

PROPAGATION = PLANIFICATION = LM

FRIIS EQUATION

$$P_R = P_T G_T G_R \left( \frac{1}{4\pi R} \right)^2 = P_R(R_0) \left( \frac{R_0}{R} \right)^2$$

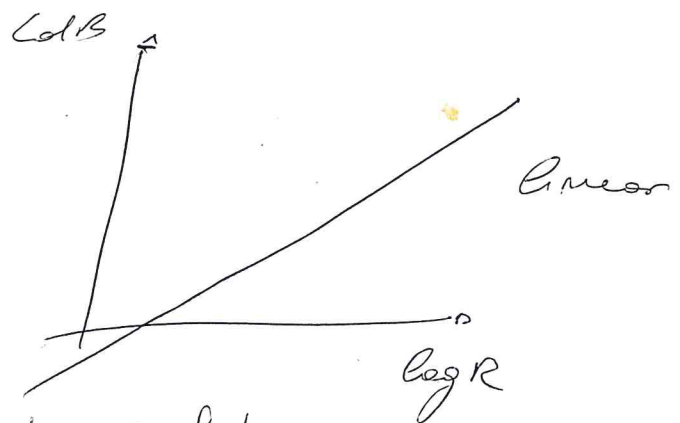
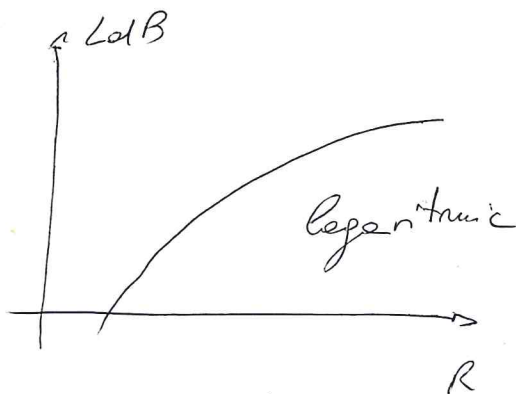
$$L(R) = \frac{P_T}{P_R} = \frac{1}{G_T \cdot G_R} \left( \frac{4\pi R}{1} \right)^2 = L(R_0) \left( \frac{R}{R_0} \right)^\alpha \text{ with } \alpha = 2$$

Attenuation Loss  $L$ 

Path Gain (PG)

$$PG = \frac{1}{L} = \frac{P_R}{P_T}$$

$$\begin{aligned} L^{dB}(R) &= L^{dB}(R_0) - 10\alpha \log R_0 + 10\alpha \log R \\ &= K(f, \alpha) + 10\alpha \log R \end{aligned}$$



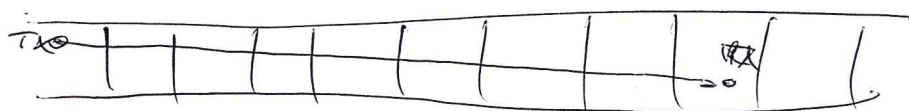
$\alpha$  is related to the wave divergence factor.

$$P(\text{flux}) = P_1 \cdot S_1 = P_2 \cdot S_2; \quad P_1 \propto \left( \frac{1}{R_1} \right)^2; \quad P_2 \propto \left( \frac{1}{R_2} \right)^2 \quad \text{if } S_1 \propto (R_1)^2, S_2 \propto (R_2)^2$$

$$|E| = \sqrt{\frac{4PG}{2\pi}} \frac{1}{R} \left( = \frac{\sqrt{60PG}}{R} \right) \Rightarrow P = \frac{|E|^2}{2\eta} = \frac{PG}{4\pi R^2}$$

Often  $\alpha \neq 2$  to use an attenuation loss similar to free space but in real world: obtained from "fitting" (regression).

(nuclear



Many walls

$$L_{\text{dB}}(R) = L_0^{\text{dB}}(R) + L_w^{\text{dB}} \cdot N_w = K + 10\alpha \log R + \frac{L_w^{\text{dB}} N_w}{R} / R$$

specific attenuation

LOSSY MEDIUM

$$L_{\text{dB}}(R) = L_0^{\text{dB}}(R) + \alpha_s [\text{dB/m}] \cdot R$$

where

$L_0^{\text{dB}}(R)$  is the free space attenuation

Even the multi-diffraction on many obstacles of equal height can't be done by statistical fitting (linear with  $\log R$  by unipol) but by something linear with  $R$ .

$$L_m^{\text{dB}}(R) = K(f, \alpha) + 10\alpha \log R + \left( \frac{L_B^{\text{dB}}}{R} \right) R$$

GAS ATMOSPHERIC = 100 METERS

Attenuation vapore d'acqua

$$\alpha_w = \left\{ 0.050 \cdot 0.0021 \rho + \frac{3.6}{(f - 22.2)^2 + 8.5} + \frac{10.6}{(f - 183.3)^2 + 9.0} + \frac{8.9}{(f - 325.4)^2 + 26.3} \right\} \rho^2 \cdot 10^{-4}$$

$f$  [GHz]       $\rho$  concentration  $\text{H}_2\text{O}$  [ $\text{g}/\text{m}^3$ ]

$\alpha_m$  [ $\frac{\text{dB}}{\text{km}}$ ]

Ossigeno e H<sub>2</sub>O

Si possono sommare considerando l'atmosfera

Lo ossigeno α<sub>o</sub> segue α<sub>w</sub> segue

$$L_s = \int_h^{h_{max}} \frac{[\alpha_o(H) + \alpha_w(H)]}{\sin \phi} dH$$

dove

θ piccolo e φ è funzione di θ, h, distanza di tratta D, variabile di quota corrente H e indice di rifrazione n(H)

Se è parallelo al terreno α<sub>o</sub> e α<sub>w</sub> si possono considerare costanti.

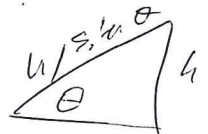
$$L_s = [\alpha_o + \alpha_w] D \quad (D \text{ in Km})$$

A queste si somma lo spazio libero

$$L_{tot} = K + 20 \log(D) + L_s$$

Se i collegamenti sono in linea di vista (ad es. con satellite) si possono usare le altezze equivalenti.

$$L_s = \frac{[\alpha_o h_o + \alpha_w h_w]}{\sin \theta} \quad (\theta \approx 5^\circ)$$



Attenuazione da pioggia

$$\alpha_R = KR^a$$

R e R dipendono da f, pioggia, cuplo del suolo.

R è costante perché la pioggia è elettronica.

Si parla di tempo di servizio e funzionando in percentuale di probabilità. Si può calcolare, data la prob. di servizio, il P5-esimo percentile R<sub>x</sub> e perciò il P5-esimo percentile dell'attenuazione.

$$L_{sx} = KR_x^2 \Delta$$

$\Delta$  in Km

$$R = [ \dots ]$$

vedi slide con tabella blocco 2

$$a = [ \dots ]$$

Ci sono anche tabella ITU.

## IONOSFERA

$$j = e N_p \underline{u}(t)$$

$$m \cdot \frac{d\underline{u}(t)}{dt} = \underline{E} = e \underline{E}$$

Con, forzati

$$m \cdot j\omega \underline{u}(t) = e \underline{E}$$

$$u = \frac{e \underline{E}}{j\omega m}$$

$$\underline{j}(\omega) = \frac{e^2 N_p \underline{E}}{j\omega m}$$

Che nella eq. di Maxwell

$$\nabla \times H = j\omega \epsilon_0 \underline{E} + \underline{j} = j\omega \epsilon_0 \underline{E} \left( 1 - \frac{e^2 N_p}{m \epsilon_0 \omega^2} \right)$$

Si ha una nuova permittività reale e perciò senza perdite

$$\epsilon_p = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{N_p e^2}{m \epsilon_0 \omega^2} \right)$$

Però un indice di rifrazione

$$n_p = \sqrt{\frac{\epsilon_p}{\epsilon_0}} = \sqrt{1 - \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2}$$

$$\text{con } \omega_p = \sqrt{\frac{e^2 N_p}{m \epsilon_0}}$$

(frequenze di plasma  
~ 10-30 MHz)



e quindi la costante di fase

$$\beta = \omega \mu_0 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

$$\underline{E}(\underline{r}) = \underline{E}_0(\theta, \varphi) \frac{e^{-\beta r}}{r} \quad \text{con } \underline{e} \text{ un'onda sferica}$$

Se  $\omega < \omega_p$

$\beta$  è immaginario, perciò attenuazione esponenziale.  
In mezzi senza perdite  $\Rightarrow$  riflessione totale. Si ha con onde MHz (alcune di megahertz.)

### TEOROSCIATTER

Le particelle nell'atmosfera oscillando ritardano con una certa probabilità;  
o si può pensare anche in termini di "correnti equivalenti".  
Può anche essere usato per superare le cotee nebulose.

### • OTTICA GEOMETRICA CLASSICA

Trattazione semplificata della propagazione in un mezzo non omogeneo

In onore di otticali con mezzo non omogeneo e indice di rifrazione  $n(\underline{r})$  lentamente variabile con la posizione, si ipotizza una soluzione simile all'onda sferica ma generalizzata nell'ampiezza vettoriale e nel fattore di fase

$$\underline{E}(\underline{r}) = \underline{E}_0(\underline{r}) e^{-i\beta_0 \Psi(\underline{r})}$$

•  $\Psi(\underline{r})$  funzione scalare (si ipotizza  $\in \mathbb{R}$ )

• Superfici equipotenziali  $\Psi(\underline{r}) = \text{cost.}$

• Fronte d'onda con curvatura variabile e percorso dell'onda non più rettilineo.

Se esistono soluzioni del tipo precedente, si può scrivere

$$(\nabla \times (\nabla \times \underline{V}) = \nabla(\nabla \cdot \underline{V}) - \nabla^2 \underline{V})$$

Quindi

$$\nabla \times (\nabla \times \underline{E}) = \nabla \times (-i\omega\mu \underline{H})$$

$$\nabla(\nabla \cdot \underline{E}) - \nabla^2 \underline{E} = -i\omega\mu \nabla \times \underline{H}$$

$$\nabla^2 \underline{E} + \omega^2 \mu \epsilon_c \underline{E} = \nabla(\nabla \cdot \underline{E})$$

$$\nabla \cdot \underline{D} = 0 \quad \text{perché } \rho = 0 \quad (\text{corrente} = 0)$$

$$\Rightarrow \nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon_r \underline{E}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon_0 (\nabla \epsilon_r) \cdot \underline{E} + \epsilon_0 \epsilon_r \nabla \cdot \underline{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \underline{E} = - \frac{\nabla \epsilon_r}{\epsilon_r} \cdot \underline{E} = - (\nabla \ln(\epsilon_r)) \cdot \underline{E} = -2 (\nabla \ln(\mu)) \cdot \underline{E}$$

Infatti sovrapposando l'ultimo termine al primo

Poi si è fatto uso di

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\epsilon_0}} = \sqrt{\epsilon_r}$$

Ritornando le equazioni d'onda generalizzate

$$\nabla^2 \underline{E} + \beta_0^2 n^2 \underline{E} = -2 \nabla [(\nabla \ln(\mu)) \cdot \underline{E}]$$

È sostituendovi un'equazione del tipo

$$\underline{E}(\underline{r}) = \underline{E}_0(\underline{r}) e^{-i\beta_0 \psi(\underline{r})}$$

più alcune identiche utilizzabili, si ottiene

(a)

(proc. Fresnel-Horowitz) La superficie è espressa nella  
 "slide", che con l'ipotesi  $\lambda \rightarrow 0$  (quindi  $f$  e  $\beta_0 \rightarrow \infty$ ,  
 cioè l'ipotesi asintotica dell'ottica geometrica.

$$|\nabla\psi|^2 = n^2 \quad \text{EQ. DELL'ICONALE}$$

$$\underline{E}_0 \nabla^2 \psi + 2 \nabla\psi [\underline{E}_0 \cdot \nabla n(n)] + 2(\nabla\psi \cdot \nabla) E_0 = 0$$

EQ. DEL TRASPORTO

Risolvendola si può trovare la funzione icnale in  
 ogni punto, la sup equifase e i raggi.  
 Il raggio ottico è ogni linea dello spazio perpendi-  
 colare in ogni punto alla superficie d'onda.  
 Se  $\hat{s}(n, \psi, t)$  indica la direzione di propagazione

$$\hat{s} = \frac{\nabla\psi}{|\nabla\psi|} = \frac{\nabla\psi}{n}$$

Indicando con  $\underline{r}(s)$  l'eq. parametrica del raggio

$$\hat{s} = \frac{d\underline{r}(s)}{ds}$$

Perciò eguagliando i secondi termini si ha l'eq. dei raggi

$$\nabla\psi = n \frac{d\underline{r}(s)}{ds}$$

derivando rispetto ad  $s$

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{d\underline{r}(s)}{ds} \right) = \frac{d}{ds} (\nabla\psi) = \nabla \left( \frac{d\psi}{ds} \right) = \nabla (\nabla\psi \cdot \hat{s}) = \nabla (n \hat{s} \cdot \hat{s}) = \nabla n$$

perciò

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{dr}{ds} \right) = \nabla n \quad \text{Eq. diff. dei raggi}$$

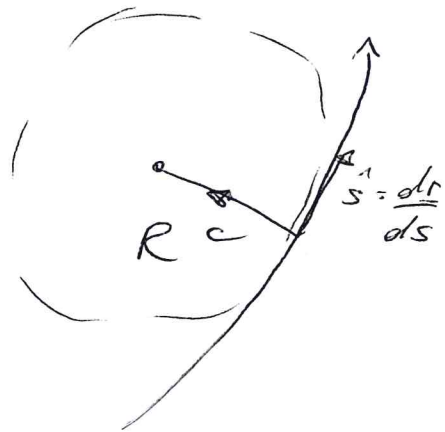
Permette di determinare la traiettoria dei raggi conoscendo il solo andamento di  $n(r)$  e differenziale dell'eq. dei raggi.

Il vettore curvatura

$$\underline{c} = \frac{d^2 \underline{r}(s)}{ds^2} = \frac{d\hat{s}}{ds}$$

La derivata seconda ha direzione verso l'interno. Se  $R$  è il raggio di curvatura locale (raggio del cerchio osculatore) si ha

$$\underline{c} = |\underline{c}| \cdot \hat{c} = \frac{1}{R} \hat{c}$$



perciò

$$\nabla n = \frac{d}{ds} \left( n \frac{dr}{ds} \right) = \frac{dn}{ds} \hat{s} + n \underline{c}$$

da moltiplicato scalaramente per  $\hat{c}$

$$\nabla n \cdot \hat{c} = n |\underline{c}|$$

$$|\underline{c}| = \frac{1}{R} = \frac{\nabla n \cdot \hat{c}}{n}$$

Si come  $|\underline{c}|$  è sempre positivo, l'angolo tra  $\underline{c}$  e  $\nabla n$  è  $< \frac{\pi}{2}$  e perciò il raggio tende a curvare verso la regione a indice di rifrazione più alto. (Esemp. sulle slides)

Se a stratificazione > fenzice

$$n \sin(\varphi) = \text{cost}$$

Se a stratificazione < fenzice

$$n \sin(\varphi) = \text{cost} = q$$

$$w = w_0 \pm \int_{z_0}^z \frac{q}{\sqrt{n^2(z) - q^2}} dz$$

Principio di Fermat

Dati due punti  $P_1$  e  $P_2$ , il cammino ottico è la funzione  $L$

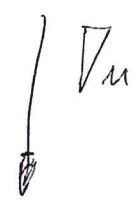
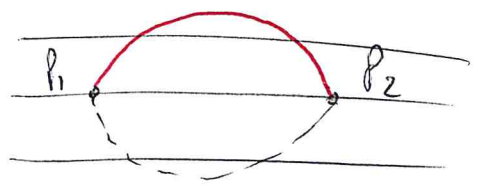
$$L \equiv \int_{P_1}^{P_2} n(s) ds$$

Il cammino ottico è stazionario per i raggi effettivi, ovvero la traiettoria di un raggio minimizza (o raramente) minimizza il cammino ottico.

Anche il principio di Fermat si può usare per determinare la traiettoria dei raggi ottici.

$$L \equiv \int_{P_1}^{P_2} n ds = n \int_{P_1}^{P_2} ds = n \cdot l$$

considerato il mezzo omogeneo.



$\nabla n$  indica la direzione di massima variazione di  $n$ .  
Quello in questa situazione è la soluzione.



A partire dalla soluzione cercata e delle eq. di Maxwell si può ottenere una relazione tra i tre vettori  $\underline{S}$ ,  $\underline{H}_0$ ,  $\underline{E}_0$ , che risultano una terna destrorsa.

$$\underline{E} = \frac{\mu}{\epsilon_r} \mu_0 \underline{H}_0 \times \hat{s} = \frac{\mu_0}{n} \underline{H}_0 \times \hat{s} = \mu \underline{H}_0 \times \hat{s}$$

$$\underline{H}_0 = \frac{\hat{s} \times \underline{E}_0}{\mu}$$

Il vettore di Poynting è uguale a quello per le onde piane uniformi.

$$\underline{S} = \frac{\underline{E} \times \underline{H}^*}{2} = \frac{|\underline{E}_0|^2}{2\mu} \hat{s}$$

l'energia propaga sui raggi ottici.

Le soluzioni

$$\underline{E}(r, \omega) = \underline{E}_0(r) \cdot e^{-i\beta_0 \phi(r)} \quad H(r, \omega) = \underline{H}_0(r) \cdot e^{-i\beta_0 \phi(r)}$$

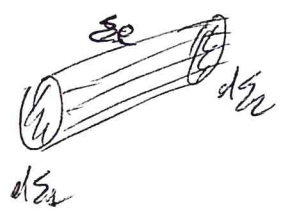
Sono soluzioni alle eq. di Maxwell che localmente vedono delle stesse proprietà delle onde piane uniformi, dove  $\hat{s}$  fa la vaci del vettore d'onda. Si parla di onde piane locali.

$$I = |\underline{S}| = \frac{1}{2\mu} |\underline{E}_0|^2 = \frac{1}{2\mu} |\underline{E}|^2$$

Tubi di flusso dell'energia: superficie chiusa e delimitata lateralmente da raggi e ortogonalmente da due superfici d'onda.

Applicando Poynting (conserv. energia) ad un tubo di flusso di sezione sufficientemente piccola per considerare  $\underline{S}$  costante su di esse e in un tratto senza perdite

$$0 = \int_{dS_2} \underline{S} \cdot \hat{n} dS_2 + \int_{dS_1} \underline{S} \cdot \hat{n} dS_1 + \int_{dS_2} \underline{S} \cdot \hat{n} dS_2$$



$\Rightarrow |\underline{S}_1| dS_1 = |\underline{S}_2| dS_2 \Rightarrow T_1 dS_1 = T_2 dS_2$  legge di intensità dell'ottica

# Spreading factor

$$A = \sqrt{\frac{|S_2|}{|S_1|}} = \frac{|E_2|}{|E_1|} = \lim_{dE_1, dE_2 \rightarrow 0} \sqrt{\frac{dE_1}{dE_2}}$$

Indica come varia la potenza per effetto del fronte d'onda che cresce in superficie, mentre la potenza deve restare costante.

## TROPOSPERA

Terra + atmosfera sferiche quoz. sferica

$$R_0 = 6370 \text{ km}$$

$$R = R_0 + h$$

Atmosfera standard

$$N(h) = N_A e^{-b_A h}$$

$$\begin{cases} N_A \approx 315 \\ b_A \approx 1.36 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^{-1}\text{]} \end{cases}$$

Per un mezzo a simmetria sferica la traiettoria dei raggi

$$n(r) r \sin \psi = K$$

$$n(h) (R_0 + h) \sin \psi = K$$

$$n(h) \left(1 + \frac{h}{R_0}\right) \sin \psi = \frac{K}{R_0} = K$$

Dato che  $\frac{h}{R_0}$  è solitamente  $\ll 1$  e visto che  $n(h) \approx 1 + 10^{-6} N(h)$ ,

$$\left(1 + 10^{-6} N(h)\right) \left(1 + \frac{h}{R_0}\right) = 1 + \frac{h}{R_0} + \underbrace{10^{-6} N(h)}_{\text{piccolo}} + \frac{10^{-6} N(h) \cdot h}{R_0} = \frac{h}{R_0} + \frac{1 + 10^{-6} N(h)}{n(h)}$$

$$= n(h) + \frac{h}{R_0}$$

$$\Rightarrow \left(n(h) + \frac{h}{R_0}\right) \sin \psi = K$$

Si definisce l'indice di rifrazione modificato  $M$

$$M(h) \triangleq n(h) \left(1 + \frac{h}{R_0}\right) \approx n(h) + \frac{h}{R_0}$$

Riconducendosi ad un problema di stratificazione piana

$$M(h) \sin \psi = K$$

che può essere risolto per via numerica o considerando, date le piccole dimensioni, un frammento di cerchio con un certo raggio. Ciò che interessa è la curvatura del raggio ottico.

$$\left| \frac{1}{R} \right| = \frac{\nabla M}{M} \cdot \hat{c} = \frac{1}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{M} \frac{dM}{dr} \hat{r} \cdot \hat{c}$$

Si ha

$$\frac{dM}{dr} = \frac{dM}{dh} = 10^{-6} \frac{dN(h)}{dh}$$

Il gradiente verticale di rifrattività è definito

$$G \triangleq \frac{dN(h)}{dh} \quad (= -b_A N_A e^{-b_A h})$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{M} 10^{-6} G (-\sin \psi)$$

Per il collegamento con la terra  $\psi \approx \frac{\pi}{2}$  e indipendentemente  $n$  può essere  $n=1$ , quindi

$$\frac{1}{R} \approx -10^{-6} G$$

In collegamenti terrestri la variazione poco sulle traiettorie e perciò anche  $G$  e  $\frac{1}{R}$  variano poco: possono considerarsi

Costanti tempo e raggio.

Nel caso di atmosfera standard e quote basse

$$G_{st} = -40 \frac{N}{km}$$

Però il raggio standard è pari a

$$R = R_{st} = 4R_0 \approx 25.500 km$$

A seconda della pressione ecc. varia l'atmosfera:  
u(h) varia e perciò G.

Si fa riferimento all'indice troposferico o fattore correttivo del raggio terrestre

$$K \triangleq \frac{R}{R - R_0} = \frac{1}{1 - \frac{1}{R} R_0} = \frac{1}{1 + 10^{-6} G \cdot R_0} = \frac{157}{157 + G}$$

Quindi per l'atmosfera standard

$$K_{st} = \frac{R_{st}}{R_{st} - R_0} = \frac{4}{3}$$

In base a G

$G > -40 \rightarrow R < R_{st} \rightarrow$  atmosfera substandard

$G = -40 \rightarrow R = R_{st} \rightarrow$  atmosfera standard

$G < -40 \rightarrow R > R_{st} \rightarrow$  atmosfera superstandard

Substandard: curve meno o addirittura verso l'alto.

Superstandard: curve peggiori di più e ~~meno~~ a cambiare l'emittenza radio.

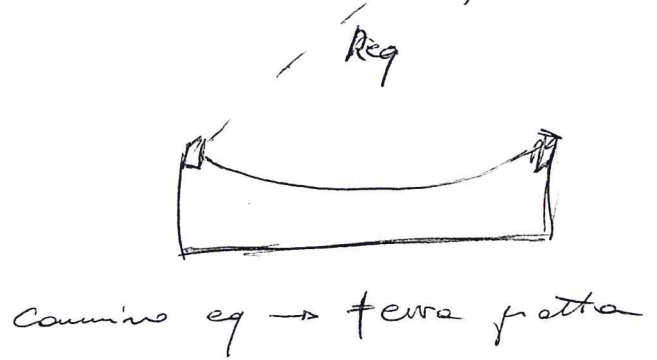
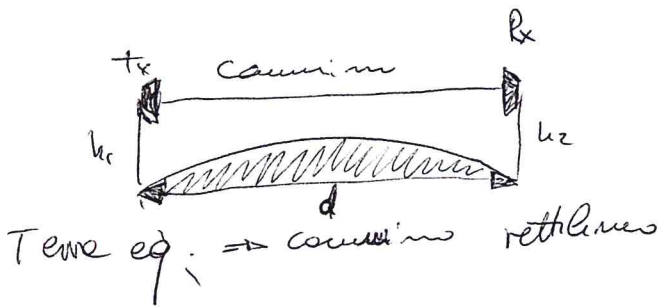
Essendo normalmente  $K > 1$  solitamente l'emittenza radio è più lunga delle uscite attive.

Cammini multipli:

Causati da rapide variazioni di pressione e temperatura  
 doppio terrestre equivalente.

Si considerano 2 curvatures, quella dei raggi e quella  
 terrestre.

Per comodità si cerca di eliminare una delle due  
 curvature per ricadere ad una sola, ad esempio quella  
 terrestre



Il raggio di curvatura è lo  
 stesso  $R_{eq}$

Quello da carta è  $\in \mathbb{C} \cup \mathbb{R}$  che deve superare sempre  
 gli ostacoli.

La curvatura si può approssimare con la derivata seconda  
 cambiata di segno per la concavità verso il basso.

$$f_c''(u) \approx -\frac{1}{R} \quad f_T''(u) \approx -\frac{1}{R_0}$$

Integrando con le condizioni iniziali  $f_c(0) = h_1$  e  $f_c(d) = h_2$ ,

$$f_c(u) = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{d} u - \frac{1}{2R} u(u-d)$$

e  $f_T(0) = 0$   $f_T(d) = 0$

$$f_T(u) = -\frac{u}{2R_0} (u-d)$$



$$E(n) = y_c(n) - y_T(n) = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{d} n + \frac{n(n-d)}{2} \left[ \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right]$$

La deviazione seconda è  $\frac{1}{R_{eq}}$

Si definisce curvatura terrestre equivalente e raggio terrestre equivalente

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} = \frac{R - R_0}{R \cdot R_0} = \frac{1}{R \cdot R_0} \rightarrow R_{eq} = R \cdot R_0$$

Se  $h_1 = h_2 = h$  si può calcolare l'ampiezza visibile  $d_{or}$  ponendo  $E(d_{or}/2) = 0$

$$d_{or} = 2 \sqrt{2hKR_0} = 2 \sqrt{2hR_{eq}}$$

È maggiore rispetto al caso rettilineo, perché  $R_{eq} = KR_0 > R_0$ .

Effetto di condotto

Se le variazioni di  $\frac{dn}{dh}$  sono brusche, causate da variazioni degli strati d'aria, come molto  $h$  e si può avere un effetto detto di condotto.

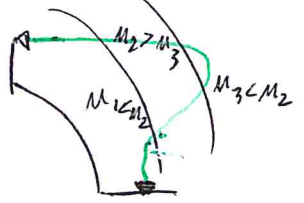
• Condotta al suolo

$h < -15 \text{ m}$  (atmosfera fortemente superrefrattiva)

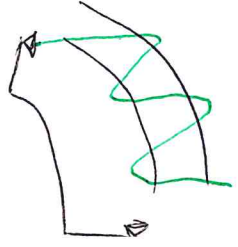
Multiplici rifrattioni al suolo di un cammino con curvature maggiore della terra.



• Condotta in quota



ma anche



Si propaga per molti km con attenuazione bassa.

Si ottiene con VLF e non al il campo, perché non è più sferica (ma si può considerare).

Accade quando c'è un'inversione di segno di  $\epsilon$ , cioè lo stato superiore e quello inferiore sono come indice di rifrazione maggiore di quello centrale.

L'attenuazione è zero, tecnicamente  $\alpha=1$  invece che  $\alpha=2$ , perché si propaga in uno stato bidimensionale.

Un'attenuazione supplementare potrebbe però essere quella delle riflessioni. Resta comunque da poter ottenere meno dello spazio libero. L'interferenza di questo tipo è difficilmente controllabile aumentando la potenza, ma meglio con tecniche diversità spaziali.

## ANGOLO DI BREWSTER

Considerando una polarizzazione TM, si eguaglia il coeff. di trasmissione  $\Gamma_{TM} = 0$

$$n_2 \cos \theta_i = n_1 \cos \theta_t$$

Poi derivando ricavare anche la legge di Snell della rifrazione

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t}$$

che è verificata solo se  $\theta_i + \theta_t = \frac{\pi}{2}$

Per cui  $\cos \theta_t = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) = \sin \theta_i$

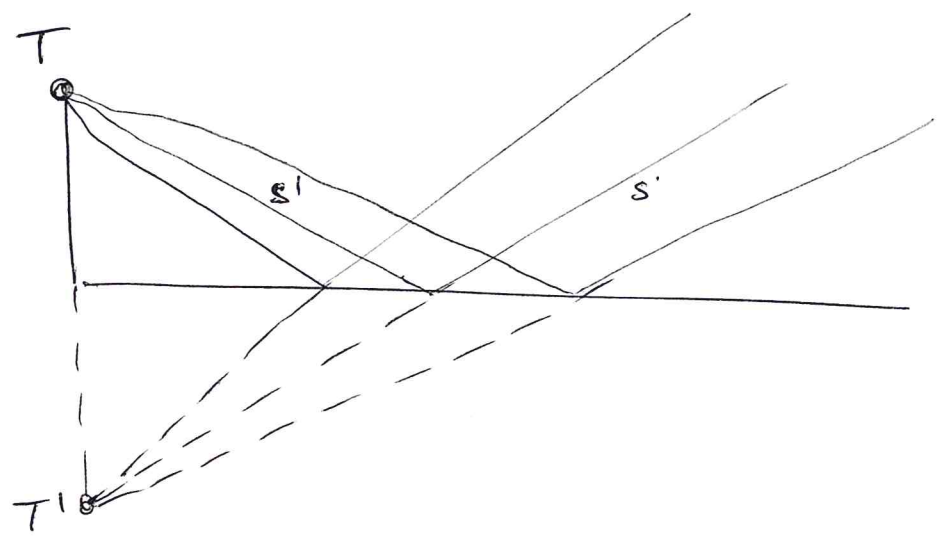
che si ottiene

$$\tan \theta_i = \frac{n_2}{n_1}$$

Angolo di Brewster (rifrazione totale).

Nella ~~refrazione~~ riflessione non vi è componente pol. TM ma solo TE (campo el. tangente alla superficie)

Reflessione e rifrazione, caso reale, terreno



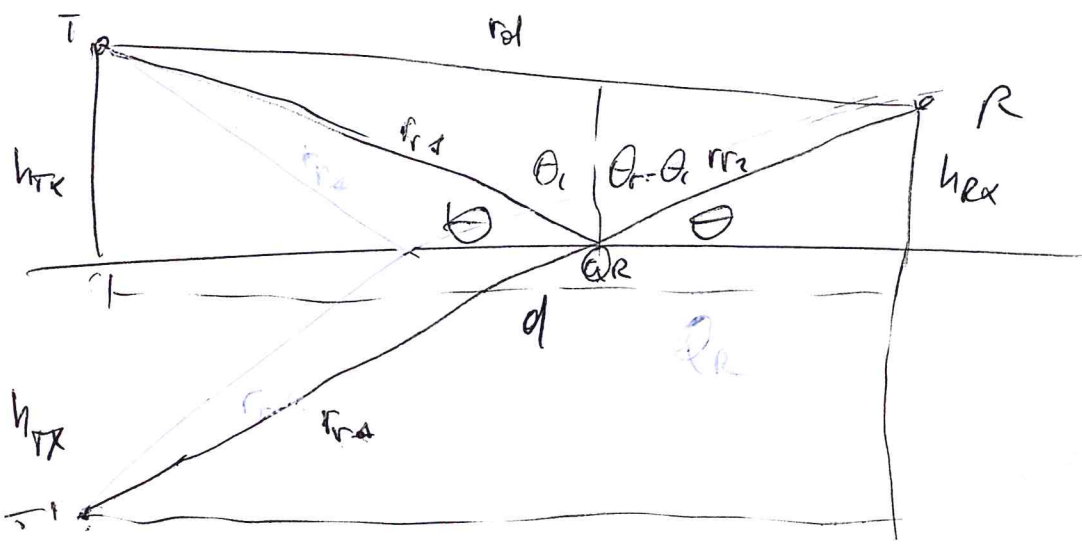
L'angolo riflesso resta sferico ma come prodotto della sorgente immagine  $T'$ .

$$E_r^{Tz/TH}(s) = \Gamma_{Tz/TH} \cdot E_i^{Tz/TH}(Q_R) \frac{s'}{s'+s} e^{-\beta s}$$

$$E_i^{Tz/TH}(Q_R) = \frac{E_0^{Tz/TH}}{s'} e^{-\beta s'}$$

$$\Rightarrow E_r^{Tz/TH}(s) = \Gamma_{Tz/TH} \cdot \frac{E_0^{Tz/TH}}{s'+s} e^{-\beta(s+s')}$$

Il cammino diretto sarà lungo  $r_d = \sqrt{d^2 + (h_{Tx} - h_{Rx})^2}$   
 Il cammino riflesso  $r_r = \sqrt{d^2 + (h_{Tx} + h_{Rx})^2}$



$\Delta r$  = differenza tra le due lunghezze

$$\Delta r = r_r - r_d = \sqrt{d^2 + (h_{rx} + h_{rx})^2} - \sqrt{d^2 + (h_{rx} - h_{rx})^2} = d \sqrt{1 + \frac{(h_{rx} + h_{rx})^2}{d^2}}$$

Se  $\underline{d \gg h_{rx}, h_{rx}}$   $\left( \sqrt{1+x^2} \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 1 + \frac{x^2}{2} \right)$   $- d \sqrt{1 + \frac{(h_{rx} + h_{rx})^2}{d^2}}$

$$\Delta r = d + \frac{(h_{rx} + h_{rx})^2}{2d} - d - \frac{(h_{rx} - h_{rx})^2}{2d} = \frac{2 h_{rx} h_{rx}}{d}$$

È niente ginepro: due raggi che vanno sommati:

$$\underline{E} = \underline{E}_d + \underline{E}_r = \frac{\underline{E}_0 d (\theta_d, \varphi)}{r_d} e^{-i\beta r_d} + \Gamma \frac{\underline{E}_0 r (\theta_r, \varphi)}{r_d + \Delta r} e^{-i\beta (r_d + \Delta r)}$$

Hyp: antenne omnidirezionali nel piano verticale

Se TE, il campo mantiene la stessa polarizzazione

Se TM, il campo non è rigorosamente uguale in entrambe le direzioni ma lo si può supporre perché  $d \gg h_{rx}, h_{rx}$  (se nota ed è in verticale il campo elettrico...)

Poi per  $d \gg h_{rx}, h_{rx} \Rightarrow r \approx r_d \approx d$

Perciò

$$\underline{E} = \underline{E}_d + \underline{E}_r = \frac{\underline{E}_0}{d} e^{-i\beta r_d} + \Gamma \frac{\underline{E}_0}{d} e^{-i\beta r_d - i\beta \Delta r} = \underline{E}_0 \frac{e^{-i\beta r_d}}{d} (1 + \Gamma e^{-i\beta \Delta r})$$

Non posso trascurare il  $\Delta r$  sulle fasi.

Si usa spesso il rapporto

$$\frac{|\underline{E}|}{|\underline{E}_d|} = |1 + \Gamma e^{-i\beta \Delta r}|$$

Poi  $\Gamma = |\Gamma| \cdot e^{i \cdot \text{Arg}(\Gamma)}$



Potenza  $T = |\Gamma| e^{j \arg(\Gamma)}$

$$P_G = \frac{P_R}{P_T} = \cancel{g_{TV}} \cdot g_{RV} \cdot g_{TV} \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \cdot \left(1 + |\Gamma|^2 + 2|\Gamma| \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} \frac{h_{Tx} h_{Rx}}{d}\right)\right)$$

ESEMPIO con TE e TERAZZO = PEC  $\Rightarrow \Gamma = -1$   
(ER. ANCHE AD INCIDENZA MASIMA)

$$BP \approx \frac{\pi h_1 h_2}{\lambda}$$

$$P_G = g_{RV} g_{TV} \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \left(4 \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{h_{Tx} h_{Rx}}{d}\right)\right)$$

oltre al veloce di breakpoint o distanza di breakpoint  
il  $\sin$  si approssima con l'esponente e

$$P_G \approx g_{RV} g_{TV} \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{h_{Tx} h_{Rx}}{d}\right)^2 = (g_{RV} g_{TV}) \left(\frac{h_{Tx} h_{Rx}}{d}\right)^2$$

con fattore di attenuazione  $\alpha=4$

Le oscillazioni sono dovute alle differenze di fase tra le due ~~onde~~ onde che hanno un certo contributo di interferenza

Il fattore  $\alpha=4$  viene notevolmente sulle condizioni di propagazione.

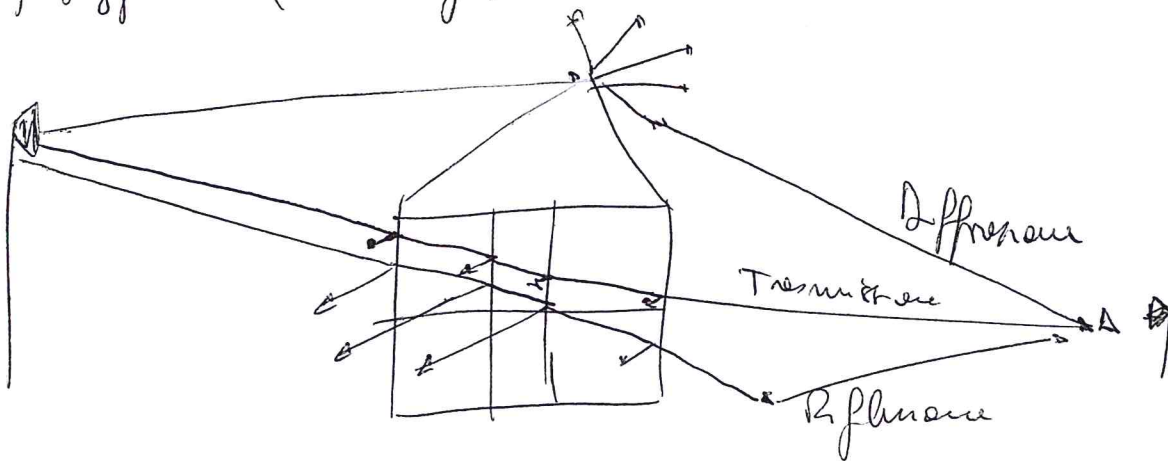
NOTIZIE A SEI RAGGI

Usato per i canyon urbani, considerate più raggi riflessi e fa le considerazioni precedenti.  
Restano più oscillazioni del 2 raggi; anche dopo il BP.



Nelle propagazioni reali, attorno a TX e RX ci sono oggetti che interferiscono sulla propagazione e la rendono molto diversa dallo spazio libero. L'ER interagisce con gli oggetti e la loro geometria influisce decisamente sul totale. Quindi dipendono sensibilmente dallo scenario e anche i segnali sono fortemente dipendenti da essi.

- 1) Riflessione
- 2) Diffrazione
- 3) Trasmissione (Rifrazione)
- 4) Diffusione (Scattering)



## Diffrazione

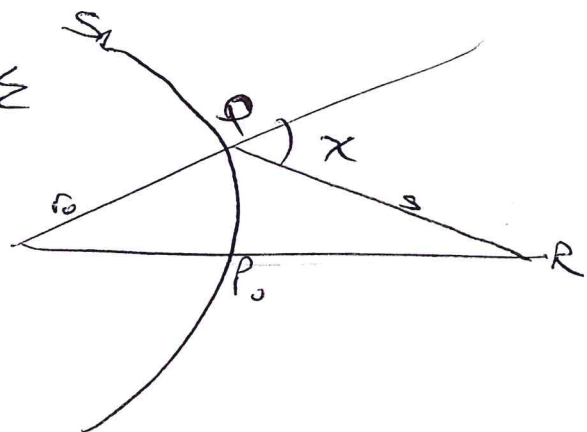
Principio di Huygens-Fresnel (TEORIA SCALARE - VALE PER QUALSIASI TIPO D'ONDA)

Si può usare il principio di Huygens delle sorgenti secondarie  
 Si genera l'insieme delle onde secondarie emesse dagli elementi dS.

$$d\psi(R) = K(x) A \frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{r_0} \frac{e^{j\beta_0 s}}{s} d\Sigma$$

↑ FATTORE DI FORMA      ↑ FATTORE DI PROPAGAZIONE DEL FRONTE D'ONDA PRIMARIA  
↑ INCREMENTO DI VIBRAZIONI      ↑ FATTORE DI PROP. ADDIZIONALE

$$\psi(R) = \int_{\text{sup. sfera}} K(x) A \frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{r_0} \frac{e^{-j\beta_0 s}}{s} d\Sigma$$

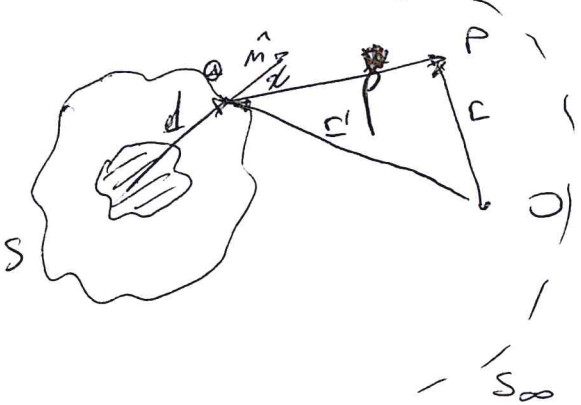


Detta  $\psi$  la generica componente del generico campo, in una regione omogenea e priva di sorgenti

$$\nabla^2 \psi - \sigma^2 \psi = 0$$

Così, il metodo delle funzioni di Green

$$\psi(\underline{r}) = \int_S \left( \psi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS$$



Nel caso in figura

$$\psi(\underline{r}) = - \int_{S \cup S_\infty} \left( \psi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS$$

sono state invertite le normali

$$G = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{-\sigma r}}{r} \quad \text{Funzione di Green}$$

$$\psi(\underline{r}) = \frac{\sigma}{4\pi} \int_{S \cup S_\infty} \frac{e^{-\sigma r}}{r} \frac{e^{-\sigma d}}{d} (1 + \cos \chi) dS$$

Per ottenere questa ultima relazione si ipotizza ancora

$$\left. \begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} r\psi &= 0 \\ \lim_{r \rightarrow \infty} r \frac{\partial \psi}{\partial r} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{regolate all'infinito}$$

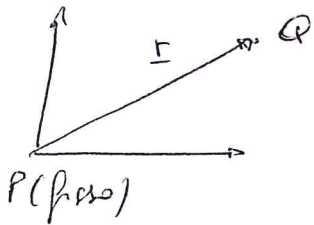
$$\frac{dG}{dp} = \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{\sigma}{p} e^{-\sigma p} - \frac{e^{-\sigma p}}{p^2} \right) \quad \text{dato } p \gg 1$$

$$\Rightarrow +\frac{\sigma}{4\pi} \frac{e^{-\sigma p}}{p} = |\nabla G|$$

Per calcolare rispetto ad  $m$

$$\frac{dG}{dm} = \nabla G \cdot \hat{n} = -\frac{\sigma}{4\pi} \frac{e^{-\sigma p}}{p} \cos \alpha$$

Per verificare il segno



$f(r)$

$$\nabla f = \frac{df}{dx} \hat{i}_x + \frac{df}{dy} \hat{i}_y + \frac{df}{dz} \hat{i}_z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

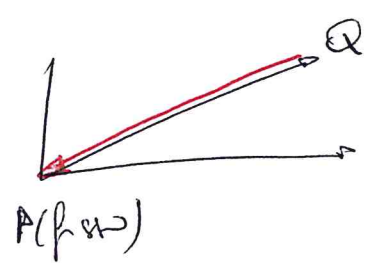
$$\Rightarrow \nabla f = \frac{df}{dr} \frac{dr}{dx} \hat{i}_x + \frac{df}{dr} \frac{dr}{dy} \hat{i}_y + \frac{df}{dr} \frac{dr}{dz} \hat{i}_z$$

$$= \frac{df}{dr} \left( \frac{x}{r} \hat{i}_x + \frac{y}{r} \hat{i}_y + \frac{z}{r} \hat{i}_z \right)$$

$$\nabla f = \frac{df}{dr} \hat{r}$$

G = G(p)

e perciò guardando la differenza nelle derivare del  
rispetto al punto, dove interseca un -.



Situazione precedente

∇G = - | dG/dp | p^hat

Per via delle altre termine

ψ = F(θ, φ) ( e^{-σd} / d ) ⇒ dψ/dm = dψ/dθ =

= F ( -σ/d e^{-σd} - e^{-σd} / d^2 ) = -Fσ e^{-σd} / d

⇒ ψ(r) = ∫\_S [ ( -1 / (4πρ) e^{-σρ} · ( -Fσ e^{-σd} / d ) + F e^{-σd} / d · σ / (4πρ) cos α ) ] dS

= σ / (4π) ∫\_S F e^{-σρ} / ρ e^{-σd} ( 1 + cos α ) dS

che in questo caso è bene σ = 1/β per il termine la precedente.

Del confronto con la formula del principio di Huygens-Fresnel si ottiene quindi

$$k(x) = \frac{i\beta}{4\pi} (1 + \cos x)$$

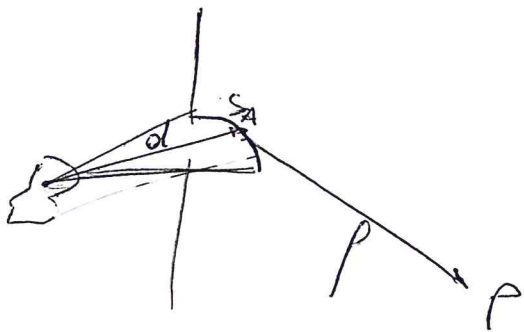
L'integrale esprime anche il principio di Huygens, perché è una sovrapposizione di onde.

In mente di ostacoli è inutilmente complicato calcolare il campo usando il teorema di Kirchhoff, perché nella formula di Fraunhofer.

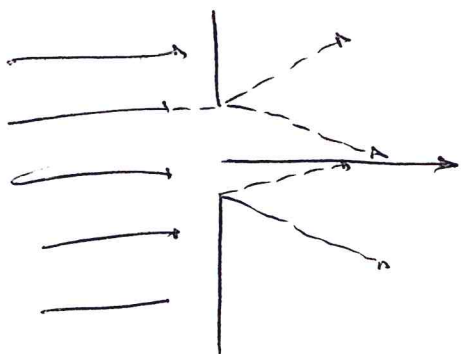
Diventa utile con la presenza di un ostacolo. L'integrale deve limitarsi alle porzioni di fronte d'onda non intercettate dall'ostacolo stesso

$$\psi(\underline{r}) = \frac{i\beta}{4\pi} \int_{S_A} f(\theta, \phi) \frac{e^{-i\beta(d+r')}}{d r'} (1 + \cos x) dS$$

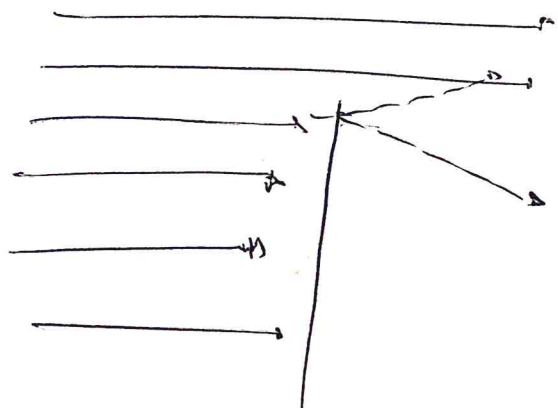
± il valore di  $S_A$  si può approssimare con il valore che si avrebbe senza ostacolo (approssimazione di Kirchhoff)



Esempi fondamentali  
di aperture



Be Kante-Edge





In particolare  $\vec{E}$  ha campo non nullo anche dietro l'ostacolo, non illuminato dalle sorgenti.  
 Più le dimensioni sono piccole rispetto a  $\lambda$ , più la diffrazione è rilevante.

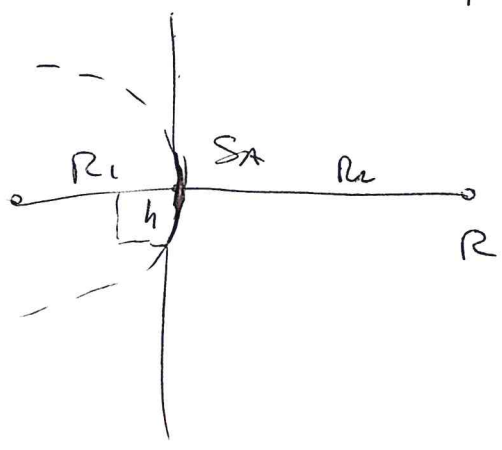
Con il teorema di Kirchhoff è possibile risolvere qualunque problema di diffrazione. Bisogna calcolare ogni volta  $S_A$ .

**ZONE DI FRESNEL**

Caratterizzato in alcuni casi di evitare di calcolare l'integrale di Kirchhoff.

**APERTURA LUNGA**

Si vuole valutare campo l'area di apertura



$$dE(R) = \frac{i\beta}{4\pi} F(\theta, \varphi) \frac{e^{-i\beta R_1}}{R_1} \cdot \frac{e^{-i\beta S}}{S} (1 + \cos \chi) dS$$

$R_1, R_2 \gg h$   $\chi \approx 0$  e  $F(\theta, \varphi) = A$  (costante)

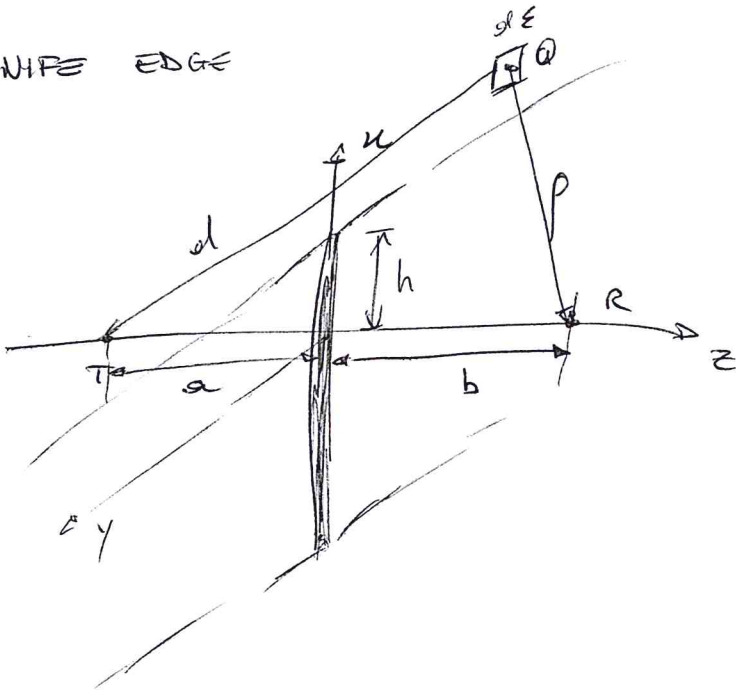
$$dE(R) = \frac{i\beta}{2\pi} A \frac{e^{-i\beta R_1}}{R_1} \frac{e^{-i\beta S}}{S} dS$$

Se  $R_2 \gg \lambda$ , si approssima  $S \approx R$  nella zona  $R_{max}$  di Fresnel e conseguentemente  $S \approx R_{1+2}$  nella  $(n+1)^{ma}$ .

Trascurando l'effetto sull'ampiezza e guardando solo la fase, i contributi della  $(n+1)^{ma}$  sono sfasati rispetto a quelli della  $n^{ma}$  di  $\beta \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi$  e quindi solo la fase, i

Se la  $(k+1)^{ma}$  penna dell'apertura, era accumulata il contributo del campo delle  $k^{ma}$ . Un numero pari di zone di Fresnel e si ha un minimo del campo, dispari e si ha un massimo

KNIFE EDGE



Dato il campo  $\infty$  su  $y$  e dello spessore infinitesimo: appartenere al piano  $xy$ .

$$dE(R) = \frac{1\beta}{4\pi} F(\theta, \varphi) \frac{e^{-i\beta d}}{d} \cdot \frac{e^{-i\beta r}}{r} (1 + \cos \alpha) dE$$

Hyp 1: Sorgente lontana  $\Rightarrow$  fronte d'onda = piano  $xy$

$$E(R) = \frac{1\beta}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_h^{+\infty} F(\theta, \varphi) \frac{e^{-i\beta d}}{d} \cdot \frac{e^{-i\beta r}}{r} (1 + \cos \alpha) dx dy$$

$$F(R) = \frac{1\beta}{4\pi} \cdot \frac{e^{-i\beta(a+b)}}{ab} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\theta, \varphi) \frac{e^{i\beta(d-a)}}{d} a \cdot \frac{e^{-i\beta(p-b)}}{p} b \cdot (1 + \cos \alpha) dx dy$$

Hyp 2:  $h \ll a, h \ll b$

Hyp 3: le sorgenti secondarie  $dE$  che danno contributo in tutte al campo in  $R$  sono tutte e solo quelle per cui

$$h \ll p, d \quad \varphi \ll \alpha, \beta$$

Cioè quelle nelle prime zone di Fresnel e perciò più vicine attorno alla direzione dell'asse.

Potenziale

$$\Phi(\theta, \rho) = A \text{ costante e } x \approx 0$$

$$d \approx a, \rho \approx b$$

$$\Rightarrow d - a = \sqrt{(u^2 + y^2) + a^2} - a = a \sqrt{1 + \frac{(u^2 + y^2)}{a^2}} - a$$

Con Taylor

$$d - a \approx a \left[ 1 + \frac{(u^2 + y^2)}{2a^2} \right] - a = \frac{(u^2 + y^2)}{2a}$$

$$\rho - b \approx \frac{(u^2 + y^2)}{2b} \quad \text{allo stesso modo}$$

$$\epsilon(r) = \frac{1}{2\pi} A \frac{e^{-\beta(a+b)}}{ab} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta \frac{u^2 + y^2}{2a}} e^{-\beta \frac{u^2 + y^2}{2b}} du dy$$

$$= \frac{1}{2\pi} A \frac{e^{-\beta(a+b)}}{ab} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta \frac{a+b}{2ab} (u^2 + y^2)} du dy$$

l'ottimizzazione supplementare (nell'integrale di  $\epsilon_0$   $h = -\infty$ ) con  $\epsilon$  invece dell'ortocolo

$$\sqrt{\epsilon_s} = \left| \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right| = \frac{\left| 2 \int_0^{\infty} e^{-\beta \frac{a+b}{2ab} u^2} du \right|}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta \frac{a+b}{2ab} u^2} du \right|}$$

$$\text{posto } v = u \cdot \sqrt{\frac{2}{a} \frac{a+b}{ab}} \Rightarrow du = \frac{dv}{\sqrt{\frac{2}{a} \frac{a+b}{ab}}}$$

$$\sqrt{\epsilon_s} = \left| \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right| = \frac{1}{\left| \frac{(+)}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\pi}{2} v^2} dv \right|}$$

dove si è usato l'integrale di Fresnel

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\pi}{2} v^2} dv = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{2} \sqrt{\pi}$$

Per  $v_0 > -1$  si può approssimare

$$L_s(\text{dB}) = 6.4 + 20 \log_{10} (\sqrt{v_0^2 + 1} + v_0^2)$$

Per  $v_0 < -\sqrt{2}$

il valore  $|A_s(\text{dB})|$  è  $< 1 \text{ dB}$  e risulta praticamente trascurabile.

Osservando che  $v_0 = \frac{h}{p_1} \cdot \sqrt{2}$ , la condizione  $v_0 < -\sqrt{2}$  corrisponde a  $h < p_1^2$ , ovvero alla condizione di non intersezione tra l'ostacolo e il primo ellissoide di Fresnel.

Ci sono anche le formule approssimate di Lee.

Si può calcolare il campo, vedi slides.

### AMBIENTE REALE

• Nessun ostacolo

• Dual slope model

$$L_{\text{dB}}(R) = L_{\text{dB}}(R_{\text{BP}}) - 10 \alpha \log(R_{\text{BP}}) + 10 \alpha \log(R)$$

$$L(R) = L(R_0) \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 \quad \text{for } R_0 \leq R \leq R_{\text{BP}}$$

$$L(R) = L(R_{\text{BP}}) \left( \frac{R}{R_{\text{BP}}} \right)^\alpha \quad \text{es } \alpha = 4 \quad \text{for } R > R_{\text{BP}}$$

Modelli Hata-Like  $2 \leq \alpha \leq 4$  :  $\alpha$  spazio libero,  $\alpha$  break point.

• Ambiente urbano

Propagazione sopra gli edifici: Over the Roof top (ORT) or Vertical propagation.

Around the buildings = Lateral propagation.

Inside = Indoor propagation



• ORT (Macrocell  $R > 1 \text{ km}$ )

Above the buildings  $\Rightarrow$  freespace  
The interaction with buildings is only in the last part of the path.

The Spatial granularity could be left off and mean path loss considered (+ fading).

Simple statistical model with  $2 < \alpha < 4$  can be used (Hata-like models)

$$L^{dB}(R) = L^{dB}(R_0) - 10\alpha \log R_0 + 10\alpha \log R$$

• Local propagation (LP) (Microcell  $R < 1 \text{ km}$ )

Base station below the rooftops. Prop. takes place around the buildings and "plays" with them.

Simple shot models cannot be used, prop. models should be deterministic and take into account reflection, diffraction and diffuse scattering. The fading is in the model.

After a certain distance (transmission distance) the LP attenuates more rapidly than the ORT.

LP prop is dominant before that, while ORT is after. Higher stations means ORT takes the lead before.

• Indoor propagation

It is more similar to the free space propagation, because the walls are easily penetrable ( $L \sim 1, 5 \text{ dB}$ ).

Appropriate models should be deterministic and should take into account even reflection, diffraction, scattering and transmission losses.



• Modelli di propagazione

The deterministic models are the only kinds of models to describe accurately all the propagation.

If there is not a strong enough theoretical interpretation of the measurement, only empirical-statistical models are feasible:

Model are empirical if they need measurements to be validated or derived.

Physical if they are based on a strong physical theory.

Statistical if only statistics of the main prop parameters are provided as a general environment description.

Heuristic or empirical is the same definition.

Generally empirical/statistical are faster than physical/deterministic models, while the latter are more accurate and flexible, but even more expensive to use.

Emp/stat are used in the design phase while ph/det for the deployment phase of a radio transmission syst.

The deviation from OPI is called "fading".

The fading could be fast or slow.

Fast: due to destructive interference (or constructive) of the various prop paths.

Slow: big obstruction shadowing

The fading is described in a statistical way. It is ergodic random process of space.

Si può fattizzare tutto il path per un

$$P_G(R) = P_{G_0}(R) \cdot e(R) \cdot r(R)$$

in dB

$$P_G(R) = P_{G_0}(R) + e(R) + r(R)$$

Termini deterministici

Oscillazioni lente (slow-fading = shadowing)

Oscillazioni rapide (fast fading)

$P_G(R) = P_G(R_0) \left(\frac{R_0}{R}\right)^\alpha$   $2 \leq \alpha \leq 4$  (o più...)

dove  $\alpha$  è l'esponente di attenuazione.

• le oscillazioni lente ( $\Delta P \approx 0$  su distanze  $\approx 1$ ) possono essere descritte con distribuzione (p.d.f) log-normale

$$f_L(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma l} e^{-\frac{(\ln l)^2}{2\sigma^2}}$$

In dB è Gaussiana e v.m. = 0 ( $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ )

Dovuto ad ostacoli che causano forti oscillazioni nel cammino

• le oscillazioni rapide ( $\Delta P \neq 0$  su distanze  $\approx 1$ ) possono essere descritte da una (p.d.f) di Rice o di Rayleigh.

Per la Rayleigh

$$f_r = \frac{r}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\alpha^2}\right) \quad \text{con } E\{r\} = \alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Dovute all'interferenza dei cammini multipli (multipath), generati dai vari edifici o oggetti nello scenario.   
 per noi sarà  $E\{r\} = 1 \rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$

Per ottenere le statistiche delle misure si considerano che i processi sono ergodici, perciò le medie statistiche e i vari momenti possono essere ~~potuti~~ equiparati alle statistiche spaziali.

Si usa una finestra spaziale scorrevole con dimensioni variabili a seconda di cosa si vuole misurare.

• Margine di fading

Bisogna progettare il sistema non rispetto al valore medio, ma rispetto al percentile di servizio desiderato.

Il margine di fading è la differenza tra v.m. e la somma.

$$MF = \text{Loss} L_F - E\{L\}$$

l'attenuazione usata è quindi diversa da quella di campo libero.

L'MF è calcolato quasi esclusivamente sullo stesso fading, perché il fast fading è "fittato" dall'antenna o con un margine fittato.

### • Modelli Hata-Like

Si basano sul descrivere una nuvola di "energie" sperimentali e cercando la retta di regressione che approssima meglio.

$$L = L(R_0) \left( \frac{R}{R_0} \right)^\alpha = KR^\alpha$$

in dB

$$L^{dB}(R) = L^{dB}(R_0) - 10 \alpha \log R_0 + 10 \alpha \log R = \kappa(f, \alpha) + 10 \alpha \log R$$

Il  $10 \alpha \log R$  risulta una retta sul log-log.

• Presenta solo l'attenuazione media e il fading devono essere parametri aggiuntivi.

• Le macrocelle  $R \geq 1 \text{ km}$  possono essere usate treppie.

• Ha buona accuratezza e deve essere modificato e adattato agli ambienti.

### • Okumura-Hata

Ottanto da misure su TORIO (formula sulle slide)

C'è la freq. perché le antenne non sono ad apertura, per la diffrazione e per l'attenuazione dei muri.

Non hanno base teorica: sono pure empirico-statistiche.

• Le derivate Hata-Like furono ottenute dall'ETSI per GSM e UETS.

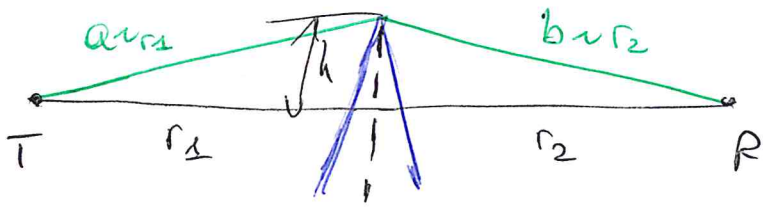


• Modelli ibridi

• ORT

Assumono che la propagazione avvenga sopra agli edifici  
Sono ibridi perché hanno bisogno di alcune informazioni  
deterministiche sull'ambiente.

• Single "knife-edge" diffraction



È il parametro di Fresnel

$$v_0 = h \sqrt{\frac{2}{\lambda} \frac{a+b}{ab}} \left( = \frac{h}{\rho_1} \sqrt{2} \right)$$

È il Pt approssimato per eccellenza della teoria scalare di  
Kirchhoff

$$\sqrt{Pg} = \frac{E}{E_0} = \frac{1-j}{2} \int_{v_0}^{\infty} e^{-j(\pi/2)u^2} du$$

Per il grafico vedi slides e muovamente le formule approssimate  
di Lee.

• Multiple RE diffraction.

Per molti RE non vi sono ~~formule~~ espressioni in forma chiusa.  
Sono stati sviluppati metodi ~~numerici~~ per calcolare approssimati  
l'attenuazione totale.

• Metodo Tight rope / Epstein-Petersen

Senza semplificare il profilo dei bordi.

Si tiene una corda ideale e si tengono solo i bordi che vengono toccati.

Per l'E.P. serve una decomposizione degli ostacoli e si computa il totale attraverso il prodotto.

Il percorso parziale  $v_i$  è del precedente al successivo di ogni ostacolo. (vedi slide).

Si ottengono quindi le cose  $h, a_i, b_i$  quindi

$$v_{oi} = h_i \sqrt{\frac{2}{\lambda} \frac{a_i + b_i}{a_i b_i}} \quad i = 1, \dots, N$$

e

$$\sqrt{L_{s-tot}} = \frac{M_0}{\prod_{i=1}^N} \left| \frac{1}{\frac{1+i}{2} \int_{v_{oi}}^{+\infty} e^{-\frac{\pi}{2} v^2} dv} \right|$$

• Metodo Deypernt

Si differenzia dall'EP solo nelle costruzioni geometriche di ogni sottopercorso. Il primo ha solo il più grande, poi il più grande a dx e a sx del primo, ecc...

$$\sqrt{L_{s-tot}} = \prod_{i=1}^N \sqrt{L_{s,i}}$$

In questo caso si ha buona accuratezza anche senza applicare in precedenza il tight-rope

• DORI con tutti i modelli per il knife edge non prevede il roof-to-street, dove ci sono specifici ray models da applicare



IR modello nozionale (col'anno (vedi slide))

$$L_{TOT} = L_{base} + L_{diff} - F_{amb} \rightarrow \text{tra cui conto degli aumenti (da tabella)}$$

$\uparrow$                        $\uparrow$   
 Okunne                  E.P. corretto  
 Hata

Quelle semplificate e hybrid necessitano di informazioni deterministiche e di regolazioni. Semplificano la proporzionalità laterale e, insieme, una certa granularità spaziale.

Modello di Berg.

Considera le proporzioni sulle strade. Le attenuazioni di tratta sono concentrate negli cuspidi del percorso. (vedi slide)  
 limitato per microcelle, necessita un certo tuning e fa solo L per P.

- $S_i$  : i-th physical distance
- $d_i$  : i-th effective distance
- $q_i$  : i-th loss factor [ $m^{-1}$ ]

$$K_i = K_{i-1} + d_{i-1} \cdot q_{i-1} \quad K_1 = 1, d_0 = 0$$

$$d_i = K_i \cdot S_{i-1} + d_{i-1}$$

$$L_{dB}^{(m)} = 20 \log \left( \frac{4\pi d_m}{\lambda} \right)$$

$$q_i(\theta_i) = \left( \theta_i \cdot \frac{90}{90} \right)^V \quad \text{con } q_{90} = 0.5 \quad \text{e } V = 1.5$$

## • Multi-Well indoor model

L'attenuazione considera lo spazio libero, una attenuazione costante, la somma di tutti i tipi di muri con la loro attenuazione e separatamente i solai e soffitti (hanno dipendenze diverse dai muri).

$$L_{dB} = 20 \log \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right) + L_c + \sum_{i=1}^{N_{type}} N_{w,i} L_{w,i} + N_p L_p$$

free space  $\rightarrow$   $20 \log \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right)$   
 constant attenuation  $\rightarrow$   $L_c$   
 walls of type  $i$   $\rightarrow$   $\sum_{i=1}^{N_{type}} N_{w,i} L_{w,i}$   
 floor with numbers  $\rightarrow$   $N_p L_p$

L'esempio stat. per l'indoor deve avere una più esplicita del 1° ordine ma qualcosa di più curvo.

Parametri tipici per MWIM sono sulle slides.

Il modello lineare si basa su

$$L_{dB} = 20 \log \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right) + \alpha_s R$$

o anche equivalentemente

$$L_{dB} = L(R_0) + 20 \log \left( \frac{R}{R_0} \right) + \alpha_s (R - R_0)$$

$\alpha_s$  è la attenuazione superfice

Questo fornisce la granularità mentre MWIM no.

# VARIABILI ALGEBRAICHE

Scodes + Apunti

## GEOMETRICAL THEORY OF PROPAGATION

is an extension of Geometrical Optics, but not limited to optical frequencies. Like GO it is an asymptotical high-frequency approximation of basic electromagnetic theory, based on ray concepts

The diffraction is introduced through an extension called Geometrical Theory of Diffraction (GTD)

The combination of GO and GTD is called GTP (Geometrical Theory of Propagation) and is the base of deterministic ray propagation models (ray-tracing, etc)

Wavefront: surface where the field has the same phase

Ray: path of the wave, perpendicular to wavefront.

In presence of obstacles rays are piecewise-rectilinear and wavefront could be of various kinds.

In free space, the reference wave is the spherical wave

$$E(R) = E_0 \frac{e^{-i\beta R}}{R} = E_0 \frac{e^{-i\beta p_0}}{p_0} \frac{p_0}{R} e^{-i\beta(R-p_0)}$$
$$= E(p_0) \frac{p_0}{R} e^{-i\beta(R-p_0)} = E(p_0) \frac{p_0}{p_0+s} e^{-i\beta(s)}$$

The power density

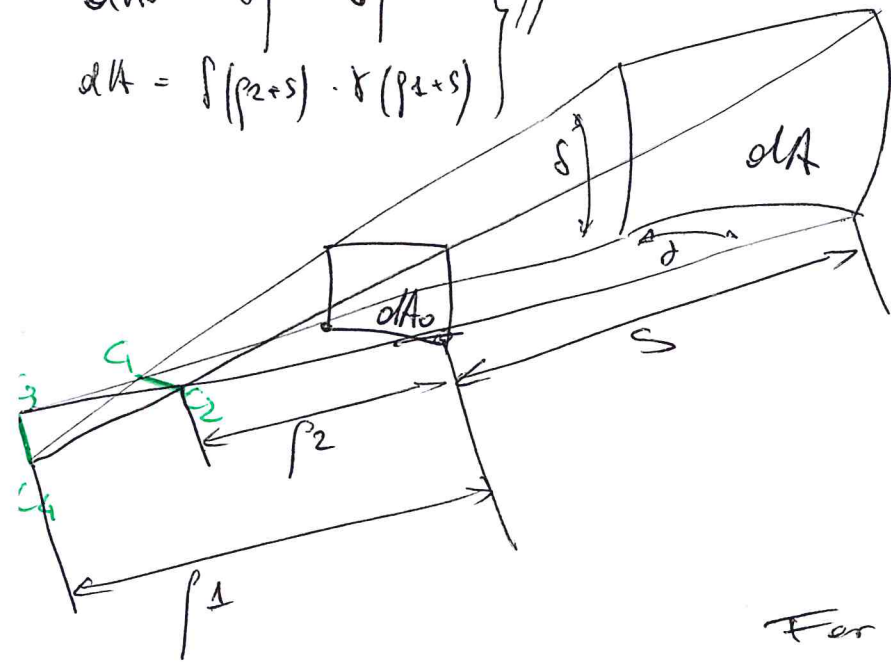
$$S(R) = S(p_0) \left( \frac{p_0}{p_0+s} \right)^2$$

Since the wave ~~can~~ have a different wavefront shape, the spreading factor can change.

If the medium is homogeneous the geometric wave divergence's factor is:

$$A(\rho_1, \rho_2, s) = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}} \left( = \sqrt{\frac{dA_0}{dA}} \right)$$

$$\begin{aligned} dA_0 &= s \rho_2 \cdot \delta \rho_1 \\ dA &= s(\rho_2 + s) \cdot \delta(\rho_2 + s) \end{aligned}$$



$\rho_1, \rho_2 =$  curvatures radii

$C_1, C_2, C_3, C_4 =$  wave fronts

$A =$  divergence factor

For power conservation  $A = \sqrt{\frac{1}{L}}$

Spherical case:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_0$$

$$A = \frac{\rho_0}{\rho_0 + s}$$

Cylindrical case

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \infty \\ \rho_2 &= \rho_0 \end{aligned}$$

$$A = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_0 + s}}$$

Plane wave

$$\rho_1 = \rho_2 = \infty \quad A = 1$$



- Amplitude and polarization of the plane wave
- The general (arbitrary) wave in free space has the electric field

$$\underline{E}(s) = \underline{E}(0) \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{f_1 f_2}{(f_1 + s)(f_2 + s)}}}_{\text{propagation factor}} e^{-i\beta s}$$

The polarization vector gives the polarization of the wave

$$\hat{p} \triangleq \frac{\underline{E}(s)}{|\underline{E}(s)|} e^{ix}$$

It has the same polarization of the field but it is normalized.

- GTP waves

Bound on the ~~apple~~ <sup>curve</sup> ray and field.

The propagating field is computed as a set of rays interacting ~~interacting~~ with building walls.

We must follow the ray and continue until the receiver. It is necessary to predict what happens to both trajectory and the field at each interaction with an obstacle.

The ~~plane~~ <sup>wave</sup> here is considered plane.

- local field principle (interaction)

The wave can be locally assumed plane

The field ~~and trajectory~~ of reflected/transmitted/diffracted wave depends on the property of each this point.

- Fermat's principle



The ray trajectory is always so as to minimize path

• Ray reflection and transmission

When the wave impinges on the surface there is a reflection/refraction according to the Snell's law.

The field amplitude/phase change is according to the Fresnel coefficients. (see slides for coefficients)

Reflection does not change the spreading factor of the wave

We neglect the multiple reflection in the wells since its thickness is  $\gg \lambda$ . This is not true for really thin wells

So suppose we have a periodic structure, so periodic

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_c} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r'' = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}$$

Se la perdita è piccola

$$\epsilon'' \ll \epsilon'$$

perciò un'onda piana avrà l'espressione

$$\underline{E} = \underline{E}_0 e^{-jkr} = \underline{E}_0 e^{-(\alpha + j\beta)r} \quad \text{con } jk = \alpha + j\beta$$

quindi

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{\epsilon_r' - j\epsilon_r''} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r' - j\epsilon_r''} =$$

$$\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r'} \sqrt{1 - j \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'}} \approx \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r'} \left( 1 - j \frac{\epsilon_r''}{2\epsilon_r'} \right)$$

$$1R = \alpha + j\beta \approx \frac{\omega \sqrt{\epsilon_r}}{c} \left( \frac{\epsilon_r''}{2\epsilon_r'} + j \right)$$

$$\begin{cases} \alpha \approx \frac{\omega \sqrt{\epsilon_r'}}{c} \left( \frac{\epsilon_r''}{2\epsilon_r'} \right) \\ \beta \approx \frac{\omega \sqrt{\epsilon_r'}}{c} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\underline{E}(r)| = |\underline{E}(0)| \cdot e^{-\alpha r}$$

$$S(r) = S(0) e^{-2\alpha r}$$

Anche fornendo alla prima riflessione bisogna calcolare i coefficienti.

Così un campo di incidenza normale da aria a muro

$$T_{01} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}}$$

da muro ad aria

$$T_{10} = \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} = -T_{01}$$

Considerando la prima interfaccia

$$\frac{S_{\text{refl}_1}}{S_{\text{inc}_1}} = \frac{|\underline{E}_{\text{refl}_1}|^2}{|\underline{E}_{\text{inc}_1}|^2} = |T_{01}|^2$$

Per la conservazione della potenza

$$S_{inc1} = S_{refl1} + S_{trasm1} \Rightarrow 1 = \frac{S_{refl1}}{S_{inc1}} + \frac{S_{trasm1}}{S_{inc1}}$$
$$= |\Gamma_{om}|^2 + \frac{S_{trasm1}}{S_{inc1}}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{trasm1}}{S_{inc1}} = 1 - |\Gamma_{om}|^2$$

Ora la potenza trasmessa alla prima interfaccia, moltiplicata per la costante di attenuazione del mezzo, diventa la potenza incidente alla seconda interfaccia.

Perciò si ha

$$\frac{S_{refl2}}{S_{inc2}} = |\Gamma_{p2}|^2 = |\Gamma_{om}|^2 = |\Gamma|^2$$

$$\frac{S_{trasm2}}{S_{inc2}} = \frac{S_{trasm2}}{S_{trasm1} e^{-2\alpha l}} = \frac{S_{trasm2}}{S_{inc1} (1 - |\Gamma|^2) e^{-2\alpha l}} = 1 - |\Gamma|^2$$

Quindi

$$\frac{S_{trasm2}}{S_{inc1}} = (1 - |\Gamma|^2)^2 e^{-2\alpha l}$$

$$e L_t = \frac{S_{in}}{S_{out}} = \frac{S_{inc1}}{S_{trasm2}} = \frac{e^{2\alpha l}}{(1 - |\Gamma|^2)^2}$$

Con incidenza raschiante  $L_t \rightarrow \infty$  e normale  $e^{-}$  molto buona (è minima)

o GTO

L'estensione fu introdotta da Keller nel 1961 su due emendamenti

- I raggi diffratti e' generato ogni volta da un raggio diffratto su un bordo (o un vertice).
- Ogni raggio diffratto sottosta al principio di Fermat

Segue la legge della diffrazione:

Gli angoli tra il raggio incidente / diffratto e la normale soddisfano la legge di Snell applicata alle diffrazioni

$$n_i \sin \theta_i = n_d \sin \theta_d$$

Se e' lo stesso materiale  $\theta_d = \theta_i$

Però i raggi diffratti appartengono al caso di Keller. Ci sono infiniti raggi delimitati dal caso di Keller di  $\theta_d$ . A seconda del materiale cambia  $\theta_d$

Nell'ambiente urbano interferono solo i bordi orizzontali e per ora non si considerano i vertici.

Se e' anche nel punto proiettato come piano (principio del campo locale), allora il raggio diffratto e' cilindrico per incidenza verticale e conica se obliqua (il fronte d'onda e' un cono). Se coincide coincidono con il bordo.

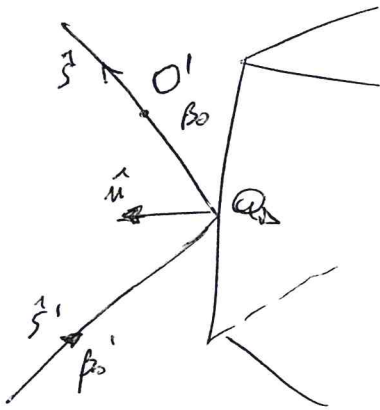
Però il fattore di divergenza, o spreading factor, cambia a seguito della diffrazione. Ogni volta si aggiunge una costante. Il campo diffratto può essere calcolato risolvendo le eq. di Maxwell per un'onda piana, cilindrica, o sferica sul bordo conduttore e togliendo l'incidente e diffratto. Per  $\sin$  approssima ad alta frequenza con Unerburg-Klein e si ottengono i coefficienti.



Questo avrà la forma

$$\underline{\epsilon}_d(s) = \underline{\epsilon}_d(0') \cdot \sqrt{\frac{\rho_1^{ad} \cdot \rho_2^{ad}}{(\rho_1^{ad} + s)(\rho_2^{ad} + s)}} e^{-\gamma s}$$

Se  $\rho_2^{ad}$  coincide con una caustica con il kernel:  $\rho_2^{ad}$  corrisponde alla divergenza del raggio riflesso



Scegliendo  $O' = Q_0$ ,  $\rho_2^{ad} = 0$

Però per la conservazione della potenza

$$\underline{\epsilon}_d(O') \rightarrow \infty \quad \text{per } O' \rightarrow Q_0$$

Si assume  $\underline{\epsilon}_d(s)$  non può variare con il sistema di riferimento, perciò dovrà essere:

$$\lim_{\substack{O' \rightarrow Q_0 \\ (\rho_2^{ad} \rightarrow 0)}} [\underline{\epsilon}_d(O') \cdot \sqrt{\rho_2^{ad}}] = \rho_{\text{inverso}} = \underline{\epsilon}_i(Q_0) \cdot \underline{D}$$

$$\Rightarrow \underline{\epsilon}_d = \underline{\epsilon}_i(Q_0) \cdot \underline{D} \cdot A(\rho_1^{ad}, s) \cdot e^{-\gamma s}$$

$\rho_1^{ad} \rightarrow \infty$  e  $\rho_2^{ad} = \rho_1^{ad}$

con  $A(\rho_1^{ad}, s) = \sqrt{\frac{\rho_1^{ad}}{(\rho_1^{ad} + s)s}}$

$\underline{D}$  è la matrice di diffrazione  $\underline{D} \in \mathbb{M}_{3 \times 3}$

Con un opportuno sistema di riferimento  $\underline{D} \in \mathbb{M}_{2 \times 2}$

~~Questo sistema di riferimento~~ Il campo è su  $\mathbb{R}^3$ .

Il "nuovo" sistema di riferimento è composto da  $\hat{\phi}$  e  $\hat{\beta}_0$ .

Questa teoria si può usare fino all'onda sferica, cioè fino a 2 caustiche, dato che l'onda sferica ne ha 1.

Se polarizzate  $\hat{\phi}$  (TE) allora "hard", se  $\hat{\beta}_0$  (TM) allora soft.



$$A(p^d, s) = \sqrt{\frac{pd}{s/(p^d+s)}}$$

$$A(p^d, s) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{s}} & \text{for a plane incident wave} \\ \frac{1}{\sqrt{ss \sin \beta_0}} & \text{for a cylindrical wave (incident)} \\ \sqrt{\frac{pd}{s/(p^d+s)}} & \text{for a spherical wave (incident).} \end{cases}$$

I coefficienti per il problema 2D.

tip: spigoli conduttori con dimensione circolare

$$WA = (2-m)\pi \quad (0 \leq m \leq 2)$$

onda incidente cilindrica

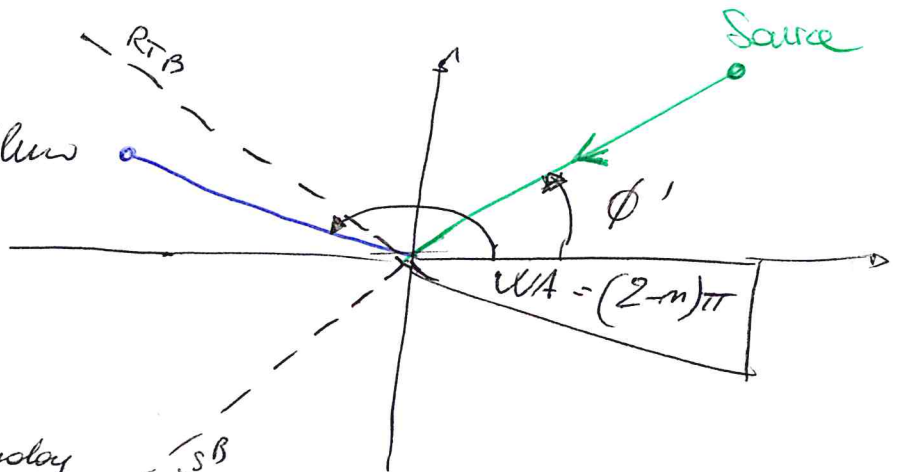
⇓

$$D^s(\phi, \phi', m) \quad \text{e} \quad D^*(\phi, \phi', m) \quad (\text{vedi slides per formule})$$

hanno singolarità, rimosse con la OOD.

Tre regioni:

- i : diretto + diffratto + riflesso
- ii : diretto + diffratto
- iii : diffratto



ISB: Incidence Shadow Boundary

RSB: Reflection Shadow Boundary

Un singolo raggio può avere multiple interazioni.  
 Il raggio risultante  $\vec{E}$  è una linea poligonale e  
 i coefficienti devono essere applicati per ogni interazione.  
 Il fattore di divergenza corretto deve essere applicato  
 sui vari step del percorso.

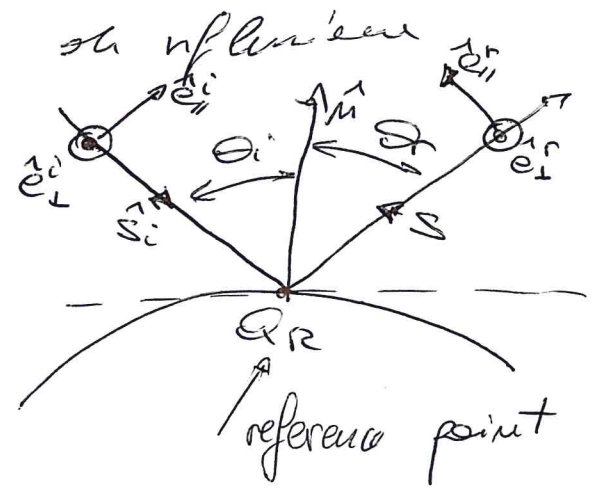
I fattori di divergenza per raggi obliqui sono  
 dati anche da un'altra formula.

• Calcolo  
 Riflettore

$$\underline{E}_r(s) = \underline{\Xi}(Q_R) \cdot \underline{R}(Q_R, \theta_i) \cdot \sqrt{\frac{r_i/r_r}{(1+s)(r_r+s)}} \cdot e^{-\beta s}$$

Il  $\underline{R}$  sono i coefficienti di riflessione  
 sotto forma di matrici.

$$\underline{R} = \underline{T}_{//} \begin{pmatrix} \hat{e}_i^i & \hat{e}_i^r \\ \hat{e}_i^r & \hat{e}_i^i \end{pmatrix} + \underline{T}_{\perp} \begin{pmatrix} \hat{e}_i^i & \hat{e}_i^r \\ \hat{e}_i^r & \hat{e}_i^i \end{pmatrix}$$



Caso di onde sferiche

$$\underline{E}_r(s) = \underline{E}_0 \frac{e^{-\beta s'}}{s'} \underline{R} \cdot \frac{s'}{s+s'} e^{-\beta s} = \underline{E}_0 \frac{e^{-\beta(s'+s)}}{s'+s}$$

che equivale a scrivere

$$\begin{pmatrix} \underline{E}_{rTE}(s) \\ \underline{E}_{rTM}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{T}_{TE} & 0 \\ 0 & \underline{T}_{TM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{E}_{0TE} \\ \underline{E}_{0TM} \end{pmatrix} \frac{e^{-\beta s'}}{s'} \frac{e^{-\beta s}}{s+s'} e^{-\beta s}$$

Campi incidenti in  $Q_R$

fattore di divergenza per un'onda sferica

• Diffrazione

Coefficienti  $\rightarrow$  Campo

$$\begin{pmatrix} E_{\beta_0}^d \\ E_{\phi}^d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_s & 0 \\ 0 & D_u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\beta_0}^i(\rho_0) \\ E_{\phi}^i(\rho_0) \end{pmatrix} A \cdot e^{-\beta s}$$

A è il fattore di divergenza, che per l'angolo sfenico vale

$$A(s', s) = \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}} \quad E^i(\rho_0) = E_{0i} \frac{e^{-\beta s'}}{s'}$$

Per cui

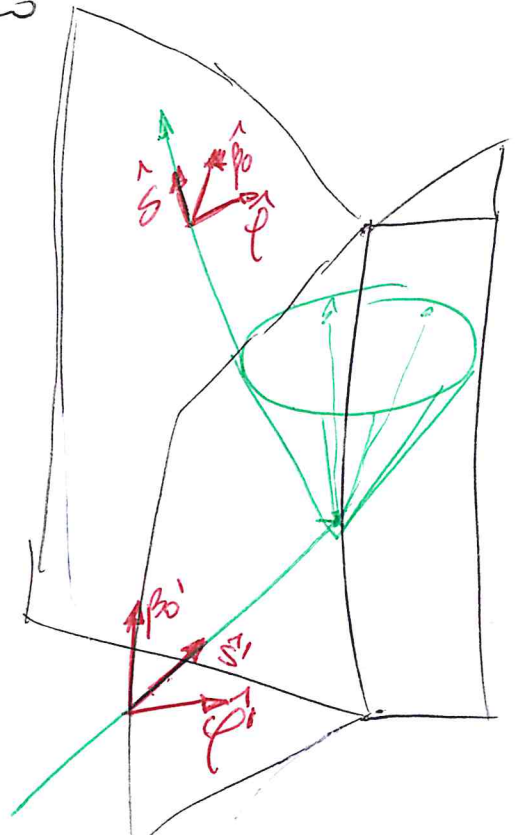
$$\begin{pmatrix} E_{\beta_0}^d \\ E_{\phi}^d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_s & 0 \\ 0 & D_u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\beta_0}^i(\rho_0) \\ E_{\phi}^i(\rho_0) \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{s \cdot s' (s'+s)}} e^{-\beta(s+s')}$$

Usando i coefficienti nel dielettrico

$$\underline{D} = D_s (\hat{\beta}_0' \hat{\beta}_0) + D_u (\hat{\phi}' \hat{\phi})$$

si ha

$$\underline{E}^d = \underline{E}_0 \cdot \underline{D} \cdot \frac{1}{\sqrt{s' s (s'+s)}} e^{-\beta(s+s')}$$



Il campo totale si ottiene come somma vettoriale dei raggi

$$\underline{E}(P) = \sum_{R=1}^{N_R} \underline{E}_R(P)$$

## Multipath

- Attenuation
- Time dispersion
- Angle/Space dispersion

## • Modelli deterministici a NCAI

Si calcolano i collegamenti tra due terminali con alcuni raggi. Questi devono soddisfare la GTF.

Interruttori, riflettori, diffrazioni, scattering, ecc., sono detti "eventi". Il raggio ha un numero predefinito di eventi. Nel

Nel è ~~l'ordine~~ l'ordine di predizione

L'output produce il campo all'antenna ricevente o such il segnale ricevuto. Anche il fast fading è considerato.

Dato che l'accuratezza della descrizione dell'ambiente non è perfetta, l'output del fast-fading non sarà deterministica ma statistica.

A volte potrebbero essere usati dei fasci di plasma (beams) invece che raggi (rays)

È necessario un database accurato. Prima si calcolano i raggi possibili e poi si trova il campo. Più preciso degli empirico statistici, calcola il multipath, ma costa in CPU, in memoria ed è molto specifico per l'ambiente. Il numero di eventi pesa sulle prestazioni ma anche sul tempo di calcolo.

In outdoor si usa NCAI più alto perché potrebbe essere errato e servire più riflettori.

Ci sono varie metriche per vedere l'errore, come errore medio



$$\bar{e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i$$

Deviazione std

$$std(e) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (e_i - \bar{e})^2}$$

Tempo di calcolo

La maggior limitazione all'uso di modelli deterministici è dovuta alla mancanza di dettagli nelle mappe.

• Ray Launching

Sono lanciati con un certo step angolare in tutte le direzioni. Il campo si assume costante sulla sezione del beam.

Negli stecchi si addisce alla  $QSP$ . Nella riflessione partono altri beams.

Il focus può essere suddiviso in più foci se bisogna avere più risoluzione per seguire alcuni eventi.

Il ray launching è orientato ad un area piuttosto che ad un punto-punto.

Non è molto adatto per descrivere interazioni come diffrazione, scattering e cause della completezza nel generare il secondo fronte d'onda.

• Ray tracing

Si basa sul concetto di visibilità per diminuire il carico di CPU.

La visibilità può essere diretta o per riflessione. Si crea prima un albero di visibilità, che indica le parti di visuale reciproca tra gli oggetti, quando si limitano i calcoli in queste regioni.

Per la diffrazione 3D si usa il caso di Keller  
 l'albero di visibilità contiene tutte le informazioni  
 rilevanti per trovare i raggi nell'ambiente considerato.  
 Il backtracking spara i raggi, poi si calcolano i  
 campi.

L'albero è costituito dai vari oggetti, fino a quando  
 il raggio si scontra in layers.  
 La costruzione dell'albero è la cosa che coincide + c'è

$$M = N_v^{(N_{ev} + 1)}$$

con

$N_v$  numero oggetti

$N_{ev}$  numero eventi

Ogni elemento aggiunto aggiunge una scanlon su tutti gli  
 elementi.

La diffrazione deve essere valutata dopo la visibilità e  
 le riflessioni dopo la diffrazione.

Si parte da Rx e si fa il backtracking fino a Tx

PROCEDURA DI AZIONE DEL CAMPO.

Dopo che tutti i punti di interazione sono stati calcolati,  
 si calcola il campo.

Il campo distante in un punto generico  $P(r, \theta, \varphi)$  si  
 può calcolare con

$$\underline{E}_T(r, \theta_T, \phi_T) = \underline{I}_T \cdot \sqrt{\frac{z_T \cdot \eta \cdot g_T(\theta_T, \phi_T)}{16\pi}} \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \hat{p}_T(\theta_T, \phi_T)$$

$$= \underline{E}_{TO}(\theta_T, \phi_T) \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r}$$

con  $z_T$  impedimento dell'antenna,  $\underline{I}_T$  forza di corrente  
 all'antenna,  $\eta$  impedimento corrett. del mezzo,  $\hat{p}_T$  vettore di  
 polarizzazione

Esso è valida solo per lo spazio libero e si può applicare solo al raggio diretto, senza interferenze.

Per le interferenze si usano i vari modelli e le tecniche mostrate per lo spreading factor.

La  $\underline{E}_r(r, \theta_r, \phi_r)$  deriva da

$$|E| = \sqrt{60 G_T P_T} \cdot \frac{1}{r} = \sqrt{\frac{4 G_T P_T}{2 \pi}} \cdot \frac{1}{r}$$

Quindi per il  $k$ -esimo raggio (resh slide).

Per si può anche riportare al segnale (Teorema di Reciprocità)

$$I_R^k = -j \sqrt{\frac{\text{Re}(Y_R) g_R(\theta_R^k, \phi_R^k)}{\pi \eta}} \left\{ \int_R(\theta_R^k, \phi_R^k) \cdot \underline{E}_R^k \right\}$$

$R = R_x$  antenna

$k = k$ -th ray

Con perfetto matching

$$P_R = \frac{|I_R^{\text{TOT}}|^2}{P \cdot \text{Re}(Y_R)}$$

$$\text{e } |I_R^{\text{TOT}}|^2 = \left| \sum_{k=1}^N I_R^k \right|^2$$

Si può fare anche la considerazione mantenendo tutti i raggi e ottenere un'analisi multidimensionale, cioè segnale, ritardo, angoli di ~~arrivo~~ arrivo e di partenza. Perciò il segnale arriverà con certi ritardi e angoli e sarà spalmato sul tempo.

• INDOOR PROPAGATION

- Necessario un approccio 3D
- Necessario considerare anche le trasmissioni multiple, perché molti più dettagli sono rilevanti. Anche percorsi esterni e adalitture gli oggetti!



Se interessa solo la copertura è più efficace usare altri modelli in indoor, ad esempio MUM (mesh slide).

### • Modelli Ray-Tracing modificati

Può essere semplificato il modello in diversi modi, ad esempio riducendolo 2D, 2D+2D (vertical + lateral) e quasi 3D (Vertical Plane Launch, VPL ray Tracing)

Nel VPL si lanciano dei piani e poi si seguono i raggi sopra i piani. Il caso di diffrazione diventa su piani tangenti ai raggi sferici in 2D.

### • HYBRID RAY MODELS AND DIFFUSE SCATTERING

Volendo tener conto dello scattering, serve un approccio ibrido.

I raggi con lo scattering diverso sono trattati in maniera incoerente, si sommano il campo coerente.

Si miscelano deterministico e empirico/statistico.

Ad esempio un'attenuazione media empirica sul raggio.

### • IL CANALE RADIO MOBILE

Per studiare le multipath si sfrutta la linearità del canale, cioè la somma dei contributi di ogni cammino.

$$I_r = \sum_{i=1}^{N_r} I_r^i = \sum_{i=1}^{N_r} p_i e^{j\theta_i}$$

$p_i$  = amplitudine  
 $\theta_i$  = fase

Le varie sinusoidi sommate saranno traslate delle fasi, oppure il segnale complessivo sarà traslato. Essendo il segnale puntualmente visibile attraverso media locale, lo si può vedere anche il complesso completo. Avendo l'espressione IN e OUT, posso caratterizzare la fun. di trasferimento.



Il segnale può essere equivalente se può scrivere (27)

$$u(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t + \alpha(t) - \phi_0) = \text{Re} \left\{ u(t) e^{j2\pi f_0 t} \right\}$$

$u(t)$  è il segnale per il quale eq. o multiplo complesso.

$$u(t) = A(t) e^{j\alpha(t)} e^{-j\phi_0}$$

Si ipotizza che il canale sia discreto perché si hanno  $N_r$  raggi o percorsi. Poiché il canale è statico cioè le proprietà non variano con il tempo e perciò le fluttuazioni nel tempo possono essere trascurate.

$$\frac{u(t)}{u(t)} \rightarrow \left[ \begin{array}{c} H(p), u(t) \\ H^*(p), u(t) \end{array} \right] \frac{y(t)}{v(t)}$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N_r} y_i(t)$$

$$y_i(t) = \beta_i \cdot A(t-t_i) \cos(2\pi f_0(t-t_i) + \alpha(t-t_i) - \phi_0 + \theta_i)$$

Amplitude loss due to propagation and to the interactions

Time Shift (prop. delay)

phase shift (phase change)

$$y(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} \beta_i A(t-t_i) \cdot e^{j2\pi f_0 t} \cdot e^{-j2\pi f_0 t_i} \cdot e^{j\alpha(t-t_i)} \cdot e^{-j\phi_0} \cdot e^{j\theta_i} \right\}$$

$$= \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} \beta_i \underbrace{A(t-t_i) e^{j\alpha(t-t_i)}}_{u(t-t_i)} \cdot e^{-j\phi_0} \cdot e^{-j2\pi f_0 t_i} \cdot e^{j\theta_i} \cdot e^{j2\pi f_0 t} \right\}$$

$v(t)$

$v(t)$  rappresenta l'involuppo complesso

$$v(t) = \sum_{i=1}^{N_r} \rho_i \cdot u(t-t_i) \cdot e^{j(\theta_i - 2\pi f_0 \cdot t_i)}$$

dato che

$$u(t-t_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\xi-t_i) \cdot u(t-\xi) d\xi$$

quindi:

$$v(t) = \sum_{i=1}^{N_r} \rho_i \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\xi-t_i) \cdot u(t-\xi) d\xi \cdot e^{j(\theta_i - 2\pi f_0 \cdot t_i)}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^{N_r} \rho_i \delta(\xi-t_i) e^{j(\theta_i - 2\pi f_0 \cdot t_i)} u(t-\xi) d\xi$$

$$h_0(t) = \sum_{i=1}^{N_r} \rho_i \delta(t-t_i) e^{j(\theta_i - 2\pi f_0 \cdot t_i)}$$

Risposta impulsiva  
del canale parabolico

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_0(\xi) \cdot u(t-\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} h_0(t-\xi) \cdot u(\xi) d\xi = h_0(t) * u(t)$$

Per trovare la funzione di trasferimento, si può trasformare  
con Fourier la risposta impulsiva.

$$H_0(f) = \mathcal{F}[h_0(t)] = \sum_{i=1}^{N_r} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_i \delta(t-t_i) e^{j(\theta_i - 2\pi f_0 \cdot t_i)} e^{-j2\pi f t} dt$$

$$= \sum_{i=1}^{N_r} \rho_i e^{-j(2\pi(f+f_0)t_i - \theta_i)}$$

Dalla funzione di trasferimento parabolica  $H_0(f)$  si può  
ottenere la funzione di transf  $H(f)$  considerando

$$H(f) = \begin{cases} H_0(f-f_0) & f \geq 0 \\ H_0^*(-f-f_0) & f < 0 \end{cases}$$

$$H(f) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{N_r} p_i e^{-j(2\pi f \cdot t_i - \theta_i)} & f \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{N_r} p_i e^{-j(2\pi f t_i + \theta_i)} & f < 0 \end{cases}$$

• Dispersione temporale (dominio del tempo)

$$v(t) = \sum_{i=1}^{N_r} p_i \cdot u(t-t_i) e^{j(\theta_i - 2\pi f_0 \cdot t_i)}$$

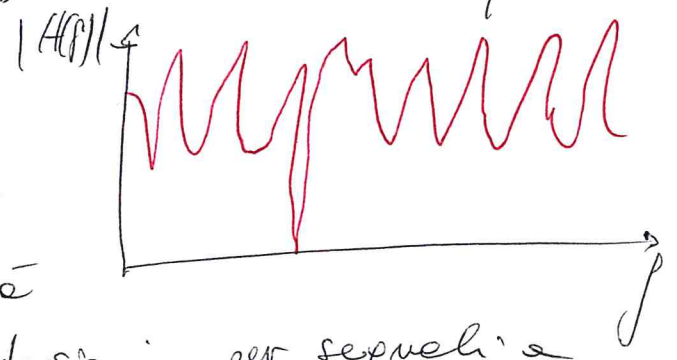
Al ricevitore il multipath causerà diversi ritardi temporali e perciò ci sarà dispersione temporale al ricevitore.

Nella comunicazione digitale, i simboli potrebbero sovrapporsi al ricevitore e produrre l'interferenza intersimbolo (ISI) (considered only if  $T_s \gg \Delta t = t_{i,max} - t_{i,min}$ )

• Selettività in frequenza del canale (dominio delle frequenze)

$$H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\} = \sum_{i=1}^N p_i e^{-j2\pi f t_i} e^{j(-2\pi f t_i + \theta_i)}$$

Anche trascurando il pedice zero (0) si considera comunque il pedice zero equivalente.



A causa del multipath e dei tempi di propagazione variabili, se la freq. la risposta al Rx non sarà uniforme e perciò si avranno distorsioni per sequenze a banda larga o fading selettivo in frequenza.

Se il segnale è a banda stretta si ha il fading piatto in frequenza.

$$B \ll B_c$$

dove  $B_c$  è la banda di coerenza del canale

Vedi esempio sulle slides con due portati

• CASO DINAMICO

Partiamo con

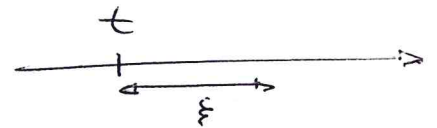
$$y(\xi) = \sum_{i=1}^{N_r} p_i \cdot A(\xi - t_i) \cdot \cos(2\pi f_0(\xi - t_i) + \alpha(\xi - t_i) - \phi_0 + \theta_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_r} \text{Re} \left\{ p_i u(\xi - t_i) e^{j(2\pi f_0(\xi - t_i) + \theta_i)} \right\}$$

Ora la situazione non è più statica, dato che canale radio MOBILE. La situazione di propagazione degli i-esimi canali cambia.

Si suppone che il canale cambia nel tempo ma in modo scelto temporale diversa rispetto ai segnali.

$\xi$  = tempo dei segnali o tempo relativo o "ecceso"  
 $t$  = tempo del canale o tempo assoluto



Si avrà quindi

$$y(t, \xi) = \sum_i \text{Re} \left\{ p_i \cancel{u}(\xi - t_i \cancel{u}) e^{j(2\pi f_0(\xi - t_i(t)) + \theta_i(t))} \right\}$$

Approssimazioni

- $p_i, \theta_i$  e  $u$  variano lentamente nel tempo assoluto, si può perciò trascurare la loro dipendenza da "t"
- la dipendenza dal tempo assoluto nell'esperienza può essere trascurata.

Perciò all'istante  $t = t_0 + \Delta t$  si ha

$$t_i(t) = \frac{s_i + \Delta s(t)}{c} \approx \frac{s_i + v \cdot \hat{K}_i \Delta t}{c} = \frac{s_i + v \cdot \hat{K}_i (t - t_0)}{c}$$



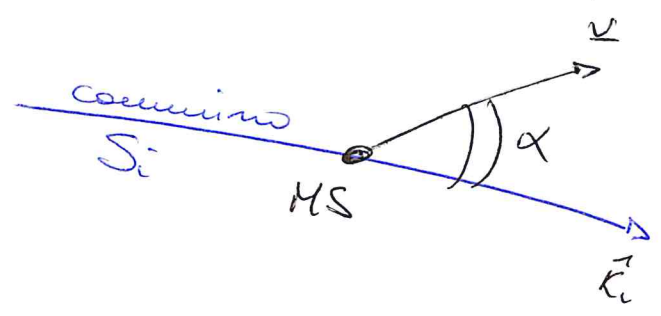
Se  $t_0 = 0$

$$= \frac{S_i}{c} + \frac{v \cdot \hat{k}_i}{c} t = t_i + \frac{v \cdot \hat{k}_i}{c} t \triangleq t_i - \frac{f_i}{f_0} t$$

Quindi

$$\frac{v \cdot \hat{k}_i}{c} = - \frac{f_i}{f_0} \Rightarrow f_i = - \frac{f_0}{c} v \cdot \hat{k}_i = - \frac{f_0}{c} v \cos \alpha$$

Ad ogni cammino  $\hat{e}$  associata una frequenza Doppler.



Si ottiene quindi

$$f(t, \xi) = \sum_i \text{Re} \left\{ p_i u(\xi - t_i) e^{i \left\{ 2\pi f_0 \xi + 2\pi f_i t - 2\pi f_0 t_i + \theta_i \right\}} \right\}$$

quindi

$$v(t, \xi) = \sum_i p_i u(\xi - t_i) e^{i (2\pi f_i t - 2\pi f_0 t_i + \theta_i)}$$

Con un procedimento analogo al caso statico, si ottengono

$$h_a(t, \xi) = \sum_i p_i \delta(\xi - t_i) e^{i \left\{ 2\pi f_i t - 2\pi f_0 t_i + \theta_i \right\}}$$

$$H_d(t, f) = \sum_i p_i e^{i \left\{ 2\pi p_i t - 2\pi f t_i - 2\pi f_0 t_i + \theta_i \right\}}$$

Le funzioni di trasferimento  $e^{-}$  tempo variante rispetto al tempo assoluto. La linearizzazione del tempo assoluto nelle fase non  $\hat{e}$  vale nella realt $\grave{a}$ : vero solo se moto rettilineo uniforme.

Ci sono quindi due ordini del tempo. Se  $v$   $\hat{e}$  molto alta la velocit $\grave{a}$  alta, il tempo di coerenza sar $\grave{a}$  pi $\grave{u}$  basso di uno che  $v$  minore lentamente.

Alcune, ~~che~~ il canale non è selettivo nel tempo e perciò si ha fading piatto nel tempo e:

$$T_d \ll T_c$$

Dove  $T_c$  è il tempo di coerenza del canale e  $T_d$  è la durata del segnale, cioè la forma d'onda che ricompare.

Trasformando il tempo assoluto ~~del tipo~~  $\delta(\nu - f_i)$ , il cammino ~~si ottiene anche un~~  $\delta(\nu - f_i)$  in cui la funzione avrà dipendenza dalle frequenze Doppler, identificata con  $\nu$  (Doppler).

In definitiva si avrà:

- $\xi$  tempo relativo (excess time)
- $f$  frequenza assoluta (absolute frequency)
- $t$  tempo assoluto (absolute time)
- $\nu$  frequenza Doppler (Doppler's frequency)

Le funzioni del canale sono di "tipo  $\delta$ " nelle variabili relative e di "tipo  $e$ " nelle variabili assolute.

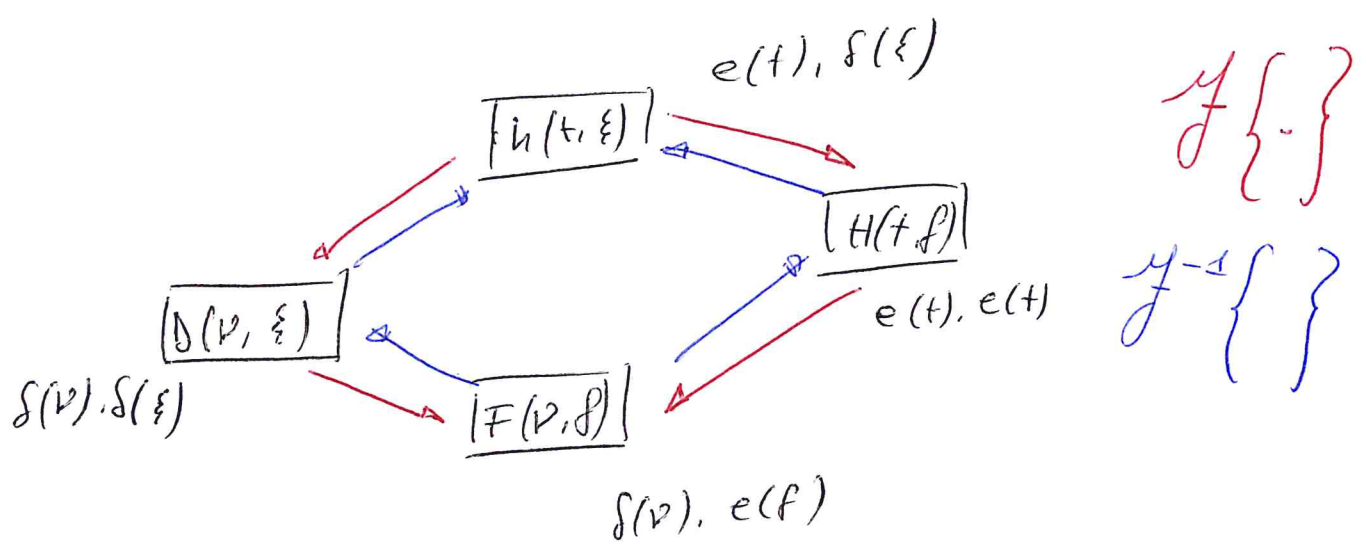
Le frequenze assolute e il tempo assoluto non sono propri del cammino ~~o-erms~~ (senza shift om'!!)

Il tempo assoluto è legato ALL' freq. Doppler.

Le freq. assolute sono la normal. freq del segnale.

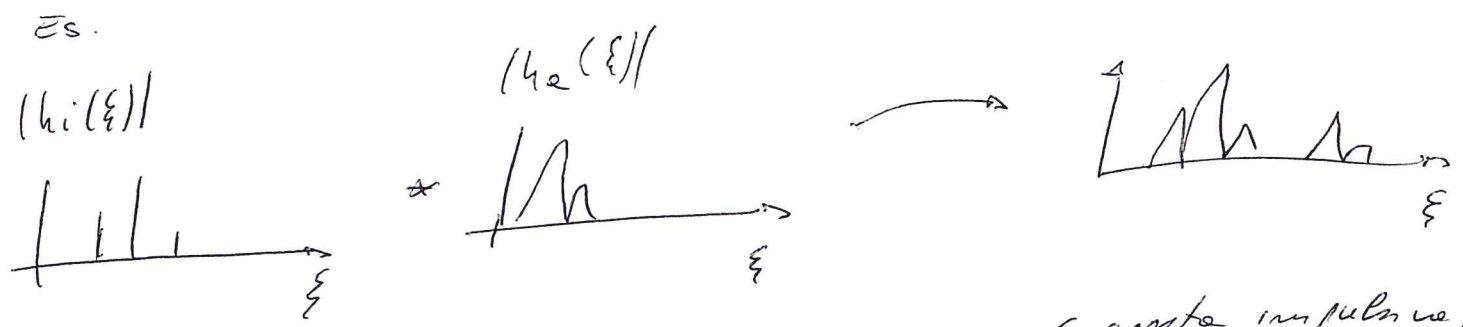
Si ha una dispersione del segnale nel dominio delle frequenze relative (Doppler). Nei domini assoluti non si ha dispersione ma selettività. La dispersione diventa

una distorsione nel dominio trasformato.



• I parametri sintetici (delay-spread, banda di coerenza, ecc)  
 Si considera un tempo  $t$  fissato,  $h(0, \xi) = h(\xi)$   
 $h(\xi)$  nel mondo reale non è una sequenza di impulsi  
 di area, perché i canali reali sono a banda non  
 infinite.

$$h(\xi) = h_1(\xi) * h_2(\xi)$$



$h_1(\xi)$  <sup>impulsiva</sup> ideale del canale (risposta impulsiva)  
 $h_2(\xi)$  <sup>impulsiva</sup> dell'antenna, amplificatori e loss

• Power-Delay Profile

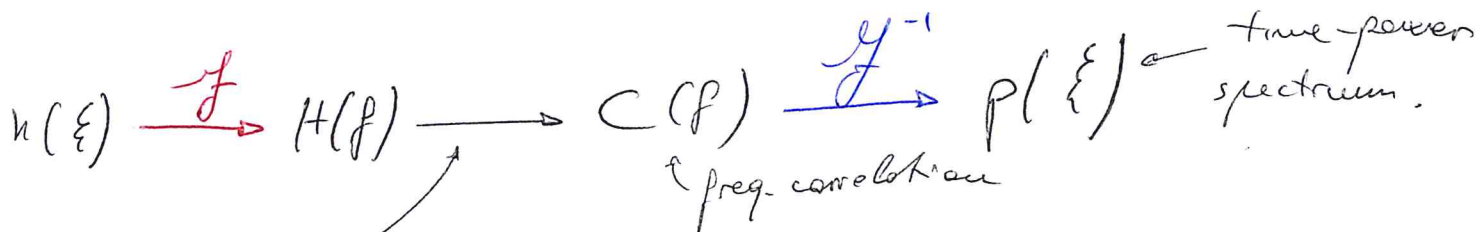
Si usa per stimare lo spettro del ritardo

$$P(\xi) = \frac{|h(\xi)|^2}{\int |h(\xi)|^2 d\xi} \quad [W/s] \quad (\xi \text{ normalizzato})$$

Si può anche essere una media statistica

$$\bar{P}(\xi) \approx \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M P_k(\xi)$$

può anche essere ottenuto in maniera differente



Si ottiene tramite autocorrelazione, cioè si cerca una autocorrelazione in frequenza.

Nella pratica, si prende un certo ambiente di propagazione e si cercano le risposte impulsive. Si calcola quindi il power delay normalized e si fa la media.

Nelle zone collinari si hanno più picchi, dovuti al contributo delle colline.

Similmente, si può cercare anche il power Doppler profile.

Prendi  $f = 0 \Rightarrow F(v, 0) = F(v)$

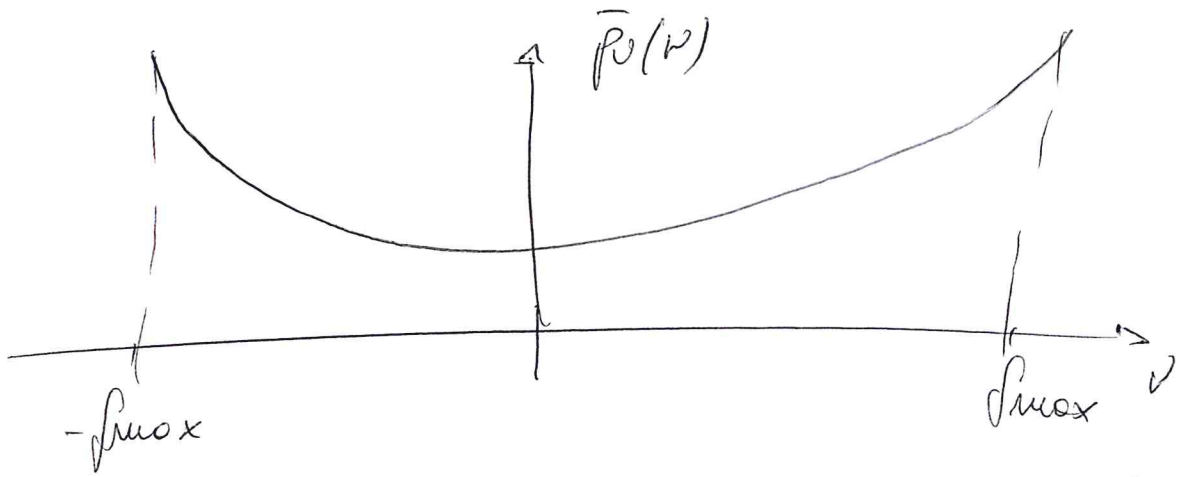
$$P_D(v) = \frac{|F(v)|^2}{\int |F(v)|^2 dv} \quad \text{W/Hz}$$

$$\bar{P}_D(v) \approx \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M P_k^D(v)$$

power-profiles, detti anche densità di potenza o spettro di potenza, possono essere definiti sui domini dove la funzione di trasferimento è un segnale ad energia finita (ad esempio S-Kind per il caso discreto).

Nei diagrammi i power profiles nel tempo in bianco e nelle frequenze in nero.





Ad esempio una comunicazione in una strada.  
 I due piedi vicini il segnale arriva maggiormente  
 che davanti o da dietro. Sono la freq. Doppler massima  
 e minima. Tale sistema deve funzionare bene a f\_max  
 e f\_min perché è dove l'effetto è anche più intenso.  
 In ambiente mobile è più uniforme



Più stretto e  
più uniforme

PARAMETRI DI DISPERSIONE

RMS Delay Spread (DS)

$$DS = \sqrt{\int p(\xi) (\xi - T_{10})^2 d\xi}$$

= varianza

$$T_{10} = \int p(\xi) \xi d\xi$$

= valor medio

RMS Doppler Spread (W)

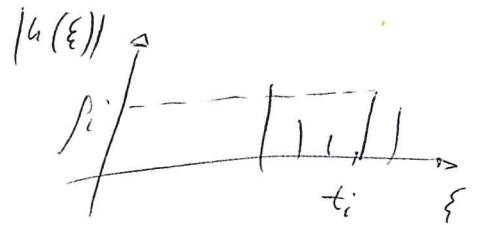
$$W = \sqrt{\int p(v) (v - w_0)^2 dv}$$

$$w_0 = \int p(v) v dv$$

Si può stimare la banda di coerenza come  
 $B_c \approx \frac{1}{DS}$  e il tempo  $T_c \approx \frac{1}{W}$

Nel caso discreto

$$h(\xi) = \sum_{i=1}^{N_T} p_i \delta(\xi - t_i) e^{j(-2\pi\beta_0 t_i + \theta_i)}$$



$h(\xi)$  è una funtz. discreta definita solo per  $\xi = \{t_i\}$   
e perciò gli impulsi non si sovrappongono.

Si ha

$$\begin{aligned} |h(\xi)| &= \left| \sum_{i=1}^{N_T} p_i \delta(\xi - t_i) e^{j(-2\pi\beta_0 t_i + \theta_i)} \right| = \sum_{i=1}^{N_T} |p_i \delta(\xi - t_i) e^{j(-2\pi\beta_0 t_i + \theta_i)}| \\ &= \sum_{i=1}^{N_T} |p_i| \delta(\xi - t_i) \end{aligned}$$

Perciò

$$|h(\xi)|^2 = |h(\xi)| |h(\xi)| = \sum_{i=1}^{N_T} p_i^2 \delta(\xi - t_i)$$

Perché in tutti i  $i \neq i^0$  il prodotto è nullo. Si ottiene poi che  $\delta(\xi - t_i)^2 = \delta(\xi - t_i)$

Si ottiene quindi:

$$p(\xi) = \frac{\sum_{i=1}^N p_i^2 \delta(\xi - t_i)}{\int \sum_{i=1}^N p_i^2 \delta(\xi - t_i) d\xi} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i^2 \delta(\xi - t_i)}{\sum_{i=1}^N p_i^2 \int \delta(\xi - t_i) d\xi}$$

$$\Rightarrow p(\xi) = \frac{\sum_{i=1}^N p_i^2 \delta(\xi - t_i)}{\sum_{i=1}^N p_i^2}$$

Allo stesso modo per il power spectral profile

$$P_V(\nu) = \frac{\sum_{i=1}^N p_i^2 \delta(\nu - f_i)}{\sum_{i=1}^N p_i^2}$$

Dispersione nel caso discreto

$$T_{M0} = \sum_{i=1}^N t_i \cdot p_i \quad DS = \sigma_{\xi} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (t_i - T_{M0})^2 \cdot p_i}$$

dove  $p_i = \frac{p_i^2}{P_{TOT}} = \frac{p_i^2}{\sum_{i=1}^N p_i^2}$

e  $W_0 = \sum_{i=1}^N f_i \cdot p_i \quad W = \sigma_D = \sqrt{\sum_{i=1}^N (f_i - W_0)^2 \cdot p_i}$

Si potrebbe fare una caratterizzazione multidimensionale del canale radio introducendo altri parametri aggiuntivi in un numero statistico che deterministica

La propagazione radio in termini di aperture,  $L$ ,  $P_{\xi}$ ,  $P$  si dice caratterizzazione a banda stretta.

In termini di power-delay profile, delay spread, power Doppler profile, Doppler spread, banda di coerenza, tempo di risposta, etc. è detta caratterizzazione a banda larga.

In tutti i termini precedenti più lo spazio (angolo di arrivo, di uscita, power-angle profile, angle spread, etc) è detta caratterizzazione multidimensionale.

In sintesi, la caratterizzazione multidimensionale è la caratterizzazione del multipath rispetto a tutti i domini: spaziale, tempo, freq. Doppler, spazio  $\Rightarrow$  MIMO

• ESTENSIONE AL DOMINIO ANGOLARE

Si considera la risposta impulsiva parabolica

$$h(t, \xi) = \sum_i p_i \delta(\xi - t_i) e^{j\{2\pi f_i t - 2\pi \rho_i t_i + \theta_i\}}$$

Se consideriamo  $\varphi$  angolo di arrivo azimutale

$$h(t, \xi, \phi) = \sum_i p_i \delta[\xi - t_i] \delta[\phi - \phi_i] e^{j\{2\pi f_i t - 2\pi \beta t_i + \theta_i\}}$$

La stessa dipendenza dall'impulso di fase appare anche nelle altre funzioni di trasferimento.

$$H(t, f, \phi) = \sum_i p_i \delta(\phi - \phi_i) e^{j\{2\pi f_i t - 2\pi(\beta + f_0)t_i + \theta_i\}}$$

Si può fare un profilo anche per  $\phi$

Se  $H(\phi) = H(0, 0, \phi)$  allora il power-spectrum profile può essere definito come

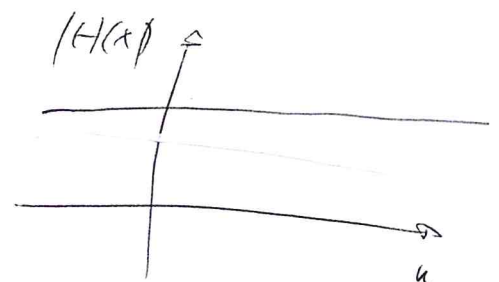
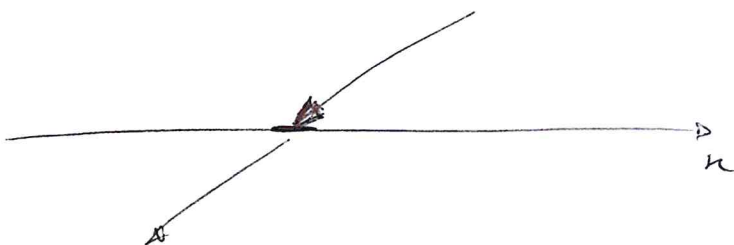
$$P_\phi(\phi) = \frac{|H(\phi)|^2}{\int |H(\phi)|^2 d\phi}$$

Nel caso ideale avrà la forma

$$|H(\phi)| = \sum_{i=1}^N p_i \delta(\phi - \phi_i) \rightarrow P_\phi(\phi) = \frac{\sum_{i=1}^N p_i^2 \delta(\phi - \phi_i)}{\sum_{i=1}^N p_i^2} = \sum_{i=1}^N p_i \delta(\phi - \phi_i)$$

La trasformata di  $\phi$  porta ad un dominio spaziale e così come varia il seno di un seno

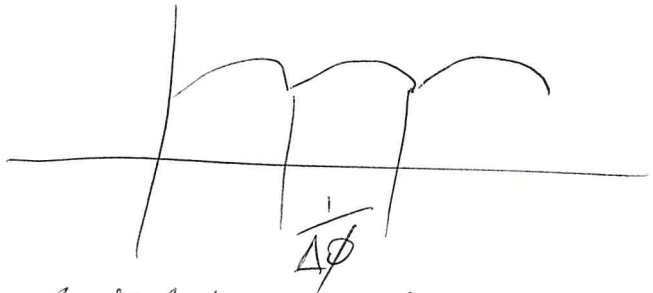
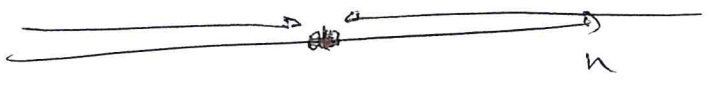
per un'onda piana



L'onda piana non ottiene un cambio solo la fase.



Se invece si incontrano due onde



Si possono cercare tutte le statistiche di  $\phi$ .

Si può estendere in 3D utilizzando il vettore unitario  $\underline{r} = \underline{r}(\theta, \varphi)$ , ancorato sul centro della sfera.

Estensione allo spazio

Considerando la funzione *poissoniana*

$$H(t, f) = \sum_i p_i e^{i\{2\pi f_i t - 2\pi(f+f_0)t_i + \theta_i\}}$$

È utile considerare il dominio spaziale, per esempio come funzione del vettore  $\underline{r} = (x, y, z)$ .

$$H(t, f, \underline{r}) = \sum_i p_i f_i(\underline{r}) e^{i\{2\pi f_i t - 2\pi(f+f_0)t_i + \theta_i\}}$$

La dipendenza deve essere di tipo  $e$  perché nell'angolo era di tipo  $\delta$ .

La dipendenza dallo spazio <sup>su un punto</sup> si ottiene con la trasformata 2D nell'angolo.

Le funzioni di correlazione portano alle funzioni di coerenza: bande di coerenza, spazio di coerenza, freq. di coerenza.

La banda di coerenza

$$B_c^{(a)} = \bar{\omega} \text{ con } R_p(\omega) \leq a \text{ per } \omega \geq \bar{\omega}$$

Il tempo di coerenza

$$T_c^{(a)} = \bar{t} \text{ con } R_t(t) \leq a \text{ per } t \geq \bar{t}$$

La distanza di coerenza  $L_c$

$$L_c^{(e)} = \bar{L} \quad \text{con } R_n(l) \leq \alpha \quad \text{per } l \geq \bar{L}$$

più è alto lo spazio di coerenza  $L_c$ , più è basso l'overhead

$$B_c^{0.1} \approx \frac{1}{\sigma_{\xi}} \quad \bar{L}^{0.1} \approx \frac{1}{\sigma_D} \quad L_c^{0.1} \propto \frac{1}{\sigma_{\xi}} \approx \frac{1}{\sigma_D} \frac{1}{\sigma_{\xi}}$$

## • OTIMO

Con un fading piatto si può migliorare il BER aumentando la potenza in trasmissione.

Se è selettivo spesso il BER non si può ridurre ulteriormente

Per ridurre l'effetto del multipath si possono usare diverse tecniche:

- coding
- diversity
- Equalization

Tutte sono presenti nel caso.

La diversità combatte il fast fading. Si ottiene provvedendo copie del segnale nello spazio, tempo o frequenza.

Il numero di repliche è detto ordine di diversità

Avere alla buona correlazione dopo un certo (spazio, tempo, frequenza) distanza, combinando le repliche si ottiene un diversity gain in termini di SN o BER.

### • Frequency Diversity

Si muove più copie nel dominio della frequenza. Si può applicare se la distanza frequenziale è più grande della banda di coerenza. Si ha diversità in freq. intrinseca se  $B > B_c$ . Questo indica fading selettivo, ma in sistemi digitali potrebbe persino migliorare il BER.

### Diversità temporale

Si prevedono repliche del segnale trasmesso lungo il tempo, solitamente attraverso tecniche di channel coding e time interleaving.

La distanza temporale deve essere maggiore del tempo di coerenza  $T_c$ . Perciò, due simboli sono incorrelati. Non è utile per terminali stazionari.

### • Spazio/antenna diversity

È un modo efficace per combattere i fading. Le repliche sono inviate da diverse antenne in punti diversi dello spazio al ricevitore (o trasmettitore).

Utile nel caso che lo spostamento dell'antenna sia più grande dello spazio di coerenza  $L_c$ .

Si possono considerare di questo tipo anche quelle che non girano nello spazio lineare:

- diversità d'angolo
- diversità di polarizzazione.

D'angolo, si applica quando i segnali hanno molto scatter. Con antenne in direzioni opposte può ottenere più componenti dello stesso segnale.

Di polarizzazione, cioè con più antenne con più polarizzazioni. Diminuisce la correlazione del fading in ambienti urbani.

### • Diversità d'antenna in ricezione

Si assume fading piatto in frequenza perciò tutti i rami saranno  $T_0$  (solitamente  $T_0=0$ ) perché

$$B \approx 1/T_s \ll B_c \approx 1/\Delta T \Rightarrow T_s \gg \Delta T$$

Parad

$$u(t, \xi, \underline{r}) = \sum_i p_i \delta(\xi - t_i) f_i(\underline{r}) e^{j\{2\pi f_i t - 2\pi f_0 t_i + \theta_i\}}$$

$$v(t, \xi, \underline{r}) = u(\xi) * h(t, \xi, \underline{r}) + n(\xi) = \sum_i p_i u(\xi - t_i) f_i(\underline{r}) e^{j\{2\pi f_i t - 2\pi f_0 t_i + \theta_i\}} + n(\xi)$$

On si ha

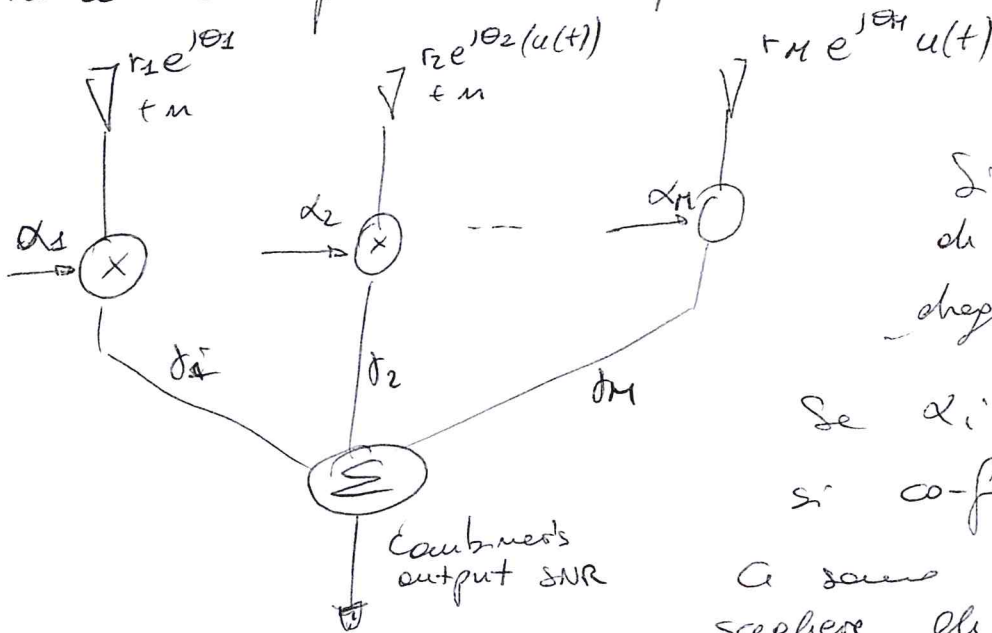
$$u(t, \xi, \underline{r}) = \sum_i p_i \delta(\xi - t_0) f_i(\underline{r}) e^{j\{2\pi f_i t - 2\pi f_0 t_0 + \theta_i\}}$$

$$= \delta(\xi - t_0) \cdot h(\underline{r}, t) e^{j\theta(\underline{r}, t)}$$

$$v(t, \xi, \underline{r}) = \sum_i p_i u(\xi - t_0) f_i(\underline{r}) e^{j\{2\pi f_i t - 2\pi f_0 t_0 + \theta_i\}} + n(\xi)$$

$$= u(\xi - t_0) \cdot r(\underline{r}, t) e^{j\theta(\underline{r}, t)} + n(\xi)$$

Il canale multiplica il segnale per un numero complesso e dipendente dalle portanti.



Se  $\alpha_i = \alpha$  e  $\theta_i = -\theta$  si co-fase l'insieme segnale a diverse stadi per sapere gli  $\alpha_i$ .

Dopo la combinazione

$$v_{\Sigma}(t) = \sum_i v_i(t) = \sum_i \alpha_i r_i u(t) = \alpha_{\Sigma} u(t)$$

$$P_R = \alpha_{\Sigma}^2 P_T = \left( \sum_{i=1}^M \alpha_i r_i \right)^2 P_T$$

Il numero ricevuto

$$N_I = \sum_{i=1}^M \alpha_i^2 N_0 B$$

(Somma di potenze, perché Noise random)



L' SNR

$$\gamma_{\Sigma} = \frac{P_R}{N} = \frac{\left(\sum_{i=1}^M \alpha_i r_i\right)^2 P_T}{\left(\sum_{i=1}^M |\alpha_i|^2\right) N_0 B}$$

$$r_i = \frac{P_{Ri}}{N} = \frac{r_i^2 P_T}{N_0 B}$$

Le tecniche di combinazione lineare possono essere

• Selection Combining (SC)

Il sistema sceglie il branch con SNR  $r_{i, \max}$  più alto. Se le rimmie  $r_i$  per tutti uguali, basta scegliere quello con potenza più alta. Equivale ad un selettore

• Equal Gain Combining (=EGC)

Senza riferiti e per si applica lo stesso peso

$$\alpha_i = e^{-j\theta_i}$$

$$\gamma_{\Sigma} = \frac{1}{M} \left(\sum_{i=1}^M r_i\right)^2 \frac{P_T}{N_0 B}$$

• Maximum ratio Combining (MRC)

Si massimizza SNR dell'output.

$$\alpha_i = \frac{r_i}{\sqrt{N_0}}$$

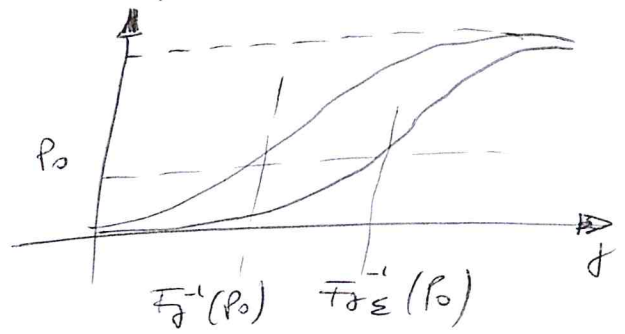
$$\gamma_{\Sigma} = \sum_{i=1}^M \frac{r_i^2 P_T}{N_0 B} = \sum_{i=1}^M \gamma_i$$

Cioè la somma degli SNR di ogni branch.

Se il fading è considerato random, allora l'SNR è una variabile random.

La performance si misura con il (DG) Diversity Gain.  
 Se  $F_T(x)$  e  $F_T(x_\epsilon)$  sono le cumulative dell'SNR prima e dopo la combinatoria e  $P_0$  è la probabilità di interferenza

$$DG = 20 \log \left\{ \frac{F_T^{-1}(P_0)}{F_{T\epsilon}^{-1}(P_0)} \right\}$$



Se i branch sono correlati non si ottiene miglioramento

### • Multiantenna

- Single Input Single Output (SISO)
- Single Input ~~Single~~ Multiple Output (SIMO): 1 transmitting antenna and multiple receiving antennas.
- Multiple Input Single Output (MISO)
- Multiple Input Multiple Output (MIMO)
- MIMO Multuser: each user has multiple receiving/transmitting antennas and the transmitter has multiple receiving/transmitting antennas.

The transmitted signal  $u(\xi, \Omega)$  is replaced by the  $N_T \times 1$  vector  $\underline{u}(\xi)$

$$\underline{u}(\xi) = \begin{pmatrix} u(\xi, \Omega_1^{TX}) \\ \vdots \\ u(\xi, \Omega_{N_T}^{TX}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1(\xi) \\ \vdots \\ u_{N_T}(\xi) \end{pmatrix}$$

dove anche  $\underline{v}$  e  $\underline{u}$  fanno allo stesso modo.

L'impulso sarà una matrice  $N_R \times N_T$

$$\underline{H}(t, \xi) = \begin{pmatrix} h_{11}(t, \xi) & h_{1N_T}(t, \xi) \\ \vdots & \vdots \\ h_{N_R 1}(t, \xi) & h_{N_R N_T}(t, \xi) \end{pmatrix}$$

Se il canale è tempo invariante, la dipendenza da  $t$  scompare. Perciò si può pensare su una scala temporale unitaria.

$$\underline{H}(\xi) = \underline{H}(t)$$

Se matrice è fatta in frequenza solo per  $t=0$   $[\underline{H}(t) = \underline{H} \delta(t)]$  semplifica con

$B \ll B_c$ , la matrice è  $\neq C$  e perciò l'elemento si

$$\underline{v}(t) \approx \underline{H} \cdot \underline{u}(t) + \underline{m}(t)$$

$u_i(t), h_{ij}(t), v_i(t), m_i(t)$  sono quantità complesse e possono essere viste come processi stocastici.

Se il parametro  $t$  è fissato ( $t=t_0$ ) diventano variabili complesse.

Assumendo una modulazione lineare (PAM o QAM), abbiamo che l'elemento segue formato

$$u_i(t) = \sum_e s_i(e) \delta(t - eT_s)$$

Se tutti sono complessi e gli istanti

$$t = kT_s + A, \text{ dove } T_s \text{ è la durata di simbolo}$$

( $1/T_s \approx B$  banda di trasmissione) e  $A$  è l'intervallo di campionamento si ottiene una relazione MIMO di I/P discreta in frequenza

$$\underline{V}[k] = \underline{H} \underline{U}[k] + \underline{M}[k] \quad \text{con } k = 0, 1, 2, \dots$$

Il numero aumenta l'efficienza dell'uso delle A.D.

• Array Gain: incremento del SNR al ricevitore ottenuto combinando l'effetto di multiple antenne al ricevitore e/o trasmettitore in modo coerente.

TX array Gain: ci sono più trasmettitori e cerca di mettere i pesi in modo che si sommino al ricevitore.

RX array Gain: più antenne al ricevitore, più conosce il canale, e può cercare i coefficienti migliori.

MIMO array gain: richiediamo perfetta conoscenza del canale, che può essere ottenuta dal ricevitore o TX (entrambi devono conoscere il canale).

Nello spazio libero si sfrutta il guadagno delle antenne combinate.

MIMO implementa automaticamente antenne/space diversity. In particolare

- Diversità al ricevitore (MIMO e SIMO)
- Diversità al ~~ricevitore~~ trasmettitore (MIMO e MISO).

Receive Diversity e Diversity order

Le probabilità indipendenti del canale è dovuta alla multipath richness.

Più è alta la multipath richness e più è ~~alta~~ basso  $L_c$ . In solo path  $L_c = \infty$

Il diversity order è il numero di branches indipendenti nel feeding.

Se nel SIMO lo spazamento antenne  $\bar{e} > L_c$  (lunghezza di coerenza) il sistema ottiene un full diversity order  $M$  e  $N$  è il numero delle antenne.



# Tx diversity e Space-time coding.

• Space-time codes cercano la diversità nello spazio e tempo (due diverse antenne).

Con l'arresto degli schemi di codice per lo spazio-tempo (tipo Alamouti) si può implementare la diversità senza conoscere il canale.

## • Multiplexing Gain

Lo spectral multiplexing offre un incremento lineare nella trasmissione rate per la stessa banda.

Possibile solo con canali MIMO perché si può sfruttare le multipath per portare i vari flussi informativi.

$$\underline{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & \dots & h_{1M} \\ \vdots & & \vdots \\ h_{Ns} & \dots & h_{NM} \end{pmatrix} \quad \underline{Y} = \underline{H} \cdot \underline{U} (+ \underline{n})$$

Se  $\underline{H}$  è a rango pieno si può risolvere il sistema

$$\underline{U} \rightarrow \underline{U}$$

N deve essere  $\geq M$ . (P.ù ~~transmission~~ rate)

Il numero di antenne deve essere

Il rango di  $\underline{H}$  è dato dal multipath radio channel.

## • Multiplexing through beam forming

Si formano più flussi creando il beam principale nella direzione diversa e usando quindi diversi paths.

Troppo complicato nella realtà.

Nelle realtà si ottiene attraverso un corretto processing  
spatio temp.

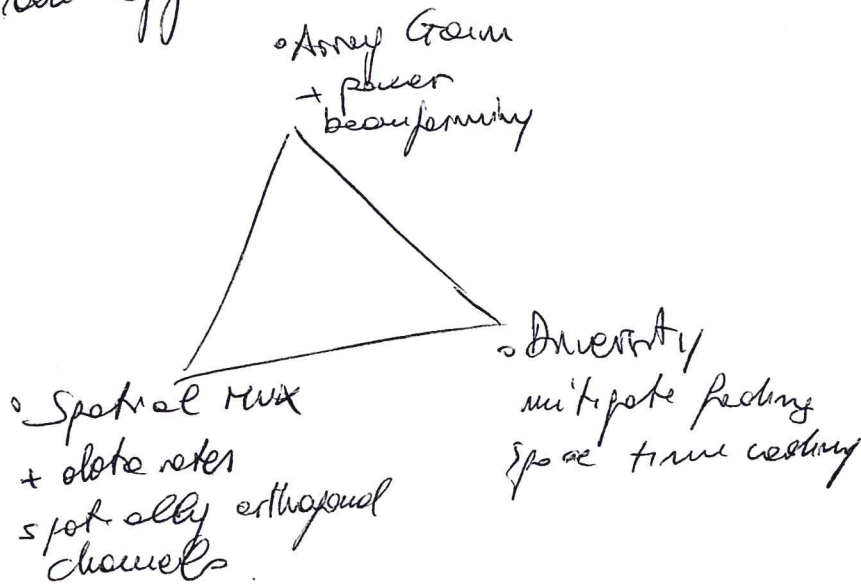
Quando precoding Tx e decoding Rx.

Poi arriva un feedback loop per i coefficienti e si hanno problemi  
con canali che variano velocemente.

Con multiplexing puro non si ha guadagno in diversità: ~~se~~  
il multiplexing puro e la diversità pure si escludono.

In realtà li usano mischiati.

Trade off



## - SPREAD SPECTRUM

Si allarga la banda B del segnale ortofrabilmente,  
multiplicando il segnale con un codice pseudo-noise (es. seq.  
PN a massima ampiezza) ed il risultato si cifra (spreading)  
Ritornando il codice si può ritornare al segnale iniziale  
a banda stretta (de-spreading)

Si hanno due tipi di SS: Direct-Sequence e Frequency Hopping

DS usa moltiplicare il segnale con la sequenza pseudo-  
noise e per questo si dice sequenza diretta.  
l'operazione  $\otimes$  due elementi moltiplicano, cioè  $\otimes \{ \otimes \} = \text{iden.}$   
in modo da tornare al segnale originale.

Nel caso orthogonale è un prodotto

Tempo di simbolo =  $T_s$

Tempo di chip  $T_c \ll T_s$

Banda modulatore segnale

$$B \approx \frac{1}{T_s}$$

banda allargata

$$B' \approx \frac{1}{T_c} \gg B$$

Guadagno di processo o di spreading

$$G_p = \frac{B'}{B} = \frac{T_s}{T_c}$$

Dopo ogni sincronizzato, il ricevitore moltiplica e  
riottiene l'originale.

Questo sistema spread-spectrum è molto resistente ai jammer.

L'autocorrelazione

$$R(\tau) = \langle p(t) \otimes p(t+\tau) \rangle \stackrel{A}{=} \frac{1}{NT_c} \int_0^{NT_c} p(t) \otimes p(t+\tau) dt$$

è massima quando  $\tau = 2$  seg. PN sono sincronizzati  
e  $\frac{1}{N}$  quando non in sync.  $N > \tau \Rightarrow$  trasmette  $\tau$ .

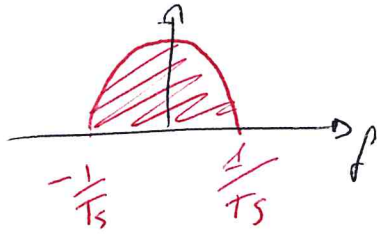
Nel tempo continuo si può usare un integratore con dump (filtro)  
per ottenere la correlazione.

Se  $T_s = NT_c$  (correlazione totale) e  $G_p = N$

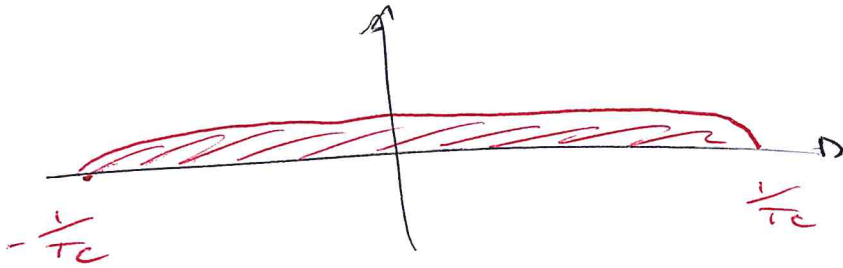
$$\frac{1}{NT} \int_0^{NT} [a(t) \otimes p(t)] \otimes p(t+\tau) dt = \frac{a(t)}{NT} \int_0^{NT} p(t) \otimes p(t+\tau) dt = \frac{a(t)}{R(\tau)}$$

Se in correlati invece è attenuato quando:

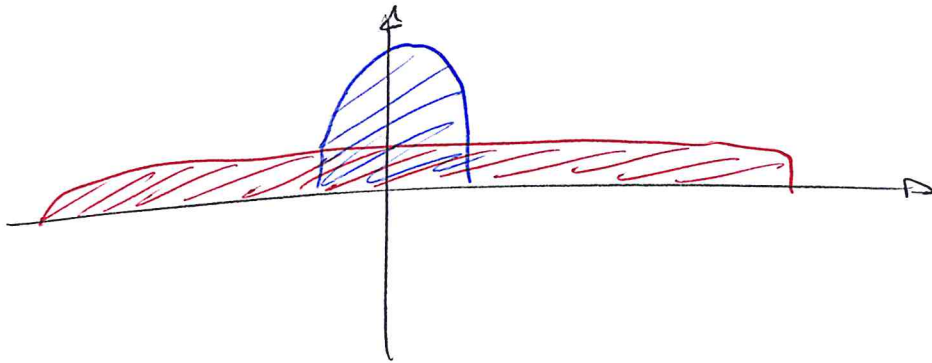
Anche altri segnali vengono attenuati.



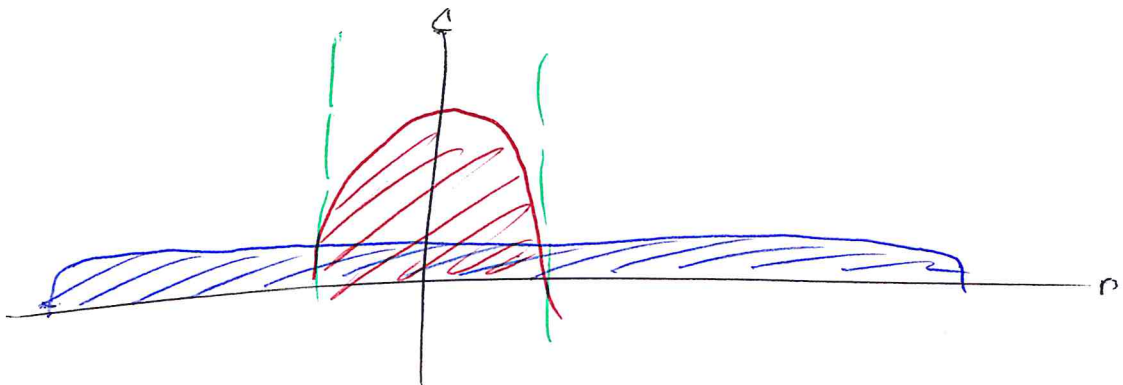
⇓



y + noise (another ch)



⇓ despreading (spreading for the user)



By filtering I can recognize pretty well the signal



Per un sistema spread-spectrum è essenziale la sincronizzazione della sequenza generata localmente al ricevitore.

Il circuito di sync genera l'offset necessario alla sync:

Si divide in 2 parti:

• Coarse Sync (Acquisition)

Il segnale ricevuto è correlato con tutte le versioni delle seq. sparse di multipli  $\Delta t = T_c/2$ . Essendo periodica, esistono  $N T_c / \Delta t$  diversi sfasamenti e perciò si possono provare tutti.

Le versioni con il valore di correlazione maggiore viene scelta come quella candidate ed viene sincronizzata (l'errore di tempo è inferiore a  $\Delta t$ ). Può essere fatta in avanti o presunte di dati.

• Fine sync (Tracking)

Viene raffinata con un circuito ad anello ad aggancio di fase (Delayed-Locked-Loop) che in equilibrio annulla il ritardo.

Altre tecniche

Il sistema è interferente verso sistemi esistenti (per la buona densità di potenza), sono anti-jamming e anti-multipath (perché sopprimono i segnali indebiti e coesistono multiplex), sono anti-intercellazione (è codificata e ha buona densità spettrale di potenza), si può effettuare accesso multiplo e divisione di codice (CDMA).

I problemi sono la complessità, i costi e la possibilità occupazione di banda (se la densità spettrale è non trascurabile)

• FHSS. HOPPING SPREAD SPECTRUM (FH-SS)

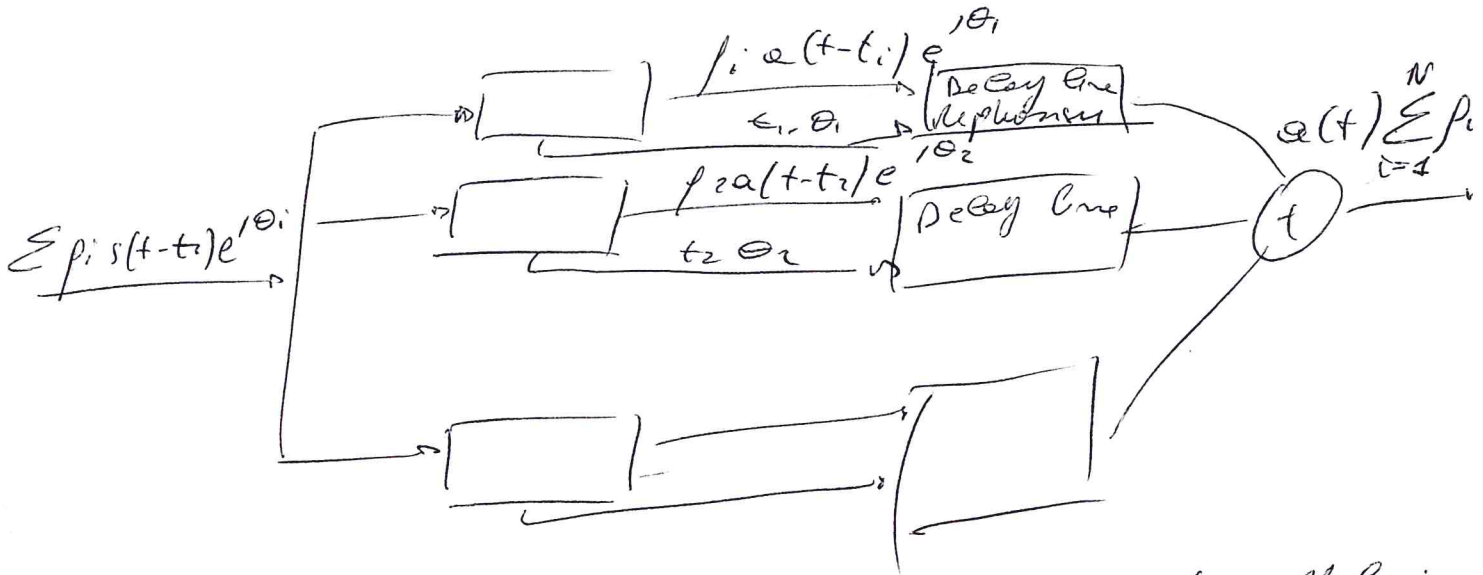
Il codice, invece di essere direttamente sul segnale, va a pilotare l'oscillatore della portante. Così la portante salta in ogni  $T_c$  a una freq. diversa.

Le proprietà sono simili al caso DS-SS

• RAKE RECEIVER: RICEVITORE A RASTRELLIO

Permette di sfruttare i canali multipli.

Si fanno vari despreading e poi si riferano per poi essere sommati.



• Il sist. d'area si preferisce di realizzare collegamenti ~~esterni~~ fra terminali di cui almeno 1 deve essere all'interno dell'area di servizio. Un terminale fisso è connesso alle stazioni base. A causa dell'attenuazione, dopo una certa distanza, il segnale diventa così debole da non essere più utilizzabile.

L'area deve perciò essere suddivisa in celle con un certo raggio  $R$ . In ogni cella si usano determinati canali (risorse). Il passaggio da una cella all'altra è detto handover e deve avvenire senza interruzione del servizio.

I canali sono limitati e devono essere usati sfruttando l'attenuazione spaziale.

Bisogna dimensionare anche secondo il traffico offerto. I ~~collegamenti~~ collegamenti differenti interferiscono tra loro se usano le stesse risorse, anche se sono lo stesso segnale, a causa del delay spread.

Per evitare che il C/I (carrier to interference ratio) scenda troppo si cerca riutilizzare le risorse opportunamente distribuite (distinzione di tutto  $\Delta$ ) nei sistemi a canali ortogonali (canali limitati), questo deve essere anche distribuito.

sul territorio in maniera opportuna in modo da realizzare un sistema con interferenze controllate.

Per canali limitati bisogna distribuirli in maniera opportuna, in base al cluster, lo spazio in cui sono usati tutti i canali.

Aumentando il cluster si diminuiscono le risorse disponibili ad ogni cella ma ciò anche l'interferente (rispetto al segnale utile). Si usano celle esagonali perché simili al cerchio e compatibili facilmente.

Solitamente le antenne si mettono sui vertici e non nel centro delle celle.

Per avere un ricoprimento continuo (tessellato)  $m = i^2 + j^2 + i \cdot j$   $i, j = 0, 1, 2, \dots$  ma non entrambi nulli

Per reti cellulari numerate:

- $i, j \neq 0$  (Shift parameter)
- A partire dal centro della cella si sposta di  $i$  unità "a" in direzione perpendicolare al lato ( $1 a = R\sqrt{3}$ ,  $R = R_{app} = \text{arc. circ. circoscritta}$ )
- Dal punto raggiunto si sposta di  $j$  unità nella direzione a  $60^\circ$  gradi in senso antiorario rispetto alla direzione precedente.
- Il punto ottenuto si prende come centro di un interferente co-canale della cella di partenza.

Gli interferenti + vicini sono sempre 6 e sono su una arc di raggio  $R$  la distanza per settore sono  $(D, R, m)$ , dipendenti tra loro

$$D = \sqrt{i^2 + j^2 + i \cdot j} R\sqrt{3}$$

$$m = \frac{A_{cluster}}{A_{cella}} = \frac{|U_1 \times U_2|}{A_{cella}} = \frac{D^2 \cdot \frac{\sin 60^\circ}{2}}{\frac{3R^2}{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{D^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3R^2}{2} \cdot \sqrt{3}} = (i^2 + j^2 + i \cdot j)$$

$$U_1 = U_2 = D$$

$$\frac{D}{R} = \sqrt{i^2 + j^2 + i \cdot j} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3m}$$



Mettersi le antenne sui vertici e usare antenne direttive  
 si servono 3 celle con un solo polo. Settorizzazione. Si riduce  
 anche l'interferenza e l'antenna è più direttiva (120°)  
 Tipico  $m=12$ , 12 celle cluster servite da 4 siti -  $3 \times 4$

• METODO DI CANALIZZAZIONE O ACCESSO MULTIPLO

In un cluster si usano tutte le risorse energetiche, diverse tra celle  
 possono essere distinte come un set di funzioni ortogonali, cioè

$$\int_{-T}^{+T} \psi_i(t) \cdot \psi_j^*(t) dt = 1 \text{ solo se } (i=j) \text{ altrimenti } = 0$$

$$s_i(t) = u_i(t) \otimes \psi_i(t)$$

le forme d'onda trasmesse sono del tipo  
 Il ricevitore riceve tutti gli  $i$  segnali trasmessi e con  
 la correlazione ricava quello necessario.  
 Quindi con le wave  $\psi_i(t)$  posso condurre contemporaneamente  
 in frequenze separate

• FDMA (Freq. Division Multiple access)

$$\psi_i(t) = K \sin((\omega_0 + \omega_i) t) = K \sin\left(\left(\omega_0 + \frac{2\pi B \cdot i}{N_c}\right) t\right) \text{ per } 0 \leq i \leq N_c$$

Si usano filtri passa banda per separare i canali  
 servono bande di guardia

• TDMA (Time Division Multiple access)

$$\psi_i(t) = K' \cdot \sin(\omega_0 t)$$

$$(i-1) \cdot \frac{T}{N_c} \leq t \leq i \cdot \frac{T}{N_c}$$

Funzioni ortogonali su  $t$  tempo, servono tempi di guardia.



CDMA

Code Division Multiple Access (CDMA)

$$\psi_i(t) = \sum_j b_i^{(j)} \cdot D(t - jT_c)$$

$T_c$  = tempo di chip.

ogni utente ha un codice, a se  $\psi_i$  e un utente di S

FH (freq. hopping)

Nelle versioni esiste una  $m=1$  e si usano i codici.

Obiettivi di progetto di un sistema d'area

Metriche

- Estensione dell'area di servizio  $A_s$
- Numero utenti serviti = capacità sistema
- Bitrate e disponibilità di risorse utente / collegamento
- Basse prob. blocking e dropping
- Occupazione spettrale
- costo.

Se broadcast

Monocanal., pochi canali, no problem. gestione risorse.

Se multi

Bidirez., multi canali, utenti, celli piccole  $\Rightarrow$  molti siti!

Traffico e copertura

La qualità del collegamento (C/I) aumenta e cresce di  $m$ .

Però cresce anche il traffico e la probabilità di blocco.

Con Erlang si può stimare il traffico.

# PIANIFICAZIONE SISTEMI RADIOCOMUNICAZIONI A CANALI COERENTI

1) Pianificazione in base alla copertura (C/N)

2) Pianificazione in base a C/I

1) Pianificazione in base alla copertura

Si prende la soglia di sensibilità del ricevente.  
Il collegamento più critico è l'ottimo-base per cercare di potenza.

La potenza ricevuta è stocastica perciò si definisce in termini probabilistici. Bisogna tener conto del margine di fading rf.

Si considerano solo fading lento log-normale perché il ritardo è molto maggiore della diversità e tecniche di codifica.

Si usa per esempio la erf. nel caso peggiore, cioè bordo cella.

Fissato  $\alpha$  si ha Costant probability (LP).

Si può imbracciare in tutte le celle e trovare tutte le probabilità di copertura.

2) Pian. in base a C/I

Bisogna trovare la cluster size che garantisce il C/I per una certa richiesta detto anche SIR<sub>th</sub>, cioè BER sufficientemente basso.

Bisogna mettere in relazione D/R e C/I ipotizzando una semplice legge Hata-like.

In realtà sia C che I sono variabili stocastiche, si può usare il valore medio, ma senza sempre distorsione.

Si usa modello di bordo cella (dist. utl = R)

Considerando solo i vicini interferenti della prima cerchia, si ipotizza il caso delle celle (disturbo interferente = 0).

Stessa potenza (P<sub>tx</sub>) trasmessa da ogni mobile

Tenendo conto dell'attenuazione uniforme alla h<sub>p</sub> Hata-like.

$$L(r) = L(r_0) \cdot \left(\frac{r}{r_0}\right)^\alpha$$

$$C = P_U = \frac{P_{MS}}{L(R)} = \frac{P_{MS}}{L(r_0)} \cdot \left(\frac{r_0}{R}\right)^\alpha$$

$$I = P_I = \frac{6 P_{MS}}{L(r_0)} \left(\frac{r_0}{D}\right)^\alpha$$

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} \left(\frac{D}{R}\right)^\alpha$$

$$\frac{D}{R} = \sqrt{3m} \Rightarrow \frac{C}{I} = \frac{1}{6} (3m)^{\frac{\alpha}{2}}$$

downCmk

Ipotesi:

- mobile utile a bordo cella (distanza ut'la = R)
- considerate solo BS interf. prima cella
- Stare potenze (PBS) trasmesse da ogni BS
- Territorio ad attenuazione uniforme tipo Hata-Line

$$C = P_U = \frac{P_{BS}}{L(r_0)} \left(\frac{r_0}{R}\right)^\alpha$$

$$I = P_I = \frac{2 P_{BS} \cdot r_0^\alpha}{L(r_0)} \cdot \left( \frac{1}{(D-R)^\alpha} + \frac{1}{D^\alpha} + \frac{1}{(D+R)^\alpha} \right)$$

$$\frac{C}{I} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{D}{R}\right)^\alpha \cdot \left(\left(\frac{D}{R}\right)^2 - 1\right)^\alpha}{\left(\frac{D}{R}\right)^\alpha \cdot \left[ \left(\frac{D}{R} + 1\right)^\alpha + \left(\frac{D}{R} - 1\right)^\alpha \right] + \left(\left(\frac{D}{R}\right)^2 - 1\right)^\alpha}$$

$$\frac{D}{R} = \sqrt{3m}$$

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{2} \frac{(3m)^{\frac{\alpha}{2}} \cdot (3m-1)^\alpha}{(3m)^{\frac{\alpha}{2}} \cdot \left( (\sqrt{3m}+1)^\alpha + (\sqrt{3m}-1)^\alpha \right) + (3m-1)^\alpha}$$

Trascurando gli uni, se un grande, è uguale all' ~~semplice~~ <sup>downlink</sup>

• Uso ottimo dello spettro: efficienza spettrale.

rapporto tra costi e benefici, dove il costo è lo spettro radio.  
 Nel caso ideale con  $N_c$  limitato di canali si può scrivere

Efficienza spettrale

$$\eta \cong \frac{M B_r}{B}$$

$M$  numero utenti sistema  
 $B_r$  bitrate per utente  
 $B$  banda totale allocata al servizio

Si può definire una banda eq per canale

$$B_0 = \frac{B}{N_c} \quad N_c \text{ totale canali}$$

Si possono definire 3 efficienze spettrali parziali:  
 efficienza nel tempo

$$\eta_t = \frac{M_0}{N_c}$$

Nota se utenti poco traffico  
 $M_0$  = numero utenti in un cluster.

eff. in freq

$$\eta_f = \frac{B_r}{B_0}$$

dipende da modems

eff. spazio

$$\eta_s = \frac{M}{M_0} = N_{\text{cluster}}$$

Grado di riutilizzo spettrale dei canali.  
 $N_{\text{cluster}}$  è il numero di cluster sull'area di servizio

Si ricorre

$$\eta = \eta_t \cdot \eta_f \cdot \eta_s = \frac{M_0}{N_c} \cdot \frac{B_r}{B_0} \cdot \frac{M}{M_0} = \frac{M B_r}{N_c B_0} = \frac{M B_r}{B} = \eta$$



Si ha anche

$$\eta = \eta_f \frac{M_0}{N_c} \cdot N_{cluster} = \eta_f \frac{M_0}{N_c} \cdot \frac{N_{celle}}{m}$$

$N_{celle}$  è il numero di celle totali del sistema

L'efficienza spettrale dipende dal numero di celle. Se si desidera una figura di merito indipendente da questo parametro, e quindi più indicativa delle bontà del progetto, si può usare l'efficienza spettrale per cella.

$$\eta_c \triangleq \frac{\eta}{N_{celle}} = \eta_f \cdot \left( \frac{M_0}{N_c} \right) \frac{1}{m}$$

Analisi efficiente spettrale per celle  
I primi due fattori dipendono dal mezzo e problematici di traffico. Per sistemi "con molti canali", il secondo tende ad una costante.

Dato che  $m = m(C/I)$

$$\eta_c = \eta_f \cdot \kappa \frac{1}{m(C/I)}$$

Nel caso semplice dell'uplink si ha

$$\eta_c = \eta_f \cdot \kappa \cdot \frac{1}{\frac{1}{3} \left( 6 \frac{C}{I} \right)^{\frac{2}{\alpha}}} = 3 \cdot \eta_f \cdot \kappa \cdot \left( 6 \frac{C}{I} \right)^{-\frac{2}{\alpha}}$$

Facciamo il logaritmo

$$\log \eta_c = \log \eta_f + \kappa - \frac{2}{\alpha} \log \frac{C}{I} = \log \eta_f + \kappa - \frac{1}{5\alpha} \left( \frac{C}{I} \right)_{dB}$$

Cioè

$$\left( \frac{C}{I} \right)_{dB} = 5\alpha \cdot \log \eta_f - 5\alpha \cdot \log \eta_c + \kappa$$

Che si può confrontare con il teorema di Shannon per la capacità di canale.

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{C}{N} \right) \Rightarrow \left( \frac{C}{B} \right) = \log_2 \left( 1 + \frac{C}{N} \right)$$

↓ 1/8

↑  
I = anche se non  
è AVG-N...

è si può preficcare.

Pci

$$\text{Activity Factor} = \frac{\text{tempo di uso}}{\text{tempo totale}} = \eta_T$$

Nella pianificazione al computer con modelli deterministici si tende solo da approssimare le macchine di feeding rapido, perché i modelli potrebbero tenere conto (in punto zero specifico, lo slow è più male).

**CORSO DI PROPAGAZIONE E PIANIFICAZIONE LM**  
**Prova scritta del 3 settembre 2013**

Un ponte radio numerico alla frequenza di 2.3 GHz deve essere installato in una zona pianeggiante, priva di rilievi e ostacoli. La distanza di tratta è di 2 km. L'altezza di entrambi i tralicci è di 30 m. Al fine delle domande seguenti si consideri la situazione ideale in cui sono presenti solo due cammini: quello diretto e quello riflesso dal terreno

Domanda 1) [punti 15]

Si determini se la distanza del collegamento è superiore o inferiore al breakpoint. In ciascuno di questi due casi si illustri a parole come dovrebbe essere dimensionato il collegamento, in particolare per quanto riguarda l'attenuazione da considerarsi nel power-budget di progetto.

Domanda 2) [punti 16]

Si calcoli il modulo della funzione di trasferimento (normalizzata) del canale radio nel caso in cui il cammino riflesso abbia ampiezza pari alla metà del cammino diretto. In particolare si calcoli la profondità delle oscillazioni in frequenza e la distanza fra due minimi (notches). Si determini la condizione sulla banda a radiofrequenza affinché il collegamento sia soggetto a solo fading piatto in frequenza.

E' consentito consultare testi.

Giustificare ogni risposta.

Tempo concesso: 1 ora

