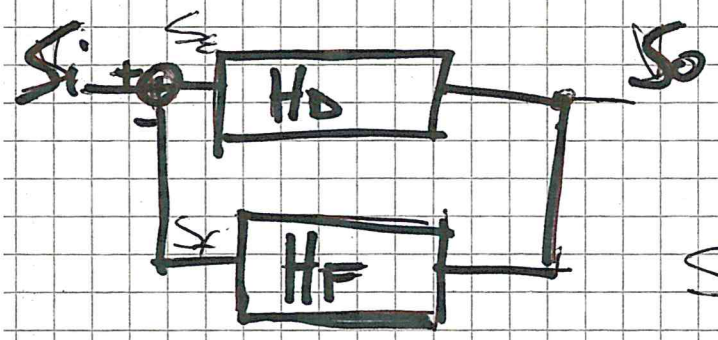
- COMPLEMENTI DI ELETTRONICA -

- Sistemi RETROAZIONATI -



S_ε segnale errore

$$S_o = S_\varepsilon H_D \quad (1)$$

Ma $S_\varepsilon = S_i - S_f$ e $S_f = S_o H_f$

$$\Rightarrow S_\varepsilon = S_i - S_o H_f$$

Prendo l'espressione (1) $\quad S_o = (S_i - S_o H_f) H_D$

$$S_o = S_i H_D - S_o H_D H_f$$

$$S_o + S_o H_D H_f = S_i H_D$$

$$S_o (1 + H_D H_f) = S_i H_D \Rightarrow S_o = \frac{S_i H_D}{1 + H_D H_f}$$

$$\boxed{\frac{S_o}{S_i} = \frac{H_D}{1 \mp H_D H_f}}$$

+ nel caso la retroazione sia negativa nel nodo sommatore e −, quando la ret. è positiva.

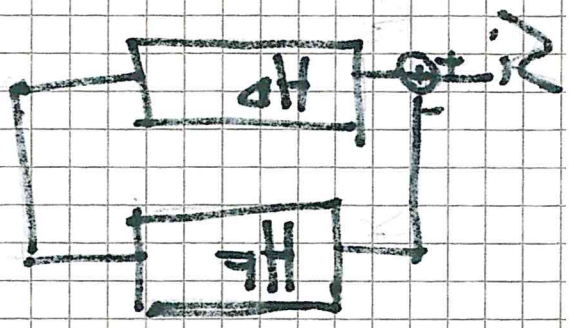
- Posso trovare anche $\frac{S_\varepsilon}{S_i}$

$$S_\varepsilon = \frac{S_o}{H_D} \Rightarrow \frac{S_\varepsilon}{S_i} = \frac{1}{1 \mp H_D H_f}$$

- Oppure $\frac{S_f}{S_i}$ $\quad S_f = S_o \cdot H_f$

$$\Rightarrow \frac{S_f}{S_i} = \frac{H_D H_f}{1 \mp H_D H_f}$$

2



Se $H_D \gg 1$

$$\frac{H_D}{1+H_F H_D} \rightsquigarrow \frac{1}{H_F}$$

Poi $$\frac{S_\varepsilon}{S_i} = \frac{1}{1+H_D H_F} \rightsquigarrow 0$$

Poi $$\frac{S_F}{S_i} = \frac{H_F H_D}{1+H_F H_D} \rightsquigarrow 1$$

Se $S_\varepsilon = 0 \Rightarrow V^+ = V^-$ impone il cortocircuito virtuale.

Elimina la sensibilità ad H_D, ma solo H_F.

- Per valutare effettivamente la desensibilizzazione è possibile guardare la derivata rispetto ∂H_d, cioè: $\frac{\partial H}{\partial H_d}$

$$H = \frac{H_D}{1+H_D H_F} \qquad \frac{\partial H}{\partial H_D} = \frac{1+H_D H_F - H_D(H_F)}{(1+H_D H_F)^2} = \frac{1}{(1+H_D H_F)^2}$$

$$\partial H = \frac{1}{(1+H_D H_F)^2} \cdot \partial H_D$$

Oppure può anche essere visto con

$\frac{\partial H}{H}$ cioè, quanto varia H alle variazioni di ∂H.

$$\frac{\partial H}{H} = \frac{1}{(1+H_D H_F)^{\cancel{2}}} \cdot \frac{1+H_D H_F}{H_D} \partial H_d = \frac{\partial H_d}{H_D} \cdot \frac{1}{1+H_D H_F}$$

Una variazione di H, si riporta su H come una variazione di H_D si riporta su H_D ma scalata di $\frac{1}{1+H_D H_F}$.

Distorsione:

Un segnale $S_1(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$ monocromatico in ingresso attraverso un segnale policromatico in uscita. ~~$S_2(t) = A'\cos\varphi$~~

Per non avere distorsione $S_2(t) = A'\cos(\omega_0 t + \varphi')$ cioè solo una variazione di fase e di ampiezza.

Una caratteristica I/O data da una retta, sarà non distorcente.

Se la caratt. è lineare a tratti, la retroazione con H_0 molto elevato tende a "mascherare" la caratt. lineare a tratti.

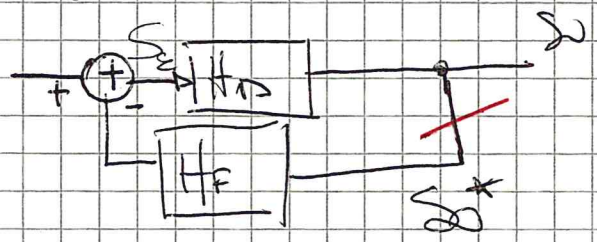
La dipendenza dell'ingresso e dell'uscita dal carico influenza i blocchi

Per verificare se c'è la retroazione, si applica un segnale forzante sul punto di riposo in uscita. Se non c'è variazione in ingresso allora non c'è retroazione.

Ci sono metodi per trovare i blocchi funzionali, comunque approssimati

① Si effettuano dei tagli

- Taglio la retroazione e ottengo H_D



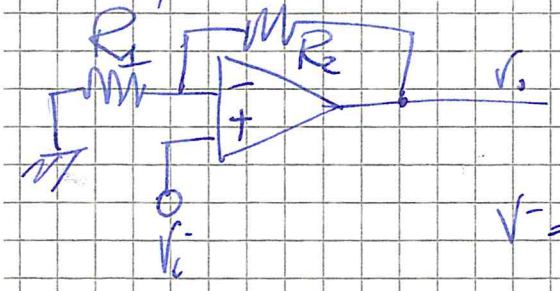
$$H_D = \frac{S_o}{S_i}\Big|_{S_o^*=0} \qquad H_F = \frac{S_\varepsilon}{S_o^*}\Big|_{S_i=0}$$

Se c'è dipendenza da Z_i e Z_o, allora si usano quelle del punto di riposo. I blocchi saranno in funzione di questi parametri.

Ad esempio, con una rete resistiva, $Z_x = \frac{\Delta V_x}{\Delta I_x}$ cioè lavoro a le variazioni, perciò si annullano gli ingressi costanti.

Se non è lineare, bisogna sempre lavorare alle variazioni, ma $\Delta V_{in} \ll 1$

Esempio con OA non invertente



Sovrapp.

$$V_o = A_o(V^+ - V^-)$$

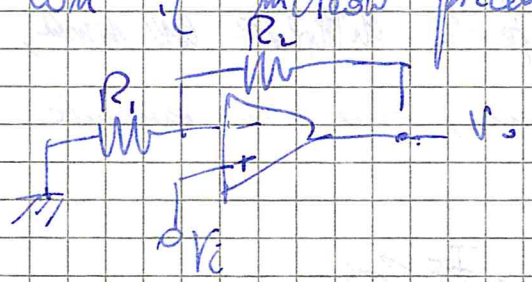
$$V^- = V_o \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2} \qquad V^+ = V_i$$

$$V_o = -A_o V_o \frac{R_1}{R_1+R_2} + A_o V_i \qquad V_o\left(1 + A_o \frac{R_1}{R_1+R_2}\right) = A_o V_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A_o}{1 + A\frac{R_1}{R_1+R_2}} = \frac{A_o}{\frac{R_1+R_2+A_oR_1}{R_1+R_2}} = \frac{A_o(R_1+R_2)}{R_1+R_2+A_oR_1} = \frac{R_1+R_2}{\frac{R_1+R_2}{A_o}+R_1}$$

Se $A_o \to \infty \Rightarrow \frac{R_1+R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

- Con il metodo precedente



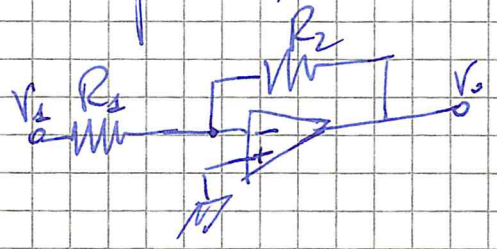
$$H_D = \frac{V_o}{V_i}\Big|_{V_i^*=0} = A_o$$

$$H_F = \frac{V_E}{V_o}\Big|_{V_i=0} = \frac{V^-}{V_o}\Big|_{V_i=0} = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$\Rightarrow H = \frac{H_E}{1+H_DH_F} = \frac{A_o}{1+A_o\frac{R_1}{R_1+R_2}} = \frac{A_o\,R_1+R_2}{R_1+R_2+A_oR_1} = \frac{R_1+R_2}{\frac{R_1+R_2}{A_o}+R_1}$$

$$H = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Esempio 2, OA invertente



$$V^- = \frac{-V_o}{A_o} = V_1\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right) + V_o\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)$$

$$-V_o = A_o V_1\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right) + A_o V_o\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)$$

$$V_o\left(1 + A_o\frac{R_1}{R_1+R_2}\right) = V_1\left(-A_o\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)$$

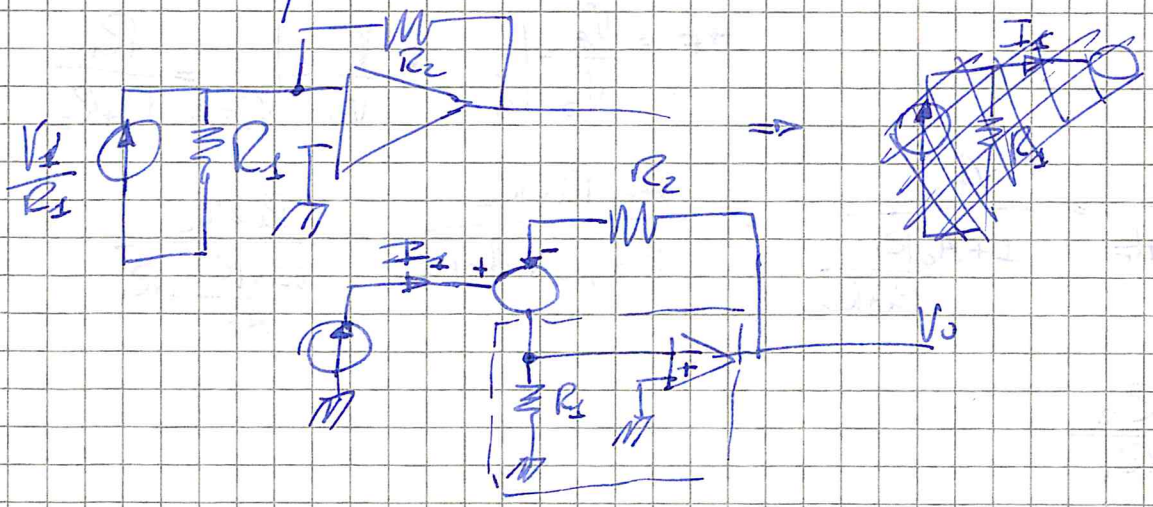
$$\frac{V_o}{V_1} = \frac{-A_o\frac{R_2}{R_1+R_2}}{1+A_o\frac{R_1}{R_1+R_2}} = \frac{-A_o R_2}{R_1+R_2+A_o R_1} = \frac{-R_2}{\frac{R_2+R_1}{A_o}+R_1}$$

$$\frac{V_o}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

- Con metodo a tagli

Dato che l'amplificatore differenziale fa la differenza con massa, la sottrazione non avviene in tensione, ma in corrente.

Diventa quindi



Cerchiamo $H = \frac{V_o}{V_i}$; Dopo la semplificazione troviamo $H' = \frac{V_o}{I_1}$

e $H = \frac{H'}{R_1}$ perché $V_1 = I_1 R_1$

Sarà quindi $H_D = \frac{V_o}{I_1}\Big|_{V_o^* = 0} = -A_o \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

perché l'OA sul V^- guadagna $-A_o$, perché $V^+ = 0$.
Poi la tensione V^- risulta essere $I_1 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ cioè il parallelo tra le due resistenze. Infatti la corrente entra nel nodo sottrattore, perciò risulta uscente.

$H_F = \frac{I_E}{V_o^*}\Big|_{I_1 = 0} =$

La i_E è la corrente dopo il nodo sommatore.

$I_E = -I_{R_2}$ $\quad V_o^* = -I_E R_2$

Essendo con $-$, perciò risulta essere la stessa di R_2, ma con il segno invertito per il $-$.

$H_F = \frac{I_E}{-I_E R_2} = -\frac{1}{R_2}$

$$H' = \frac{-A_o \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{1 + \left(+A_o \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot \left(+\frac{1}{R_2}\right)} = \frac{-R_1 R_2}{\frac{R_1 + R_2}{A_o} + R_1}$$

$$\Rightarrow H = -\frac{R_2}{\frac{R_1 + R_2}{A_o} + R_1} \rightsquigarrow -\frac{R_2}{R_1}$$

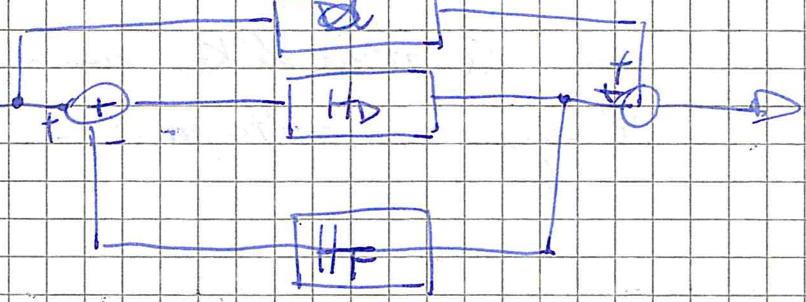
Queste impedenze sono valutate sul punto di riposo.
Quando non è ideale l'OA, una variazione di impedenza in uscita cioè del carico, influisce anche sul segnale in ingresso. Non c'è univocità tra ingresso e uscita. Questo è dovuto alle impedenze di uscita dell'OA.

Si affronta poi il problema della bilateralità dei componenti elettronici.

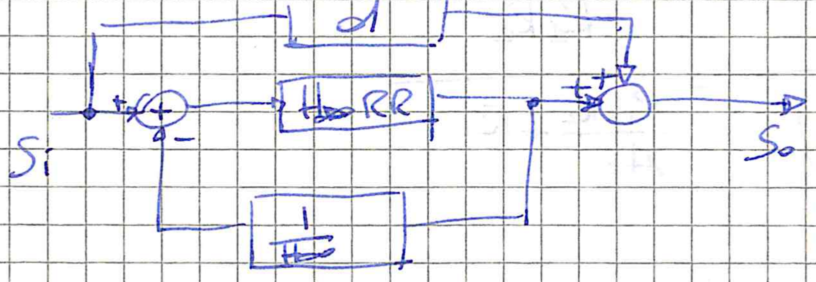
Ad esempio

R_F posiziona il punto di riposo. L'uscita è variata non solo dal blocco H_B cioè il transistor, ma anche bypassandolo tramite R_F.

Per tenerne conto si utilizza uno schema detto "METODO RETURN RATIO" (RR)



Viene poi cambiata denominazione e quindi



Dove $H_\infty RR = H_D$

$\frac{1}{H_\infty} = H_F$

$H_D H_F = RR$

Calcoliamo quindi i blocchi e la funzione di trasferimento.

$S_o = S_i \cdot d + S_i \cdot H_\infty RR - S_o \cdot RR$

$S_o(1 + RR) = S_i(d + H_\infty RR)$

$$\frac{S_o}{S_i} = \frac{d + H_\infty RR}{1 + RR} = \frac{d}{1+RR} + \frac{H_\infty RR}{1+RR}$$

Distinguiamo due casi: $RR > 1$ e $RR < 1$

$RR \gg 1$ $\quad \frac{H_\infty RR}{1+RR} + \frac{1}{1+RR} d \quad \frac{H_\infty}{\frac{1}{RR}+1} = H_\infty$

$RR \ll 1$ $\quad \frac{H_\infty RR}{1+RR} + \frac{1}{1+RR} d \simeq d$

$H_\infty = \frac{S_o}{S_i}\Big|_{RR \gg 1} \qquad d = \frac{S_o}{S_i}\Big|_{RR \ll 1}$

Poi, se $RR \gg 1$, $\frac{1}{1+RR} d$ è trascurabile $\Rightarrow H = \frac{H_\infty RR}{1+RR}$

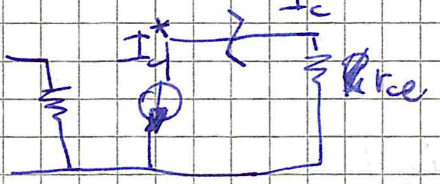
$RR = H_D H_F \qquad H_\infty = \frac{1}{H_F} \Rightarrow H = \frac{H_D}{1+H_D H_F}$

• REGOLE ENUNCIATE MA DIMOSTRABILI

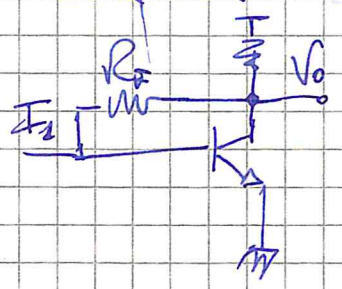
$H_\infty = \frac{S_o}{S_i}$ con guadagno sorgenti dipendenti infinito (diventa prevalente (cioè d diventa ininfluente) ≈ ~~...~~ (con $A_0 \to \infty$ le funz era $\frac{1}{H_F}$, cioè H_∞)

$d = \frac{S_o}{S_i}$ con guadagno sorg. dipendenti nullo ("*")

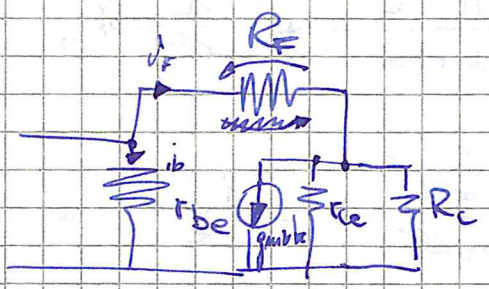
R.R = • Si annullano sorgenti indipendenti (cortocirc. ingr. e mono se tensione, è aperto se corrente)
• si effettua un taglio in corrispondenza dell'uscita del gen dipendente
• Si calcola il guadagno a cavallo del taglio.



Esempio 1



Piccoli segnali $\Rightarrow$



$$H_\infty = \left.\frac{V_0}{i_i}\right|_{g_m=\infty}$$

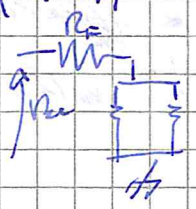
Se $g_m = \infty \Rightarrow V_i \simeq 0$ e $v_{be} = 0 \Rightarrow$

$$i_i = -\frac{V_0}{R_F} \Rightarrow H_\infty = \frac{V_0}{-\frac{V_0}{R_F}} = -R_F$$

$$\alpha = \left.\frac{V_0}{i_i}\right|_{g_m=0}$$

$v_{be} = i_b r_{be}$ $\quad i_b = (i_i - i_F)$ $\quad v_{be} = (i_i - i_F) r_{be}$

Dato $g_m v_{be} = 0$



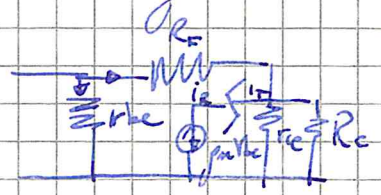
$v_{be} = i_F (R_F + R_o)$ $\quad R_o = r_{ce} \parallel R_c$

$(i_i - i_F) r_{be} = i_F (R_F + R_o)$ $\quad i_i r_{be} = i_F (R_F + R_o + r_{be}) = \frac{V_0}{R_o}(R_F + R_o + r_{be})$

$i_F = \frac{V_0}{R_o}$ $\quad i_i = \frac{V_0}{R_o r_{be}}(R_F + R_o + r_{be})$

$$\alpha = \frac{R_o r_{be}}{R_F + R_o + r_{be}}$$

R.R. Applico il teorema



$$R.R. = \left.\frac{i_R}{i_T}\right|_{i_1=0}$$

$i_R = g_m v_{be}$ $\quad v_{be} = \frac{i_R}{g_m}$ $\quad i_{be} = \frac{v_{be}}{r_{be}} = \frac{i_R}{g_m r_{be}}$ $\quad i_{be} = -i_F$

Partitore di corrente $\quad i_{be} = i_T \cdot \frac{R_o}{R_o + R_F + r_{be}}$ $\quad i_R = g_m r_{be} \cdot i_{be}$

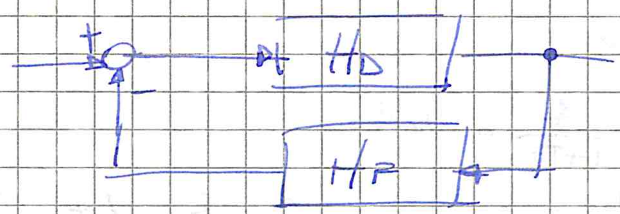
$i_R = i_T \frac{R_o g_m r_{be}}{R_o + R_F + r_{be}}$ $\quad R.R. = \frac{g_m r_{be} R_o}{R_o + R_F + r_{be}}$

$$\frac{V_o}{i_i} = \frac{H_\infty RR}{1+RR} + \frac{d}{1+RR} \sim \frac{H_\infty RR}{1+RR} = \frac{\dfrac{-R_F\, g_m r_{be} R_o}{R_o+R_F+r_{be}}}{\dfrac{R_o+R_F+r_{be}+g_m r_{be} R_o}{R_o+R_F+r_{be}}}$$

$$= \frac{-R_F}{1+\dfrac{R_o+R_F+r_{be}}{g_m r_{be} R_o}}$$

Il metodo del return ratio può essere utilizzato quando la dipendenza dalle impedenze in e out è poco accentuata e poco rilevante. Resta comunque quindi il problema. L'uso quando il segnale in uscita entra nella con altri modi in uscita.

- Larghezza di banda e retroazione, effetti dinamici della retroazione



Immaginiamo in questo momento H_F reale e H_D contenente la parte reattiva. Questo perché vogliamo valutare come influenza la limitatezza in freq di H_D.

$$H_D = \frac{H_D}{1+\frac{jw}{w_0}} = \frac{H_D}{1+\frac{jf}{f_0}} = H_D(w)$$

$$H = \frac{\dfrac{A_0}{1+\frac{jw}{w_0}}}{1+\dfrac{A_0 H_F}{1+\frac{jw}{w_0}}} = \frac{A_0}{1+\frac{jw}{w_0}+A_0 H_F} = \frac{A_0}{(1+A_0H_F)+\frac{jw}{w_0}} = \frac{A_0}{1+A_0H_F}\cdot\frac{1}{1+\frac{jw}{w_0(1+A_0H_F)}}$$

w_0'

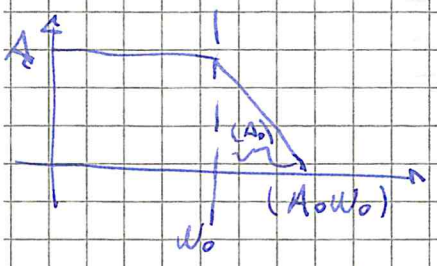
$w_0' = w_0(1+A_0H_F)$ In un sistema retroazionato la banda aumenta

GBP o GPW Prodotto larghezza di banda e guadagno.

$$|H| = \frac{A_0}{\sqrt{1+\left(\frac{w'}{w_0}\right)^2}} = 1 \Rightarrow A_0 = \sqrt{1+\left(\frac{w'}{w_0}\right)^2} \rightsquigarrow A_0 = \frac{w'}{w_0} \quad A_0 w_0 = w'$$

Variando il guadagno A_0 di H (cioè e più retroaz.) il prodotto con la sua banda resta costante

Graficamente



Devo scendere da A_0 fino 0dB con pendenza 1 perché traslo di A_0. Essendo in logaritmi

$$\log(A_0) + \log(\omega_0) = \log(A_0\omega_0)$$

Oppure

$$|A(j\omega)| = \frac{A_0}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = 1 \qquad |A(j\omega)|_{dB} = 0 = A_0\,dB - 20\log\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_0}}$$

$$\simeq A_0\,dB - 20\log\omega + 20\log\omega_0 = 0$$

$$20\log\omega_0 = 20\log(A_0\omega_0) \qquad \underline{\omega = A_0\omega_0}$$

È detto TRADE OFF

$GBW = \omega_0 A_0$ prima della retroazione

$= \omega_0' \frac{A_0}{1+T_0}$ dopo retroaz $= (1+T_0)\omega_0 \cdot \frac{A_0}{1+T_0} = \omega_0 A_0$

$T(j\omega) = H_F A(j\omega)$

Questo det. il trade off.

Resta invariato comunque se fatt a 1 solo polo, altrimenti ci sono delle variazioni.

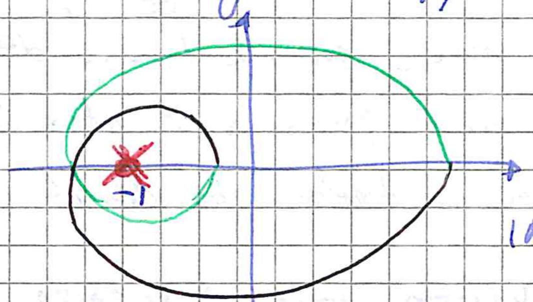
$T(\omega)$ si può ottenere shittando H_{TO}. Si alza l'asse delle ascisse traslandolo verso l'alto di $\frac{1}{H_F} = H_{FB}$ in dB, quindi la attenuazione è una divisione.

$T(\omega) = H_{TO}(\omega)\, H_F(\omega)$

Molto retroazionato shifta ~~molto~~ poco H_{TO} verso il basso (tipo buffer) e quindi H_F ~~grande~~ ~~grandissimo~~ grande

- STAB CON NYQUIST -

Il sist. è instabile quando nel diag. di Nyquist, T(ω) avvolge il punto (-1, 0)



Innanzitutto serve un numero di poli ≥ 3 (se parte reale neg.) per avere instabilità possibile.

Per valutare la stab. si può fare il margine di fase e di ampiezza.

$P.M. = 180 - arg(\omega^*)$ dove $\omega^* \to T(\omega^*) = 1$

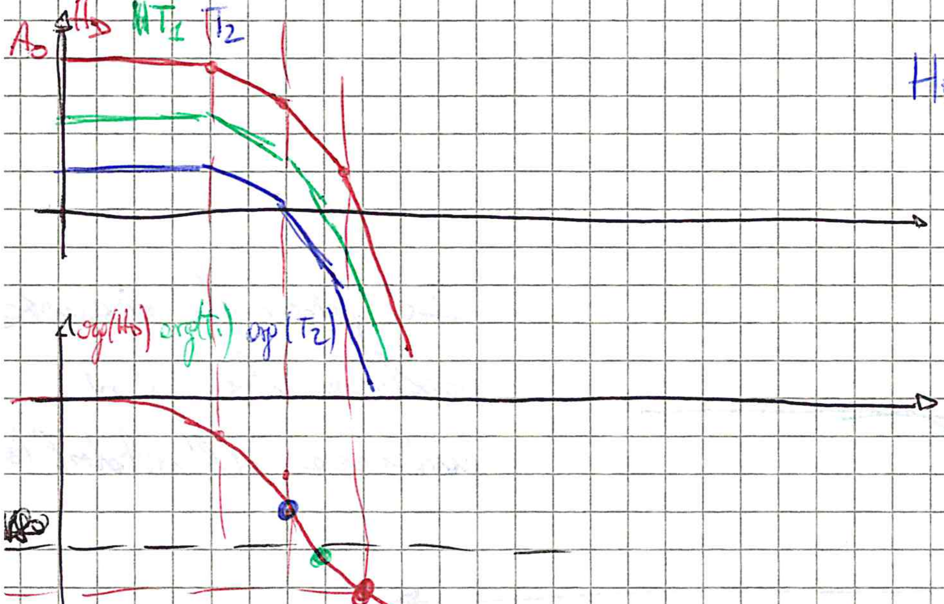
Il margine di ampiezza è la distanza dal punto -1 (se misurata negativa / in dB). $GM dB = 20 \log \frac{1}{T(\omega_{180})}$

≥1 non in dB

PM > 0° (60°) GM > 1 GM dB > 0 (10 dB)

le cond. per la stab (e un buon margine)

Con i diag di Bode si può visualizz. il marg. fase e ampiezz variando la retroazione



$H_F \;?\; H_F$

$\frac{1}{H_F} \;?\; \frac{1}{H_F}$

abbiamo di più il blu

STABILE

INSTABILE

INSTABILE, dominato o altro con zero.

Una retroazione molto accentuata può portare all'instabilità.

il buffer rischia molto l'instabilità!

La condizione più sfavorevole è $H_F = 1$.

* Trovo l'ore verso l'alto di $\frac{1}{H_F}$ quindi $-H_F$ dB. Ad esempio se $H_F = -\frac{1}{R_2}$ non è possibile fare in dB perché negativo, si usa il modulo ragionando prima sulla retroazione. Essendo una retroazione positiva, devo sempre trovare H_0 visto il bono, e quindi dare l'ore.

PIÙ È RETROAZIONATO, MENO SI ABBASSA $T(\omega)$, PERCIÒ $\frac{1}{H_F}$ PIÙ PICCOLO.

Passa basso canonico 2° ordine

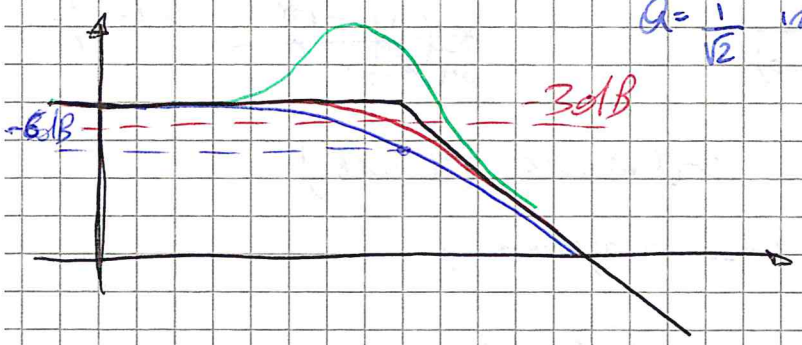
$$\frac{K\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

$Q = \frac{1}{2}$ reali coincidenti.

$Q < \frac{1}{2}$ reali distinti.

$Q > \frac{1}{2}$ ~~[illegible]~~ complessi coniugati.

$Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ in quadratura complessi.

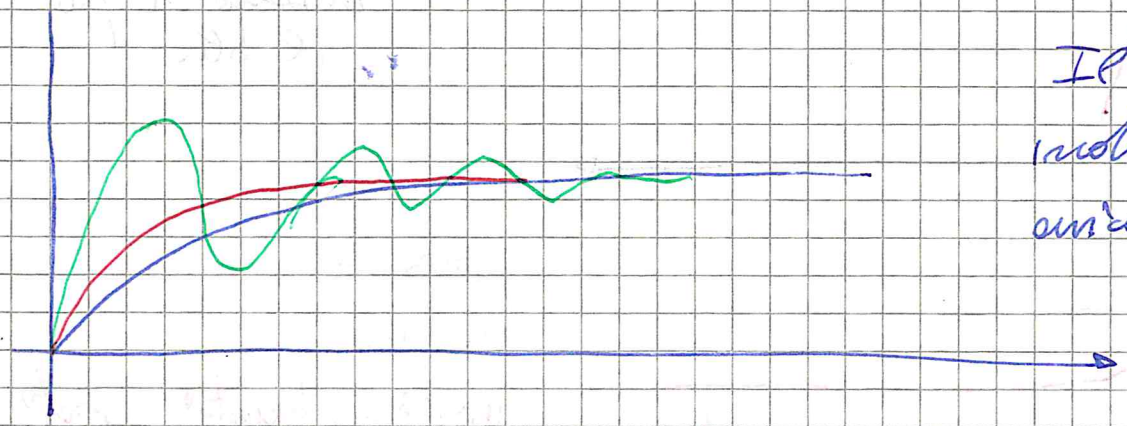


$Q = \frac{1}{2}$, poi si separano i poli

$Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ la risposta nel tempo minimo, senza picco di risonanza e sovraelongazione

$Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ Ci sono picchi di risonanza.

$$\omega_p = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$



Il picco di risonanza indica che ci si avvicina all'instabilità

Facciamo tre esempi con PM significativi.

PM 45°

$$H(\omega_0) = \frac{H_D(\omega_0)}{1+e^{-j135°}} = \frac{H_D}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}j} \simeq \frac{H_D}{0.3 - 0.7j}$$

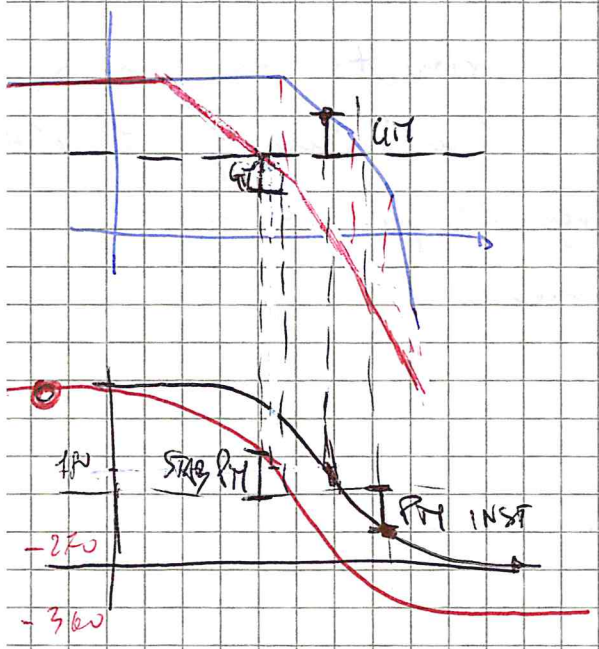
$|H(\omega_0)| = 1{,}3\, H_D$ Si ha sovraelongazione

PM 60° $|H(\omega_0)| = H_D$

PM 90° $|H(\omega_0)| = 0.7 H_D$

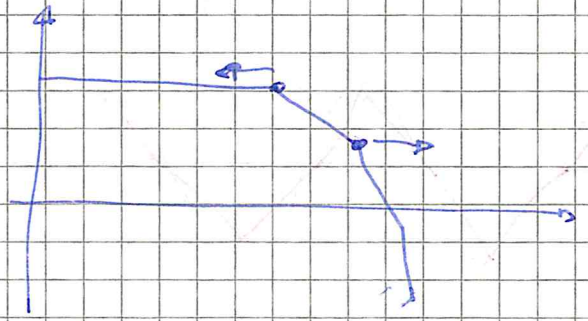
Si mette e^{180-PM} perché ha il modulo 1 e la fase corrisp. alla def di PM.

- COMPENSAZIONE
  - Polo dominante: Introduco un polo a frequenza più bassa del polo già più basso



- POLE SPLITTING

Si allontanano i poli più lenti tra loro

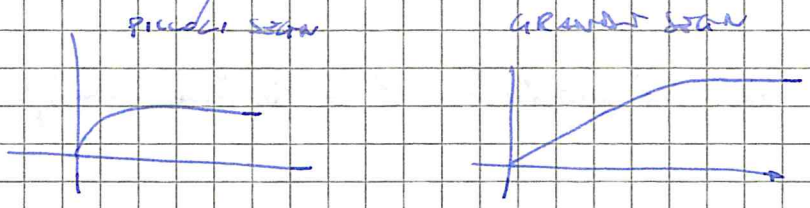


- SLEW RATE -

Assumiamo OA stabile e lo poniamo in buffer.

$\omega_0' = \omega_0(1 + A_0 H_F)$ $\qquad 2\pi\omega_0' = \frac{1}{\tau_0'}$ $\qquad \omega_0' = \frac{1}{2\pi\tau_0'}$

Se la limitazione di corrente in uscita risulta essere influente, la carica di un condensatore a corrente costante costituisce una rampa ~~lineare~~



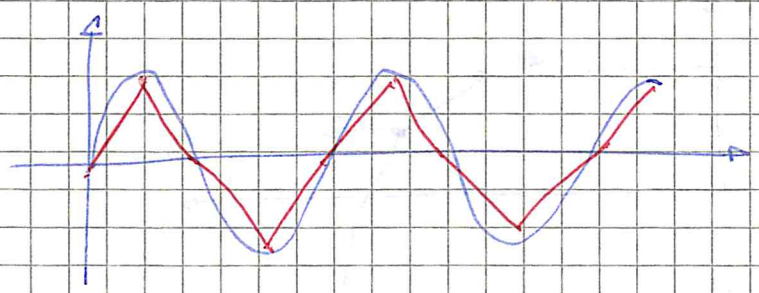
Questo fenomeno è detto slew rate [V/μs]

$$S.R. = \left.\frac{dV_0}{dt}\right|_{MAX} \quad \left[\frac{V}{\mu s}\right]$$

Se $V_0 = V_M \sin(\omega t)$ $\qquad \dot{V}_0 = V_M \omega \cos(\omega t)\big|_{MAX} = V_M \omega$

$SR \geq V_M \omega$ $\qquad \omega \leq \frac{SR}{V_M}$ $\qquad f = \frac{SR}{2\pi V_M}$ risulta essere una limitazione per l'utilizzo

Nel caso venga superato l'SR, non "segue" più il segnale e inizia a produrre rampe, perciò distorce



• Condizioni per avere circuiti instabili •

$$\frac{S_o}{S_i} = \frac{A}{1-\beta A}$$

Se $S_o \neq 0$ con $S_i = 0$ $\Rightarrow \frac{A}{1-\beta A} = \infty$

Si può ottenere con $\beta A = 1$

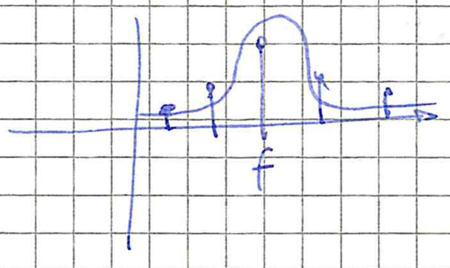
• CONDIZIONI DI BIRKHAUSEN (o BARKHAUSEN)

$A(j\omega)\beta(j\omega) = 1$

Guadagno ad anello $= 1$ e fase zero.

Facciamo ora l'ipotesi di A non lineare e non reattivo e β lineare e reattivo.

Essendo non lineare, crea armoniche. Queste sono filtrate dal filtro e poi non meno anche amplificate. ~~Pertanto~~ Ci sarà quindi l'armonica (una dello spettro creato) che sarà isolata e connessa poi nell'uscita e nell'ingresso per poi rientrare nel medesimo ciclo.



$A\beta(\omega_0) = 1$ eq caratteristica $= 0$

Il det della matrice caratteristica del sistema che risolve una determinata topologia (tipo eq. di Kirchhoff)

Se prendiamo un circuito in diversi punti il denominatore delle funzioni di trasferimento è sempre l'eq. caratteristica.

$\underline{b} = \underline{M}\,\underline{a}$ $\quad \det(\underline{M})$ = eq caratteristica.

L'eq caratteristica determina la stabilità, oltre ad essere universale e caratterizzante del sistema.

Se presenta radici a parte reale positiva si creano oscillazioni e instabilità.

$$x(t) = W_0 + W_1 \cos(\omega_0 t) \qquad y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} Y_k \cos(k\omega_0 t)$$

$$x'(t) = Y_0 \beta(0) + \sum_{k=1}^{\infty} Y_k \left|\beta(j\omega_0 k)\right| \cos\left(k\omega_0 t + \arg(\beta(j\omega_0 k))\right)$$

1) $\left|\beta(j\omega_0 k)\right| \ll \left|\beta(j\omega_0)\right| \quad \forall k \geq 2 \qquad \forall k \neq 1$

2) $\arg(\beta(j\omega_0)) = \begin{cases} 0 & A>0 \\ \pi & A<0 \end{cases}$

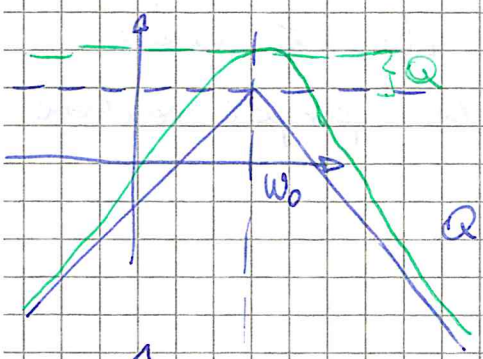
$\cancel{W_0 = Y_0 \beta(0)}$ Prendendo elimineremo la comp. continua

$W_1 = Y_1 \beta(j\omega_0)$

$\frac{Y_1}{W_1} \beta(j\omega_0) = 1$ Quanto è vero che avviene nel loop $= A \cdot \beta(j\omega_0) = 1$

In questo modo lo stesso segnale in uscita torna in ingresso. Abbiamo ricreato Barkhausen

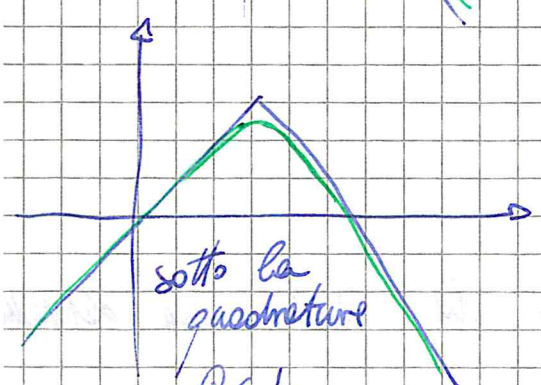
• FORMA CANONICA DI UN PASSABANDA



se $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (superiore alla quadratura)

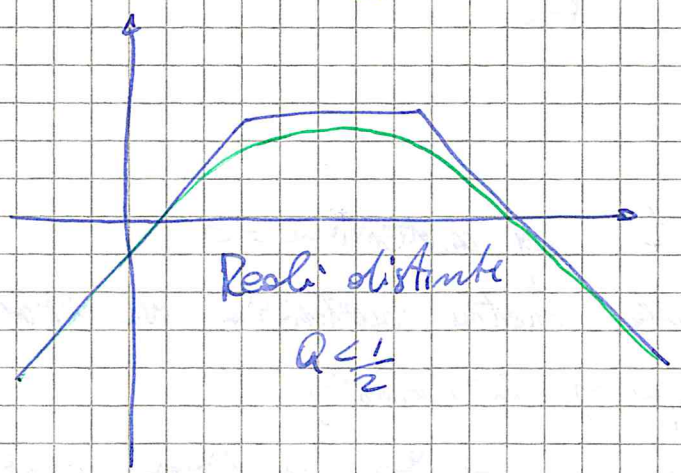
$Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\beta(\omega) = \frac{K \frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$



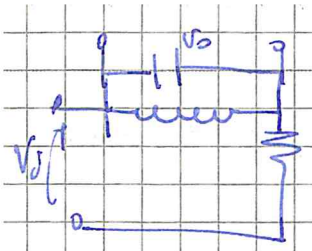
sotto la quadratura

$Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$



Reali distinte

$Q < \frac{1}{2}$



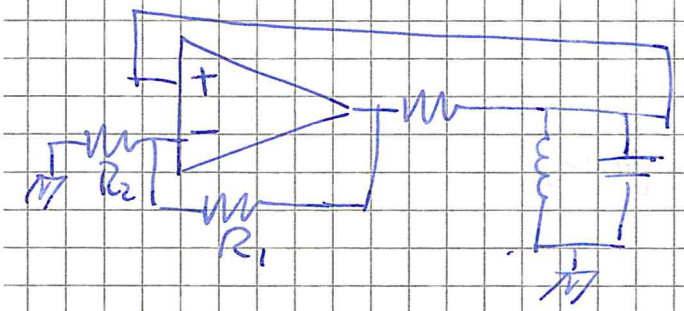
Per avere poli complessi e coniugati devono essere presenti capacità e induttori (in una rete passiva e lineare)

$$\beta(s) = \frac{\dfrac{\dfrac{sL}{sC}}{sL+\dfrac{1}{sC}}}{R+\dfrac{\dfrac{sL}{sC}}{sL+\dfrac{1}{sC}}} = \frac{\dfrac{sL}{s^2LC+1}}{R+\dfrac{sL}{s^2LC+1}} = \frac{sL}{sL+R+s^2LCR} = \frac{s}{s^2CR+s+\dfrac{R}{L}}$$

$$= \frac{\dfrac{s}{RC}}{s^2+\dfrac{s}{RC}+\dfrac{1}{LC}}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC}$$

$$\frac{Q}{\omega_0} = RC \qquad Q = \omega_0 RC = \frac{RC}{\sqrt{LC}} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$



$$A_0 = 1+\frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{A_0 sL}{s^2RLC+sL+R} = 1 \qquad A_0 sL = s^2RLC + sL + R$$

$$s^2RLC + s(L - A_0L) + R = 0 \qquad s^2 + s\frac{(1-A_0)}{RC} + \frac{1}{LC} = 0$$

Le radici devono essere complesse per oscillare e a parte reale positiva, in modo da essere instabili.

$$a(w-p_1)(w-p_2) = aw^2+bw+c = 0 \qquad w^2+(-p_1-p_2)w+p_1p_2 = w^2+\frac{b}{a}w+\frac{c}{a} = 0$$

$$\frac{c}{a} = p_1p_2 \qquad -\frac{b}{a} = p_1+p_2$$

$$p_1p_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{LC} > 0$$

Essendo componenti passivi, per la cons. dell'energia sono $> 0 \Rightarrow p_1p_2 > 0 \ \forall LC$

$p_1 + p_2 = -\frac{b}{a} = \frac{A_0 - 1}{RC}$ deve essere > 0 per essere a radici positive, dato che hanno sempre lo stesso segno.

$\frac{A_0 - 1}{RC} > 0 \quad A_0 - 1 > 0 \quad A_0 > 1 \quad 1 + \frac{R_2}{R_1} > 1 \quad \frac{R_2}{R_1} > 0$ Condiz. di innesco.

Ora quando per l'innesco sinusoidale

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ poli c.c. $\frac{(A_0-1)^2}{4R^2C^2} - \frac{1}{LC} < 0 \quad \frac{(A_0-1)^2}{4R^2C^2} < \frac{1}{LC}$

$\left(\cancel{1} + \frac{R_2}{R_1} \cancel{-1}\right)^2 < \frac{1}{LC} \cdot 4R^2C^2 \quad \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 - 4R^2\frac{C}{L} < 0$

$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 4R^2\frac{C}{L} \quad \frac{R_2}{R_1} = \pm 2R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad -2R\sqrt{\frac{C}{L}} < \frac{R_2}{R_1} < 2R\sqrt{\frac{C}{L}}$

Ma $\frac{R_2}{R_1} > 0 \Rightarrow 0 < \frac{R_2}{R_1} < 2R\sqrt{\frac{C}{L}} = 2Q \Rightarrow$

$A_0\beta(jw) = 1$

$\angle A_0\beta(jw) = 0 \Rightarrow \angle\beta(jw) = 0$

$\beta(s) = \frac{sL}{s^2RLC + sL + R} \longrightarrow \frac{jwL}{-w^2RLC + jwL + R} = \beta(jw)$

Divido per jwL $\frac{1}{+jwRC + 1 + \frac{R}{jwL}}$

$\cancel{j}wRC - \cancel{j}\frac{R}{wL} = 0 \quad wRC = \frac{R}{wL} \quad w^2LRC = R \quad w^2LC = 1 \quad w^2 = \frac{1}{LC}$

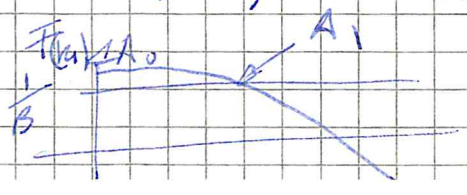
$w = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad A_1 = \frac{V_1}{X_1} \qquad A_1 \cdot \beta(jw_0) = 1$

$F(w_1)\frac{V(w_1)}{W_1} = \frac{1}{\beta(jw_0)}$

Posso trovare anche l'ampiezza usando Barkhausen.

w_0 tramite fase e ampiezza tramite modulo $= 1$

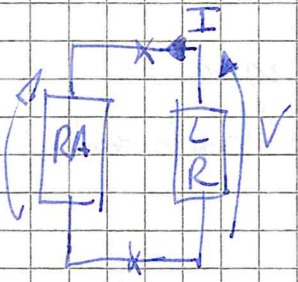
$A_1 = \frac{1}{\beta(jw_0)} \qquad \beta(jw_0) = \frac{\cancel{jw_0L}}{\cancel{jw_0L}} = 1 \Rightarrow A_0 > 1$, perché $F(w_1)$ monotona decrescente



Questo è uno schema dielettrico e non si realizza praticamente

• CARATTERIZZAZIONE ATTRAVERSO RESISTORE ANOMALO

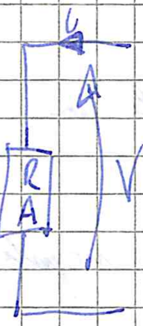
Attraverso l'OA si crea un resistore anomalo.



LR, lineare reattivo

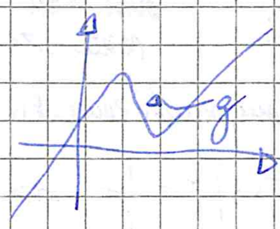
RA è il resistore anomalo

Uso la convenzione dell'utilizzatore per l'RA



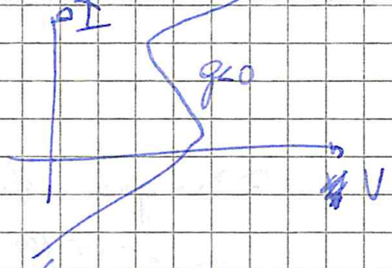
Per essere attivo, con utilizzatore $g<0$

deve $g = \left.\frac{dI}{dV}\right|_{\text{punto di riposo}}$



R.A. TIPO N

R.A TIPO S



Non essendo funzione, devo essere più generale e usare la resistenza, piuttosto che g.

$$\begin{cases} I = F(V) & \text{R.A.} \\ V(s) = -Z(s)I(s) \end{cases} \qquad \begin{cases} V = F(I) & \text{R.A} \\ I(s) = -Y(s)V(s) \end{cases}$$

il − per la convenzione

Ora linearizzo la caratteristica in un punto particolare supponendo il segnale piccolo.

La relazione ai piccoli segnali dell'R.A. è reale, perché non ha componenti reattivi.

Si traduce in $-g\,Z(s) = 1$ e $-r\,Y(s) = 1$

Corrispondenti all'eq. caratt. in un certo punto di riposo

$Z(s) = -\frac{1}{g}$ $\quad Y(s) = -\frac{1}{r}$

Il circuito L.R è realizzabile a componenti concentrati ed è rapp. da una funzione positiva reale.

$Z(s)$ POSITIVA REALE se $Re\{Z(s)\} > 0$ se $\sigma > 0$

$Im\{Z(s)\} = 0$ se $\omega = 0$

Se s è reale, la funzione è reale e mantiene il segno. Se $\sigma > 0$ e cioè qualcosa di instabile, allora la parte reale della funzione è > 0 e perciò instabile.

$$-g \cdot Z(s) = 1$$

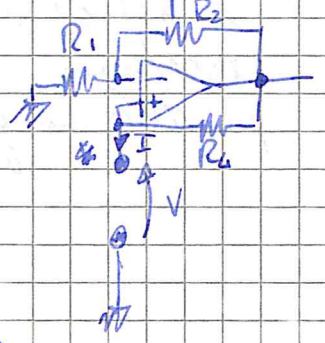
R — deve essere reale e > 0 per essere oscillante e perciò è realizzabile a componenti concentrati.

$Z(s) = -\frac{1}{g} \Rightarrow g < 0$ Se voglio ~~oscillare~~ oscillare g deve essere negativo

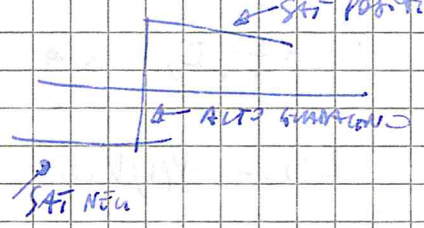
NECESSARIA MA NON SUFFICIENTE

$Y(s) = -\frac{1}{r} \Rightarrow r < 0$ Dovremo perciò essere attivi

- R.A. tipo N



Bisogna distinguere i tre casi

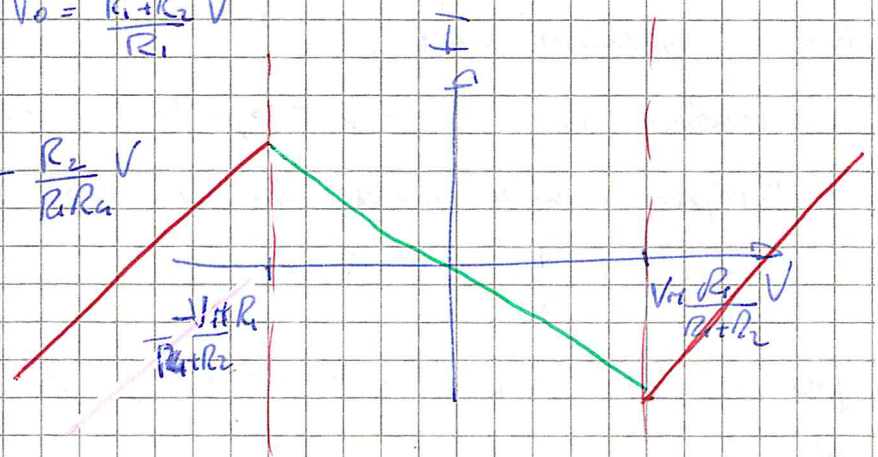


1) $V_0 = V_M \rightarrow I = \frac{V - V_M}{R_4}$ se $V_+ > V_-$ $V > V_M \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

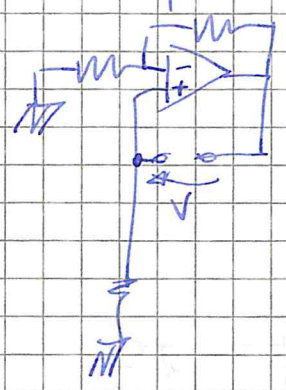
2) $V_0 = -V_M \rightarrow I = \frac{V + V_M}{R_4}$ se $V_+ < V_-$ $V < -V_M \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

3) $V^+ = V^-$ $V = V_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} V$

$$I = \frac{V - V_0}{R_4} = \frac{V - V - \frac{R_2}{R_1} V}{R_4} = -\frac{R_2}{R_1 R_4} V$$



R.A. tipo S



1) $V_0 = V_M \quad V_+ > V_-$

$$I = \frac{V + V_M}{R_3} \qquad V + V_M > V^- = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_M$$

$$V > V^- - V_M = V_M\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} - 1\right)$$

2) $V_0 = -V_M \quad V_+ < V_- \quad I = \frac{V - V_M}{R_3} \quad V^+ = V - V_M < \frac{R_1}{R_1+R_2}(-V_M)$

$$V^+ = V < -V_M\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} - 1\right)$$

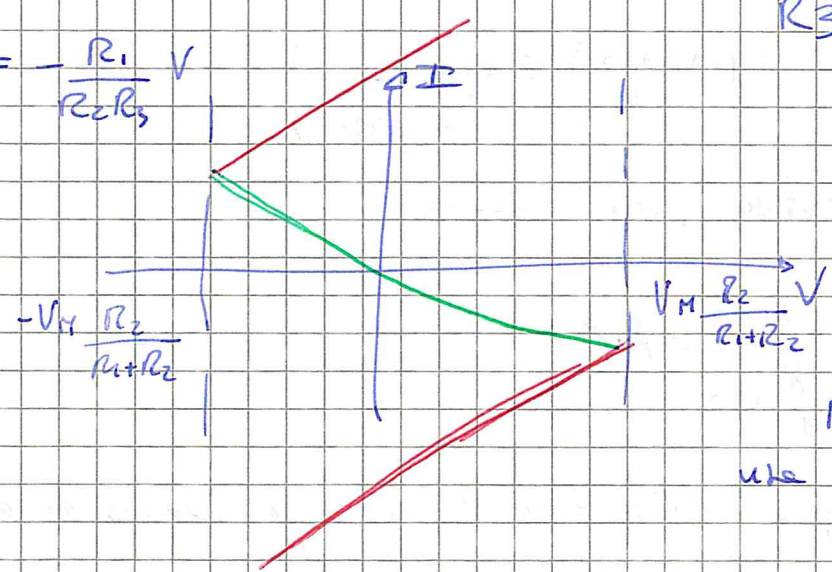
3) $V^+ = V^-$

$$V_0 + V = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_0 = I \cdot R_3 \qquad V = V_0\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} - 1\right) = I \cdot R_3$$

$$V = \frac{\cancel{R_1} - \cancel{R_1} - R_2}{R_1+R_2} V_0 \qquad V_0 = \frac{R_1+R_2}{R_2} V \qquad I = \frac{V_0 + V}{R_3}$$

$$I = \frac{-\frac{R_1+R_2}{R_2} V + V}{R_3} = \frac{\left(\frac{-R_1 \cancel{-R_2} \cancel{+R_2}}{R_2}\right) V}{R_3}$$

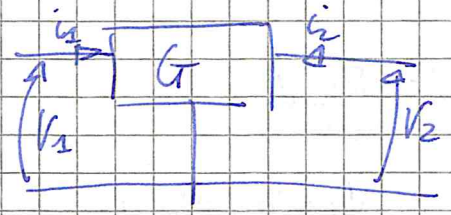
$$I = -\frac{R_1}{R_2 R_3} V$$



La retta a pendenza negativa è la stessa per S e N

Poi si inverte la S per renderla funzione, e si ha infatti r.

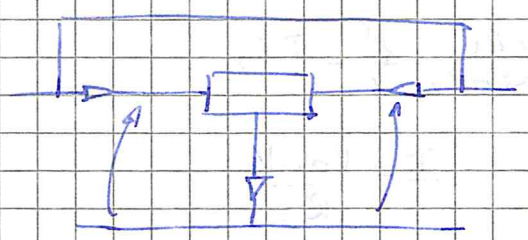
Sistemi di bipoli S o N



$$\begin{cases} i_1 = g_1 v_1 + g_f v_2 \\ i_2 = g_r v_1 + g_0 v_2 \end{cases}$$

$$i_2 = -\frac{v_2}{R} \Rightarrow -\frac{v_2}{R} = g_r v_1 + g_0 v_2 \qquad -v_2\left(\frac{1}{R} + g_0\right) = g_r v_1 \qquad \frac{v_2}{v_1} = -\frac{g_r}{\frac{1}{R} + g_0}$$

Cortocircuitiamo ora l'ingresso con l'uscita



$$v_1 = v_2 = v \qquad i = i_1 + i_2$$

$$i = g_1 v_1 + g_f v_2 + g_r v_1 + g_0 v_2$$

$$i = (g_1 + g_f + g_r + g_0)\, v$$

$$g = \frac{i}{v} = g_1 + g_f + g_r + g_0$$

Raccolgo $g_1 + g_r + g_0 \Rightarrow (g_1 + g_r + g_0)\left(1 + \frac{g_f}{g_1 + g_r + g_0}\right)$

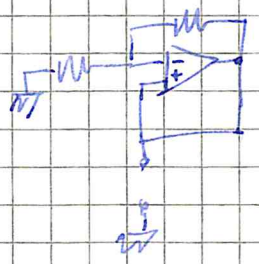
Supponiamo il circuito unilatero, perciò $g_r = 0$

$$(g_1 + g_0)\left(1 + \frac{g_f}{g_1 + g_0}\right) \qquad \frac{-g_f}{g_1 + g_0} = A_v^*$$

$(g_1 + g_0)(1 - A_v^*)$ Guadagno di tensione che ho con impedenza di uscita applicata in ingresso.

Supponiamo g_i e g_0 sempre > 0, per avere $g < 0$ devo avere $A_v^* > 1$

Esempio:



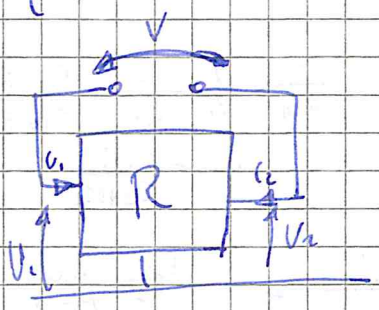
$$g_0 = \infty \qquad g_1 = 0$$

$$\underset{\infty}{(g_0 + g_1)}\left(1 + \frac{g_f}{g_0 + g_1}\right) = \underset{\infty}{(g_0 + g_1)}\left(1 - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right)$$

$$\Rightarrow g \to -\infty$$

Se invece del corto metto una resistenza $g_0 \neq \infty \Rightarrow$ ~~g~~ $g > -\infty$, diminuisce

$$\begin{cases} v_1 = r_i i_1 + r_f i_2 \\ v_2 = r_r i_1 + r_o i_2 \end{cases}$$



Ci stiamo focalizzando in un punto di linearità della caratteristica del blocco non lineare e non reattivo.

$i_1 = -i_2$

$V = v_1 - v_2 = r_i i_1 + r_f i_2 - r_r i_1 - r_o i_2$

$= r_i i_1 - r_f i_1 - r_r i_1 + r_o i_1 = i(r_i - r_f - r_r + r_o)$

$$r = \frac{v}{i} = r_i - r_f - r_r + r_o = (r_i - r_r + r_o)\left(1 - \frac{r_f}{r_i + r_o - r_r}\right)$$

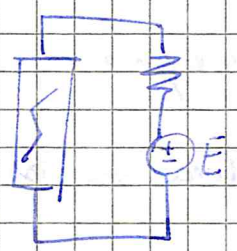
Immaginiamo monoletto e $r_r = 0$

$$r = (r_i + r_o)\left(1 - \frac{r_f}{r_i + r_o}\right) = (r_i + r_o)(1 + A_i^*) \qquad A_i^* = -\frac{r_f}{r_i + r_o}$$

$A_i^* = -A_v^*$

Se vogliamo $r < 0$ $\rightarrow$ $A_i < 0$ deve essere attivo

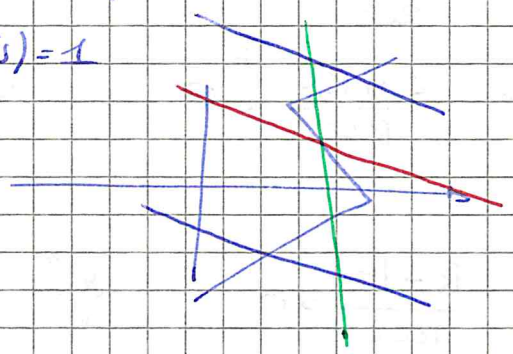
- OSCILLATORI A RILASSAMENTO



Polarizziamo un r.a. di tipo S

EQ. CARATT $-rY(s) = 1$

$$\begin{cases} V = E - RI \\ V = F(I) \end{cases}$$



Ci possono essere vari casi.

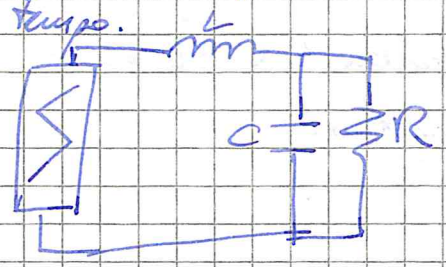
I punti di riposo possono essere singoli o tripli, due dei quali stabili e uno instabile.

Questo è uno schema a grafico statico, perciò ci sarà una traiettoria detta CICLO LIMITE, ma non caratterizza il tempo.

Gli oscillatori a rilassamento all'evolversi nel tempo tendono a portarsi in punti di riposo dopo la perturbazione. Nel portarsi si creano le oscillazioni.

Non è dinamico perché non c'è la variabile tempo. Inserendola non idealizzo

Inserendo ~~passivi~~ ~~con~~ componenti reattivi, farò la variabile tempo.



Supponiamo $\in$ nullo.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2+R_1}{R_1 R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$$

$$-rY(s) = 1$$

$$Y(s) = \frac{1}{sL + \left(\frac{1}{sC} // R\right)} = \frac{1}{sL + \frac{1}{sC + \frac{1}{R}}}$$

Uno fratto somma degli inversi!

$$= \frac{1}{sL + \frac{R}{1+sCR}} = \frac{1+sCR}{R+sL+s^2LRC}$$

$$-rY(s) = 1 \Rightarrow -r\frac{sRC+1}{s^2RLC+sL+R} = 1 \qquad -r(sRC+1) = s^2RLC+sL+R$$

$$s^2RLC + s(L+rRC) + R + r = 0 \qquad s^2 + s\left(\frac{1}{RC} + \frac{r}{L}\right) + \frac{1}{LC} + \frac{r}{RLC} = 0$$

$$p_1 p_2 = \frac{c}{a} \qquad p_1 + p_2 = -\frac{b}{a}$$

$$p_1 p_2 = \frac{1}{LC} + \frac{r}{RLC} = \frac{R+r}{RLC} \qquad p_1 + p_2 = -\frac{L+rRC}{RCL} = -\frac{1}{RC} - \frac{r}{L}$$

Caso 1)

$r > 0 \Rightarrow \frac{R+r}{RLC} > 0 \Rightarrow$ radici con lo stesso segno

e $-\frac{L+rRC}{RCL} < 0 \Rightarrow$ radici a parte reale negativa $\Rightarrow$ stabile

Caso 2)

$r < 0 \qquad \frac{R-|r|}{RLC} > 0$ voglio $p_1 p_2 > 0$, stesso segno

$R > |r| \Rightarrow \frac{1}{R} < \frac{1}{|r|}$ La pendenza della retta di carico deve essere inferiore a quella del modulo di r. $\Rightarrow$ c'è una sola intersezione

$p_1 + p_2 = -\frac{L+|r|RC}{RCL} > 0$ Se > 0 e stesso segno allora sarà instabile, se < 0 allora stabile

$-L + rRC > 0 \qquad rRC > L \qquad L < |r|RC$

Avendo entrambe la parte reale positiva, ci potrà essere il movimento

in cui sono complessi e coniugati con la stessa parte reale positiva

$$\Delta = b^2 - 4ac = \left(\frac{1}{RC} + \frac{r}{L}\right)^2 - 4\frac{R+r}{RLC} > 0 \quad , \quad \frac{1}{R^2C^2} + \frac{r^2}{L^2} + \frac{2r}{RCL} - \frac{4R}{RLC} - \frac{4r}{RLC} > 0$$

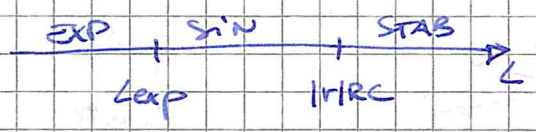
$$\frac{1}{R^2C^2} + \frac{|r|^2}{L^2} + \frac{2|r|}{RCL} - \frac{4|r|}{RCL} - \frac{4R}{RLC} = \frac{1}{R^2C^2} + \frac{|r|^2}{L^2} - \frac{2r}{RCL} - \frac{4R}{RCL} > 0$$

$$\left(\frac{1}{RC} - \frac{|r|}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC} > 0 \qquad \left(\frac{1}{RC} - \frac{|r|}{L}\right)^2 > \frac{4}{LC}$$

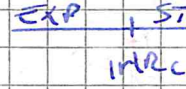
Se verifica è > 0 perché con immesso esponenziale

altrimenti se $\Delta < 0$ è sinusoidale

$$\frac{1}{RC} - \frac{|r|}{L} < \frac{2}{RLC}$$



se $L_{exp} > |r|RC$



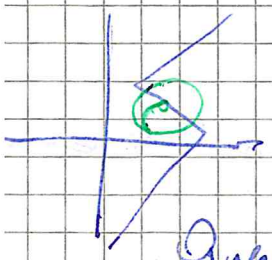
Non c'è sinusoide

3) $r < 0$ $\quad p_1 \cdot p_2 < 0$ segni discordi $\Rightarrow$ sempre instabile exp.

$\frac{1}{R} > \frac{1}{|r|}$ la retta di polarità è più pendente di quella differenziale perché si creano tre punti di riposo due saranno stabili perché $r > 0$ e uno instabile exp dato $r < 0$ e $p_1 p_2 < 0$

Il tempo di rilassamento è il tempo necessario per riportarsi nelle condizioni iniziali.

- Ciclo limite dell'oscillatore a rilassamento



Questo è instabile, ma è la sua caratteristica statica. A causa degli elementi reattivi l'evoluzione nel tempo disegna dei punti che caratterizzano il ciclo limite.

Questo si dimostra essere periodico, se le equazioni che lo governano sono eq. differenziali lineari e ordinarie. Se non sono lineari allora i cicli possono non essere periodici.

Conduciamo l'eq caratteristica nel punto di riposo e poi la linearizzato ai piccoli segnali. E impone il punto di riposo.

$$\begin{cases} I = \dfrac{E - V_c}{R} - C\dfrac{dV_c}{dt} \\ V_c = V_s + L\dfrac{dI}{dt} \end{cases}$$

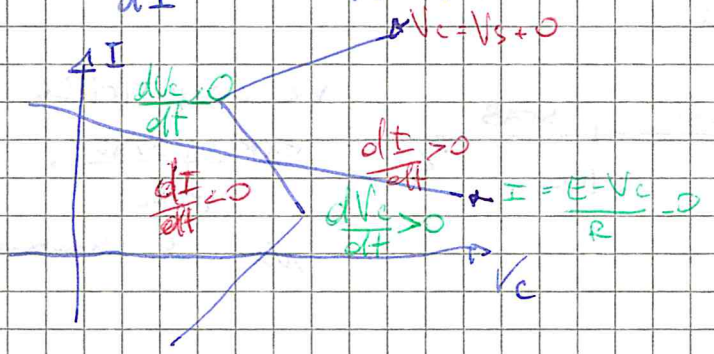
Variabili di stato V_c e I

$$\begin{cases} \dfrac{dV_c}{dt} = \dfrac{E - V_c - RI}{RC} \\ \dfrac{dI}{dt} = \dfrac{V_c - V_s}{L} \end{cases}$$

In forma canonica

$$\Rightarrow \frac{dV_c}{dI} = \frac{E - V_c - RI}{V_c - V_s} \cdot \frac{L}{RC}$$

Equazione del ciclo limite.



Nel caso di eq. statica $V_c = V_s$ poiché le variazioni sono infinitamente lente.

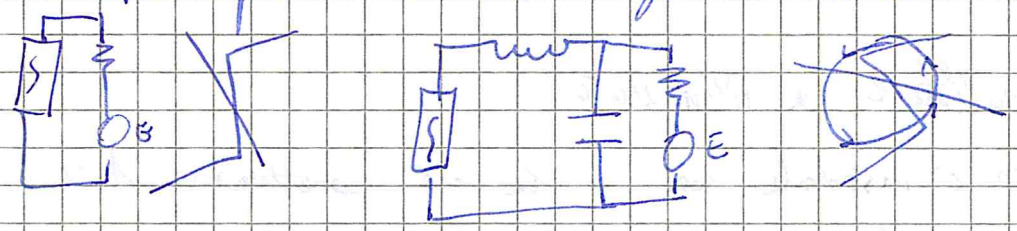
A dx della caratteristica significa che $V_c > V_s \Rightarrow \frac{dI}{dt} > 0$

Il ciclo viene percorso in senso antiorario.

~~La caratteristica~~

Partiamo dalla equazione di S che ci dice se siamo sopra o sotto di essa. Sotto aumenta V_c.

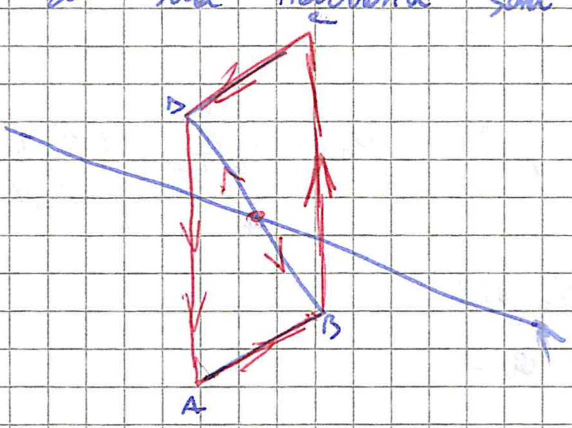
La caratteristica del ciclo limite è caratterizzata da infiniti modi per poterla ottenere, in particolare tutti i percorsi interni alla circonferenza.



Se spingiamo $L \to 0$, diventerà costituito da un resistore e un capacitore. L sono ostacoli ingombranti.

$$\Rightarrow \frac{dI}{dt} \to \infty \qquad \frac{dV_c}{dI} \to 0$$

La sua traiettoria sarà composta da tratti lineari a pendenza ∞



C'è sempre 1 solo punto di riposo instabile. Con 3 punti tende ad andare a stabilizzarsi in uno di quelli stabili. Con $L \to 0$ si uscirà con innesco esponenziale. A noi ora interessa che percorra il ciclo disegnato e non il suo inverso. $L < RC$ per instabilità, $L < L_{exp}$ per esponenziale e $L \to 0$ sicuramente è $< L_{exp}$.

Il tempo impiegato a compiere il ciclo è $T = T_{AB} + \frac{T_{BC}}{\to 0} + T_{CD} + \frac{T_{DA}}{\to 0} = T_{AB} + T_{CD}$

Può essere impiegato per generare onde quadre

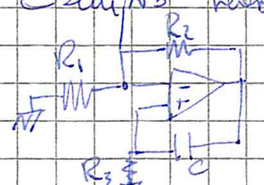
$$\begin{cases} I = \frac{E - V_C}{R} - C\frac{dV_C}{dt} \\ V_C = V_S + L\frac{dI}{dt} \quad L \to 0 \end{cases}$$

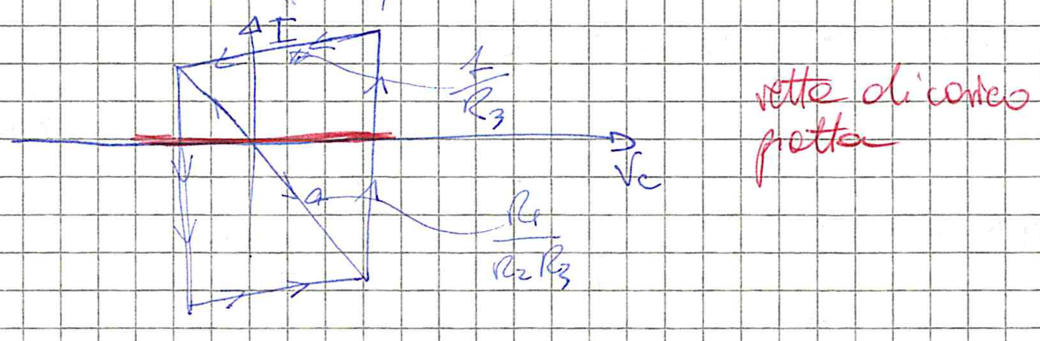
perciò V_C resta sempre sulla caratteristica S. Infatti nelle linee verticali praticamente resta sulla caratteristica.

Le costanti di tempo T_{AB} e T_{CD} approssimano l'intero periodo

1) $\frac{dV_C}{dt} = \frac{E - V_C - RI}{RC}$ $\qquad T_{AB} = \int_A^B dt = \int_{V_C(A)}^{V_C(B)} \frac{RC}{E - V_C - RI} dV_C$

Esempio realizzazione di un astabile con bipolo S attraverso un OA ed una C





Il condensatore introduce una rete di carica a pendenza nulla.

Calcolo del periodo:

$$I = \frac{-V_M + V_C}{R_3} = -C\frac{dV_C}{dt} \qquad dt = \frac{-R_3 C}{-V_M + V_C}\, dV_C \qquad \tau_{AB} = \int_A^B dt = -\int \frac{R_3 C}{-V_M + V_C}\, dV_C$$

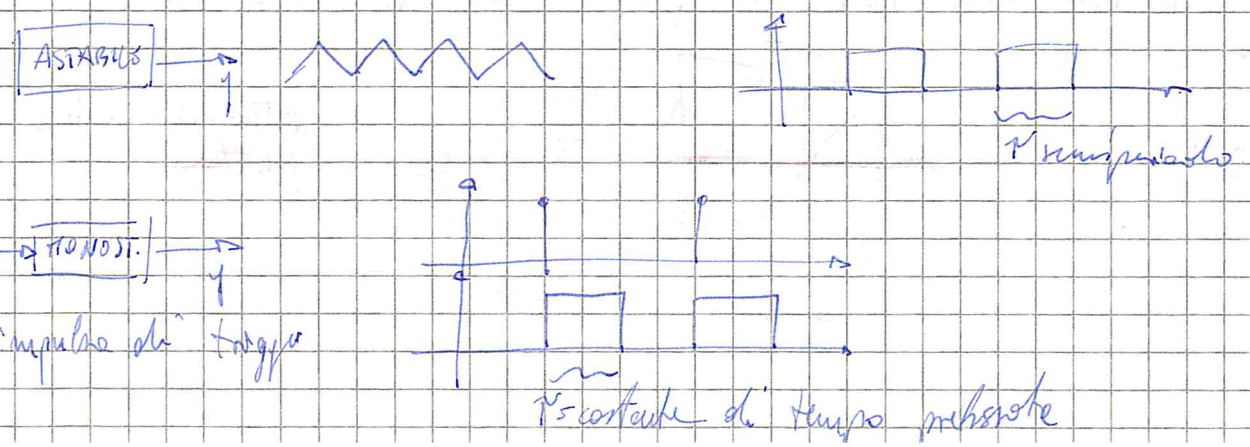
$$\tau_{AB} = -R_3 C \left[\ln(V_C - V_M)\right]_{V_C(A)=V_C(B)}^{V_C(B)} \quad R_3 C \ln\left[\frac{V_M + V_C(B)}{V_M + V_C(A)}\right]$$

$$\tau_{AB} = R_3 C \ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) \Rightarrow T = 2\tau_{AB}$$

L'operazionale funziona da comparatore gestito dalla carica e scarica del condensatore. Inserendo solo il condensatore si ottiene $R=0$ e $\tau=0$. Gli oscillatori a rilassamento sfruttano RC o $\frac{L}{R}$ per determinare l'oscillazione.

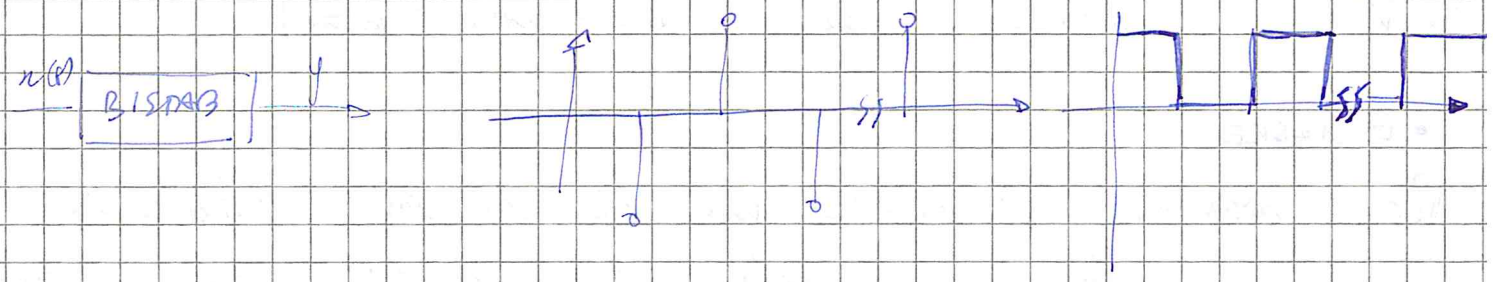
- OSCILLATORI A RILASSAMENTO:
  - ASTABILE = 1 punto di instabilità ⇒ ONDA PERIODICA
  - MONOSTABILE = 1 punto di instabilità temporaneo ⇒ Forme d'onda non periodiche con costante di tempo
  - BISTABILE = 1 punto di riposo instabile e due punti stabili ⇒ memorizzazione stati logici

    È un sistema che dopo essere stato perturbato, insegue il ciclo limite per un po' di tempo, per poi tornare al punto originario indipendente dal tempo



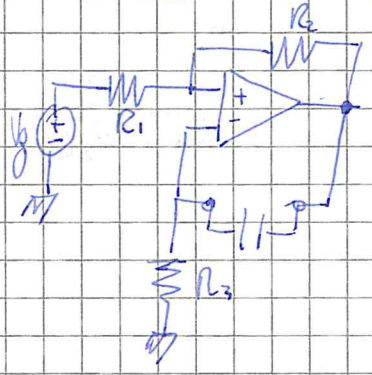
u(t) = impulso di trigger

L'impulso sollecita l'innesco e l'uscita resta a livello alto per il tempo τ, per poi tornare a zero, se nel tempo τ riceve altri impulsi, il dispositivo non cambia e rimane alto



- MONOSTABILE

Prendiamo un bipolo S a caratteristica variabile



In saturazione $I = \frac{V \pm V_M}{R_3}$

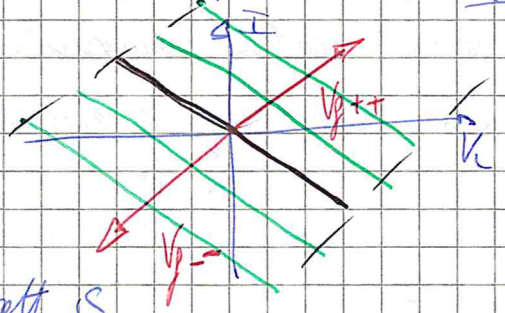
L'introduzione di V_g non cambia la pendenza in polarizzazione.

In alto guadagno $V^- = \frac{V_g R_2 + V_0 R_1}{R_1 + R_2} = V^+ = R_3 I$

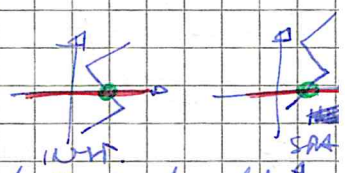
$$V_0 = \frac{(R_1+R_2) R_3 I - V_g R_2}{R_1}$$

$$= -\frac{R_2 R_3 I}{R_1} - V_g \frac{R_2}{R_1}$$

$$V = R_3 I - V_0 = R_3 I - \frac{(R_1+R_2) R_3 I - V_g R_2}{R_1}$$



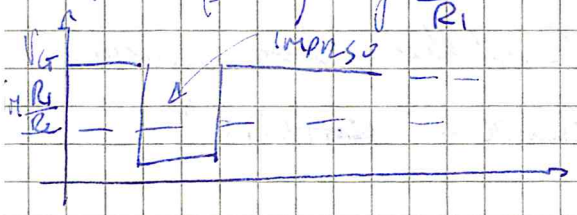
Modificando V_g sposto la caratt. S

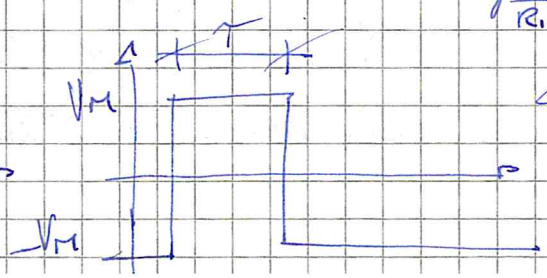


Se inserisco V_g sufficientemente elevata, il sistema instabile diventa stabile

La stab si ottiene applicando ~~una tensione fra~~ la corrente nulla e traslandola sulla zona di quarta tensione e finendola come sopra

$V^* = V(I=0) = V_g \cdot \frac{R_2}{R_1}$ COND. STABILITÀ $V^* = V_M = V_g \frac{R_2}{R_1}$ $V_g > \frac{R_1}{R_2} V_M$





La V_0 max è V_M perciò la cond. limite

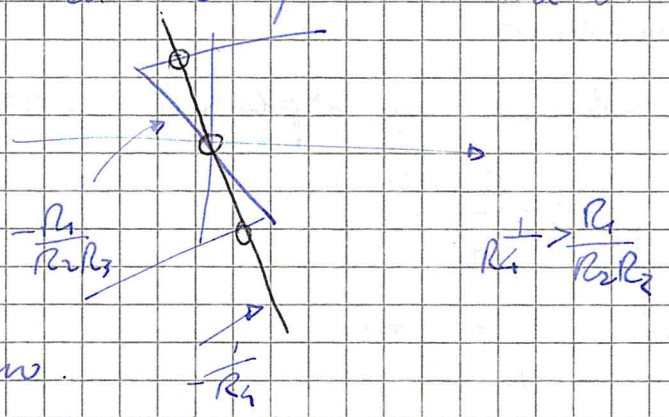
$V_M = V_g \frac{R_2}{R_1}$ e $\Rightarrow V_g = \frac{R_1}{R_2} V_M$

Attraversando la V_g si porta in instabilità, bisogna far attraversare o non attraversare il punto di riposo instabile, conseguentemente un ciclo diverso e quindi tempi differenti.

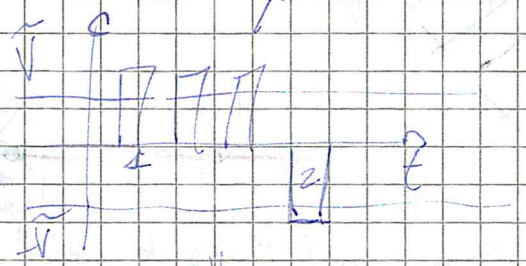
Se $V_0=0$ è un astabile. (con C, la retta di carico è piatta).

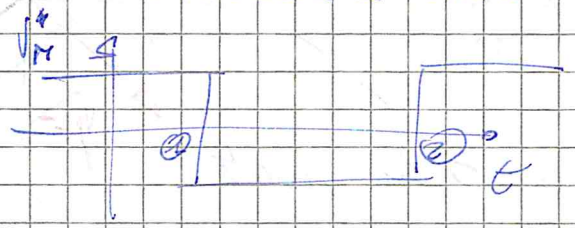
- BISTABILE

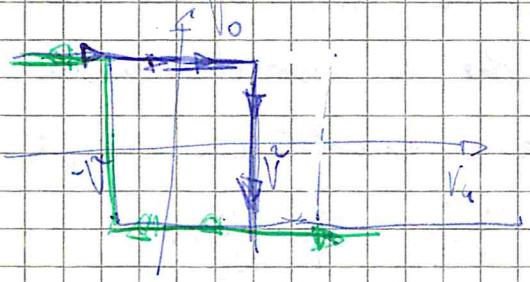
Per il bistabile si utilizza una rete di carico costituita da una sola resistenza collegata ad un ingresso S. Non è necessario alcun elemento reattivo.



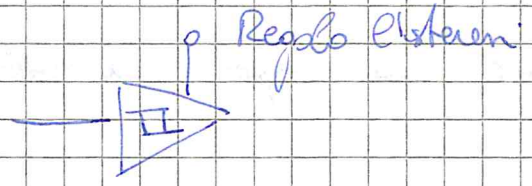
Ci sono quindi tre punti di riposo.
Uno dei quali è instabile e due stabili.
Alzando V_g è possibile renderlo un punto stabile. Se lo riporto a zero, ho nuovamente tre punti ma essendo già in un punto stabile resta in quello stabile. Portando V_g verso il basso si andrà a attraversare in instabilità, quindi scatta nuovamente e si trova in st.
Possiamo quindi controllare se deve andare a $+V_M$ o $-V_M$







Non è una funzione è presente un ciclo di isteresi "CICLO DI ISTERESI DEL BISTABILE"
È utilizzabile al posto del comparatore per eliminare rumore che potrebbe causare eventuali glitches. Si dice comparatore a "TRIGGER DI SCHMITT"



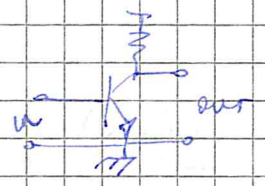
Il bistabile è utilizzato principalmente per il trigger di SCHMITT oppure per memorizzare gli stati.
Con R_G si varia l'isteresi
$\tilde{V}$ è la tensione per cui ho $V = V^*$

$$\tilde{V} \triangleq V_G : V = V^* \qquad (\text{con } I = 0)$$

- Impossibilità di costruire R.A con singolo stadio

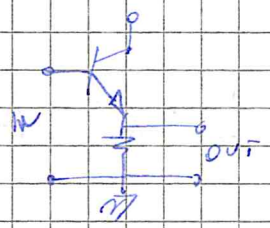
$A^* = A_V^* = -A_i^*$

- Em. comune



$A_V^* < 1$ (invertente)
e non viene $A_V^* > 1$ ⇒ NO

- Coll. comune



$A_V^* < 1$ (inseguitore) ⇒ NO

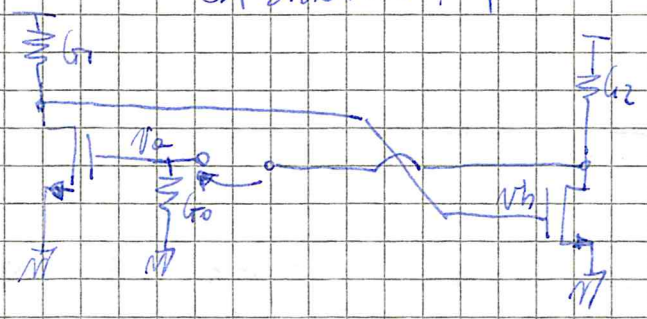
- Base comune

$A_V > 1 \Rightarrow A_V = \beta_0 \frac{R_C}{r_{be}}$

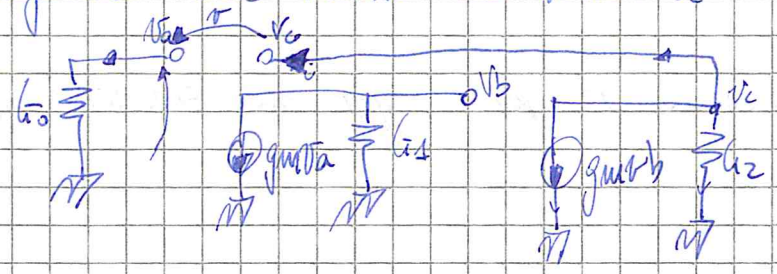
per avere A_V^* devo mettere R_i in R_C

$$A_V^* = \frac{\beta_0}{r_{be}} \cdot \frac{r_{be}}{\beta_0 + 1} = \frac{\beta_0}{\beta_0 + 1} \qquad A_V^* < 1 \Rightarrow \text{No}$$

È possibile costruirli con dei doppi stadi
Esp. bistabile, kip S con MOS



Vogliamo vedere le condizioni per realizzare un bipolo a resistenza negativa che renda un bistabile



$$\frac{1}{g} = \frac{v}{i} < 0$$

$$-i = G_2 V_c + g_{m2} v_b \qquad v_b = -\frac{g_{m1} V_a}{G_1} \qquad -i = G_2 V_c - \frac{g_{m1} V_a}{G_1} g_{m2}$$

$$-i = G_2 V_c - \frac{g_{m1} g_{m2} V_a}{G_1} = -G_0 V_a \qquad G_2 V_c = -G_0 V_a + \frac{g_{m1} g_{m2} V_a}{G_1}$$

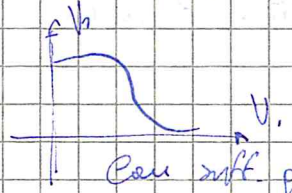
$$V_c = \frac{V_a}{G_2}\left(\frac{g_{m1} g_{m2}}{G_1} - G_0\right) = K V_a$$

$$\frac{1}{g} = \frac{v}{i} = \frac{V_a - V_c}{i} = \frac{V_a - K V_a}{i} = \frac{V_a(1-K)}{i} = (1-K)\frac{1}{G_0}$$

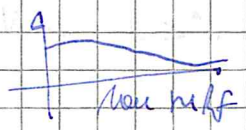
$$= \frac{1}{G_0}\left(1 - \frac{g_{m1} g_{m2}}{G_2 G_1} + \frac{G_0}{G_2}\right) = \frac{1}{G_0} + \frac{1}{G_2} - \frac{g_{m1} g_{m2}}{G_2 G_1 G_0} < 0$$

$$\frac{g_{m1} g_{m2}}{G_2 G_1 \cancel{G_0}} > \frac{1}{\cancel{G_0}} + \frac{G_0}{G_2} \qquad \text{se } G_0 \Rightarrow 0 \Rightarrow \frac{g_{m1} g_{m2}}{G_2 G_1} > 1$$

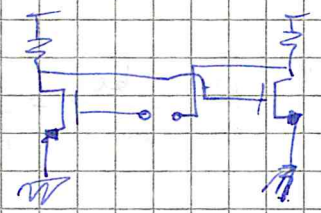
Deve avere un guadagno ad anello sufficiente per avere instabilità.



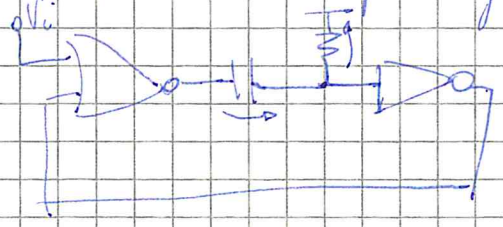
con suff. guadagno

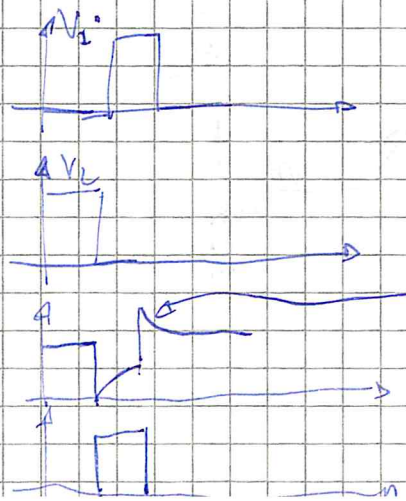


non suff.



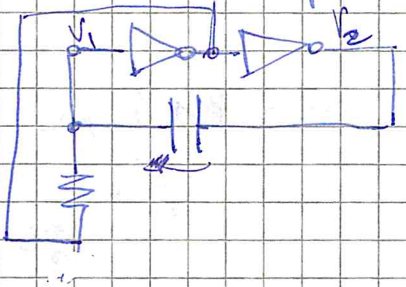
Monostabile con porte logiche

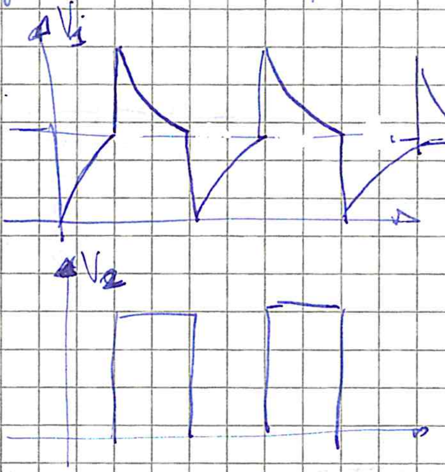


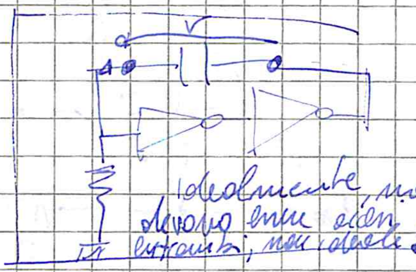


Supera la Vcc perché il condensatore si era caricato.

~~Astabile con porte logiche~~ Con impulso S astabile.



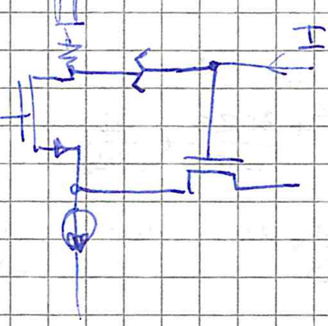


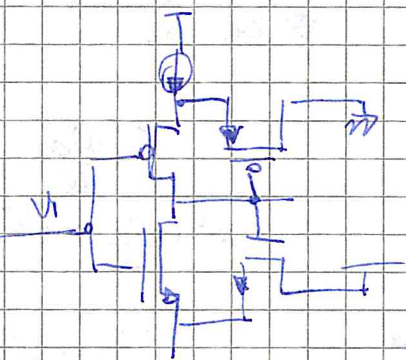


Idealmente non devono essere elem. intrinseci, non ideali!

Per l'innesco c'è sempre la condizione di guadagno ad anello.

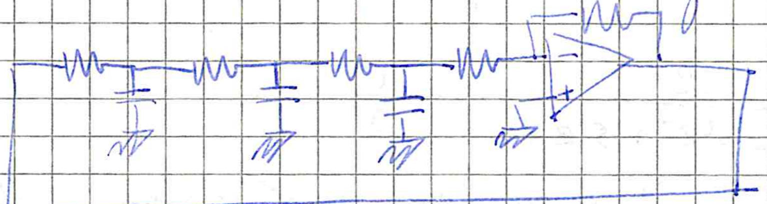
Trigger di Schmitt





- Oscillatori a sfasamento

Basati sul principio di creare uno sfasamento e proporre l'armonica corrispondente in ingresso che verifica Barkhausen

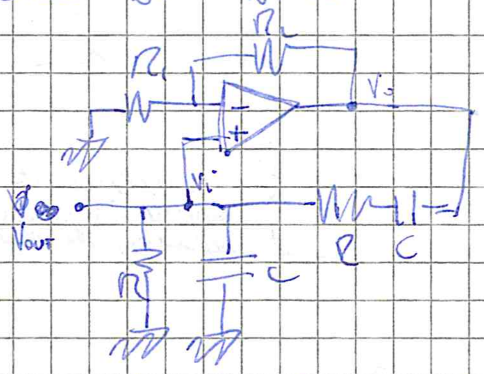


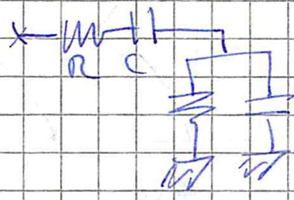
Utilizza solo RC, non crea radici immaginarie nel filtro, ~~soltanto~~ ⇒ l'armonica non è molto pura

perché non ci sono poli c.c. nel filtro e non c'è risonanza

Più Q è alto, più è pura.

PONTE DI WIEN





$$Z_1 = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{sC}}$$

$$Z_1 = \frac{R}{sCR+1}$$

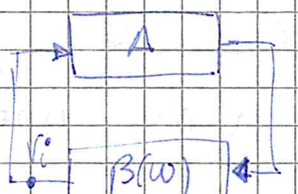
La sinusoide si prende su Vi!

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_1}{Z_1 + R + \frac{1}{sC}} = \frac{\frac{R}{sCR+1}}{\frac{R}{sCR+1} + \frac{1}{sC} + R} = \frac{sCR}{sCR+1+sCR+s^2C^2R^2+sCR}$$

$$= \frac{sCR}{s^2C^2R^2+3sCR+1} = \frac{K s \frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} = \frac{\frac{s}{CR}}{s^2 + \frac{3CRs}{C^2R^2} + \frac{1}{C^2R^2}} = \frac{\frac{s}{CR}}{s^2 + \frac{3}{CR}s + \dots}$$

$\omega_0^2 = \frac{1}{C^2R^2}$ $\quad \omega_0 = \frac{1}{CR}$ $\quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{3}{CR}$ $\quad Q = \frac{CR}{3}\omega_0$ $\quad Q = \frac{CR}{3} \cdot \frac{1}{CR} = \frac{1}{3}$

$K = 3$ $\quad Q = \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ ⇒ non ci sono radici complesse, quindi [illegible]



$$A \cdot \beta(\omega) = 1$$

$$\frac{sCR}{s^2C^2R^2+3sCR+1} = \frac{1}{A}$$

Ottengo la stessa ω applicando Barkhausen nella fase.

Guardo quando ci sono condizioni per instabilità

$$sCRA = s^2C^2R^2 + 3sCR + 1$$

$$s^2C^2R^2 + 3sCR - sCRA + 1 = 0$$

$$s^2C^2R^2 + sCR(3-A) + 1 = 0$$

$p_1 \cdot p_2 > 0$ $\quad \frac{c}{a} > 0$ $\quad \frac{1}{C^2R^2} > 0$ $\quad \frac{1}{CR} > 0 \ \forall C, R$ ⇒ sempre o a dx o a sx

$p_1 + p_2 > 0$ per essere instabili $\quad -\frac{b}{a} > 0$ $\quad \frac{CR(-3+A)}{C^2R^2} > 0$ $\quad -3+A > 0$ $\quad A > 3$

Ora verifico quando l'innesco è esponenziale.

$\Delta < 0 \quad b^2 - 4ac < 0$

$(CR)^2(3-A)^2 - 4C^2R^2 < 0$

$(CR^2)\left((3-A)^2 - 4\right) < 0 \qquad (3-A)^2 - 2^2 < 0 \qquad (3-A-2)(3-A+2) < 0$

$9 - 6A + A^2 - 4 < 0 \qquad A^2 - 6A + 5 < 0 \qquad A_1, A_2 = \frac{6 \pm \sqrt{36-20}}{2}$ = 1, 5

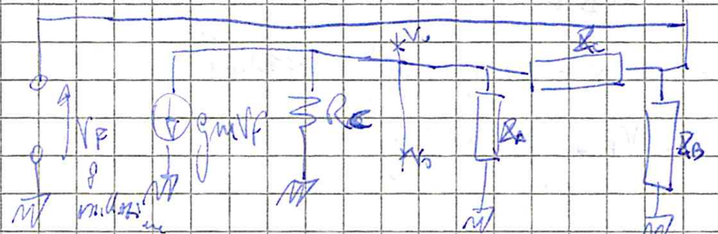
$\Rightarrow 1 < A < 5 \Rightarrow \begin{cases} 1 < A < 5 \\ A > 3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{3 < A < 5}$

$A = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow 2 < \frac{R_2}{R_1} < 4$

Essendo parabolica, anche se a non si può scendere e ottenere $\alpha < \frac{1}{2}$, le armoniche sono più pulite di quello a smorzamento.

• Oscillatori a 3 punti •

Uso componenti reattivi puri



$A = \frac{V_o}{V_F} = -g_m (R_C // Z_L)$

$Z_L = (Z_B + Z_C) // Z_A = \frac{(Z_B + Z_C) Z_A}{Z_B + Z_C + Z_A}$

$= -g_m \frac{\frac{(Z_B+Z_C)Z_A}{Z_B+Z_C+Z_A} R_C}{\frac{(Z_B+Z_C)Z_A}{Z_B+Z_C+Z_A} + R_C} = \frac{(Z_B+Z_C)Z_A R_C}{(Z_B+Z_C)Z_A + R_C(Z_B+Z_C+Z_A)}(-g_m)$

Ora $\frac{V_F}{V_o} = \frac{Z_B}{Z_C + Z_B}$ $\qquad A \cdot \beta(j\omega) = 1 \qquad 1 = \frac{-g_m (Z_B+Z_C) Z_A R_C}{(Z_B+Z_C)Z_A + R_C(Z_B+Z_C+Z_A)} \frac{Z_B}{(Z_C+Z_B)}$

$1 = \frac{-g_m Z_A R_C Z_B}{(Z_B+Z_C)Z_A + R_C(Z_B+Z_C+Z_A)}$

Ora Z puramente reattivi

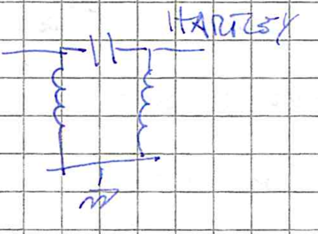
$1 = \frac{+g_m X_A X_B R_C}{jR_C(X_A+X_B+X_C) - X_A(X_B+X_C)}$

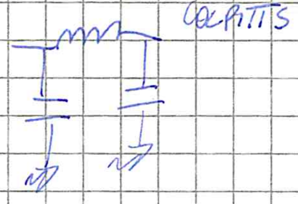
Applico Barkhausen sulle fasi

$R_C(X_A+X_B+X_C)=0$ $\quad X_A+X_B+X_C=0$ L'unico modo è che due siano uguali e l'altra contraria. Scegliamo

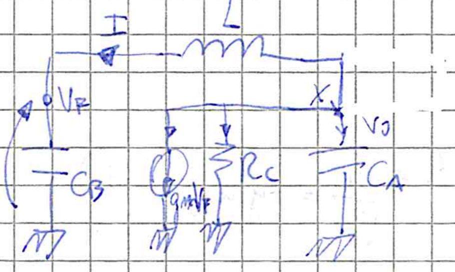
Re, f_a $\quad \frac{g_m X_A X_B R_C}{-(X_B+X_C)X_A} = \frac{-g_m X_B R_C}{X_B+X_C} \Rightarrow = +g_m \frac{X_B}{+X_A} R_C = 1$ $\quad X_A+X_B+X_C=0$ $\quad X_B+X_C=-X_A$

Ora vediamo che anche $\frac{X_B}{X_A}$ deve essere reale e positivo, perciò X_B e X_A devono essere dello stesso tipo.





Caratterizzazione del Colpitts



$I = sC_B V_F$

$V_0 = V_F + sL(sC_B V_F)$

$V_0 = V_F(1+s^2 L C_B)$

Correnti nel nodo x

$$sC_B V_F + g_m V_F + \frac{1}{R_C}\left(V_F(1+s^2LC_B)\right) + sC_a\left(V_F(1+s^2LC_B)\right) = 0$$

$$\Rightarrow V_F\left(sC_B + g_m + \frac{1+s^2LC_B}{R_C} + sC_a(1+s^2LC_B)\right) = 0$$

$$s^3 C_a C_b L + \frac{s^2 L C_B}{R_C} + s(C_A+C_B) + g_m + \frac{1}{R_C} = 0$$

EQ. CARATT. dell'oscillatore Colpitts

Barkhausen $\Rightarrow$

$$\left(\frac{-\omega^2 L C_B}{R_C} + g_m + \frac{1}{R_C}\right) + j\left(-\omega^3 C_a C_b L + \omega C_A + \omega C_B\right) = 0$$

$Im = 0$ $\quad -\omega^3 C_a C_b L + \omega C_A + \omega C_B = 0$ $\quad +\omega^2 C_a C_b L = C_a + C_b$ $\quad \omega^2 = \frac{1}{\frac{C_a C_b L}{C_a+C_b}}$

$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{L \frac{C_a C_b}{\ldots}}}$ è come se fosse un condensatore fatto dalla serie dei due e un ind. in risonanza.

Anche con $X_A+X_B+X_C=0$ $\quad -\frac{1}{\omega C_a}-\frac{1}{\omega C_b}+\omega L=0 \quad \frac{-C_a-C_b+\omega^2 C_aC_bL}{\omega^2 C_aC_b}=0$

$$\omega^2=\frac{C_a+C_b}{LC_aC_b}$$

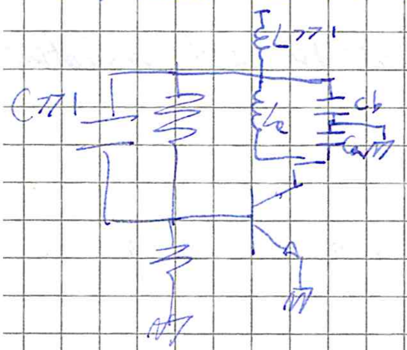
$$\omega=\frac{1}{\sqrt{L\frac{C_aC_b}{C_a+C_B}}}$$

Poi con ~~[illegible]~~ $ReR=1$ e $\omega=\omega_{BARK}$ oppure con relazione prec

$$A=g_m\frac{X_B}{X_A}R_C=g_m\frac{C_a}{C_b}R_C=1 \qquad \frac{C_a}{C_b}=\frac{1}{g_mR_C}$$

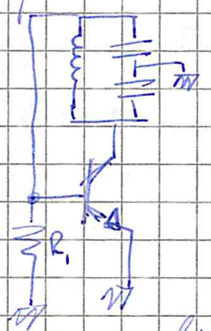
$$g_mR_C=\frac{C_b}{C_a} \qquad \frac{X_A}{X_B}=R_Cg_m$$

Per realizzare un Colpitts



Statico ⇒

Piccoli segnali

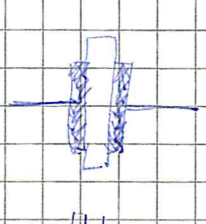


$f>\frac{1}{2\pi C(R_1//R_2)}$

f_0 freq. oscillazione $\quad f_0>f_T \quad f_T$ freq taglio rett. per piccoli segnali

$C>\frac{1}{2\pi f_0(R_1//R_2)}$ $\qquad$ Il cond. di bypass crea una forte retroazione

◦ OSCILLATORI AL QUARZO



Ossido di silicio in una struttura atomica regolare.
La deformazione meccanica varia l'accumulo di cariche,
PIEZOELETTRICITÀ.

$R<<1$ e serve per inserire le perdite

$L\sim 100_s\ H$ (centinaia di Henry)

$C_s\sim fF$

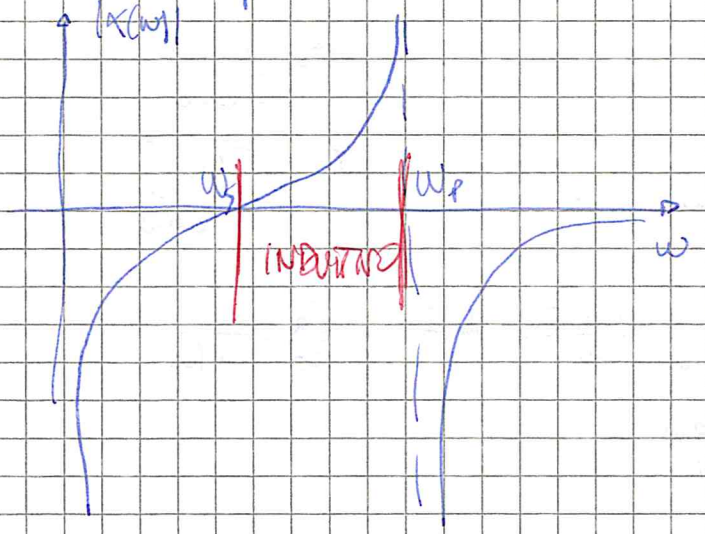
$C_p\sim pF$

$$Z_{eq}=\frac{1}{sC_p+\frac{1}{sL+\frac{1}{sC_s}}}=\frac{1}{sC_p}\frac{s^2+\frac{1}{LC_s}}{s^2+\frac{C_p+C_s}{LC_pC_s}}$$

$$\omega_s=\frac{1}{\sqrt{LC_s}} \qquad \omega_p=\frac{1}{\sqrt{L\frac{C_pC_s}{C_p+C_s}}}$$

ω_s e ω_p sono frequenze di oscillazione serie e parallela

SERIE, $imp \to 0$ PARALL $\to imp \to \infty$

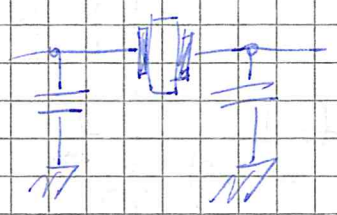


INDUTTIVO

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C_p} \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2}$$

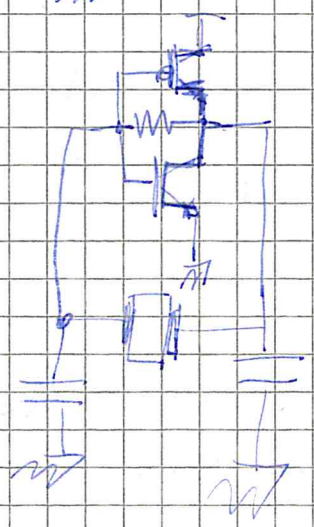
CAPACITIVO

Posso quindi usare il quarzo al posto della induttanza nell'oscillatore Colpitts, ottenendo l'oscillatore PIERCE.



La freq. di oscillazione sarà nel range tra ω_p e ω_s

PIERCE



La resistenza serve per polarizzare in un punto a massimo guadagno.

- CARATTERISTICHE DI PROPAGAZIONE DEL SEGNALE IN UN SISTEMA ELETTRONICO -

Voglio capire la sua capacità

$$C = \frac{\varepsilon \cdot A}{t}$$

Però nel bordo ci sono anche i campi di bordo (fringing field)

$$C > \frac{\varepsilon \cdot A}{t}$$

Ora applico dei parametri di scaling S

$$C' = \frac{\frac{W}{S} \cdot \frac{L}{S} \cdot \varepsilon}{\frac{t}{S}} = \frac{1}{S} \cdot \frac{W \cdot L \cdot \varepsilon}{t} = \frac{1}{S} C$$

La capacità, senza considerare il fringing field, cala con lo scaling.

Consideriamo ora la sua resistenza

$$R \propto L \qquad R \propto \frac{1}{W} \qquad R \propto \frac{1}{H} \qquad R = \rho \frac{L}{H \cdot W}$$

$$\rho = \frac{R \cdot A}{L} \qquad \rho = \frac{R \cdot H \cdot W}{L} \left[\Omega \cdot m\right] \qquad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$R_{\square} = \rho \frac{1}{H} \qquad R = R_{\square} \cdot \frac{L}{W}$$

Poi lo scaling su R

$$R' = \rho \cdot \frac{\frac{L}{S}}{\frac{W}{S} \cdot \frac{H}{S}} = S \cdot \rho \cdot \frac{L}{W \cdot H} = S \cdot R$$

Cu: $1.7 \cdot 10^{-8}\ \Omega/m$

Au: $2.2 \cdot 10^{-8}\ \Omega/m$

Al: $3 \cdot 10^{-8}\ \Omega/m$ $\quad 0.1\ \Omega/\square$

Poly: $4 \cdot 10^{-7}\ \Omega/m$ $\quad 10\ \Omega/\square$

$$\tau = RC \qquad \tau' = R'C' = SR \cdot \frac{C}{S} = RC = \tau$$

La costante di tempo non cambia con la miniaturizzazione

Densità di corrente

$$\underline{J} = \frac{V}{R \cdot \underline{A}} = \frac{E \cdot \cancel{d}}{\cancel{A}} \cdot \frac{\cancel{H} \cdot \cancel{W}}{\rho \cdot \cancel{L}} = \frac{E}{\rho} = \sigma E$$

$$\underline{J}' = \frac{V}{\rho \cdot \frac{L}{S}} = \frac{V}{\rho \cdot L} \cdot S = S \cdot \underline{J}$$ Aumenta la densità di corrente

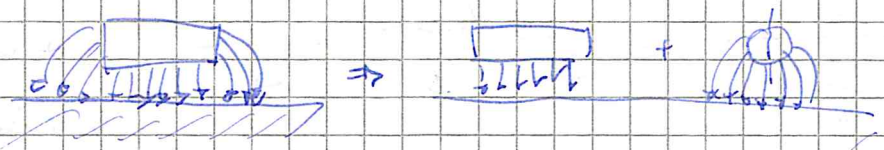
con l'elettromigrazione rischio di fondere il metallo.

- Scaling locale o globale -

Alcuni componenti globalmente aumenteranno di dimensione, mentre i componenti interni sono più piccoli. I collegamenti interni potrebbero essere persino più lunghi.

- Capacità elettrica di una linea -

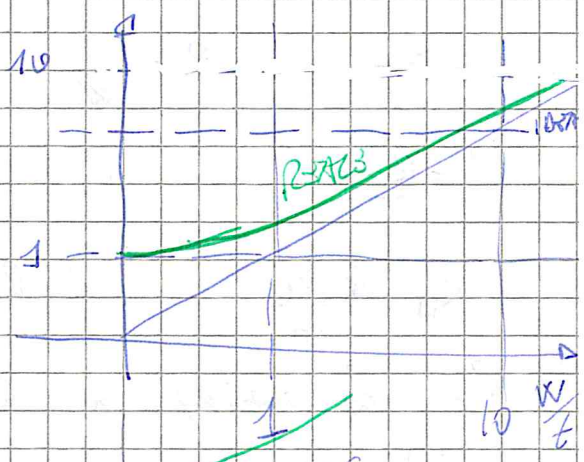
	ε_r
Vuoto	1
SiO_2	3.9
Fe4	4.0
Alluminio	9.5
Si	11.6



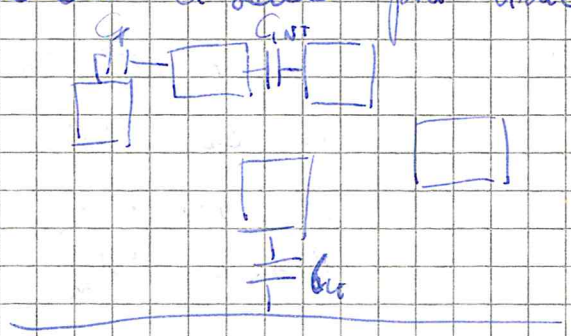
Per sovrapp. risolvo il problema del fringing field di bordi.

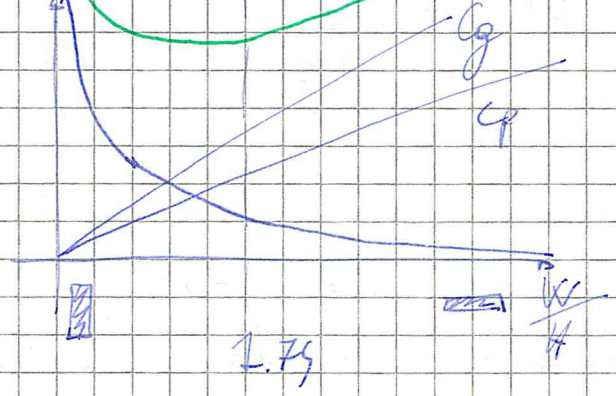
Si usa quindi la capacità per unità di lunghezza.

$$c = \frac{\varepsilon}{t}\left(W - \frac{H}{2}\right) + \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{t}{H}\right)}$$

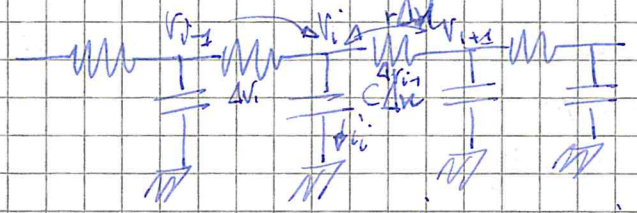


Quando ci sono più linee





- Modello di linea a R e C distribuite

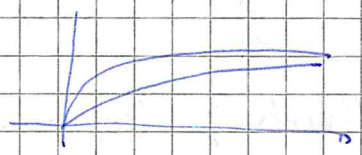


$$i_i = C\Delta x \frac{dV_i}{dt} = \frac{(V_{i+1}-V_i)-(V_{i-1}-V_i)}{r\Delta x} = \frac{\Delta V_{i+1}-\Delta V_i}{r\Delta x}$$

$$C\Delta x \frac{dV_i}{dt} = \frac{\Delta V_{i+1}-\Delta V_i}{r\Delta x} \qquad \frac{dV_i}{dt} = \frac{\Delta V_{i+1}-\Delta V_i}{rC\Delta x^2} =$$

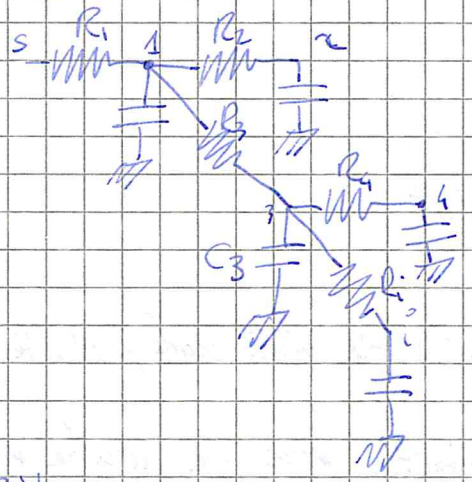
$$rC\frac{dV}{dt} = \frac{d^2V}{dx^2}$$

Equazione di diffusione, non si risolve in modo chiuso.



La prop. è istant. ma il segnale cresce lentamente. Cioè ritardo.

- TEOREMA DEL RITARDO DI ELMORE



$R_{ik} = \sum R_{ji}$ se $R_j \in PATH(s \to i) \cap PATH(s \to k)$

cioè resistenza che sono sul percorso da s ad i, fino ad andare a k

$R_{11} = R_1 \qquad R_{12} = R_1 \qquad R_{13} = R_1 R_3$

$R_{14} = R_1 + R_3 \qquad R_{1i} = R_1 + R_3 + R_i$

Ritardo di Elmore $\quad T_i = \sum_k C_k R_{ik}$

$$T_i = C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_3(R_1+R_3) + C_4(R_1+R_3) + C_i(R_1+R_3+R_i)$$

Per una linea

$$T_i = C\Delta x \cdot (r\Delta x) + C\Delta x(2r\Delta x) + C\Delta x(3r\Delta x) + C\Delta x(4r\Delta x) + \dots + C\Delta x(Nr\Delta x)$$

$$= rC\Delta x^2 \cdot \frac{N\cdot(N+1)}{2} \qquad \Delta x = \frac{w}{N} \quad \to = rC\frac{w^2}{N^2}\frac{N(N+1)}{2} = rCw^2\frac{(N+1)}{2N}$$

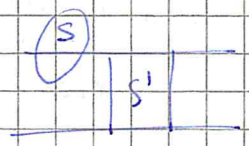
se $N \gg 1$ $\quad \sim rCw^2/2 = RC/2$ la costante di tempo per il sistema distribuito è la metà di quella a costante concentrata.

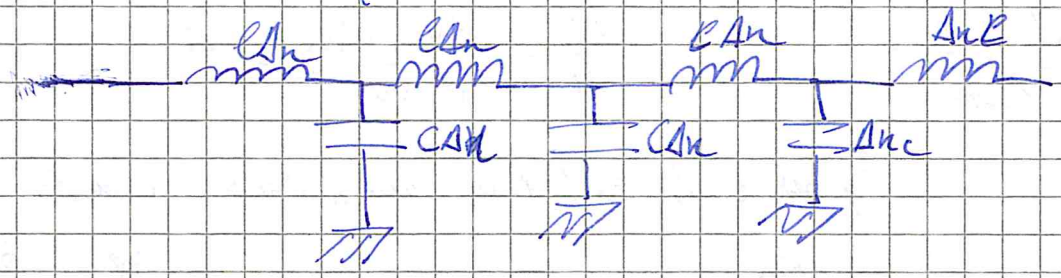
$T_{DISTRIB} = \frac{1}{2} T_{CONCENTR}$

Se intendiamo anche considerare il campo magnetico, allora ci sarà anche una induttanza dovuta al flusso di campo magnetico sul conduttore.

Mentre $C = \frac{Q}{V} = \frac{\int_S \underline{D} \cdot d\underline{S}}{V}$ Legge Gauss $\quad \underline{D} = \frac{\underline{E}}{\varepsilon_0}$

$$L = \frac{\phi}{i} = \frac{\int_{S'} \underline{B} \cdot d\underline{S}'}{i}$$





$$\Delta V(x) = V(x+\Delta x) - V(x) = -\frac{l \Delta x \, di(x)}{dt}$$

$$\Delta i(x) = i(x+\Delta x) - V(x) = -c \Delta x \frac{dv(x)}{dt}$$

$$\begin{cases} \frac{dV}{dx} = -l \frac{di(x)}{dt} \\ \frac{di}{dx} = -c \frac{dv(x)}{dt} \end{cases} \Rightarrow \frac{dV^2}{dx^2} = +lc \frac{dv^2(x)}{dt^2}$$

$$\frac{1}{lc} = v^2$$ Caso particolare delle eq. delle onde, dette eq. dei telegrafisti

Siccome i fenomeni sono identici, risulta anche la velocità di prop.

$$u_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{\mu_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

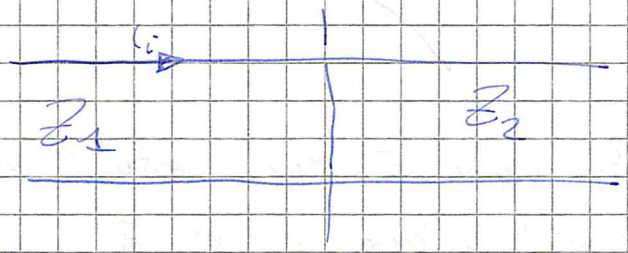
Prendiamo in considerazione una carica sul conduttore $\cancel{\Delta Q = \Delta x c a}$

$$\Delta Q = c \Delta x V \qquad i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = c \frac{\Delta x V}{\Delta t} = cVu = cV\sqrt{\frac{1}{lc}} = V\sqrt{\frac{c}{l}}$$

$$Z_0 = \frac{V}{i} = \sqrt{\frac{l}{c}}$$ Non si misura con un Ohmetro!

$u = \frac{1}{\sqrt{Le}}$ $\quad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Effetto della discontinuità delle impedenze.



$$\frac{V_i}{Z_1} = \frac{V_R}{Z_1} + \frac{V_T}{Z_2} = \frac{V_R}{Z_1} + \frac{V_R}{Z_2} + \frac{V_i}{Z_2}$$

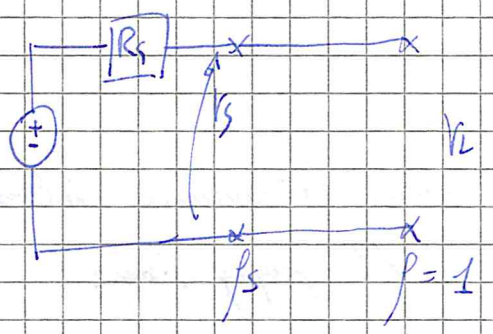
$$V_i\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) = V_R\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) \qquad V_R = V_i \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} = \rho V_i$$

$$V_T = (1+\rho) V_i \qquad I_R = \rho I_i \qquad I_T = (1-\rho) I_i$$

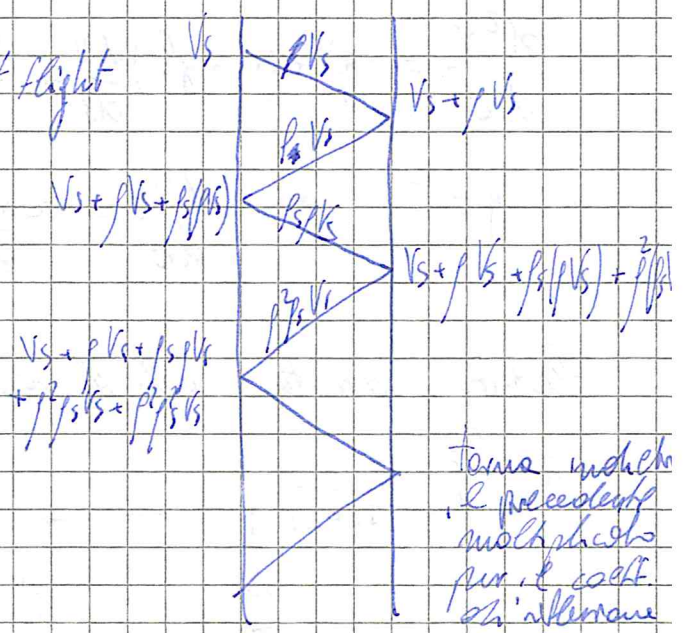
$$P_T = (1+\rho) V_i (1-\rho) I_i = (1-\rho^2) P_i$$

Se $Z_2 = Z_1$ non torna il segnale riflesso.

- LATTICE DIAGRAMS, DIAGRAMMI A RETICOLO

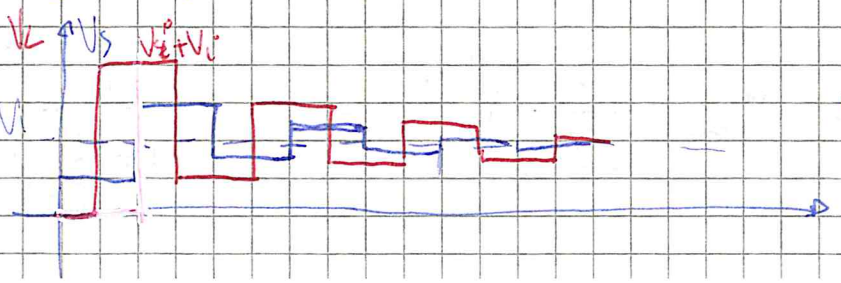


t_f = time of flight

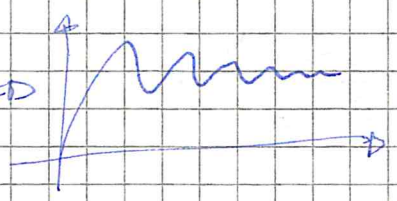


Consente di valutare la propagazione del gradino. $V_s = \frac{Z_0}{Z_0 + R_s} V_i$

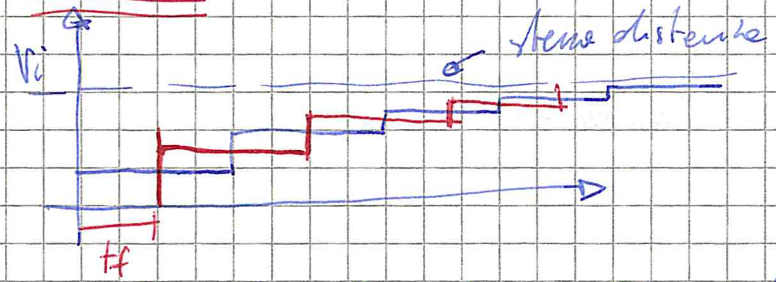
Se $R_s < Z_0$

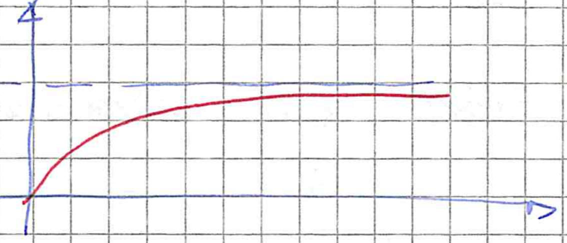


reale



$R_s > Z_0$





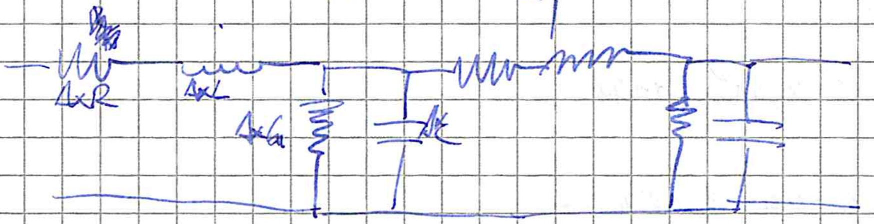
Va oltre il blu, arriva al circuito aperto e viene creato il rosso di valore doppio (circ. aperto). Il blu di partenza è $V_i \cdot \frac{Z_0}{R_s+Z_0}$

Torna indietro il rosso, la diff. con il precedente blu viene moltiplicata per ρ_s e si sommano via via.

L'overshoot può causare alee e si usano trigger di Smith per evitarle.

$$V_L = 2\sum_{0}^{\infty} V_s \rho_s^{i} = 2V_s\frac{1}{1-\rho_s} = \frac{2Z_0V_i}{R_s+Z_0}\cdot\frac{1}{2}\frac{R_s+Z_0}{Z_0} = V_i$$ alla fine tende a V_i

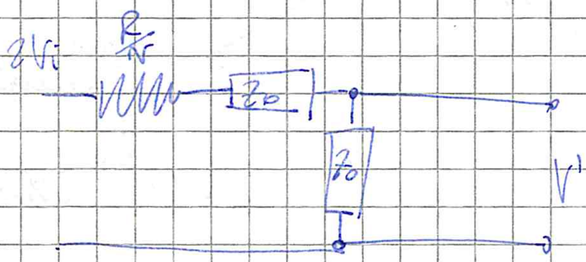
- Modello della linea completo



$$\frac{d^2V}{dx^2} = rgV + (rc+gl)\frac{dV}{dt} + lc\frac{d^2V}{dt^2}$$

se $g=0$ ⇒ $\frac{d^2V}{dx^2} = rc\frac{dV}{dt} + lc\frac{d^2V}{dt^2}$ cioè la somma della diffusione e della propagazione.

- Caduta dovuta alla resistenza del cavo.



$$V_i' = \frac{2Z_0V_i}{2Z_0+\frac{R}{N}}$$

$$V(x) = \left(\frac{2Z_0}{2Z_0+\frac{R}{N}}\right)^N V_i \qquad V(x) = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{2Z_0}{2Z_0+\frac{R}{N}}\right)^N V_i = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{1+\frac{R}{2Z_0N}}\right)^N V_i$$

$$\lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{1+\frac{x}{N}}\right)^N = e^{-x} \qquad \frac{V(x)}{V_i} = e^{-\frac{R}{2Z_0}} = e^{-\frac{xr}{2Z_0}}$$

poiché $\lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{x}{N}\right)^N = e^{x}$

cioè per quello sopra è $\left(1+\frac{x}{N}\right)^{-N}$ oppure anche $\frac{1^N}{\left(1+\frac{x}{N}\right)^N} = e^{-}$ $= e^{-}$

Se questo effetto è trascurabile allora può essere LC altrimenti RC

$x = \frac{Z_0}{2r}$ Se la resistenza complessiva è la metà, ho l'80% è poco considerare LC $R = \frac{Z_0}{2}$ $rx = \frac{Z_0}{2}$ $x = \frac{Z_0}{2r}$

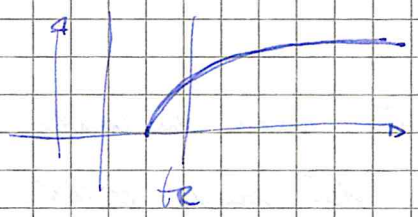
Se $x = \frac{5Z_0}{r}$ da $R = 5Z_0$ $xr = 5Z_0$ $x = \frac{5Z_0}{r}$

In questo modo metto la lunghezza necessaria per i due comportamenti: se nel mezzo, si considerano entrambi.

$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{uC}$

$\lambda f = u$ se $\lambda \gg x$ allora quasi stat $\Rightarrow \frac{u}{f_{max}} \gg x$

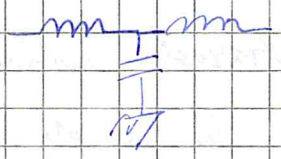
$\frac{1}{f_{max}} \sim t_r$



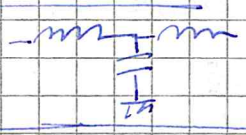
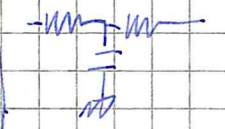
$\frac{x}{u} \ll t_r$ $t_f \ll t_r$

trans of flight $\ll$ time rise up.

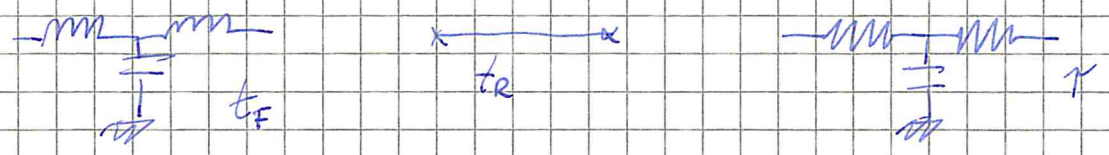
Se $R < \frac{Z_0}{2}$



$t_r = \tau < t_F$

	$t_f < \tau$	$t_f > \tau$
$R \ll \frac{Z_0}{2}$	quasi stat.	
$R \gg \frac{Z_0}{2}$	 oppure	

Chi domina?



Linea resistiva se:

$t_F \ll \tau$

$R \gg \frac{Z_0}{2}$

Quasi staz se

$t_R \gg t_F$

$t_R \gg \tau$

Il tronco di linea aperta, con la cond. di quasi stazionarietà diventa come se fosse un circuito RC.

$t_F \sim R_s C = R_s C \cdot w > \frac{w}{u}$ $\qquad R_s > \frac{1}{uC} = Z_0 \qquad R_s > Z_0$

- Effetto Pelle -

I conduttori attraversati da corrente al variare della frequenza tendono a popolare la periferia del conduttore.

Deriva dalle Eddy Current.

La linea attraversata da corrente genera un campo magnetico variabile ed è anche generato dalla variazione del campo elettrico

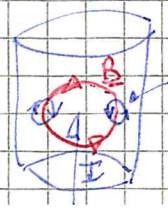
$$\nabla \times \underline{B} = \mu_0 \underline{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$$

Il rotazionale indica che $\underline{B}$ possiede linee chiuse di campo.

Questo campo magnetico induce delle correnti, dette Eddy currents.

Rafforzano la corrente all'esterno e la indeboliscono all'interno.

Essendoci $\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ e poi $L \frac{di}{dt}$ e anche $-\frac{\partial \phi}{\partial t}$ $\Rightarrow$ queste correnti variano con la frequenza.



eddy currents

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\mu \pi f}}$$

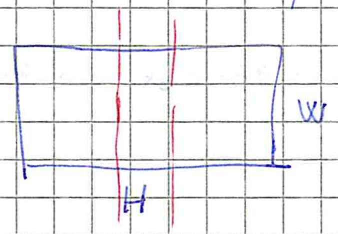
$r = \frac{\rho}{A} = \frac{\rho}{H \cdot W}$ $r(f) \simeq \frac{\rho}{2(W+H)\sqrt{\frac{\rho}{\pi\mu f}}}$ cioè spesso la pelle, cioè $W+H$, però ce ne sono due (sopra e sotto) e lo moltiplico

per lo spessore della pelle $= \delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi\mu f}}$

Caso peggiore $\delta_C = \frac{\max\{W, H\}}{2}$ $\frac{\rho}{2(H+W)\delta_C} = \frac{\sqrt{\rho\pi\mu f_C}}{2(H+W)}$

$\Rightarrow \frac{\rho^2}{\delta_C^2} = \rho\pi\mu f_C$ $f_C = \frac{4\rho}{\pi\mu \max(H,W)^2}$

$\frac{\max\{W,H\}}{2}$ è da intendere quando δ_C raggiunge metà del ~~conduttore dopo~~ ~~dove...~~ lato più lungo



Se raggiunge in questo caso $\frac{W}{2}$ (W è il più piccolo) perciò inizia a ~~stacc~~ staccarsi prima dal centro in H, si inizia a creare una banda vuota che si allarga e lascia del conduttore inutilizzato al centro.

Es. una linea in rame inizia già a 2 MHz!

Se invece di 100 la faccio 50 diventa già 8 MHz. Ottengo tenendo conto $r(0) \simeq 3.4\ \Omega/m$ $r(100\,MHz) = 11\ \Omega/m$

Quindi aumentano anche i fenomeni dissipativi e diventa R più rilevante al crescere della frequenza, oltre ad accorciarsi λ

I chip hanno i pad sui quali si collegano i bonding wires. Questi diventano vere e proprie induttanze concentrate parassite. Se il clock è elevato, causerà una caduta di tensione, per esempio di alimentazione

$\Delta V_L = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ $L = \frac{\Delta V_L}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}$ $\Rightarrow$ $L < \frac{\Delta V_{Lmax}}{\frac{\Delta I_M}{t_r}}$ ← la massima variazione che sono disposto a sopportare.

massima variazione di corrente in quel momento ← tempo salita segnale.

$\Delta_{IR} = C_{chip} \frac{\Delta V_{DD}}{\Delta t_r}$ → $L < \frac{\Delta V_{LR}}{C_{chip}} \cdot \frac{t_r^2}{V_{DD}}$ Questa è la massima induttanza parassita che posso tollerare

$L = L_1 + L_2$

- Perturbazione segnale dovuta alle linee adiacenti - CROSSTALK

$Q = CV$ $C = \frac{Q}{V}$

Assumiamo la capacità lineare una volta definita la geometria del sistema.

La somma di tutte le variazioni di cariche deve essere zero.

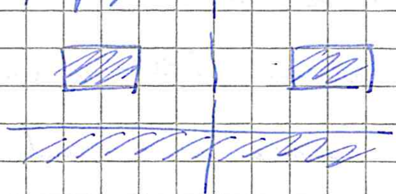
$C_{hk} = \frac{\Delta Q_k}{\Delta V_h} \Big|_{V_i = 0;\ V_i \neq h}$ $C_{hh} = \frac{\Delta Q_h}{\Delta V_h} \Big|_{V_i = 0,\ V_i \neq h}$

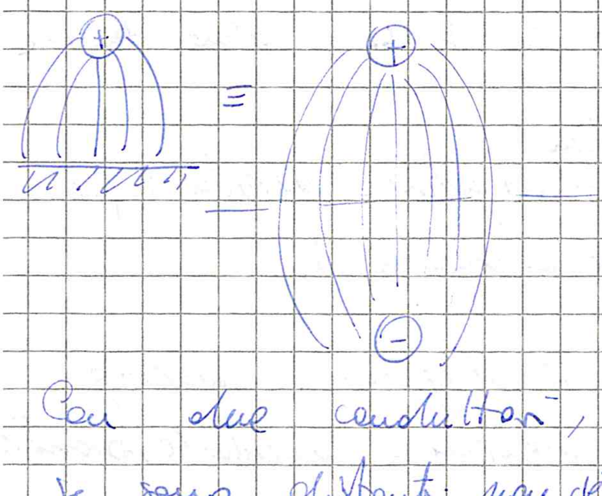
C_{11} = capacità intrinseca del conduttore 1

$\Delta Q_h = \sum_{k \neq h} \Delta Q_k = \sum_{k \neq h} C_{hk} V_k = C_{hh} V_h$ → $C_{hh} = \sum_{k \neq h} C_{hk}$ $C_{hk} = C_{kh}$ reciprocità

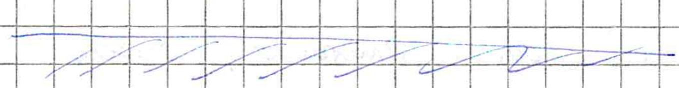
$L_{hk} = \frac{V_k}{\frac{dI_h}{dt}}$ $V = L\frac{dI}{dt}$ $\Phi = L \cdot I$ $L = \frac{\Phi}{I}$

Qualunque segnale si può propagare tramite la combinazione di un modo pari e uno dispari.





Con due conduttori, se sono distanti non c'è campo tra di loro. Se vicini sì.



Applichiamo un segnale pari in fase ai due conduttori.

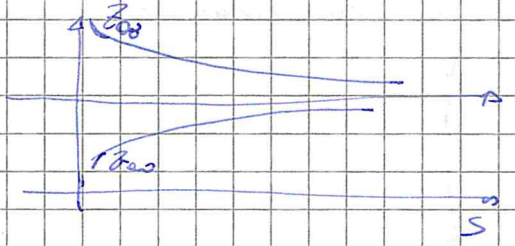
Chiamo C che trovo C_e cioè C_{EVEN} e vedrò $2C_E$

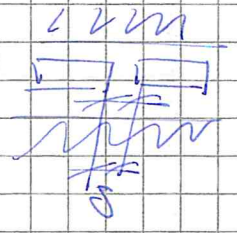
Valuto quindi il modo dispari, dimento in controfase, e ciò che vedo sono $C_0 = C_{00}$ e ottengo Z_0

$C_E << C < C_0$ $\quad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ $\quad Z_{0E} = \sqrt{\frac{L_E}{C_E}}$ $\quad Z_{00} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ $\quad u_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ $\quad u_E = \frac{1}{\sqrt{L_E C_E}}$

Se il dielettrico è omogeneo, $u_0 = u_E = u$.

Sempre $Z_{00} < Z_0 < Z_{0E}$





Troveremo quindi C_{12}, C_{1G}, C_{2G}

$C_E = C_{1G} = C_{11} - C_{12}$

$C_0 = C_G - 2C_{12} = C_{11} + C_{12}$

$C_1 = C_{12} + C_{1G}$

$L_E = L_{11} + L_{12}$ $\quad L_0 = L_{11} - L_{12}$ $\quad Z_{0E} = \frac{1}{C_E u_E}$ $\quad Z_{00} = \frac{1}{C_0 u_0}$

Il campo magnetico ed elettrico si accoppia tra le linee e genera il <u>cross-talk</u>

K_1 = coeff. cross talk linee 1

~~Il cross-talk peggiore~~ Si considera il caso peggiore, cioè tutte le linee si muovono nella stessa direzione

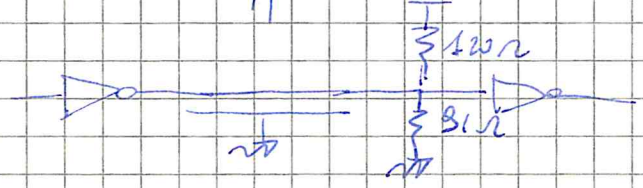
$K_{C1} = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_{ALL}}$ $\quad$ 2 linee $\quad K_{C1} = \frac{C_{12}}{C_1} = \frac{C_{12}}{C_{12} + C_{1G}}$

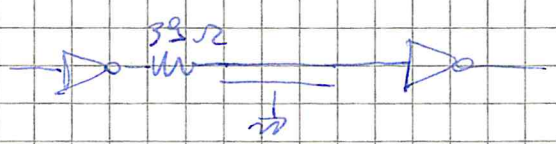
$K_{L1} = \frac{L_{12}}{L_1} = \frac{L_{12}}{L_{12} + L_{1G}}$

$$K_{Ci} = \frac{\sum_{j \neq i} C_{ij}}{C_{ii}} \qquad K_{Li} = \frac{\sum_{j \neq i} L_{ij}}{L_{ii}}$$

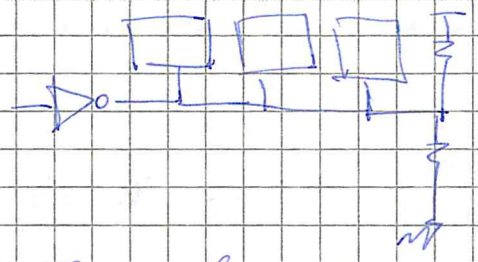
Se omogeneo $K_{C1} = K_{L1} = K_1$

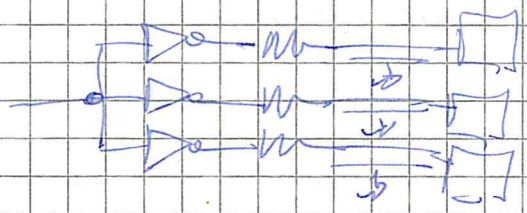
- Anche con accoppiamento con adattamento si creano altri



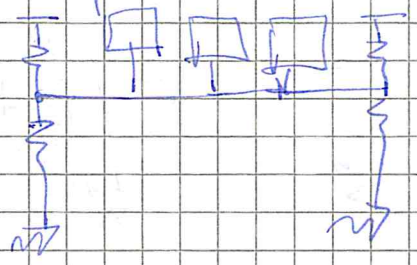


Attraverso la resistenza si cerca di eliminare le stesse elongazioni.





Il problema è la sincronizzazione



HEAT MANAGEMENT

$\underline{J}_Q = -K \nabla t$ Flusso di calore $\underline{J}_Q$ è uguale a $-K$ il gradiente della temperatura

$$\frac{Q}{\Delta t \cdot A} = -K\frac{(T_2 - T_1)}{d}$$ Uso il significato di flusso e di gradiente.

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = -\frac{KA(T_2 - T_1)}{d}$$ $$\frac{KA}{d} = \frac{1}{\Theta} \Rightarrow P = \frac{T_1 - T_2}{\Theta}$$ La potenza in calore si ottiene come rapporto tra ΔT e la conducibilità termica

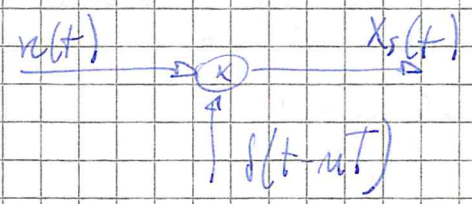
$$P\Theta = T_1 - T_2 \qquad \Theta = \frac{d}{KA} \left[\frac{°K}{W}\right]$$

$$T_j = T_a + P(\Theta_{CA} + \Theta_{CJ}) < T_{max} \qquad T_a = T_j - P(\Theta_{CA} + \Theta_{CJ})$$

$$T_j = T_a + T_{package}$$

Il dissipatore consente di aumentare la superficie di scambio quindi di diminuire Θ. Posso anche ottenere il Θ del dissipatore conoscendo gli altri e tenendolo come incognita, fissato T_j

TRASFORMATA ZETA



$$x_s(t) = \sum_{-\infty}^{\infty}{}_n \, x(nT)\,\delta(t-nT)$$

supponendo $x(t)$ un segnale che dobbiamo campionare e ottenere $X_s(t)$

$$X_s(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x(nT)\, e^{-j2\pi f n T}$$

$$x_s(f) = \frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{+\infty} X(j2\pi f - jn2\pi f_s) \quad \text{ovvero} \quad X(f-f_s)$$

Se consideriamo la trasformata di Laplace, assumiamo il segnale zero prima di tempo zero

$$X_s(s) = \sum_{0}^{\infty} x(nT)\, e^{-snT}$$

ora scrivo e^{+sT} come z $\Rightarrow$ $e^{-snT} = z^{-n}$

z è una variabile complessa per la trasformata zeta

$$X_s(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT)\, z^{-n}$$

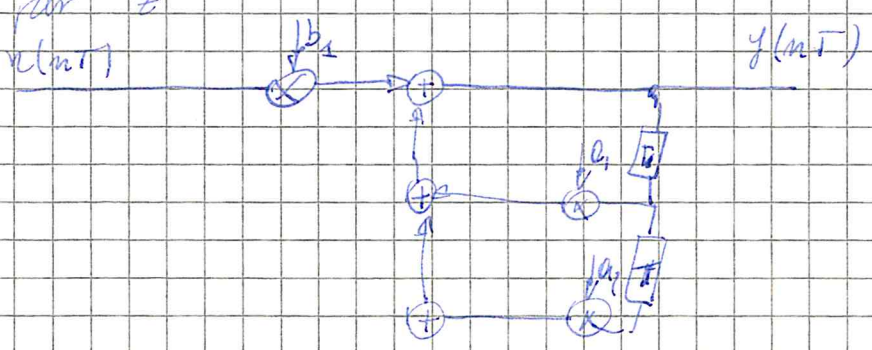
Linearità

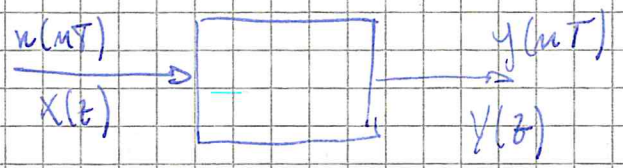
$$K_1 x_1(t) + K_2 x_2(t) \xrightarrow{Z} K_1 X_1(z) + K_2 X_2(z)$$

traslazione temporale

$$x(nT - mT) \xrightarrow{Z} X(z)\, z^{-m}$$

Se è ritardato di 1 T allora z^{-1} $\Rightarrow$ Un flip-flop moltiplica per z^{-1}





Ci consente di caratterizzare un sistema digitale mediante la funzione di trasf.

T comprende a z^{-1}

$$y(nT) = b_1 x(nT) + a_1 y(nT-T) + b_2 y(nT-2T)$$

$$Y(z) = b_1 X(z) + a_1 Y(z) z^{-1} + b_2 Y(z) z^{-2}$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_1}{1 - a_2 z^{-2} - a_1 z^{-1}}$$

Più in generale $\quad H(z) = \dfrac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}}$

Il denominatore implica una retroazione. IIR hanno retroazione e quindi denominatore

$$= K \frac{(1-\beta_1 z^{-1})(1-\beta_2 z^{-1})(1-\beta_3 z^{-1}) \dots (1-\beta_N z^{-1})}{(1-\alpha_1 z^{-1})(1-\alpha_2 z^{-1})(1-\alpha_3 z^{-1}) \dots (1-\alpha_n z^{-n})}$$

zeri

poli