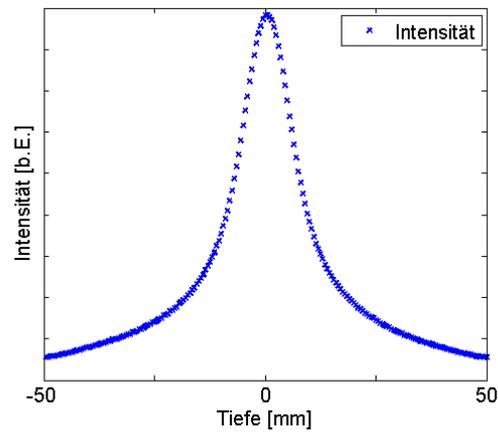
**Abbildung 5.5:** Radius der geometrischen PSF in Abhängigkeit der Tiefe (in Luft). Die grauen Linien geben den Fitbereich an.

5.5 zu sehen. Mittels eines linearen Fits wurde die Tiefenabhängigkeit bestimmt. In den Bereichen größerer Tiefe sieht man einen Abfall, der dadurch entsteht, dass das Signal der PSF so klein wird, dass es nicht mehr zuverlässig vom Rauschen unterschieden werden kann. Da ein Schwellwert zur Erkennung des Signals genutzt wird, gehen die kleinen Signale verloren und der Radius wird unterschätzt. In der Nähe der Schärfeebene gilt die Annahme nicht mehr, dass die Ausdehnung des geometrischen Teils der PSF größer als die des beugungsbedingten Teils ist. Daher hängt die bestimmte Ausdehnung in diesem Bereich von beiden Anteilen der PSF ab, weswegen keine Rückschlüsse auf den geometrischen Teil möglich sind.

Mithilfe des Abbildungsmaßstabs, ergaben sich folgende Werte für  $\tan \alpha$ :

	exp.	theo.
$\tan \alpha_{Luft}$	$12.7 \pm 0.7 \frac{\mu m}{mm}$	$13.7 \frac{\mu m}{mm}$
$\tan \alpha_{Tank}$	$10.1 \pm 0.5 \frac{\mu m}{mm}$	$10.3 \frac{\mu m}{mm}$

Da für die spätere Auswertung die Tiefe über den maximalen Gradienten bestimmt wird, ist der maximale Wert der PSF interessant, da diese einander entsprechen (Gleichung 5.6). Da davon ausgegangen werden kann, dass die beugungsbedingte PSF ihr Maximum im Zentrum erreicht, wird



**Abbildung 5.6:** Intensitäts-Tiefenprofil der PSF (in Luft). Gezeigt sind die Intensitätswerte am Schwerpunkt der jeweiligen Profile

angenommen, dass die Gesamt-PSF ihr Maximum auch im Zentrum erreicht. In Abbildung 5.6 sieht man den erwarteten Abfall mit  $\frac{1}{z^2}$  der geometrischen PSF, in den Bereichen in denen diese dominiert. Die genaue Bestimmung dieses Zusammenhangs wird im Rahmen des DFF-Algorithmus durchgeführt (Abschnitt 6.2.6).



# 6 Bildverarbeitung

## 6.1 Normierung der Bilder

Die aufgenommenen Bilder der Kamera haben einen Grauwertbereich von 12 bit<sup>1</sup>. Da die Intensität über das gesamte Bild variiert, ist es erforderlich eine Normierung vorzunehmen. Die Idee ist es, die Intensität jedes Pixels auf seine Intensität in Abwesenheit von Objekten zu beziehen. Dies ergibt Werte zwischen 0 und 1, mit denen sich bei der Bildverarbeitung leicht arbeiten lässt. Da jeder Bildsensor eine gewisse Dunkelsignal liefert, wird dieses von den aufgenommenen Bildern abgezogen. Zur Normierung werden also 2 zusätzliche Bilder benötigt. Zum einen das sogenannte Dunkelbild  $g_D(x, y)$ , das die Effekte des Dunkelsignals des Sensors aufnimmt. Und das Nullbild  $g_Z(x, y)$ , das die Intensität jedes Pixels bei Abwesenheit von Objekten repräsentiert. Das Dunkelbild wird bei abgeschalteter Beleuchtung aufgenommen, dabei wird über 100 Einzelbilder gemittelt, um das Rauschen aus dem Signal weitgehend zu entfernen. Das Nullbild wird bei eingeschalteter Beleuchtung bei klarem Wasser aufgenommen. Auch hier wird über 100 Einzelbilder gemittelt. Für das mittlere Rauschen, d.h. die Standardabweichung der Grauwerte, ergab sich ein Wert von  $\sigma_{g_D} = 12$  Grauwerten bzw. von  $\sigma_{g_Z} = 40$  Grauwerten.

Das normierte Bild  $n(x, y)$  ergibt sich also aus:

$$n(x, y) = 1 - \frac{g(x, y) - g_D(x, y)}{g_Z(x, y) - g_D(x, y)} \quad (6.1)$$

Die Subtraktion von 1 stellt eine Invertierung des Bildes dar. Diese wird vorgenommen damit, wie in der Bildverarbeitung üblich, Objekte einen Wert von 1 und der Hintergrund den Wert 0 erhält. Diese Umwandlung ist nötig, da alle genutzten Bildverarbeitungsroutinen der genutzten Software von diesem Format ausgehen.

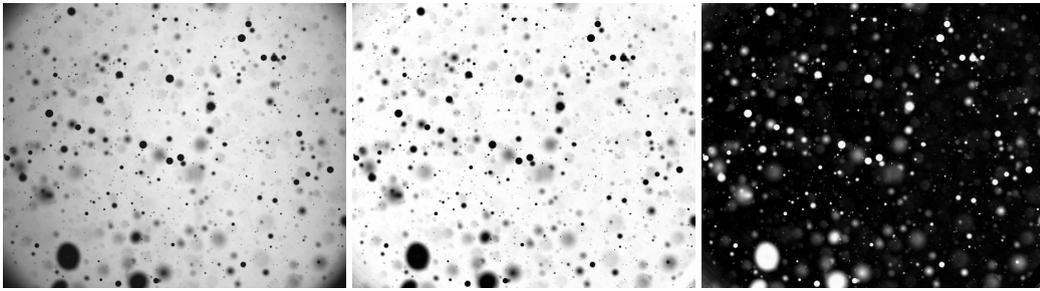
In Abbildung 6.1 ist zu sehen, wie sich die Normierung auf ein Rohbild auswirkt.

## 6.2 Grundlegende Eigenschaften der benutzten Merkmale

In den hier vorgestellten Algorithmen werden verschiedene Merkmale genutzt um die relevanten Eigenschaften wie Radius, Position und Tiefe, zu bestimmen. Dieser Abschnitt soll die theoretischen Beziehungen zwischen den Merkmalen und Eigenschaften erklären und so die Benutzung der jeweiligen Merkmale motivieren. Die Depth-From-Focus-Methode (DFF-Methode) basiert auf dem Vorwissen über die Form der Objekte, die vermessen werden sollen. Es wird angenommen, dass die Blasen die Form einer Kugel besitzen. Dies ist für genügend kleine Radien zulässig, da

---

<sup>1</sup>dies entspricht Grauwerten von 0-4095



**Abbildung 6.1:** Normierung eines Rohbilds: *links*: Rohbild, wie es von der Kamera geliefert wird - *mitte*: Normiertes Bild, das Dunkelbild wurde abgezogen und durch das Nullbild geteilt - *rechts*: Invertiertes Bild

die Minimierung der Oberflächenenergie die Blasen in diese Form zwingt. Wie in Abschnitt 3.1.1 diskutiert wird ein Großteil des Lichts von Luftblasen abgelenkt. Da durch die telezentrische Optik der Winkelbereich, aus dem noch Strahlen zum Bild beitragen, mit der Blende eingestellt werden kann, lässt sich erreichen, dass ein Großteil des Lichts aus dem Strahlengang der aufnehmenden Optik gestreut wird. Das heißt die Blasen erscheinen als dunkle Scheiben im aufgenommenen Bild<sup>2</sup>. Wie erwähnt werden diese Bilder invertiert, so dass Blasen als helle Scheiben in den normierten Bildern erscheinen. Man kann sich somit die Blasen als Lochblenden vorstellen. Mit der DFF-Methode ist es möglich mit nur einem Bild die Position des Objektes im Raum zu bestimmen, wobei die Einschränkung besteht, dass die  $z$ -Komponente zweideutig ist. Das heißt es kann nur der Abstand zur Schärfeebene bestimmt werden und somit ist nicht feststellbar ob das Objekt davor oder dahinter liegt. Diese Zweideutigkeit hat ihren Ursprung in der Symmetrie der PSF um die Schärfeebene.

In den folgenden Betrachtungen wird immer davon ausgegangen, dass die Grauwerte bzw. normierten Grauwerte einen linearen Zusammenhang mit der aufgenommenen Intensität des Sensors zeigen. Dies ist im Bereich bis zu dem Grauwert 3600 gut erfüllt. Bei Aufnahmen überhalb dieses Bereichs wurden Nichtlinearitäten korrigiert (siehe Abschnitt 5.2).

### 6.2.1 Objektsegmentierung

Ziel ist es in den normierten Bildern Objekte zu erkennen. Ein Objekt im mathematischen Sinne wird mittels einer Objektfunktion  $o(x, y)$  definiert:

$$o(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{falls das Pixel zum Objekt gehört} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.2)$$

Diese Funktion wird üblicherweise durch eine globale Schwellwertbildung gewonnen. Das bedeutet, jedes Pixel, welches einen Wert größer der gewählten Schwelle besitzt, wird einem Objekt

<sup>2</sup>Strahlen, die die Blase zentral passieren, erreichen noch die Kamera, was man als helle Punkte im Zentrum der Blasen sieht

zugeschrieben.

$$o^s(x, y) = \begin{cases} 1 & n(x, y) > s \\ 0 & n(x, y) \leq s \end{cases} \quad (6.3)$$

Da normierte Bilder vorliegen sind Schwellwerte zwischen 0 und 1 möglich. Der Schwellwert sollte nicht zu nah an der 0 gewählt werden, da sonst Rauschen als Objekt identifiziert werden könnte.

Um die Effekte des Rauschens zu minimieren wird auf diese Funktion anschließend eine Close Operation angewendet. Diese Operation führt dazu, dass einzelne Pixel, die selbst den Wert 0 haben, aber nur von Pixeln mit dem Wert 1 umgeben sind, auch auf 1 gesetzt werden [17]. Dies ist sinnvoll, da davon ausgegangen werden kann, dass die Intensität des Bildes der Blase im normierten Bild nach aussen hin abnimmt und damit Pixel die innerhalb anderer Objektpixel liegen, auch zu diesem gehören sollten.

Mit der so erhaltenen Funktion lassen sich noch keine verschiedenen Objekte unterscheiden. Um aus der Funktion  $o(x, y)$  einzelne Objekte zu erhalten, werden jeder Menge von zusammenhängenden Pixeln eindeutige natürliche Zahlen zugeordnet (Labeling). Pixel gelten als zusammenhängend, falls sie mindestens eine gemeinsame Ecke haben<sup>3</sup>. Praktisch wird beim Labeling in einem neuen Bild mit den gleichen Dimensionen in jedem Pixel die Nummer des Objekts gespeichert, zu dem dieses gehört.

Eine mögliche Fehlerquelle in diesem Schritt ist die versehentliche Verschmelzung von Objekten. Falls die Bilder zweier Blasen überlappen, werden diese als ein einzelnes Objekt erkannt. Die Wahl des Schwellenwertes beeinflusst den Grad dieser Fehlsegmentierung. Bei kleinem Schwellenwert ist es wahrscheinlicher, dass mehrere Blasen verschmelzen. Der Nachteil bei der Wahl eines großen Schwellenwertes ist die Vernachlässigung von allen Objekten deren Intensität unter der Schwelle liegt.

Wenn im Folgenden von einer Objektfunktion die Rede ist, bezieht sich das auf ein einzelnes zusammenhängendes Objekt (Label). Dies lässt sich mit der Information des Labelings und der Objektfunktion, die aus der Schwellenwertbildung entstanden ist, immer erreichen. So kann für jedes Objekt (d.h. für jedes Label) eine Funktion  $o_p(x, y)$  bestimmt werden, deren Werte nur 0 oder 1 annehmen und nur diejenigen Pixel gesetzt sind, die zum gewünschten Objekt  $p$  gehören.

## 6.2.2 Schwerpunkt

Der Schwerpunkt eines Objektes in der Ebene, welches durch eine Funktion  $f(x, y)$  beschrieben wird, ist im kontinuierlichen Fall analog zum physikalischen Massenschwerpunkt<sup>4</sup> folgendermaßen definiert:

$$\vec{x}_m = \frac{\int \int \vec{x} \cdot f(x, y) dx dy}{\int \int f(x, y) dx dy}$$

<sup>3</sup>Hier wird die 8er-Nachbarschaft verwendet. Möglich ist auch die Verwendung von der 4er-Nachbarschaft, bei der Pixel als zusammenhängend gelten, wenn sie eine gemeinsame Kante besitzen

<sup>4</sup>in diesem Fall wäre die Funktion  $f$  die Massendichte des Objekts

Damit ergibt sich für den Schwerpunkt eines Objekts in einem Intensitätsbild:

$$x_{mp} = \frac{1}{\sum_{i,j}^{M,N} o_p(j,i) \cdot n(j,i)} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N j \cdot o_p(j,i) \cdot n(j,i)$$

$$y_{mp} = \frac{1}{\sum_{i,j}^{M,N} o_p(j,i) \cdot n(j,i)} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N i \cdot o_p(j,i) \cdot n(j,i)$$

$M$ : Anzahl der Bildpunkte in y-Richtung

$N$ : Anzahl der Bildpunkte in x-Richtung

Geht man nun von rotationssymmetrischen Objektfunktionen aus, was im Falle der Blasen nahelegend ist, so entspricht der berechnete Schwerpunkt dem Mittelpunkt der Objektfunktion. Hierbei ist das Ergebnis von der Wahl der Schwelle für die Funktion  $o(x, y)$  unabhängig, solange kein Rauschen segmentiert wurde. Das Ergebnis wird verfälscht, falls mehrere Blasen überlappen und somit als ein Objekt erkannt werden, da dann der gemeinsame Schwerpunkt der Blasen berechnet wird.

### 6.2.3 Fläche auf halber Höhe

Diese Möglichkeit zur Bestimmung des Radius der Blasen macht sich die Eigenschaften der telezentrischen Abbildung zu Nutze. Das Bild entsteht nach Gleichung 5.3 aus einer Faltung von Objektfunktion  $O(\vec{x})$  und PSF  $H_z(\vec{x})$ . Unter der Annahme einer Scheibe für das Objekt und einer PSF, deren Ausdehnung viel kleiner als diese ist, kann man die Faltung wieder eindimensional betrachten, da die PSF die Krümmung der Objektkante nicht „sieht“.

$$n(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta(x') H_Z(x - x') dx'$$

In dieser Formel sitzt die Objektkante bei dem  $x$ -Wert 0. Weiterhin wird angenommen, dass die PSF rotationssymmetrisch ist. Damit ergibt sich für den normierten Grauwert an der Stelle der Kante:

$$n(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta(x') H_Z(-x') dx' = \int_0^{+\infty} H_Z(-x') dx' = 0.5 \quad (6.4)$$

Im letzten Schritt wurde benutzt, dass die PSF symmetrisch und normiert ist. Das bedeutet, dass an der Position einer scharfen Objektkante im Bild ein normierter Grauwert von 0.5 erreicht wird. In Abbildung 6.2 sieht man Intensitätsprofile für verschiedene Tiefen. Es ist klar zu erkennen, dass der Grauwert von 0.5 immer an der selben Position erreicht wird. Dies lässt sich ausnutzen, indem der Schwellenwert bei der Segmentierung auf 0.5 gesetzt wird. Damit wird automatisch die wahre Fläche der Blase im Bild bestimmt. Mit einer Größeneichung lässt sich daraus der Radius der Blase bestimmen. Dabei wird bei der Eichung ein linearer Zusammenhang zwischen der Wurzel der Fläche und dem Radius bestimmt. In der Praxis hat man natürlich keine Objekte mit unendlicher Ausdehnung. Bei genauerer Betrachtung des Integrals, ergibt sich für die Mindestgröße des

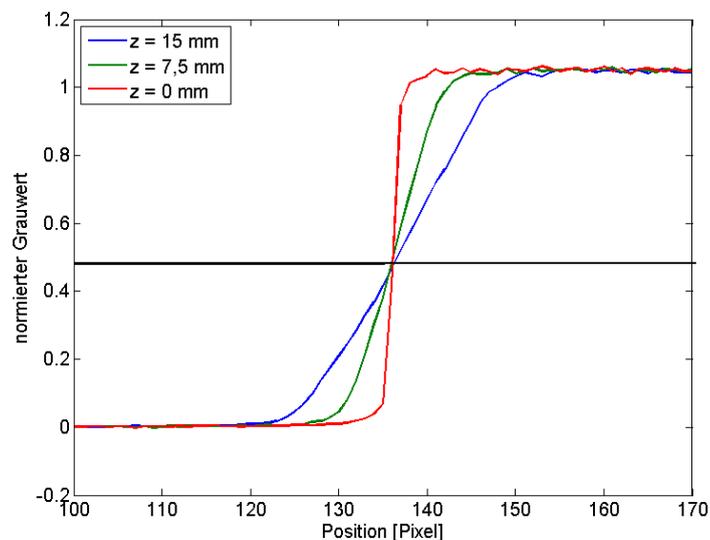
Objekts  $w_{Obj,min} = 2r_{Obj,min}$ :

$$2r_{Obj,min} = w_{Obj,min} > r_{PSF} \quad (6.5)$$

dabei ist  $r_{PSF}$  der Radius der Punktantwort. Da eigentlich eine 2-dimensionale Faltung vorliegt, bei der die Kanten der PSF und der Objektfunktion gekrümmt sind, ergibt sich ein kleinerer Grauwert an der Kante, falls beide Funktionen von vergleichbarer Größe sind. Dies führt dann zu einer Unterschätzung des Objektradius. Nach Geißler [12] ist es aus diesem Grund nicht sinnvoll, diese Methode einzusetzen, falls der Radius der PSF größer als der Objektradius  $r_{Obj}$  wird. Für die praktische Anwendung in der Bildverarbeitung, lässt sich diese Bedingung so umformulieren, dass sie leicht überprüft werden kann. Dazu wird der Grauwert am Mittelpunkt des Objektes betrachtet ( $x = 0$  bezeichnet hier den Mittelpunkt des Objekts):

$$n(0) = \int_A \text{Circ}\left(\frac{\vec{x}'}{2r_{Obj}}\right) H_Z(-\vec{x}') d\vec{x}' = 2\pi \int_0^{r_{Obj}} r H_Z(r) dr \begin{cases} = 1 & r_{Obj} > r_{PSF} \\ < 1 & r_{Obj} < r_{PSF} \end{cases} \quad (6.6)$$

Wird also im Zentrum der Wert 1 angenommen, so kann man annehmen, dass an der Kante des Objekts ein Grauwert von 0.5 erreicht wird. Dies kann man ausnutzen, indem nach der Segmentierung mit der Schwelle 0.5, der Schwerpunkt bestimmt wird, und an dieser Stelle der normierte Grauwert überprüft wird.



**Abbildung 6.2:** Intensitätsprofile einer Blendenkante für verschiedene Entfernungen zur Schärfeebene. Der normierte Grauwert von 0.5 wird immer an der selben Position erreicht.

### 6.2.4 Gesamtfläche

Eine andere Möglichkeit zur Bestimmung des Radius besteht darin die Summe aller Grauwerte eines Objektes als Maß zu benutzen. Bei einer Segmentierung mit einer Schwelle nah am Wert 0

wird die gesamte Intensität des gestreuten Lichts<sup>5</sup> auf die Pixel des Objekts verteilt. Da die PSF normiert ist, bleibt die Summe aller Grauwerte des Objekts bei jeder Tiefe konstant. Diese Summe entspricht der Fläche in der Schärfeebene, welche auch der Fläche auf halber Höhe aus Abschnitt 6.2.3 entspricht.

Damit das funktionieren kann, muss die Segmentierung mit einer Schwelle in der Nähe von 0 durchgeführt werden, da sonst ein Teil des gestreuten Lichts verloren geht und dadurch ein zu kleiner Radius festgestellt wird. Praktisch setzt man den Schwellwert so, dass möglichst kein Rauschen segmentiert wird. Da die Standardabweichung der Bilder bekannt ist, wird die Schwelle bei  $5\sigma \simeq 0.1$  gesetzt.

Der Vorteil dieser Methode ist, dass keine Einschränkung für die Objektgröße besteht. Nachteilig wirkt sich die niedrige Schwelle aus, da diese dazu führt, dass viele einzelne Blasen als ein zusammenhängendes Objekt erkannt werden. Zwar kann man überprüfen, ob ein Objekt auch symmetrisch ist (siehe Abschnitt 6.2.7), was bei einer einzelnen Blase der Fall sein sollte, aber bei häufigem Auftreten von Überlappungen verschlechtert sich die Statistik.

## 6.2.5 Mittlerer Grauwert auf halber Höhe

Der Ansatz zur Ermittlung der Tiefe nach Geißler [12] nutzt den mittleren Grauwert über der Fläche  $A$  des wahren Radius  $R$ . In Gleichung 6.7 für den mittleren Grauwert  $\bar{n}$  wird wieder angenommen, dass die beugungsbedingte PSF kleiner als die geometrische ist und somit vernachlässigt werden kann. Dann sieht man, dass das Integral in Gleichung 6.7 nur von der Skalierung der PSF und der Funktion, die die Blasen beschreibt - hier eine Scheibe -, abhängt. Diese Skalierung wird durch die normierte Distanz, die durch  $\frac{z}{R}$  definiert ist, ausgedrückt.

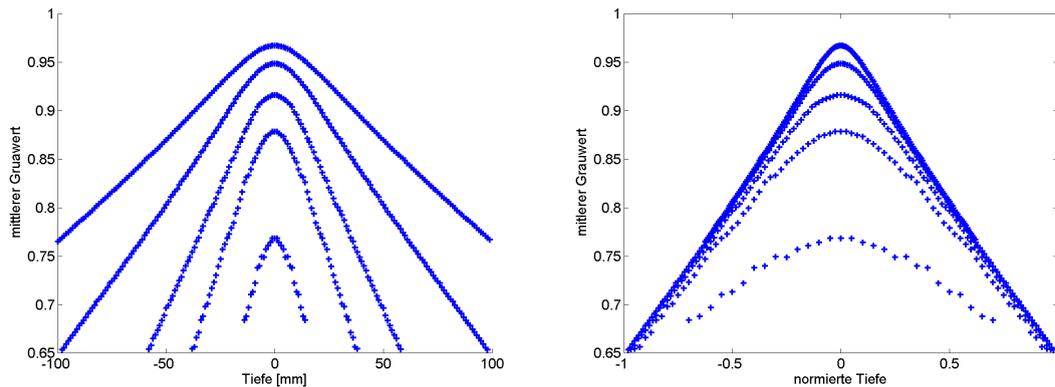
$$\begin{aligned}\bar{n} &= \frac{1}{A} \int_A \text{Circ}\left(\frac{\vec{x}}{2R}\right) * H_{z,geo}(\vec{x}) d\vec{x} = \frac{1}{A} \int_A \text{Circ}\left(\frac{\vec{x}}{2R}\right) * H'\left(\frac{\vec{x}}{z}\right) d\vec{x} \\ &= \frac{1}{A} \int_{A'} \text{Circ}\left(\frac{z}{2R} \vec{x}'\right) * H'(\vec{x}') d\vec{x}' = \bar{n}\left(\frac{z}{R}\right)\end{aligned}\quad (6.7)$$

In Abbildung 6.3 sieht man die Abhängigkeit des normierten Grauwerts von der Entfernung bzw. von der normierten Distanz. Nach dieser Betrachtung sollte in der Schärfeebene ( $z = 0$ ) immer der Wert 1 erreicht werden, da dort das Bild eine Scheibe mit einer scharfen Kante darstellen sollte. Da diese Kante aufgrund der beugungsbedingten PSF nie eine perfekte Stufe darstellen kann, bleibt der mittlere Grauwert unter dem Wert 1. Dieser Effekt wird um so größer, um so größer die Beugungs-PSF im Vergleich zum Objekt wird. In Abbildung 6.3 sieht man, wie der Effekt für kleinere Objekte immer stärker wird, also deren mittlerer Grauwert bei  $z = 0$  immer kleiner wird.

Das heißt auch, dass die Genauigkeit der Tiefenbestimmung mit der Objektgröße abnimmt. Da der Fehler im Bereich um  $z = 0$  am größten ist, ist es naheliegend bei der Dichtebestimmung die Schwelle für den mittleren Grauwert möglichst niedrig zu setzen. Da hierbei nur die maximale Tiefe interessiert, welche einer Schwelle des mittleren Grauwerts gleichzusetzen ist, fällt der

<sup>5</sup>Eigentlich wird die Abwesenheit des Lichts verteilt, da die Blasen das Licht aus dem Strahlengang streuen. Anschaulicher ist, wenn man die Bilder nach dem Invertieren betrachtet und sich die Blasen als Lochblenden vorstellt

Fehler um  $z = 0$  nicht ins Gewicht, solange die Objekte nicht zu klein werden. Im Bild 6.3 hätte man bei einer Schwelle von  $g_m = 0.7$  ab einem Radius zwischen 10px und 20px einen stark ansteigenden Fehler der maximalen Tiefe.



**Abbildung 6.3:** Mittlerer Grauwert der Blasen in Abhängigkeit der Tiefe bzw. der normierten Tiefe. Zu sehen sind die Werte für synthetische Daten für die Radien  $r = 10\text{px}, 20\text{px}, 30\text{px}, 50\text{px}$  und  $80\text{px}$ , die wie in Abschnitt 6.5.1 beschrieben erzeugt wurden. Die Kurven mit den höheren Werten entsprechen größeren Radien.

### 6.2.6 Gradient an der Objektkante

Je weiter das Objekt von der Schärfeebene entfernt liegt, desto unschärfer werden die Objektkanten (siehe Abschnitt 4.3.2). Mit anderen Worten, der Gradient der Objektkante ist ein Maß für den Objektabstand zur Schärfeebene. Nach Gleichung 5.6 und 5.4 gilt für den Gradienten an der Kante:

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} g_z(\vec{x}) \right|_0 = H_z(0) = \frac{1}{\pi(z \tan \alpha)^2} \int \text{Circ}\left(\frac{|\vec{x}'|}{2z \tan \alpha}\right) P_z(\vec{x}') d\vec{x}' \quad (6.8)$$

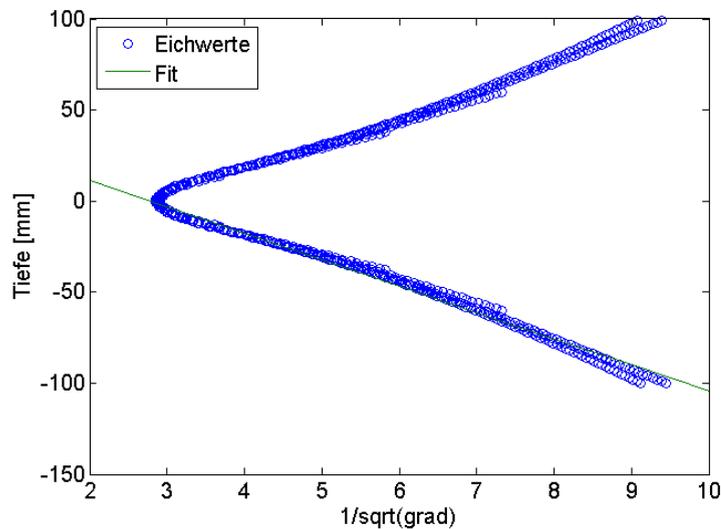
Falls der Radius der geometrischen PSF  $r_{geo} = z \tan \alpha$  größer ist als der Radius der beugungsbedingten PSF, so ergibt das Integral 1, da  $P_z$  normiert ist. In diesem Falle folgt der Wert des Gradienten an der Objektkante einem invers quadratischen Zusammenhang mit der Tiefe  $z$  (siehe auch Abbildung 5.6):

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} g_z(\vec{x}) \right|_0 = \frac{1}{\pi(z \tan \alpha)^2} \quad (6.9)$$

Dabei ist es analog zur Argumentation aus Abschnitt 6.2.3 auch nicht sinnvoll Gleichung 6.8 anzuwenden, falls die PSF größer als das Objekt wird. Bei kleinen Tiefen (bezogen auf die Schärfeebene) wird die geometrische PSF immer schmaler, so dass der Einfluss der beugungsbedingten PSF immer größer wird<sup>6</sup>. Daher folgt der Zusammenhang zwischen Gradient und Tiefe nicht mehr Gleichung 6.9, bleibt aber monoton. Diese Abweichung fällt nur für kleine Blasen in der Nähe der Schärfeebene ins Gewicht.

Zur Bestimmung der Tiefe wird bei der Eichung ein linearer Zusammenhang zwischen der Tiefe und der inversen Wurzel des Gradienten gefittet (Abbildung 6.4).

<sup>6</sup>im Grenzfall der Tiefe Null wird die geometrische PSF zur  $\delta$ -Distribution und der Gradient an der Kante entspricht dem Wert der beugungsbedingten PSF am Nullpunkt



**Abbildung 6.4:** Eichkurve für die Tiefenbestimmung aus der Wurzel des inversen Gradienten. Zu sehen ist die Eichung der synthetischen Daten und die Zweideutigkeit der Tiefe. Für jeden Radius ergibt sich ein Datensatz, die hier überlagert dargestellt sind.

### 6.2.7 Rundheit

Als Maß für die Radialsymmetrie eines Objekts eignen sich die Eigenwerte des Varianztensors<sup>7</sup> des Objekts. Dabei bezeichnet der Varianztensor:

$$\frac{1}{\sum_{i,j}^{M,N} o_p(j,i) \cdot n(j,i)} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N o_p(j,i) \cdot n(j,i) \begin{pmatrix} (j-x_m)^2 & (j-x_m)(i-y_m) \\ (j-x_m)(i-y_m) & (i-y_m)^2 \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

Die Rundheit<sup>8</sup> wird für die Erkennung von überlappenden Blasen, sowie von Fremdkörpern und Verunreinigungen herangezogen. Ein Objekt gilt als radialsymmetrisch, falls die Differenz der Wurzel der Eigenwerte einen festgelegten Wert unterschreitet. Anschaulich geben die Eigenwerte die Varianz in den Hauptrichtungen des Objekts an (siehe Abbildung 6.5). Sie geben ein Maß für die Ausdehnung des Objekts in diesen Richtungen an. Bei Objekten, die punktsymmetrisch um ihren Schwerpunkt sind, haben beide Eigenwerte die selbe Größe. Weist das Objekt diese Symmetrie nicht auf, so unterscheiden sich die Eigenwerte entsprechend. Das heisst aber, dass auch Objekte wie z.B. Quadrate auch als rund erkannt werden. Im Fall der Blasenbilder sind außer den Blasen nur Verunreinigungen zu erwarten, die meistens keinerlei Symmetrie aufweisen, so dass diese effektiv erkannt werden können. Zum anderen wird durch diesen Test auch ein Großteil der im Bild überlappenden Blasen erkannt.

<sup>7</sup>In Analogie der Mechanik entspricht dieser dem Trägheitstensor.

<sup>8</sup>Als Rundheit wird auch oft das Verhältnis des quadrierten Umfangs und der Fläche bezeichnet.

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 570 \\ \lambda_2 &= 570\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 819 \\ \lambda_2 &= 520\end{aligned}$$



**Abbildung 6.5:** Hauptrichtungen und Eigenwerte eines punktsymmetrischen und eines nicht punktsymmetrischen Objekts

## 6.3 Trennung überlappender Blasen

Ein Hauptproblem bei hohen Blasendichten ist das häufige Auftreten von überlappenden Blasenbildern, da diese eine Radiusbestimmung der Blasen erschweren. Um dies zu verbessern, wird versucht diese Blasen zu trennen. Dabei wird der Ansatz von Honkanen verfolgt [15]. In Abbildung 6.6 ist der Ablauf der Methode zu sehen. Jede Blase für sich genommen hat eine konvexe Kontur (positive Krümmung). Schnittpunkte der Konturen zweier überlappender Blasen können anhand der negativen Krümmung der vereinigten Kontur detektiert werden. An diesen Punkten wird die Kontur aufgeteilt und an jedes entstandene Segment ein Kreis<sup>9</sup> gefittet. Diese Ellipsen werden geclustert, da mehrere Kontursegmente zu dem selben Kreis gehören können.

### 6.3.1 Bestimmung der Schnittpunkte

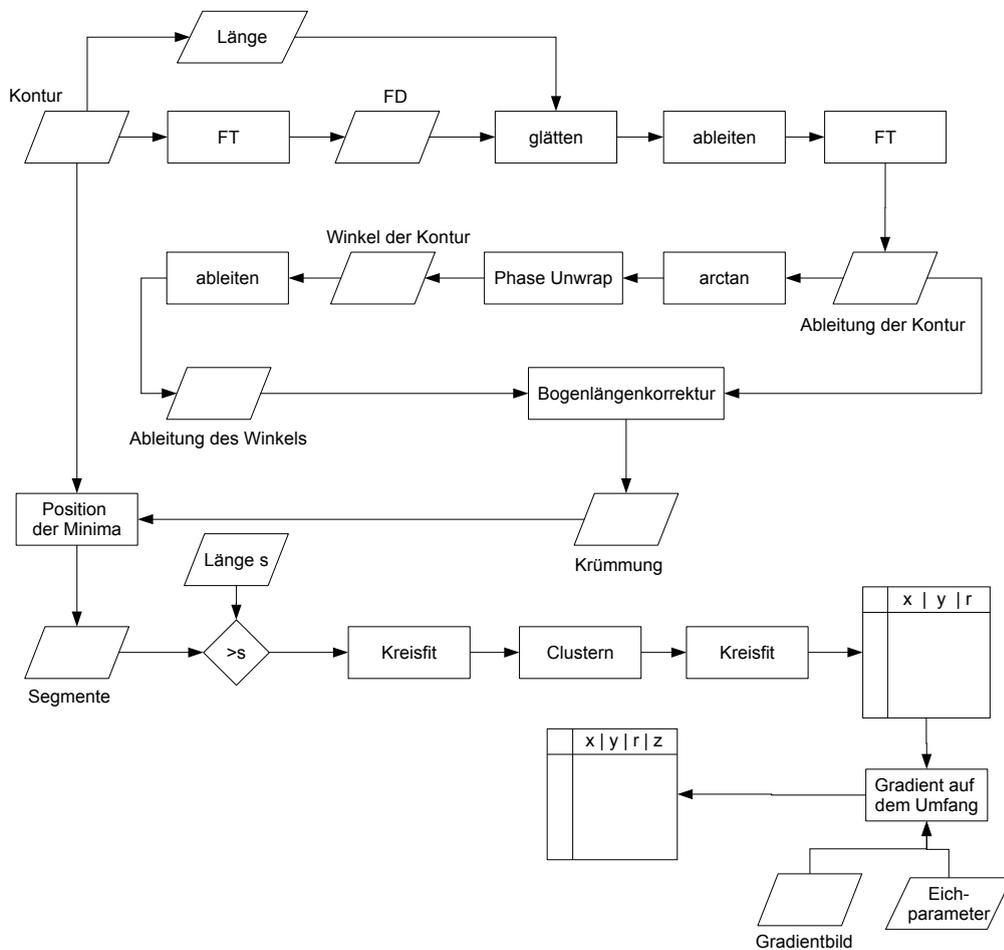
Die Kontur des Objekts, das heißt die Menge der Randpixel der segmentierten Fläche, wird mittels der Fourierdeskriptoren (FD) beschrieben (siehe Abschnitt 2.2.4). Die so gewonnene Kontur  $k_t$ , mit den Fourier-Deskriptoren  $\hat{k}_r$ , weist aufgrund der diskreten Natur der Pixel Unstetigkeiten auf. Dies begünstigt eine fehlerhafte Erkennung von Eckpunkten, um dies zu unterdrücken wird die Kontur geglättet. Dies kann erreicht werden, indem die Fourierdeskriptoren, die den hohen Frequenzen oder den scharfen Ecken entsprechen, Null gesetzt werden (Tiefpass-Filter). Dabei wird die Schwelle, ab der die Deskriptoren Null gesetzt werden, von Honkanen übernommen und von der Konturlänge  $S$  abhängig gemacht:

$$k_{Schwelle} = \frac{1.6S}{\sqrt{S + 30}} \quad (6.11)$$

Das bedeutet, um so länger, also komplexer, die Kontur ist, umso mehr FD bleiben für die Beschreibung der Form erhalten. Der Effekt dieser Glättung ist in Abbildung 6.8 veranschaulicht.

Um die Krümmung der Kontur zu bestimmen, wird zunächst der Winkel der Tangente an die Kurve an allen Kurvenpunkten berechnet:

<sup>9</sup>der Originalalgorithmus nutzt Ellipsen



**Abbildung 6.6:** Flussdiagramm des Algorithmus zur Trennung überlappender Blasen. Erläuterungen siehe Text (Abschnitt 6.3)

$$\phi_t = \arg \frac{\partial k_u}{\partial u} \Big|_t = \arg \widehat{ir\hat{k}_r} \Big|_t$$

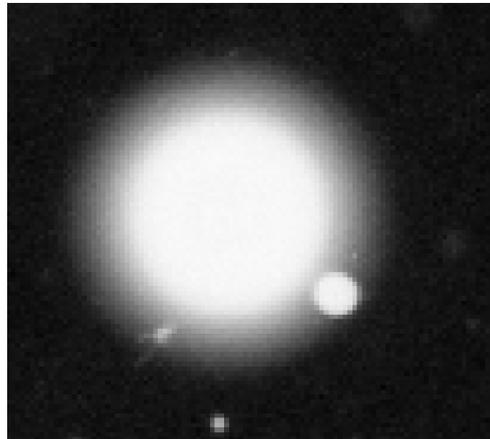
dabei kann die Ableitung praktischerweise direkt im Fourierraum berechnet werden. Eine Ableitung im Fourierraum entspricht einer einfachen Multiplikation mit  $ir$  [17]. Da die Fouriertransformation auf periodischen Funktionen operiert, entstehen bei der Ableitung keine Probleme an den Start- und Endpunkten der Koordinaten. Da die Funktion  $\arg$  nur Werte zwischen  $-\pi$  und  $\pi$  annimmt, müssen die entstandenen Unstetigkeiten durch passende Addition von Vielfachen von  $2\pi$  korrigiert werden<sup>10</sup>.

Die Definition der Krümmung bei einer Kurve lautet:

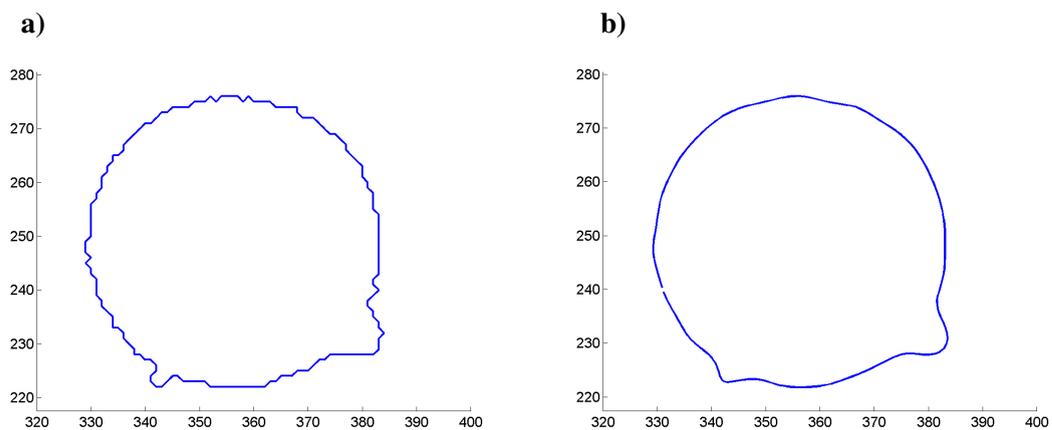
$$\kappa_s = \frac{d\phi_{s'}}{ds'} \Big|_s = \frac{d\phi_t}{dt} \frac{dt}{ds} \Big|_s = \frac{d\phi_t}{dt} \frac{1}{\left| \frac{dk_t}{dt} \right|} \Big|_s$$

Es ist zu beachten, dass sich die Krümmung nicht auf die Position des Wertes  $t$  bezieht, sondern auf die Kurvenlänge  $s$  bzw.  $s'$ . Diese Korrektur berücksichtigt die Tatsache, dass die Punkte der

<sup>10</sup>sog. Phase Unwrapping



**Abbildung 6.7:** Betrachtetes Grauwertbild zur Demonstration der Erkennung von überlappenden Blasen.



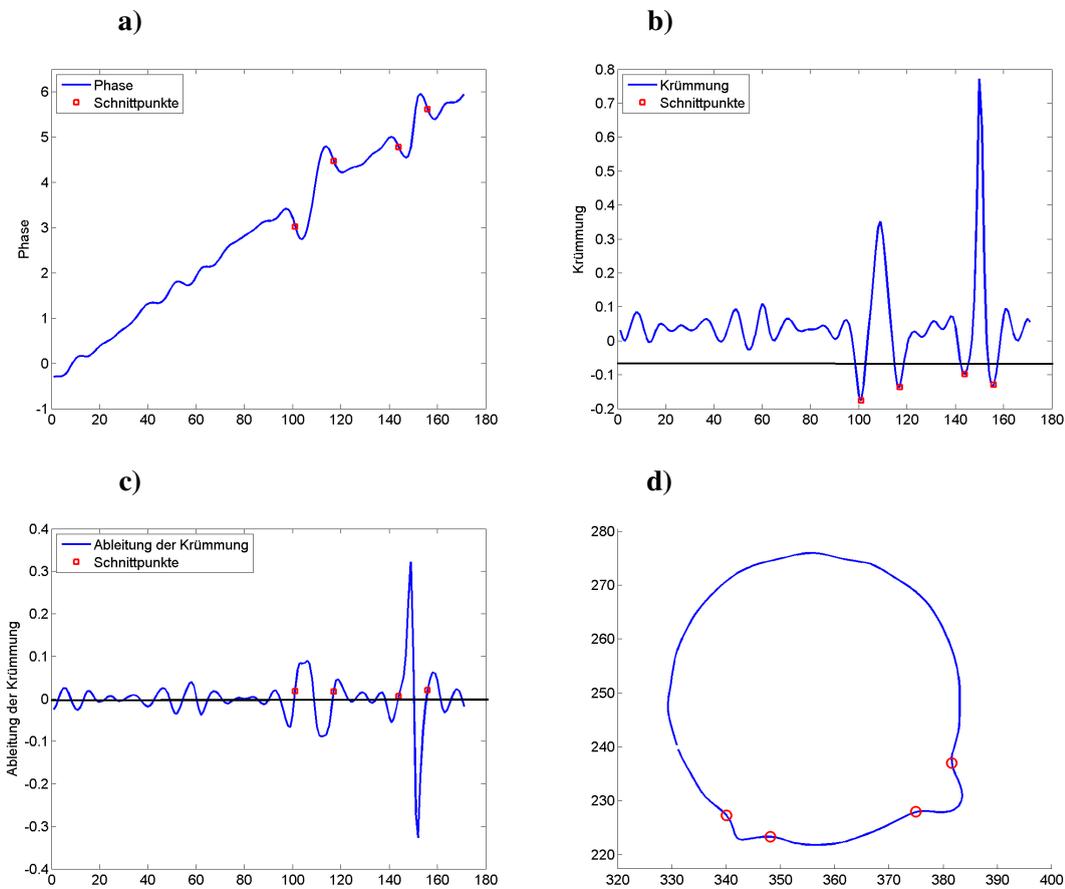
**Abbildung 6.8:** Beispiel der Glättung über die Fourierdeskriptoren: **a)** Randpixel eines Objektes. Hier sind nur ganzzahlige Koordinaten vorhanden, was zu unerwünschten Unstetigkeiten führt. **b)** Diese Kontur wurde geglättet, indem die höheren FD Null gesetzt wurden. Hier sind die Koordinaten nicht mehr auf ganzzahlige Werte beschränkt.

Kontur nicht in äquidistanten Abständen auf der Kurve liegen. Die nötigen Ableitungen werden mittels der Faltung mit der Maske

$$[-1 \ 0 \ 1]$$

berechnet, wobei die Werte an Anfang und Ende zyklisch fortgesetzt wurden.

Die Extremwerte der Krümmung wiederum, werden durch Bestimmung der Nulldurchgänge derselben bestimmt. Als Bedingung für einen Schnittpunkt gilt also ein Nulldurchgang der Ableitung und das Unterschreiten eines festgelegten Schwellwertes  $\kappa_{Schwelle}$  der Krümmung selbst. Ein Beispiel dieses Vorgehens ist in Abbildung 6.9 gezeigt.



**Abbildung 6.9:** Detektion der Schnittpunkte der Blasen aus der Krümmung der Kontur: **a)** Winkel der Tangent an der Kontur. **b)** daraus berechnete Krümmung der Kontur. Die horizontale Linie gibt den Schwellenwert  $\kappa_{Schwelle}$  an **c)** Ableitung der Krümmung zur Bestimmung der Extremwerte. In diesen Daten werden die Nulldurchgänge detektiert **d)** Ergebnis der Schnittpunktbestimmung

### 6.3.2 Bestimmung der Größe und der Tiefe

An den detektierten Schnittpunkten wird die Kontur getrennt. An jedes Segment wird ein Kreis gefittet, indem die Koordianten in die Form von Gleichung (2.24) gebracht werden. Die Form der Matrixgleichung lässt sich aus der bekannten Kreisgleichung ableiten:

$$\begin{aligned}
 (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 &= r_0^2 \\
 2x_0x + 2y_0y + (r_0^2 - (x_0^2 + y_0^2)) &= x^2 + y^2 \\
 p_0x + p_1y + p_2 &= x^2 + y^2
 \end{aligned}$$

Dies ergibt angewendet auf  $M$  Koordinaten des Segments:

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m & y_m & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_M & y_M & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^2 + y_1^2 \\ \vdots \\ x_m^2 + y_m^2 \\ \vdots \\ x_M^2 + y_M^2 \end{pmatrix}$$

$$A_K p_K = b_K \quad (6.12)$$

Aus den Parametern  $p_0, p_1$  und  $p_2$  gehen dann Zentrum  $(x_0; y_0)$  und Radius  $r_0$  des Kreises hervor:

$$x_0 = \frac{p_0}{2} \quad (6.13)$$

$$y_0 = \frac{p_1}{2} \quad (6.14)$$

$$r_0 = \sqrt{p_2 + x_0^2 + y_0^2} \quad (6.15)$$

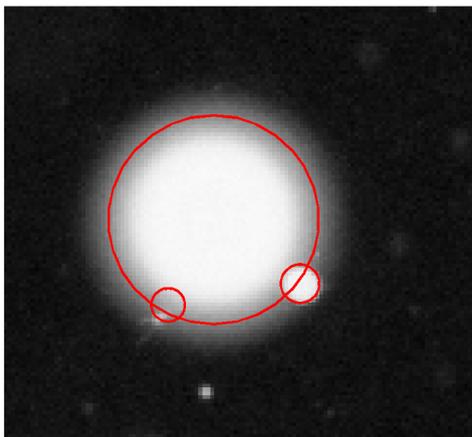
Diese Methode minimiert den algebraischen Abstand der Kontur zu einem Kreis, welcher nicht mit dem geometrischen Abstand identisch ist. Daher ergibt dieses Verfahren nicht das optimale Ergebnis, dennoch wurde sich für diese Methode entschieden, da es ein lineares Problem darstellt und somit mit geringerem Rechenaufwand gelöst werden kann. Ansätze den geometrischen Abstand zu minimieren können im Gegensatz dazu nur iterativ mit höherem Rechenaufwand gelöst werden [11]. Wenn die Segmente im Vergleich zum Umfang sehr klein werden ist der Fit nicht stabil. Kontursegmente, deren Länge weniger als 15% der Länge des mit  $2\pi r_0$  geschätzten Konturumfangs entsprechen werden daher im Weiteren ausgeschlossen.

Da mehrere Kontursegmente zu der selben Blase gehören können, wird dies in einem weiteren Schritt überprüft. Als Bedingung für zwei verschiedene Kreise wird ein Maß aus Abstand der Mittelpunkte  $\Delta x$  und Differenz  $\Delta r$  der Radien definiert:

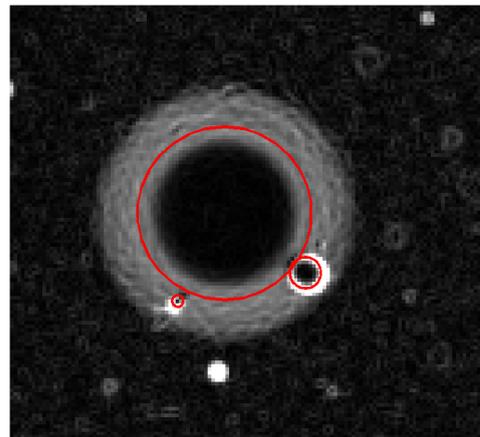
$$\epsilon_K = \frac{\Delta x}{\Delta r} \quad (6.16)$$

Bei Auftreten von mehreren Segmenten einer Blase, werden diese zusammengefasst und der Kreisfit wird erneut durchgeführt.

a)



b)



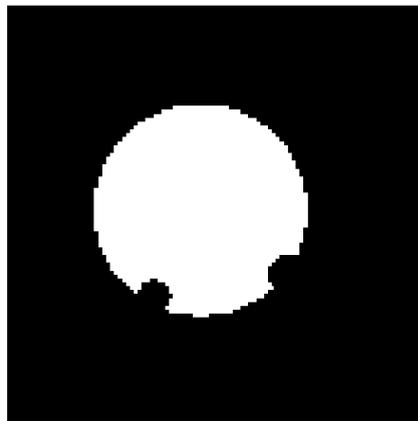
**Abbildung 6.10:** Erkennung überlappender Blasen bei einer Segmentierung mit der Schwelle 0.5 und Fit der Kreise an **a)** die Kontursegmente **b)** den Gradienten des Bilds

Im Falle der Segmentierung auf halber Höhe ist die Bestimmung der Größe abgeschlossen, da ja die Randpixel an der Position der wahren Größe liegen (Abbildung 6.10). Im Falle von einer Segmentierung mit anderen Schwellwerten ist ein weiterer Schritt notwendig. Dabei wird ausgenutzt, dass an der wahren Kante im Bild der Gradient des Bildes maximal wird. Davon kann ausgegangen werden da nach Gleichung 5.6 der Gradient an der Kante im wesentlichen der PSF entspricht und angenommen wird, dass diese ihr Maximum im Zentrum erreicht.

Das Problem, das sich bei einem Fit an den Gradienten des Bildes stellt, ist, nur den Teil des Bildes zu verwenden, in dem die Kontur nur einer Blase vorhanden ist. Dieses Problem wird mit der Information gelöst die im vorausgegangenen Schritt extrahiert wurde. Angenommen es wurden 3 Kreise  $K_1$ ,  $K_2$  und  $K_3$  detektiert, die die Flächen  $A_{K_1}$ ,  $A_{K_2}$  und  $A_{K_3}$  im Bild einnehmen. Zur Bestimmung des Bildausschnitts für  $K_1$  in dem an den Gradienten gefittet werden soll wird folgende Fläche berechnet:

$$A_{K_1} \setminus (A_{K_2} \cup A_{K_3})$$

anschaulich wird die Fläche des Kreises ohne die Teile, die mit den anderen Kreisen überlappen, für den Gradientenfit genutzt. Die Bereiche der anderen Kreise ergeben sich analog durch Vertauschung der Indizes. Beispielhaft ist der Bereich für die große Blase aus dem Testbild 6.7 in Abbildung 6.11 zu sehen. Im Unterschied zu dem Fit an die Kontursegmente, wird hier an ein Bild



**Abbildung 6.11:** Fitbereich der großen Blase. Erkennbar sind die Aussparungen an den Stellen der überlappenden kleinen Blasen.

gefittet. Dies wird als gewichteter Fit umgesetzt, bei dem jedes Pixel mit seinem Grauwert gewichtet wird. Damit ergibt sich anstelle von Gleichung 6.12 folgende Gleichung bei der die Grauwerte  $g_{i,j}$  des Gradientenbilds mit eingehen [1]:

$$A_K G_K p_K = G_K b_K$$

$$G_K = \text{diag}(\sqrt{g_{y_1, x_1}}, \dots, \sqrt{g_{y_m, x_m}}, \dots, \sqrt{g_{y_M, x_M}})$$

$diag(\dots)$  bezeichnet hierbei eine Matrix mit den Argumenten auf der Hauptdiagonalen. An dem Beispiel des Fits an den Gradienten in Abbildung 6.10 lassen sich schon die Probleme der Methode erkennen. Damit der richtige Radius bestimmt werden kann, muss die gesamte Kante innerhalb des Fitbereichs liegen. Falls dies nicht der Fall ist, wird der Bereich innerhalb des Kreises zu stark gewichtet und es wird ein zu kleiner Radius bestimmt. Dies lässt mit einer niedrigen Schwelle vermeiden. Das führt aber dazu, dass kleine Blasen am Rand nicht mehr detektiert werden können. Hier ist es nötig einen Kompromiss aus maximaler Tiefe (minimaler Grauwert, der als Objekt erkannt wird) und Genauigkeit in der Radiusbestimmung einzugehen.

Nach diesen Schritten sind auch für Schwellen ungleich 0.5 die xy-Position und die Größe der überlappenden Blasen extrahiert.

Zur Bestimmung der Tiefe aus diesen Informationen können einfach die Werte des Gradienten auf dem Umfang des bestimmten Kreises betrachtet werden. Diese Werte entsprechen dem Gradienten an der Objektkante gemäß Gleichung 6.8. Zur Bestimmung der Tiefe wird der Mittelwert des Gradienten auf dem Umfang berechnet und analog zu Abschnitt 6.2.6 mit der Tiefe in Beziehung gesetzt. Dabei wird als Maß für die Rundheit die Varianz des Gradienten auf dem Umfang genutzt, da diese mit der Abweichung von der Kreisform ansteigt<sup>11</sup>. Wird ein Objekt verworfen so werden auch alle Objekte, die zu dieser Kontur gehören verworfen, da ansonsten die Fläche zur Korrektur des Volumens (siehe Abschnitt 6.4.1) nicht bestimmt werden kann.

## 6.4 Algorithmen

In dem vorangegangenen Abschnitt wurden die Elemente beschrieben, die in verschiedenen Algorithmen eingesetzt werden. Es wurden 4 Kombinationen der Merkmale gewählt, die im Weiteren in ihrer Gesamtheit beschrieben werden, wobei auf die Details der einzelnen Elemente, sofern sie schon behandelt wurden, nicht mehr eingegangen wird. Zwei Elemente, die von allen Algorithmen genutzt werden, sind in den folgenden beiden Unterabschnitten beschrieben.

### 6.4.1 Bestimmung des Messvolumens

Da sehr große Blasen auftreten können, die mehrere 10 Prozent der Gesamtfläche, die dann der Detektion für kleinere Blasen nicht mehr zur Verfügung steht, einnehmen, muss diese Fläche für alle Blasen korrigiert werden. Dazu werden alle detektierten Blasen nach ihrer Größe  $r_i$  absteigend sortiert mit dem Index 1 für die größte Blase. Es wird dann davon ausgegangen, dass jeder Blase  $i$  die gesamte Fläche  $A$  des Bildes minus die Fläche aller größerer detektierte Blasen zur Verfügung stand. Um das Volumen für eine Blase  $i$  zu erhalten wird die so erhaltene Fläche mit der maximalen Detektionstiefe  $z_{max}(r)$  für diese Blasengröße multipliziert:

$$V_i = (A - \sum_{i < j} A_j) z_{max}(r_i) \quad (6.17)$$

<sup>11</sup>Auf einem Kreis sollte der Gradient konstant sein.

dabei bezeichnet  $A_i$  die Fläche der Blase  $i$ , die für die Detektion der anderen Blasen nicht mehr zur Verfügung steht. Die maximale Detektionstiefe ist die Tiefe, bei der die Algorithmen eine Blase mit Radius  $r$  gerade noch erkennen.

Diese Methode wird bei allen Algorithmen angewendet.

### 6.4.2 Bestimmung der Häufigkeiten

Ziel ist es die Blasendichte  $\Psi(r)$  zu bestimmen. Diese Größe wird über das Histogramm der detektierten Blasen  $(r_i, V_i)$  in  $N$  Bildern berechnet:

$$\Psi(r_b) = \frac{1}{N |I_b|} \sum_{r_i \in I_b} \frac{1}{V_i} \quad (6.18)$$

Dabei bezeichnet  $I_b$  das Radiusintervall um  $r_b$ , das dem Bin  $b$  im Histogramm entspricht. Nach [24] ist zu erwarten, dass die Dichte und somit die Zählrate der Blasen mit dem Radius stark abfällt. Daher ist es aus statistischer Sicht sinnvoll die Breite der Intervalle mit steigendem Radius zu vergrößern, um auch bei großen Radien eine nicht verschwindende Zählrate zu erreichen. Nach [12] verhält sich der relative Fehler  $\delta\Psi/\Psi$  bei  $\Psi \propto r^{-s}$  wie  $r_b^{-s/2}/\sqrt{|I_b|}$ . Bei einem linearen Histogramm, d.h. konstanter Binbreite, würde der Fehler mit dem Radius stark ansteigen. Durch Vergrößern der Binbreite mit dem Radius kann dieser Effekt gedämpft werden. Es wurde ein logarithmischer Ansatz gewählt, d.h. die  $r_b$  haben logarithmisch gesehen den gleichen Abstand:

$$r_b = r_0 A^{b+0.5}$$

$$r_{b,min} = r_0 A^b \quad r_{b,max} = r_0 A^{b+1}$$

mit den Grenzen des Bins  $r_{b,min}$  und  $r_{b,max}$  für die Radien. Die Binbreiten werden also immer um einen Faktor  $A$  pro Bin  $b$  größer:

$$I_b = [r_{b,min}; r_{b,max})$$

$$|I_b| = r_0(A - 1)A^b$$

Da die Binbreite mit dem Radius ansteigt, kann der Fehler für große Radien verringert werden, was natürlich auf Kosten der Radiauaufösung geht.

### 6.4.3 Algorithmus 1: Segmentierung auf halber Höhe

Dieser Algorithmus wurde im wesentlichen von Geißler [12] übernommen. Der Ablauf ist in Abbildung 6.12 in einem Flussdiagramm dargestellt. Zunächst wird das Rohbild normiert und nach der Glättung mittels eines Binomialfilters der Länge 8 bei einer Schwelle von 0.5 segmentiert und gelabelt. Für die entstehenden Objekte wird der Schwerpunkt  $(x; y)$ , die Rundheit  $(\lambda_1; \lambda_2)$ , die Fläche  $A$  und der mittlere Grauwert  $g$  bestimmt. Diese Tupel werden sortiert, sodass für jeden Datensatz das Messvolumen nach Abschnitt 6.4.1 bestimmt werden kann. Objekte, die den Anforderungen an die Rundheit oder der definierten maximalen Tiefe nicht genügen, werden verworfen. In die Korrektur des Messvolumens fließen diese Objekte jedoch mit ein. Für die Objekte

die aufgrund der Rundheit verworfen wurden, entsteht dennoch ein Fehler, der für große Blasen ins Gewicht fällt, da diese häufig mit anderen Blasen überlappen. Mit den Daten für die Radien und die Messvolumina wird das Histogramm gefüllt.

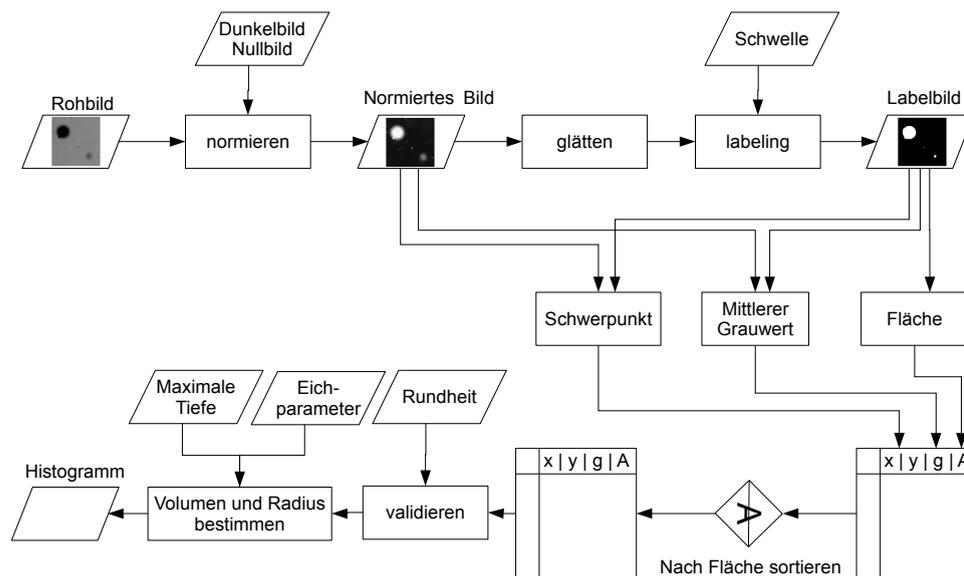


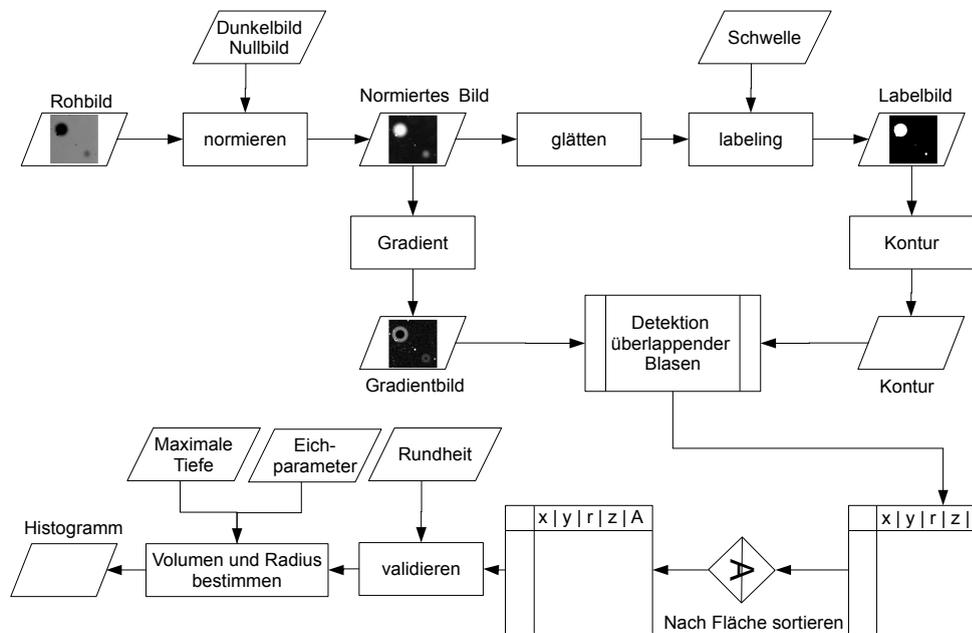
Abbildung 6.12: Flussdiagramm bei Segmentierung auf halber Höhe mit mittlerem Grauwert

#### 6.4.4 Algorithmus 2: Segmentierung über dem Rauschen

Im Ablauf entspricht dieser Algorithmus dem Vorhergehenden. Der Unterschied besteht in der benutzten Schwelle bei der Segmentierung von 0.1 und der Bestimmung des mittleren Grauwerts. Hier wird zunächst der Radius über die Gesamtfläche berechnet und in der Fläche des Kreises um den Schwerpunkt mit diesem Radius der mittlere Grauwert bestimmt.

#### 6.4.5 Algorithmus 3: Segmentierung auf halber Höhe mit Detektion von überlappenden Blasen

In Abbildung 6.13 ist das Flussdiagramm dieses Algorithmus dargestellt. Die ersten Schritte entsprechen denen der Segmentierung auf halber Höhe. Aus dem Labelbild wird Kontur extrahiert, indem die Randpixel der Objekte ermittelt werden. Mit dieser Kontur wird der Algorithmus zur Detektion der überlappenden Blasen (Abbildung 6.6) durchgeführt. Mit den erhaltenen Merkmalen  $(r_i, \nabla g_i, \sigma_{\nabla g_i}, g_{y,x})$  wird dann wie bei Algorithmus 1 verfahren, wobei als Maß für die Rundheit die Varianz des Gradienten auf dem Umfang genutzt wird. Zusätzlich wird der Grauwert am Kreismittelpunkt festgestellt, um sicherzustellen, dass der ermittelte Gradient als Maß für die Tiefe genutzt werden kann. Dies ist der Fall wenn im Objektmittelpunkt noch der maximale Grauwert erreicht wird (siehe Abschnitt 6.2.3).



**Abbildung 6.13:** Flussdiagramm bei Segmentierung über dem Rauschen mit Detektion überlappender Blasen

#### 6.4.6 Algorithmus 4: Segmentierung über dem Rauschen mit Detektion von überlappenden Blasen

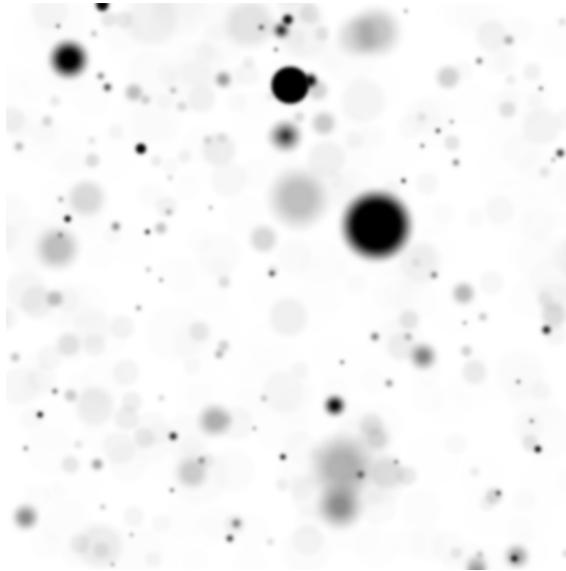
Bei dieser Variante wird zusätzlich das Gradientenbild des normierten Bildes berechnet. Hier kann der Radius nicht mehr über die gesamte Fläche oder die Fläche auf halber Höhe ermittelt werden, da bei überlappenden Bildern von Blasen, die Intensitätswerte keiner Blase eindeutig zugeordnet werden können. Zudem ist die ermittelte Kontur aufgrund der niedrigeren Schwelle größer als die Blase, daher wird das Maximum des Gradienten als Ort der wahren Blasenkontur herangezogen. Die Details dieses Teils des Algorithmus sind in Abschnitt 6.3 zu finden. Im übrigen entspricht dieser Algorithmus dem Vorigen mit dem Unterschied einer Schwelle von 0.1.

### 6.5 Vergleich der Algorithmen

Da keine Möglichkeit bekannt ist, eine bekannte Blasengrößenverteilung mit realen Blasen zu erzeugen, die vergleichbar hohe Blasendichten besitzen, werden die Daten zum Test der Algorithmen synthetisch generiert. Im Folgenden Abschnitt wird die Erzeugung dieser erläutert. Im Anschluss daran werden die Ergebnisse der Auswertung mit den verschiedenen Algorithmen diskutiert.

#### 6.5.1 Erzeugung von Testdaten

Um die Performance der verschiedenen Algorithmen zu vergleichen, wurden synthetische Daten generiert, die eine bekannte Verteilung der Tiefe und der Radien besitzen. Als Modell wurde Gleichung 5.4 zugrundegelegt. Der geometrische Teil der PSF wird als Faltungsmaske in Form einer



**Abbildung 6.14:** Beispiel eines Bildes der synthetischen Testsequenz. Zur besseren Darstellung ist dieses Bild noch nicht invertiert. Im Bild sind 500 Blasen zu sehen

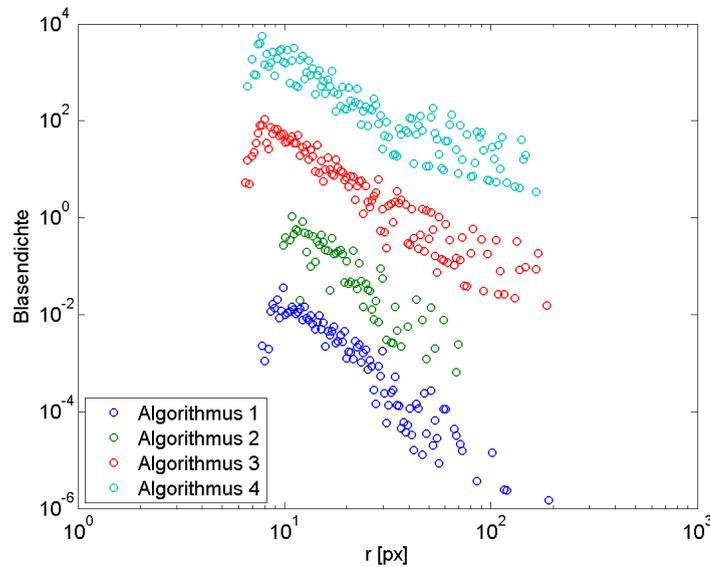
normierten Scheibe definiert. Dabei ist der Durchmesser proportional zur Tiefe<sup>12</sup>. Für den Beugungsbedingten Teil der PSF wurde eine Binomialmaske der Breite 20 genutzt - dies entspricht ungefähr der Breite der experimentell bestimmten PSF in der Tiefe  $z = 0$  (siehe Abschnitt 5.5). Zur Erzeugung der Testbilder wurden  $N$  Zahlentupel  $(x'_n, y'_n, r'_n, z'_n)$  zufällig erzeugt. Dabei ist deren Verteilung vorgegeben und somit bekannt. Für jedes Tupel  $n$  wird eine Scheibe mit dem Wert 1 und dem Radius  $r'_n$  an der Position  $(x'_n, y'_n)$  im Bild erzeugt und mit der beugungsbedingten PSF und der geometrischen PSF mit dem Parameter  $z'_n$  gefaltet. Das inverse des entstandenen Bilds gibt den Anteil des von dem Objekt absorbierten oder gestreuten Lichts an. Aus diesen Bildern entsteht ein realistisches Testbild, indem man ein leeres Bild, dh. einem Bild, das an jedem Pixel den Grauwert 1 besitzt, mit allen Absorptionsbildern multipliziert. In einem letzten Schritt wird das Bild wieder invertiert, um wieder den Grauwert 1 für Objekte und den Grauwert 0 für den Hintergrund zu bekommen. Konkret wurde für die benutzten Testsequenzen für  $x$  und  $y$  Gleichverteilung über den Bildbereich von  $1000 \text{ px} \times 1000 \text{ px}$  angenommen. Für die Tiefe wurde eine Gleichverteilung im Bereich von  $z = 0 - 100 \text{ px}$  festgelegt. Die Verteilung der Radien folgt in dem Bereich von  $r = 2 - 250 \text{ px}$  einem Potenzgesetz, da eine ähnliche Verteilung für die Experimente erwartet wird [24]

$$p(r) \propto r^{-3} \quad (6.19)$$

Für jedes Bild wurden 500 Objekte erzeugt. Zu jedem Bild wurde ein normal verteiltes Rauschen mit einer Standardabweichung von 0.015 addiert<sup>13</sup>. Ein Beispielbild ist in Abbildung 6.14 zu sehen, zur besseren Visualisierung ist dieses Bild noch nicht invertiert. Insgesamt wurden 524 solcher Bilder für das Testen der Algorithmen verwendet.

<sup>12</sup>als Proportionalitätsfaktor wurde 0.5 angenommen. Dieser ist aber nicht relevant, da die maximale Unschärfe später noch über den Tiefenbereich angepasst werden kann.

<sup>13</sup>dieser Wert entspricht der mittleren Standardabweichung, die bei der Kamera bei einem Grauwert von 3500 festgestellt wurde.



**Abbildung 6.15:** Ergebnis der Auswertung der Testdaten. Die Daten sind mit einem Faktor 100 gegeneinander skaliert (Algorithmus 1 ist nicht skaliert)

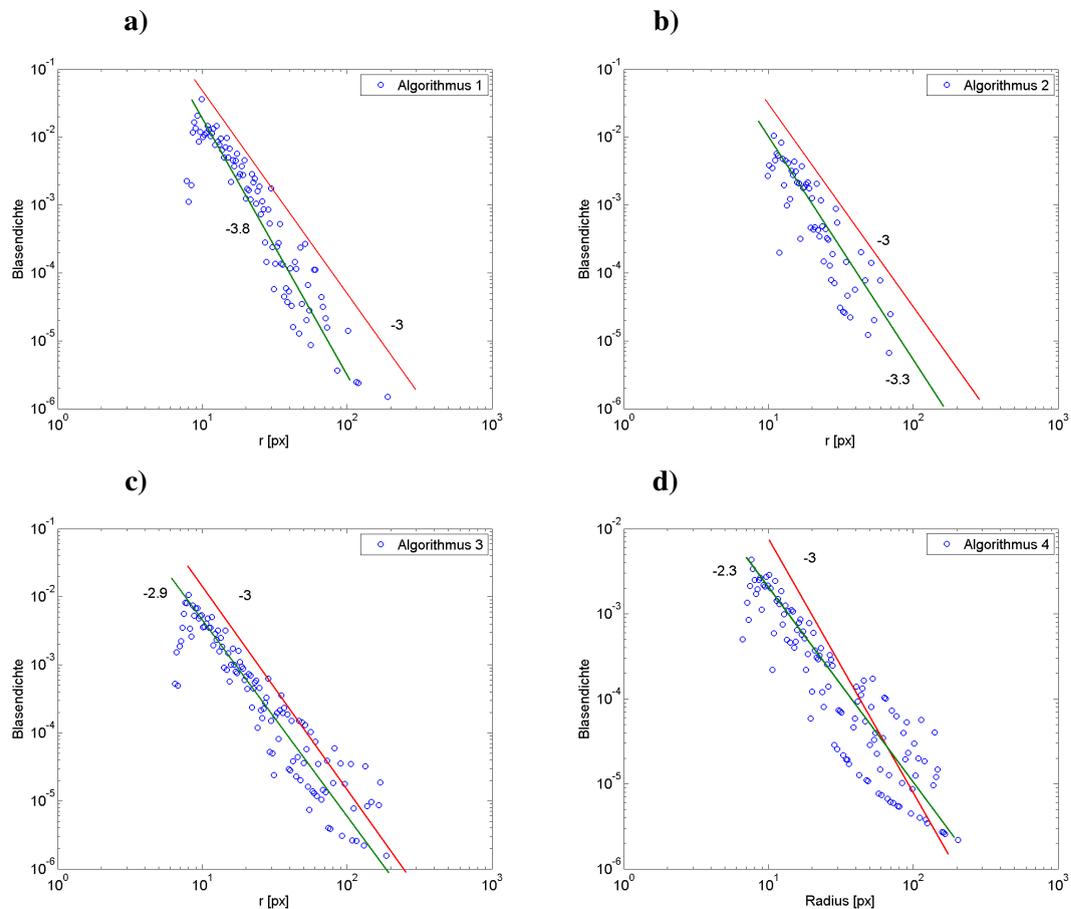
Algorithmus	Steigung
1	$-3.8 \pm 0.4$
2	$-3.3 \pm 0.3$
3	$-2.9 \pm 0.2$
4	$-2.3 \pm 0.2$

**Tabelle 6.1:** Bestimmte Steigungen der Testdaten

### 6.5.2 Ergebnisse der Analyse der Testdaten

Zum Vergleich wurden die Testdaten mit jedem der Algorithmen ausgewertet. In Tabelle 6.2 sind verschiedene Angaben der Statistik aufgeführt. In Abbildung 6.15 sind die jeweiligen Blasendichten wiedergegeben. Dabei sind die resultierenden Verteilungen für die jeweiligen Algorithmen mit einem Faktor 100 relativ zueinander skaliert. Die ermittelten Steigungen, also die Exponenten der Verteilungen, sind in Tabelle 6.1 aufgeführt und für jeden Algorithmus dem erwarteten Exponenten in Abbildung 6.16 a)-d) gegenübergestellt.

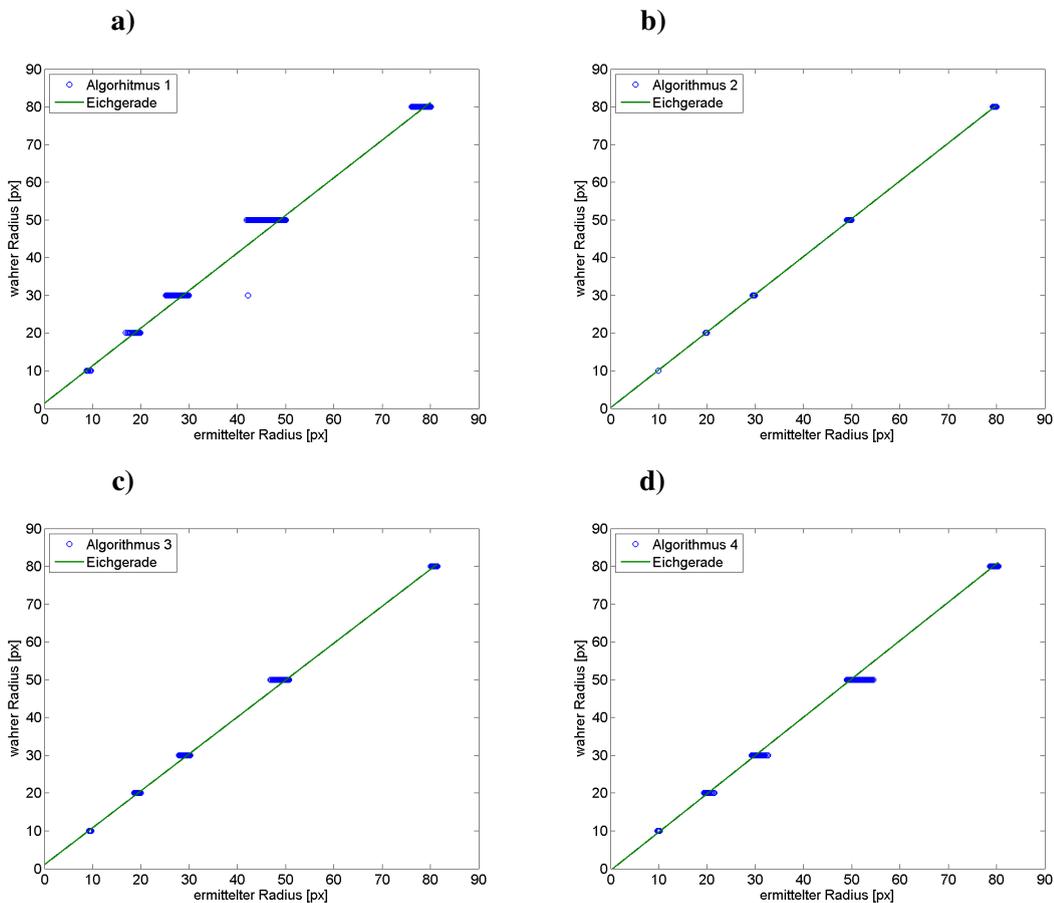
In den Eichkurven in Abbildung 6.17 der verschiedenen Algorithmen kann man den Radiusbereich erkennen in denen die jeweiligen Algorithmen noch Objekte zuverlässig erkennen können. Die Eichkurven zeigen das Ergebnis der Algorithmen angewendet auf synthetische Sequenzen, die jeweils eine Objektgröße in verschiedenen Tiefen enthalten. Die Objekte wurden nach dem gleichen Verfahren erstellt, wie es bei den Testsequenzen angewendet wurde. In den genutzten Sequenzen waren Objekte mit den Radien 3px, 5px, 10px, 20px, 30px, 50px und 80px vorhanden. In den Eichkurven ist zu erkennen, dass alle Algorithmen die Radien 3px und 5px nicht mehr detektieren konnten. Der Grund hierfür besteht darin, dass die Intensität der Objekte die Schwelle für den Maximalwert nicht mehr erreichen. Die Intensitäten kleiner Objekte überschreiten zwar die Schwelle, diese lassen sich jedoch nicht verwerten, da sich deren Tiefe nicht mehr feststellen



**Abbildung 6.16:** Ergebnisse der Auswertung der Testdaten für die verschiedenen Algorithmen. Die blauen Datenpunkte sind das Ergebnis des jeweiligen Algorithmus. Die roten Geraden geben die Steigung der vorgegebenen Verteilung an, nicht deren Offset. Die grünen Geraden geben die Steigung eines linearen Fits im Bereich 10 – 100px an. **a)** Segmentierung auf halber Höhe **b)** Segmentierung über dem Rauschen **c)** Segmentierung auf halber Höhe mit Detektion überlappender Blasen **d)** Segmentierung über dem Rauschen mit Detektion überlappender Blasen

lässt. Dies liegt zum einen daran, dass bei kleinen Objekten die maximale Intensität sehr schnell abfällt, wenn sie aus der Schärfeebene verschoben sind. Zum anderen können Objekte die eine mit der beugungsbedingten PSF vergleichbare Größe haben, das Maximum nicht mehr erreichen, da die Intensitätsverteilung in der Schärfeebene dann der PSF immer ähnlicher wird. Daher ist die Voraussetzung für das Ermitteln der Tiefe, nämlich das Erreichen des maximalen Grauwerts des Objekts, nicht mehr gegeben und das Objekt wird verworfen.

In Übereinstimmung damit ist bei der Auswertung der Testdaten in Abbildung 6.15 zu sehen, dass die Grenze der detektierten Radien für die Algorithmen 1 und 2 bei einem Radius von  $\sim 10$  px liegt. Bei Algorithmus 3 und 4 lässt sich ein minimal besseres Verhalten beobachten, der Grenzzadius liegt hier bei 8 – 9 px. Bei Algorithmus 2 ist zusätzlich eine obere Grenze bei einem Radius von 200px zu erkennen, da keine größeren Radien bis zum maximalen Radius der Testdaten von 250px detektiert wurden. Dies liegt hauptsächlich daran, dass bei einer niedrigen Schwelle und hohen Blasendichten sehr selten Objekte auftreten, die nicht mit anderen überlappen. Das wird umso unwahrscheinlicher, umso größer die Blasen sind. Der andere Grund ist, dass viele Objekte



**Abbildung 6.17:** Ergebnisse der Eichung mit synthetischen Daten für die verschiedenen Algorithmen. Benutzt wurden die Radien 3 px, 5 px, 10 px, 20 px, 30 px, 50 px und 80 px über eine Tiefe von 100 px (im Sinne von Abschnitt 6.5.1). Die blauen Datenpunkte sind das Ergebnis des jeweiligen Algorithmus. Die Streuung der Punkte bei den einzelnen Radien sind ermittelte Radien für die verschiedenen Tiefen. Die grünen Geraden sind die ermittelten Eichgeraden. **a)** Segmentierung auf halber Höhe **b)** Segmentierung über dem Rauschen **c)** Segmentierung auf halber Höhe mit Detektion überlappender Blasen **d)** Segmentierung über dem Rauschen mit Detektion überlappender Blasen

Algorithmus	erkannte Objekte	genutzte Objekte	verworfen: Rundheit	verworfen: Tiefe
1	14759	2285	918	11556
2	91800	835	25238	64800
3	12871	3314	179	9068
4	290087	664	6053	283370

**Tabelle 6.2:** Statistiken zur Auswertung der Testdaten. Erkannte Objekte bezeichnet die nach der Segmentierung erhaltenen zusammenhängenden Regionen, die weiter analysiert werden. Die genutzten Objekte sind die Objekte die tatsächlich in die Histogramme eingeflossen sind. Die beiden letzten Spalten geben den Grund an aus dem ein Objekt nicht gewertet wurde. Objekte die ihr Maximum nicht erreichen zählen zu der letzten Spalte.

te die Bedingung des maximalen Grauwerts nicht mehr erfüllen. Das ist auch ein Grund dafür, dass die Algorithmen 2 und 4, die über dem Rauschen segmentieren, auffällig wenig erkannte Blasen wirklich verwerten (Spalten „verworfen“ in der Statistik in Tabelle 6.2). Insgesamt werden von diesen Algorithmen mehr Objekte erkannt, weil von der niedrigeren Schwelle eine größerer Tiefenbereich und damit mehr Objekte erfasst werden. Die ermittelten Verteilungen der Algorithmen 1 und 2 für die größeren Radien ab 30 px zeigt einen stärkeren Abfall als den erwarteten von  $r^{-3}$ , da die großen Blasen aus eben genannten Gründen unterrepräsentiert sind. Da die Algorithmen 3 und 4 auch überlappende Blasen verwerten können, werden hier die größeren Blasen zuverlässiger erkannt. Hier zeigt sich sogar ein schwächerer Abfall als erwartet, der hauptsächlich auf Fehlsegmentationen beruht, die entstehen wenn überlappende Blasen nicht korrekt getrennt werden können.

Bei den Algorithmen die über dem Rauschen segmentieren, ist es prinzipiell möglich kleinere Objekte zu erkennen, jedoch muss hierfür ein anderes Merkmal genutzt werden die Tiefe zu bestimmen bzw. die maximale Tiefe zu begrenzen. Dies ist zwangsläufig komplexer als der hier genutzte maximale Grauwert.

Die Algorithmen 1 und 3 verwerten im Vergleich mehr der erkannten Objekte, wobei Algorithmus 3 am meisten nutzt. Dieser Vorteil gegenüber den anderen Algorithmen begründet sich auf der kleineren segmentierten Fläche pro Objekt, welche es unwahrscheinlicher macht, dass diese überlappen. Das bessere Verhalten von Algorithmus 3 folgt aus der Trennung der überlappenden Blasen. Algorithmus 4 zeigt bezüglich der Ausbeute von nutzbaren Objekten keinen Vorteil zu Algorithmus 2, da der theoretische Vorteil der Trennung bei einer niedrigen Schwelle nicht zum Tragen kommt.

Hinsichtlich der bestimmten Exponenten des Abfalls (Tabelle 6.2) zeigt Algorithmus 3 das beste Ergebnis. Aus diesem Grund und aufgrund der höchsten Ausbeute an nutzbaren Objekte wurde für die Auswertung der Messung in Kapitel 8 dieser Algorithmus gewählt.

Das Laufzeitverhalten der Algorithmen wurde nicht untersucht, da optimierte Funktionen der Bildverarbeitungssoftware Heurisko<sup>®</sup> in verschiedenen Kombinationen mit nicht optimierten Funktionen genutzt wurden. Anhand der Komplexität der Algorithmen ist zu erwarten, dass das Laufzeitverhalten der hier gewählten Nummerierung folgt. Dabei zeigt Algorithmus 1 die kürzeste Laufzeit und Algorithmus 4 die längste Laufzeit.



## 7 Auswertung der UV-Absorptionsdaten

Um die Konzentration verschiedener Stoffe über die Zeit verfolgen zu können, werden Absorptionsspektren aufgenommen. Diese werden durch eine lineare Kombination von vorher aufgenommenen Referenzspektren für die einzelnen Stoffe durch einen Fit rekonstruiert, woraus sich die relativen Konzentrationen als Fitparameter ergeben.

Die Intensität  $I(\lambda)$  des durch die UV-Strecke transmittierten Lichts der Wellenlänge  $\lambda$  folgt dem Lambert-Beerschen Gesetz [27]:

$$I(\lambda) = I_0(\lambda)10^{-\epsilon(\lambda)cl}. \quad (7.1)$$

Die eingestrahlte Intensität  $I_0(\lambda)$  nimmt exponentiell mit der Konzentration des betrachteten Stoffes  $c$ , dessen Extinktionskoeffizienten  $\epsilon(\lambda)$  und der Länge der absorbierenden Strecke  $l$  ab. Für  $n$  absorbierende Stoffe mit den Extinktionen  $\epsilon_1 \dots \epsilon_n$  und den Konzentrationen  $c_1 \dots c_n$  in der Messstrecke lautet die Gleichung:

$$I(\lambda) = I_0(\lambda)10^{-(\epsilon_1(\lambda)c_1 + \dots + \epsilon_n(\lambda)c_n)l}. \quad (7.2)$$

Zur Linearisierung wird die Gleichung 7.2 logarithmiert:

$$\log \frac{I_0(\lambda)}{I(\lambda)} = (\epsilon_1(\lambda)c_1 + \dots + \epsilon_n(\lambda)c_n)l \quad (7.3)$$

Durch die Aufnahme von Referenzspektren  $I_{ref_i}(\lambda)$ , bei denen nur die Konzentration  $c_i$  ungleich null ist, lassen sich die Extinktionen  $\epsilon_i$  eliminieren:

$$\epsilon_i(\lambda) = \frac{1}{l} \frac{1}{c_{i_{ref}}} \log \frac{I_0(\lambda)}{I_{ref_i}(\lambda)} \quad (7.4)$$

Damit lassen sich die Beziehungen in Form eines linearen Gleichungssystems 2.25 schreiben:

$$\begin{pmatrix} \log \frac{I_0(\lambda_1)}{I_{ref_1}(\lambda_1)} & \dots & \log \frac{I_0(\lambda_1)}{I_{ref_n}(\lambda_1)} \\ \vdots & & \vdots \\ \log \frac{I_0(\lambda_m)}{I_{ref_1}(\lambda_m)} & \dots & \log \frac{I_0(\lambda_m)}{I_{ref_n}(\lambda_m)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c'_1 \\ \vdots \\ c'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \log \frac{I_0(\lambda_1)}{I(\lambda_1)} \\ \vdots \\ \log \frac{I_0(\lambda_m)}{I(\lambda_m)} \end{pmatrix}$$

Dabei wird jedes der  $m$  Wellenlängenintervalle, das von dem Spektrometer detektiert wird, als eine Messung angesehen und die Konzentration  $c'_i = \frac{c_i}{c_{i_{ref}}}$  auf die Referenzkonzentration des betreffenden Stoffes bezogen. Die optimalen Werte für die  $c_i$ s lassen sich wie in Abschnitt 2.2.5 beschrieben bestimmen.

In der Praxis werden die gemessenen Spektren noch mit dem Dunkelspektrum korrigiert, um den Offset aufgrund der Dunkelströme zu eliminieren.

$$I(\lambda) = I^*(\lambda) - I_D(\lambda) \quad (7.5)$$

dabei ist  $I^*(\lambda)$  das direkt gemessene Spektrum und  $I_D(\lambda)$  das Dunkelspektrum des Spektrometers.

---

## 8 Ergebnisse

In dem hier durchgeführten Experiment soll die Einsatzfähigkeit des Aufbaus gezeigt werden. Es wird parallel zur Messung der Blasenverteilung der Austausch von drei Tracern, die dem Wasser am Anfang zugegeben wurden, gemessen.

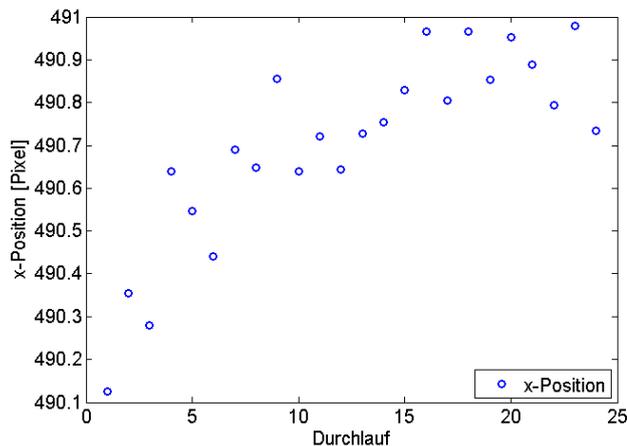
**Die Auswahl der Tracer** hängt von drei Parametern ab, der Diffusionskonstanten  $D$ , der Löslichkeit  $\alpha$  und dem Absorptionsspektrum im UV-Bereich. Die Stoffe sollten möglichst die gleiche Diffusionskonstante haben, da diese auch Einfluss auf den Gasaustausch hat (siehe Abschnitt 2.1). Damit kann der Einfluss der Löslichkeit auf den Gasaustausch ungestört untersucht werden. Um die Abhängigkeit von der Löslichkeit zu messen, werden Stoffe gewählt, die einen weiten Bereich der Löslichkeiten abdecken. Die in Tabelle 8.1 gelisteten Tracer wurden für das Experiment ausgewählt.

Stoff	$\alpha_{lit}$	$D_{lit} [\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}]$	$\lambda_{UV,max} [\text{nm}]$
Hexafluorbenzol	0.1	0.85	244
1,4-Difluorbenzol	3.2	0.94	267
Phenylacetylen	13.7	0.84	246

**Tabelle 8.1:** Eigenschaften der in der Messung verwendeten Tracer.  $\lambda_{UV,max}$  bezeichnet die Wellenlänge der maximalen Absorption im UV-Wellenlängenbereich.

**Die Einstellung des Blasengenerators** wurde so vorgenommen, dass die erzeugte Blasenwolke möglichst tief in das Wasser eingetragen wird, sowie die gesamte Breite des Tanks ausgenutzt wird. Der Einfluss des Einstrahlwinkels wird in Koga [21] diskutiert. Die Pumpe wurde mit maximaler Leistung betrieben, welche einen Wasserfluss von  $1800 \frac{1}{\text{h}}$  durch die Düse erzeugt. Der resultierende Luftvolumenstrom der eingetragenen Blasen wurde auf  $\dot{V}_B = 0.77 \pm 0.05 \frac{1}{\text{min}}$  eingestellt, siehe auch Diskussion in Abschnitt 8.1.

**Die Aufnahmen der Blasenverteilungsprofile** wurden 15cm von der (linken) Tankwand, auf der dem Blasengenerator gegenüberliegenden Seite, gemacht. Dabei wurden 11 Positionen angefahren, die jeweils einen Abstand von  $\Delta h = 10\text{cm}$  hatten. Die Positionen wurden nacheinander über die gesamte Dauer des Experiments angefahren, wobei bei jedem Halt an einer Position 48 Bilder aufgenommen wurden. Im Vorfeld wurde ein Dunkelbild, sowie Nullbilder für jede Position aufgenommen. Diese wurden aus dem Mittelwert von 100 aufgenommenen Bildern bestimmt. Die Abweichung die aufgrund der Ungenauigkeiten der Lineartische zustande kommt, ist in Abbildung 8.1 aufgetragen. Die maximale Abweichung nach 24 Durchläufen beträgt etwas weniger



**Abbildung 8.1:** Drift der x-Position der Lineartische mit der Anzahl der Durchläufe. Die Verschiebung wurde durch Bestimmung der maximalen Korrelation von Nullbildern nach entsprechender Anzahl an Durchläufen ermittelt. (zur Methode siehe [30])

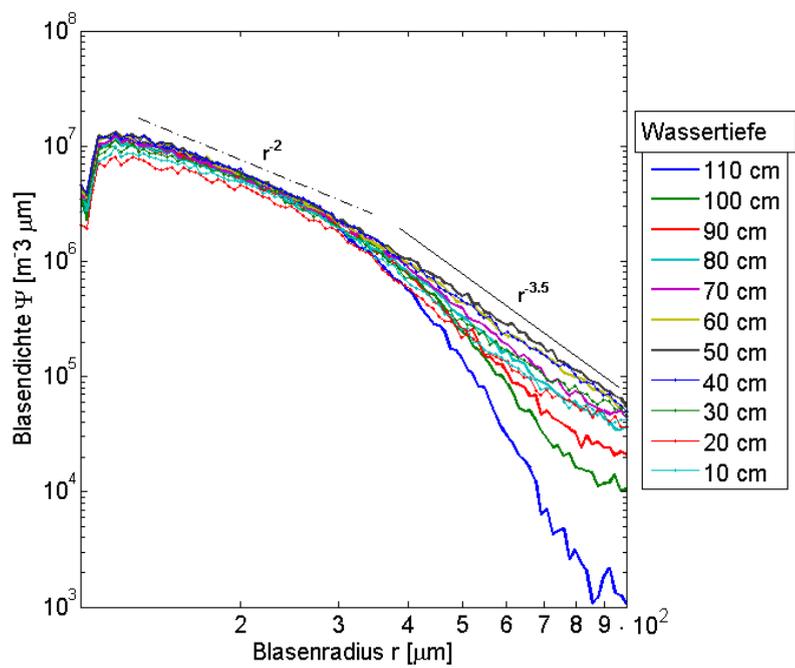
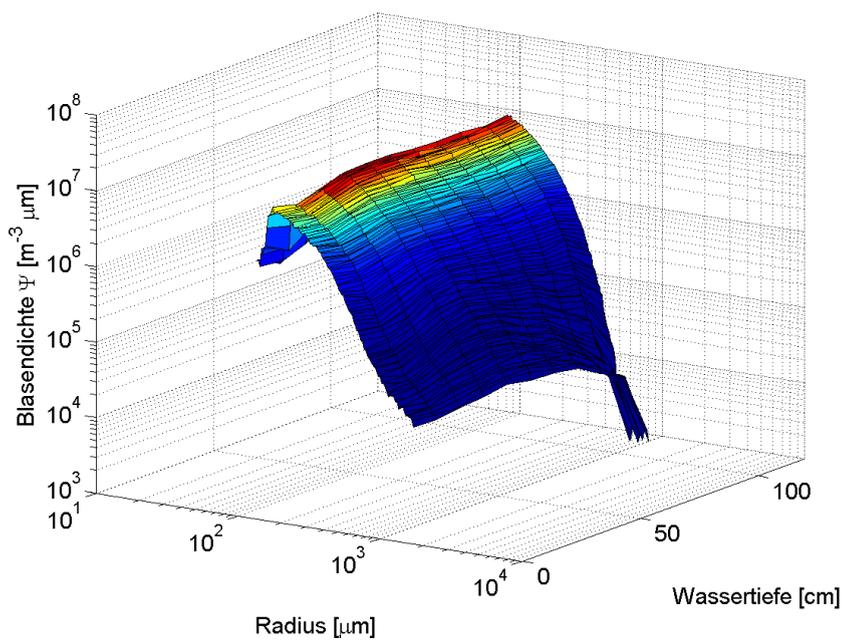
als ein Pixel, was  $17\mu\text{m}$  entspricht. Der maximale Fehler der durch diese Abweichung bei der Normierung entsteht beträgt  $\sigma_n = 0.01$ . Dieser Fehler liegt unter dem statistischen Fehler, der vom Rauschen verursacht wird. Die minimale Erhöhung des Gesamtfehlers hat keinen signifikanten Einfluss auf die Ergebnisse.

Die Belichtungszeit der Kamera wurde auf 20ms eingestellt, wobei die effektive Belichtungsdauer durch die Pulslänge der LED von nur  $13.5\mu\text{s}$  bestimmt wird. Die Wassertemperatur wurde alle 30 min abgelesen.

## 8.1 Blasendichte

In Abbildung 8.2 sind die Ergebnisse der Messung für die Blasendichte gezeigt. Dabei sind die Dichten in Abständen von  $\Delta h = 10\text{cm}$  aufgenommen worden.

Der Verlauf der Verteilung lässt sich in zwei Bereiche gliedern, für die die Geraden in Abbildung 8.2 dargestellt sind. Bei Messungen der Blasenverteilung von brechenden Wellen im Ozean von Deane [7] findet sich ein Übergang der Exponenten von  $-2.5$  für Radien kleiner als  $1000\mu\text{m}$  zu  $-4.5$  für Radien größer als  $1000\mu\text{m}$ . Der hier gefundene Radius für den Übergang liegt bei einem kleineren Radius von  $400\mu\text{m}$ . Die Exponenten haben für kleinere Radien einen Wert von  $-2$  und für größere Radien einen Wert von  $-3.5$ . Der Grund für den Unterschied liegt in den verschiedenen Blasenherzeugungsmechanismen. Dennoch lässt sich eine qualitative Analogie erkennen. Der abrupte Abfall bei  $100\mu\text{m}$  ist nicht physikalisch und entsteht durch die Auswertelgorithmen der Bildverarbeitung. Der hier beobachtete Radius an dem keine Blasen mehr detektiert werden können, entspricht dem aus der Auswertung der synthetischen Daten erwarteten minimalen Radius. In den Verteilungen ist bei einer Wassertiefe von  $40 - 60\text{cm}$  deutlich der Bereich zu erkennen, in dem der Wasserstrahl die Blasen ins Wasser trägt. Dort ist die Blasendichte insgesamt erhöht, insbesondere sind dort mehr große Blasen zu finden. Über diesem Bereich ist auch eine etwas größere Dichte an großen Blasen und eine geringere Dichte an kleinen Blasen zu sehen. Dies lässt sich



**Abbildung 8.2:** Ergebnis der Auswertung der Blasendichte. Zu sehen sind die Radienverteilungen für die verschiedenen Höhen.

durch die Strömung, die von dem Wasserstrahl erzeugt wird, erklären. Die Blasen werden von dem Strahl mitgerissen bis sie die Wand des Tanks erreichen, an der sie entweder auf- oder absteigen. Die aufsteigenden Blasen können nicht mehr erfasst werden, da sie ausserhalb des Messbereichs die Oberfläche erreichen. Die Blasen die sich an der Wand nach unten bewegen, können wieder in den Messbereich eintreten. Kleinen Blasen haben eine zu kleine Steiggeschwindigkeit, um am Wasserstrahl vorbei zu kommen, so dass diese erneut mitgerissen werden. Große Blasen finden sich bevorzugt in Oberflächennähe, da sie einen stärkeren Auftrieb erfahren und somit nicht so tief ins Wasser eingetragen werden. Der stärkere Auftrieb führt auch zu einer höheren Steiggeschwindigkeit [24], weshalb die großen Blasen das Wasser auch schneller wieder verlassen.

Wird die Blasenvolumendichte  $\Psi_i(r)$  von den gemessenen Punkten  $i$  auf den gesamten Tank mit der Tiefe  $T = 150$  mm und der Breite  $B = 700$  mm extrapoliert, so ergibt sich ein Gesamtluftvolumen  $V_B$  im Wasser von:

$$V_B = \Delta h \cdot T \cdot B \sum_{r,i} \frac{4}{3} \pi r^3 \Psi_i(r) \quad (8.1)$$

$$V_B = 1,6 \text{ l}$$

Eine Abschätzung des Luftvolumens im Wasser, kann auch durch den Anstieg des Wasserspiegels gemacht werden. Ein Anstieg von einem 1 mm entspricht einem Luftvolumen von ca. 0.1 l. Es wurde ein Anstieg des Wasserspiegels von  $4 \pm 2$  mm beobachtet. Im Vergleich dazu ist das durch die Blasendichte bestimmte Volumen um einen Faktor 4 zu groß. Dies ist kein Widerspruch zu der Abschätzung, da die Blasendichte von einem Bereich extrapoliert wurde, in dem besonders viele Blasen vorhanden sind. Durch Vermessung der Blasenwolke in horizontaler und vertikaler Richtung lässt sich diese Unsicherheit für zukünftige Messungen beseitigen. Geht man von einem Luftvolumen im Wasser von  $0.4 \pm 0.2$  l aus, so ergibt sich mit dem eingestellten Luftvolumenstrom von  $\dot{V}_B = 0.76 \pm 0.05 \frac{\text{l}}{\text{min}}$  eine mittlere Aufenthaltszeit von

$$t_V = 32 \pm 16 \text{ s}$$

eines Luftpakets unter Wasser. Der Hauptanteil des Volumens wird von großen Blasen eingenommen. Diese haben eine beobachtete Aufenthaltszeit von weniger als 5 s. Die berechnete Aufenthaltszeit ist somit zu groß, was wahrscheinlich an einem Fehler des Volumenstroms liegt. Die Ergebnisse der Gasaustauschmessungen (siehe Abschnitt 8.2) unterstützen die Annahme an einer fehlerhaften Messung des Volumenstroms. Aus diesem Grund wurde unter möglichst gleichen Bedingungen  $\dot{V}_B$  nachgemessen. Dabei ergab sich für  $\dot{V}_B$  ein Wert von  $2.2 \pm 0.2 \frac{\text{l}}{\text{min}}$ . Damit ergibt sich eine Aufenthaltszeit von

$$t_V = 11 \pm 6 \text{ s.}$$

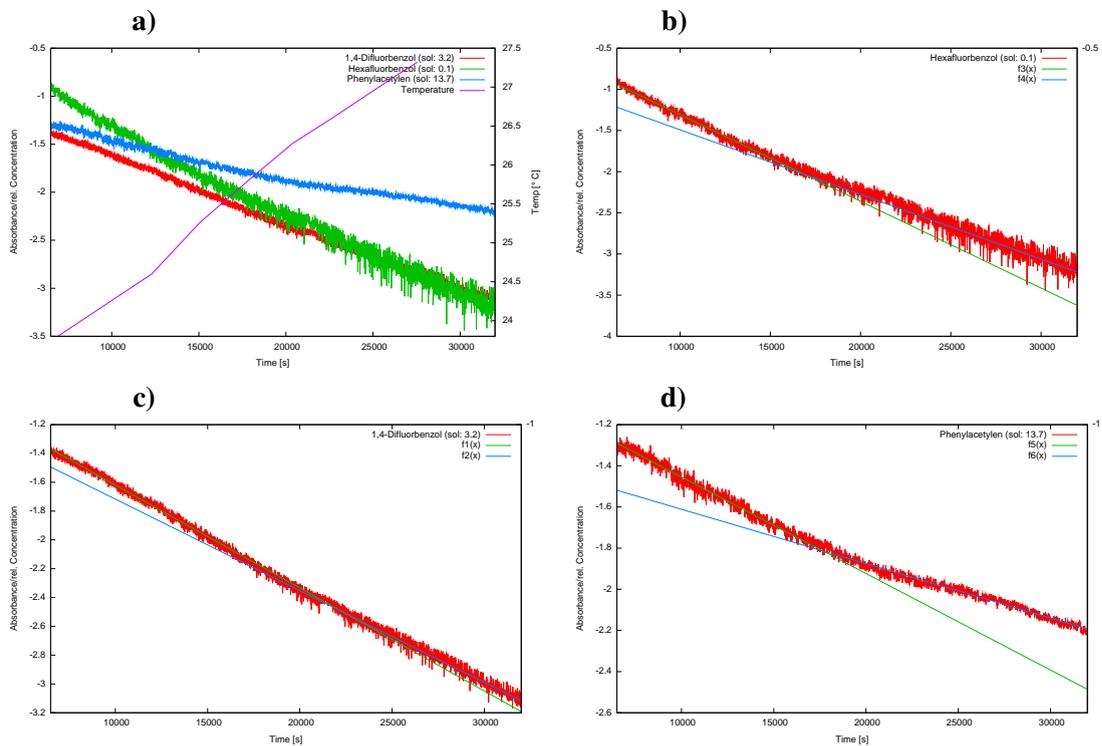


Abbildung 8.3: Zeitlicher Verlauf der relativen Konzentrationen

Die zusätzliche Oberfläche der Blasen lässt sich analog zu Gleichung 8.1 berechnen:

$$A_B = \Delta h \cdot T \cdot B \sum_{r,i} 4\pi r^2 \Psi_i(r) \quad (8.2)$$

$$A_B = 16.0 \text{ m}^2$$

Da hier die durch die Extrapolation der gleiche Fehler wie bei der Volumenberechnung gemacht wurde, ergibt sich als realistischer Wert für die zusätzliche Oberfläche im Tank:

$$A_B = 4.0 \text{ m}^2$$

## 8.2 Gasaustausch

In Abbildung 8.3 ist der zeitliche Verlauf der Gaskonzentrationen der verwendeten Tracer, sowie der Wassertemperatur gezeigt. In den Plots ist der Logarithmus der relativen Konzentration, bezogen auf die Konzentration bei der Aufnahme der Referenzspektren, gegen die Zeit aufgetragen.

Stoff	$\tau_1$ [s]	$\tau_2$ [s]	$\alpha_{lit}$
Hexafluorbenzol	$9500 \pm 30$	$12700 \pm 80$	0.1
1,4-Difluorbenzol	$13900 \pm 30$	$15700 \pm 50$	3.2
Phenylacetylen	$21300 \pm 70$	$37900 \pm 150$	13.7

Tabelle 8.2: Einstellzeiten der Gaskonzentrationen. Die Fehler geben die Standardabweichung des Fits an.

Der Temperaturanstieg im Wasser über die Zeit rührt von dem Motor der Pumpe im Wasserkreislauf her. Bei einer Zeit von ca. 18000s ist eine erkennbare Änderung des Abfalls und somit der bestimmten Einstellzeit zu erkennen. Die Ursache hierfür kann in mehreren Effekten begründet sein. Die verwendete Deuteriumlampe driftet, d.h. sie ändert ihr Lampenspektrum, um so länger diese eingeschaltet ist und um so wärmer diese wird. Ein weiterer Grund könnte eine Luftblase in der UV-Messstrecke sein, die sich dort verfangen hat. Diese führt zu einer Änderung des Spektrums aufgrund von Dispersion und der Intensität aufgrund von Streuung. Diese Effekte stören die Bestimmung der Konzentrationen durch den Fit. Ein physikalisch realer Abfall der Einstellzeit könnte aufgrund der Bildung eines Oberflächenfilms verursacht werden. Zu dem Zeitpunkt der Änderung der Einstellzeit kann die Konzentration einer oberflächenaktiven Verunreinigung einen kritischen Wert überschritten haben, so dass der Gastransfer zu späteren Zeiten behindert wird. Da die UV-Strecke zu Anfang der Messung kalibriert war bzw. anfangs kein Oberflächenfilm vorhanden war, wird davon ausgegangen, dass den Messwerten vor dem Zeitpunkt von 16000 s vertraut werden kann. Zur Vollständigkeit wurden die Konzentrationsverläufe in zwei Bereichen gefittet um die Einstellzeit zu bestimmen. Diese sind in Tabelle 8.2 aufgeführt. Der Fitbereich für den ersten Teil ( $\tau_1$ ) umfasst die Zeiten von 0-16000s, Fitbereich 2 ( $\tau_2$ ) die Zeiten von 22000-32000s.

### 8.3 Vergleich

Im Grenzfall hoher Löslichkeiten bzw. langer Aufenthaltszeiten der Blasen lässt sich für die Konzentration  $c_w$  im Wasser eine Massenbilanz aufstellen. Dabei ist die Änderung der Gesamtmenge des Tracers im Wasservolumen  $V_{Tank} = 115 \text{ l}$  gleich dem einem Volumenstrom von  $\dot{V}_B = 2.2 \pm 0.2 \frac{\text{l}}{\text{min}}$ , der mit dem Tracer gesättigt ist:

$$V_{Tank} \frac{\partial c_w}{\partial t} = \dot{V}_B \frac{c_w}{\alpha} \quad (8.3)$$

mit der Lösung:

$$c_w(t) = c_0 e^{-\frac{\dot{V}_B}{\alpha V_{Tank}} t} = c_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8.4)$$

$$\tau = \alpha \frac{V_{Tank}}{\dot{V}_B} \quad (8.5)$$

Die erwartete Abhängigkeit der Einstellzeit  $\tau$  (siehe Tabelle 8.4) von der Löslichkeit  $\alpha$  nach Gleichung 8.5 ist klar zu erkennen. Die Tracer mit der größeren Löslichkeit haben die größere Einstellzeit. Absolut ist das Ergebniss der Einstellzeit für Hexafluorbenzol zu groß, was auch zu erwarten ist, da diese Gleichung nur im dem Grenzfall gilt, in dem alle Blasen gesättigt sind. Ist dies nicht der Fall wird effektiv weniger von dem Tracer aus dem Wasser getragen, was einer größeren Einstellzeit gleich kommt. Für 1,4-Difluorbenzol stimmt das Ergebnis im Fehler mit der theoretischen Vorhersage überein. Das Ergebnisse für Phenylacetylen ist noch mit dem Fehler verträglich. Nach Gleichung 2.15 ergeben sich für die Transfervgeschwindigkeiten für die Tracer die in Tabelle 8.3 aufgeführten Werte.

Um im Grenzfall kleiner Löslichkeiten die Transfergeschwindigkeit nach Gleichung 2.16 ermitteln zu können werden die Transfergeschwindigkeiten  $k_B(r)$  in Abhängigkeit der Blasengröße benötigt. Diese Radiusabhängigkeit wird aus den Messungen von Maiß [24] für Methan übernommen. Dabei wurde als Abhängigkeit der Transfergeschwindigkeit vom Radius folgende Beziehung angenommen:

$$k_{Methan}(r) = \begin{cases} 7.2 r^{+1.71} 10^{-2} \frac{\text{cm}}{\text{s}} & r < 766 \mu\text{m} \\ 3.9 r^{-0.63} 10^{-2} \frac{\text{cm}}{\text{s}} & r > 766 \mu\text{m} \end{cases} \quad (8.6)$$

Um diese mit den benutzten Tracern vergleichen zu können muss mit Hilfe der Diffusionskonstanten korrigiert werden. Dazu wird sich Gleichung (2.7) bedient. Es wird angenommen, dass keine Oberflächenfilme vorhanden sind:

$$\frac{k_{Tracer}}{k_{Methan}} = \left( \frac{D_{Tracer}}{D_{Methan}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (8.7)$$

In Analogie zu Gleichung 8.2 wird die gesamte blaseninduzierte Transfergeschwindigkeit nach Gleichung 2.16 extrapoliert:

$$k_{B,tot} = \Delta h \sum_{r,i} 4\pi r^2 \Psi_i(r) k_B(r) \quad (8.8)$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 8.3 aufgeführt. Das Verhältnis von Wasseroberfläche zu Blasenoberfläche  $\gamma$  beträgt

$$\gamma = 38.1$$

Stoff	$\bar{k}_B[\text{cm}/\text{min}]$ $\alpha \rightarrow \infty$	$\bar{k}_B[\text{cm}/\text{min}]$ $\alpha \rightarrow 0$	$\alpha_{lit}$
Hexafluorbenzol	$7.200 \pm 3.600$	$153 \pm 8$	$0.10 \pm 0.05$
1,4-Difluorbenzol	$0.230 \pm 0.115$	$146 \pm 7$	$3.2 \pm 1.6$
Phenylacetylen	$0.053 \pm 0.0027$	$154 \pm 8$	$13.7 \pm 6.9$

**Tabelle 8.3:** Transfergeschwindigkeiten in den Grenzfällen  $\alpha \rightarrow \infty$  und  $\alpha \rightarrow 0$ . Die Fehler ergeben sich im ersten Grenzfall aus den Unsicherheiten in den Löslichkeiten. Im zweiten Grenzfall ergibt sich der Fehler aus der Unsicherheit der radiusabhängigen Transfergeschwindigkeiten von Methan, die mit 5% angenommen wird.

Stoff	$\tau_{exp}[\text{s}]$	$\tau_{theo,min}[\text{s}]$	$\alpha_{lit}$
Hexafluorbenzol	$9500 \pm 30$	$300 \pm 150$	$0.10 \pm 0.05$
1,4-Difluorbenzol	$13900 \pm 30$	$10000 \pm 5000$	$3.2 \pm 1.6$
Phenylacetylen	$21300 \pm 70$	$43000 \pm 21500$	$13.7 \pm 6.9$

**Tabelle 8.4:** Vergleich der gemessenen und theoretischen Einstellzeiten der Gaskonzentrationen. Die großen Fehler der theoretischen Transfergeschwindigkeiten ergeben sich aus den schlecht bekannten Löslichkeiten und deren Temperaturabhängigkeit



## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde ein Tank aufgebaut, der es ermöglicht eine Blasenverteilung räumlich aufgelöst zu vermessen. Zeitgleich kann die Konzentration von zugegebenen Tracern bestimmt werden. Dabei ist es möglich eine Vielzahl verschiedener Tracer einzusetzen, da beim Aufbau des Tanks auf chemische Resistenz der eingesetzten Komponenten geachtet wurde. Der bildgebende Aufbau zur Vermessung der Blasenverteilung wurde gegenüber dem Aufbau von Geißler [12] im Umfang der messbaren Radien verbessert (siehe Abschnitt 5.5). Dies wurde durch den Einsatz einer Kamera mit höherer Auflösung sowie durch Weiterentwicklung der Auswertelgorithmen erreicht. Verschiedene Algorithmen zur Bestimmung der Blasenverteilung wurden konzipiert, implementiert und verglichen (siehe Abschnitt 6.4).

Ein Pilotexperiment wurde durchgeführt, bei dem ein Profil der Blasenverteilung und der zeitliche Verlauf von drei Tracern (Hexafluorbenzol, 1,4-Difluorbenzol und Phenylacetylen) gemessen wurde. Der Wert des eingestellten Volumenstroms  $\dot{V}_B$  unterlag im ersten Experiment einem Fehler, der aber anschließend korrigiert werden konnte. Die Ergebnisse des Experiments zeigen die erwarteten theoretischen Abhängigkeit von der Löslichkeit (siehe Abschnitt 8).

### 9.1 Ausblick

In folgenden systematischen Messungen soll zusätzlich die luftseitige Gaskonzentration mittels IR-Absorptions-Spektroskopie sowie der Volumenstrom durch die Wasseroberfläche mittels des getesteten Aufbaus bestimmt werden. Damit kann die Genauigkeit der Gasaustauschmessungen durch eine weitere Massenbilanz gesteigert werden. Um den Einfluss von Oberflächenfilmen zu untersuchen soll ein in Entwicklung befindlicher Aufbau zur Bestimmung der dynamischen Oberflächenspannung integriert werden.



# Literaturverzeichnis

- [1] Lineare regressionsanalyse. *Statistisches Methodenbuch*, pages 105–148, 2006.
- [2] S. Baldy and M. Bourguel. Bubbles between the wave trough and wave crest levels. *J. Geophys. Res.*, 92(C3):2919–2929, 1987.
- [3] G. Balschbach. Verschiedene Verfahren zur Visualisierung und Größenbestimmung von Gasblasen in Wasser. Diplomarbeit, Institut für Umweltphysik, Fakultät für Physik und Astronomie, Univ. Heidelberg, 1994.
- [4] W. Beitz and K.-H. Küttner, editors. *Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer, 1995.
- [5] M. J. Buckingham, J. R. Potter, and C. L. Epifanio. Seeing underwater with background noise. *Scientific American*, 274(2):86–90, February 1996.
- [6] G. E. Davis. Scattering of light by an air bubble in water. *JOSA*, 45(7):572–581, July 1955.
- [7] G. B. Deane. Sound generation and air entrainment by breaking waves in the surf zone. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102(5):2671–2689, 1997.
- [8] K. Degreif. *Untersuchungen zum Gasaustausch - Entwicklung und Applikation eines zeitlich aufgelösten Massenbilanzverfahrens*. Dissertation, Institut für Umweltphysik, Fakultät für Physik und Astronomie, Univ. Heidelberg, 2006.
- [9] M. A. Donelan and R. Wanninkhof. Gas transfer at water surfaces - concepts and issues. In M. A. Donelan, W. M. Drennan, E. S. Saltzman, and R. Wanninkhof, editors, *Gas Transfer at Water Surfaces*. American Geophysical Union, 2002.
- [10] D. M. Farmer, S. Vagle, and D. Booth. A free-flooding acoustical resonator for measurement of bubble size distributions. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 15:1132–1146, 1998.
- [11] W. Gander, G. H. Golub, and R. Strebler. Least-squares fitting of circles and ellipses. *BIT Numerical Mathematics*, 34(4):558–578, Dec. 1994.
- [12] P. Geißler. *Depth-from-Focus zur Messung der Größenverteilung durch Wellenbrechen erzeugter Blasenpopulationen*. Dissertation, IWR, Fakultät für Physik und Astronomie, Univ. Heidelberg, 1998.

- [13] P. Geißler and B. Jähne. Depth-from-focus zur Bestimmung der Konzentration und Größe von Gasblasen. In S. J. Pöpl and H. Handels, editors, *Proc. 15. DAGM-Symposium Mustererkennung*, pages 560–567, Berlin, 1993. DAGM, Springer. DAGM award.
- [14] L. Han and Y. Yuan. Bubble size distribution in surface wave breaking entraining process. *Science in China Series D: Earth Sciences*, 50(11):1754–1760, 2007.
- [15] M. Honkanen, P. Saarenrinne, T. Stoor, and J. Niinimäki. Recognition of highly overlapping ellipse-like bubble images. *Measurement Science and Technology*, 16(9):1760–1770, September 2005.
- [16] B. Jähne. *Zur Parametrisierung des Gasaustauschs mit Hilfe von Laborexperimenten*. Dissertation, Institut für Umweltphysik, Fakultät für Physik und Astronomie, Univ. Heidelberg, 1980. IUP D-145.
- [17] B. Jähne. *Digitale Bildverarbeitung*. Springer, Berlin, 6 edition, 2005.
- [18] B. Jähne. Air-sea gas exchange. In J. H. Steele, K. K. Turekian, and S. A. Thorpe, editors, *Encyclopedia Ocean Sciences*, pages 3434–3444. Elsevier, 2009. invited.
- [19] B. Jähne, T. Wais, and M. Barabas. A new optical bubble measuring device; a simple model for bubble contribution to gas exchange. In W. Brutsaert and G. H. Jirka, editors, *Gas transfer at water surfaces*, pages 237–246, Hingham, MA, 1984. Reidel.
- [20] R. F. Keeling. On the role of large bubbles in air-sea gas exchange and supersaturation in the ocean. *Journal of Marine Research*, 51:237–271, 1993.
- [21] M. Koga. Bubble entrainment in breaking wind waves. *Tellus*, 34:481–489, 1982.
- [22] P. S. Liss and R. A. Duce. *The sea surface and global change*. Cambridge Univ Press, 1997.
- [23] M. R. Loewen and W. K. Melville. Microwave backscatter and acoustic radiation from breaking waves. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 224(-1):601–623, 1991.
- [24] M. Maiß. Modelluntersuchung zum Einfluss von Blasen auf den Gasaustausch zwischen Atmosphäre und Meer. Diplomarbeit, Institut für Umweltphysik, Fakultät für Physik und Astronomie, Univ. Heidelberg, 1986. IUP D-215.
- [25] D. W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11(2):431–441, 1963.
- [26] L. Merlivat and L. Memery. Gas exchange across an air-water interface: experimental results and modeling of bubble contribution to transfer. *Journal of Geophysical Research*, 88:707–724, Feb. 1983.
- [27] D. Meschede, editor. *Gerthsen Physik*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 23th edition, 2006.
-

- 
- [28] E. C. Monahan and M. Lu. Acoustically relevant bubble assemblages and their dependence on meteorological parameters. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 15(4):340–349, 1990.
- [29] R. Nielsen. *Gasaustausch - Entwicklung und Ergebnis eines schnellen Massenbilanzverfahrens zur Messung der Austauschparameter*. Dissertation, Institut für Umweltphysik, Fakultät für Physik und Astronomie, Univ. Heidelberg, 2004.
- [30] M. Raffel, C. E. Willert, and J. Kompenhans. *Particle image velocimetry*. Springer, Berlin ; Heidelberg [u.a.], 1998.
- [31] R. Rocholz. *Spatiotemporal Measurement of Short Wind-Driven Water Waves*. Dissertation, Institut für Umweltphysik, Fakultät für Physik und Astronomie, Univ. Heidelberg, 2008.
- [32] G. Rojas and M. R. Loewen. Fiber-optic probe measurements of void fraction and bubble size distributions beneath breaking waves. *Experiments in Fluids*, 43:895–906, 2007.
- [33] L.-A. von Busse. Untersuchungen zur Messung des Gasflusses durch Blasen an der Wasser-Luft-Grenzfläche unter Einsatz bildverarbeitender Methoden. Diploma thesis, University of Heidelberg, 1997.
- [34] D. Woolf, I. Leifer, P. Nightingale, T. Rhee, P. Bowyer, G. Caulliez, G. de Leeuw, S. Larsen, M. Liddicoat, J. Baker, and M. Andreae. Modelling of bubble-mediated gas transfer: Fundamental principles and a laboratory test. *Journal of Marine Systems*, 66:71–91, 2007.
-



## Abschätzung der Belastungen des Tanks

Im Vorfeld der Konstruktion des Tanks wurden die zu erwartenden Belastungen auf die Scheiben des Tanks abgeschätzt. Hierzu wurde sich der Plattentheorie bedient, die folgende Differentialgleichung zur Beschreibung einer belasteten Platte ableitet [4]:

$$\Delta\Delta u(x, y) = \frac{p(x, y)}{E \frac{h^3}{12(1-\nu^2)}} \quad (.1)$$

$u(x, y)$ : Auslenkung der Platte

$p(x, y)$ : Druck auf die Platte

$h$ : Dicke der Platte

$E$ : Elastizitätsmodul der Platte

$\nu$ : Poissonzahl der Platte

Diese DGL wurde numerisch gelöst<sup>1</sup>, wobei als Randbedingung angenommen wurde, dass  $u(x, y)$  auf dem Rand der Platte 0 ist. Die Werte für  $E = 64 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  und  $\nu = 0.2$  wurden dem Datenblatt entnommen. Als Belastung  $p(x, y)$  wurde der hydrostatische Druck des Wassers eingesetzt.

Die für die Dimensionierung der Glasplatten wichtige Größe ist die entstehende Spannung in der Platte. Diese ergibt sich zu [4]:

$$\sigma_x = -\frac{Eh}{2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\sigma_y = -\frac{Eh}{2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)$$

Die Ergebnisse für eine Breite der Frontscheibe von 700 mm sind in Tabelle 9.1 zu sehen. Es wurde sich für die Tiefe von 1300mm bei einer Glasdicke von 16 mm entschieden. Die maximal zulässige Spannung von 25 MPa wurde als Sicherheitsreserve bewusst unterschritten.

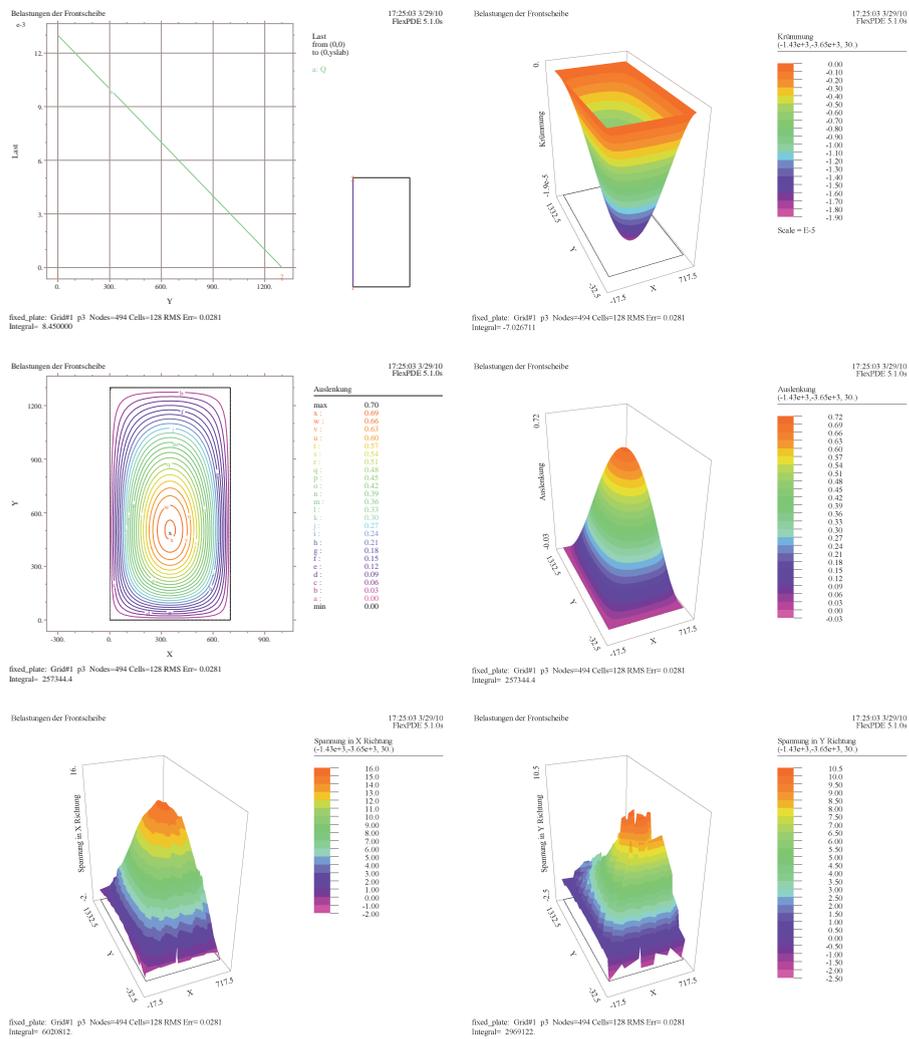
$\sigma$ [MPa]	Höhe [mm]	1000	1100	1200	1300	1400
Glasdicke h [mm]						
15		10.2	12.5	15	17.5	20
16		9	11	13.2	15.3	17.6
18		7	8.7	10.5	12.1	14
19		6.4	7.6	9.4	11	12.5
20		5.7	7	8.5	9.8	11.2

**Tabelle .1:** Spannungen in der Platte bei einer Breite von 700mm. Die Belastungsgrenze liegt bei 25 MPa.

In Abbildung .1 sind weitere Größen, wie Auslenkung  $u(x, y)$  und Krümmung, für die Breite von 700 mm illustriert.

Da die Ausdehnungen der übrigen Scheiben geringer ist, als die der Frontscheiben, reicht die

<sup>1</sup>zur Lösung der Gleichung wurde die Software FlexPDE 6<sup>®</sup> verwendet



**Abbildung .1:** Berechnungen für eine Scheibe mit den Maßen 1300 mm x 700 mm x 16 mm

bestimmte Glasdicke für diese auch aus, da in kleineren Platten auch geringere Spannungen entstehen.

Erklärung:

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, 14.04.2010