

DOI.org/10.5281/zenodo.1119155  
УДК 681.326

А.Н. Жирабок, Н.А. Яценко, А.Л. Филатов, С.В. Павлов

ЖИРАБОК АЛЕКСЕЙ НИЛОВИЧ – д.т.н., профессор, e-mail: zhirabok@mail.ru  
ЯЦЕНКО НИКОЛАЙ АНДРЕЕВИЧ – магистрант, e-mail: n.iatcenko@gmail.com  
ФИЛАТОВ АРТУР ЛЕОНИДОВИЧ – инженер-исследователь, e-mail: gryphon1@bk.ru  
ПАВЛОВ СЕРГЕЙ ВИКТОРОВИЧ – аспирант, e-mail: egoist@vladivostok.com  
Кафедры автоматизации и управления Инженерной школы  
*Дальневосточный федеральный университет*  
Суханова ул. 8, Владивосток, 690091

## **Диагностирование мехатронных систем непараметрическим методом на основе логико-динамического подхода**

**Аннотация:** Рассмотрена задача функционального диагностирования мехатронных систем (описываемых нелинейными динамическими моделями) непараметрическим методом на основе логико-динамического подхода. Характерной чертой мехатронных систем является наличие в составе описывающих их математических моделей таких негладких нелинейностей, как люфт, насыщение, сухое трение, которые отражают реальные физические процессы, происходящие в таких системах. Особенность непараметрических методов состоит в том, что при реализации процедуры их диагностирования значения некоторых, а в линейном случае – всех параметров системы могут быть неизвестными, но их отклонения от текущих значений будут зафиксированы системой диагностирования. Логико-динамический подход, на основе которого реализован этот метод, был предложен авторами для диагностирования нелинейных систем, которые содержат негладкие нелинейности. Решение задачи диагностирования на основе этого подхода производится в два этапа: первый – поиск линейного решения задачи, которое затем дополняется преобразованным нелинейным членом. Особенность логико-динамического подхода состоит в том, что он оперирует только методами линейной алгебры, что позволяет избежать использования сложных методов дифференциальной геометрии и пакетов прикладных программ, реализующих сложные аналитические вычисления. В работе получены расчетные соотношения, позволяющие реализовать построение средств диагностирования простыми инженерными методами. Для проверки полученных теоретических результатов рассмотрен практический пример диагностирования важного элемента мехатронных систем – электропривода (при отсутствии в нем внешнего нагрузочного момента). Проведена процедура моделирования, по результатам которой получены графики, показывающие работоспособность предложенных алгоритмов.

**Ключевые слова:** мехатронные системы, негладкие нелинейности, дефекты, диагностирование, непараметрические методы.

### **Введение**

Одной из важных задач, решаемых при построении мехатронных систем, к которым относятся многосвязные манипуляторы, подводные аппараты, мобильные роботы, является задача обеспечения контроля правильности их функционирования с целью своевременного обнаружения

и локализации дефектов, возникающих в составляющих их элементах. Отличительная особенность мехатронных систем – наличие в составе описывающих их математических моделей таких негладких нелинейностей, как люфт, насыщение, сухое трение, отражающих реальные физические процессы, происходящие в таких системах.

Цель настоящей статьи – дать теоретическое обоснование применения для диагностирования таких систем непараметрического метода [3], позволяющего в ряде случаев производить процедуру диагностирования без знания значений некоторых параметров системы. Для реализации этого метода средства диагностирования должны быть представлены в форме без обратных связей. Эта форма может быть получена путем преобразования модели исходной системы. Общее описание узлов мехатронных систем может быть представлено следующей нелинейной динамической моделью, в которой линейная часть отделена от нелинейных членов:

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) + C\varphi(Ax(t), u(t)) + \sum_{i=1}^p D_i d_i(t), \quad y(t) = Hx(t), \quad (1)$$

где  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$ ,  $y \in R^l$  – векторы состояния, управления и выхода;  $F$ ,  $G$ ,  $C$ ,  $D_1, \dots, D_p$  – постоянные матрицы,  $A$  – постоянная матрица-строка. Матрица  $C$  имеет следующую структуру: если правая часть уравнения (1) для переменной  $x_i$  содержит нелинейность  $\varphi(Ax(t), u(t))$ , то  $C_i \neq 0$ , иначе  $C_i = 0$ ;  $\varphi$  – произвольная нелинейная функция. Для простоты рассматривается случай, когда в системе имеется единственный тип нелинейности. Слагаемое  $D_i d_i(t)$  отвечает за  $i$ -й дефект в системе, при его отсутствии  $d_i(t) = 0$ , при появлении дефектов функции  $d_1(t), \dots, d_p(t)$  предполагаются неизвестными.

### Логико-динамический подход

Логико-динамический подход, используемый для преобразования системы (1), включает следующий ряд шагов [1].

Шаг 1. Преобразование исходной нелинейной системы к линейной путем удаления нелинейной составляющей, в результате чего модель (1) принимает вид

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) + \sum_{i=1}^p D_i d_i(t), \quad y(t) = Hx(t). \quad (2)$$

Шаг 2. Построение диагностического наблюдателя для полученной линейной модели на основе известной процедуры [1] с дополнительным ограничением линейного характера, задаваемым матрицей  $A$ . Результатом шага является матрица  $\Phi$ , которая при отсутствии дефектов и возмущений связывает векторы  $x(t)$  и  $x_*(t)$  равенством  $\Phi x(t) = x_*(t)$ , и матрицы  $F_*$ ,  $G_*$ ,  $J$ ,  $H_*$  и  $R$ , на основе которых строится линейный наблюдатель  $F_*$ ,  $G_*$ ,  $J$ ,  $H_*$ :

$$x_*(t+1) = F_* x_*(t) + G_* u(t) + Jy(t), \quad y_*(t) = H_* x_*(t), \quad (3)$$

генерирующий невязку  $r(t) = Ry(t) - y_*(t)$ . Для построения наблюдателя без обратных связей предполагается, что матрицы  $F_*$  и  $H_*$  реализованы в канонической форме [1]. Дополнительно требуется, чтобы наблюдатель был нечувствителен к первому дефекту.

Шаг 3. Преобразование полученного линейного наблюдателя в нелинейный путем добавления преобразованной нелинейной составляющей.

### Вспомогательные соотношения

Известно [1], что матрицы, описывающие систему (2), и наблюдатель (3) подчиняются уравнениям

$$RH = H_* \Phi, \quad \Phi F = F_* \Phi + JH_*, \quad G_* = \Phi G, \quad \Phi D_1 = 0. \quad (4)$$

Решение этих уравнений дает минимальную размерность подсистемы  $k$  и матрицы  $R$  и  $J$ . Известно также [2], что матрица  $R$  и строки матрицы  $J$  удовлетворяют уравнению

$$(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)(U^{(k)} B^{(k)}) = 0, \quad (5)$$

где

$$U^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ HF^{k-1} \\ \dots \\ H \end{pmatrix}, \quad B^{(k)} = \begin{pmatrix} HD_1 & HFD_1 & HF^2 D_1 & \dots & HF^{k-1} D_1 \\ 0 & HD_1 & HFD_1 & \dots & HF^{k-2} D_1 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Минимальное значение размерности  $k$ , при котором это уравнение имеет нетривиальные решения, определяется условием

$$\text{rank}(U^{(k)} B^{(k)}) < l(k+1). \quad (6)$$

При его выполнении найдется вектор-строка  $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)$ , удовлетворяющая уравнению (5), далее на основе (4) определяются матрицы  $\Phi$  и  $G_* = \Phi G$ .

Для построения нелинейной составляющей проверяется дополнительное ограничение на матрицу  $\Phi$ , которое имеет вид алгебраического уравнения

$$A = A_* (\Phi^T \quad H^T)^T, \quad (7)$$

из него определяется матрица  $A_*$ . Она используется для формирования аргумента нелинейной составляющей  $C_* \varphi(x_*, u)$  при  $C_* = \Phi C$  путем замены выражения  $Ax$  на  $A_* (x_*^T \quad u^T)^T$ . Если нелинейная составляющая не содержит обратных связей, то она добавляется к ранее построенной линейной части. В результате нелинейная модель примет вид

$$x_*(t+1) = F_* x_*(t) + G_* u(t) + Jy(t) + C_* \varphi(x_*(t), u(t)), \quad y_*(t) = H_* x_*(t). \quad (8)$$

В противном случае, т.е. когда нелинейная составляющая содержит обратные связи, следует найти другое решение уравнения (5) при прежней или увеличенной размерности модели.

Если условие (6) не выполняется или уравнение (7) не имеет решения, рекомендуется найти другое решение уравнения (5) или увеличить размерность  $k$ ; невыполнение этих условий при всех  $k < n$  означает, что модели, нечувствительной к первому дефекту, не существует.

Далее будем полагать, что условие (6) выполняется, уравнения (5) и (7) имеют решения, и нелинейная составляющая  $C_* \varphi(x_*, u)$  не содержит обратных связей.

### Решение задачи

Для приведения выражения (8) к виду, необходимому для применения непараметрического метода, произведем в нем ряд временных сдвигов и подстановок одних выражений в другие. Для простоты продемонстрируем это только на линейной части преобразованной системы:

$$x_{*2}(t+2) = J_1 y(t+1) + G_{*2} u(t+1) + J_1 y(t) + G_{*1} u(t),$$

$$x_{*3}(t+3) = J_3 y(t+2) + G_{*3} u(t+1) + J_{*2} y(t+1) + G_{*2} u(t+1) + J_{*1} y(t) + G_{*1} u(t),$$

...

$$Ry(t+k) = x_{*N}(t+k) = (J_{*1} \quad G_{*1} \quad \dots \quad J_{*k} \quad G_{*k})(y^T(t+k-1) \quad u^T(t+k-1) \quad \dots \quad y^T(t) \quad u^T(t))^T.$$

Запишем выражение для величины  $Ry(t+k)$  для нескольких моментов времени:

$$Y_T(t) = (Ry(t+T+k-1) \quad Ry(t+T+k-2) \quad \dots \quad Ry(t+k)) = (J_{*1} \quad G_{*1} \quad \dots \quad J_{*k} \quad G_{*k}) V_T(t), \quad (9)$$

где

$$V_T(t) = \begin{pmatrix} y(t+T+k-2) & y(t+T+k-3) & \dots & y(t+k-1) \\ u(t+T+k-2) & u(t+T+k-3) & \dots & u(t+k-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(t+T-1) & y(t+T-2) & \dots & y(t) \\ u(t+T-1) & u(t+T-2) & \dots & u(t) \end{pmatrix}.$$

В нелинейном случае выражение (9) имеет аналогичный вид, в матрицу  $V_T$  добавляется строка из нелинейных функций от значений векторов выхода и управления. При решении задачи поиска дефектов необходимо построить банк преобразованных моделей, каждая из которых будет чувствительна к одной группе дефектов и нечувствительна к остальным; решение принимается на основе матрицы синдромов.

Для генерации невязки, на основе которой принимается решение о возникших дефектах, в [4] значение  $T$  выбирается минимальным, при котором  $\text{rank}(V_T) = \text{rank}(V_{T-1})$ . Отсюда следует, что последний столбец матрицы  $V_T$  линейно выражается через предыдущие столбцы, т.е. существует ненулевой вектор  $v(T)$ , принадлежащий ядру матрицы  $V_T$ , для которого  $V_T v(T) = 0$ . В результате на основе (9) получаем следующее правило генерации невязки:

$$r(T) = Y_*(T)v(T), \quad v(T) \in \ker(V_T),$$

которое является робастным в том смысле, что оно строится без знания значений элементов матриц системы.

### Пример

В качестве примера рассмотрим дискретизованную модель электропривода при отсутствии внешнего нагрузочного момента:

$$x_1^+ = k_1 x_2 + x_1,$$

$$x_2^+ = k_2 x_3 + k_3 \text{sign}(x_2) + x_2,$$

$$x_3^+ = k_4 x_2 + k_5 x_3 + k_6 u,$$

где  $x_1$  – угол поворота вала нагрузки,  $x_2$  – угловая скорость вращения вала двигателя,  $x_3$  – ток якоря, коэффициенты  $k_1 \div k_6$  представляют параметры электропривода и интервал дискретизации.

Полагая, что измеряемыми являются переменные  $x_1$  и  $x_3$ , а дефекты моделируются изменениями коэффициентов  $k_1 \div k_5$ , рассматриваемую модель опишем следующими матрицами:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & k_1 & 0 \\ 0 & 1 & k_2 \\ 0 & k_4 & k_5 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k_6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ k_3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi(x, u) = \text{sign}(x_2),$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Проведем необходимые операции для первого дефекта. Можно проверить, что уравнение (5) имеет решение при  $k = 2$  в виде  $(R \quad -J_1 \quad -J_2) = (0 \quad 1 \quad 0 \quad -(1+k_5) \quad 0 \quad -(k_2 k_4 - k_5))$ , нелинейная составляющая имеет вид  $k_2 k_4 \text{sign}((y_2 + x_{*2})/k_4)$ . Наблюдатель описывается уравнениями

$$\begin{aligned}x_{*1}^+ &= x_{*2} + (1 + k_5)y_2 + k_6u, \\x_{*2}^+ &= (k_2k_4 - k_5)y_2 - k_6u + k_2k_4\text{sign}((y_2 + x_{*2})/k_4), \\y_{*1} &= x_{*1} = y_2,\end{aligned}$$

где  $x_{*1} = x_3$ ,  $x_{*2} = k_2x_2 - x_3$ . Временные сдвиги дают следующее:

$$\begin{aligned}y_2(t+1) &= x_{*2}(t) + (1 + k_5)y_2(t) + k_6u(t), \\y_2(t+2) &= (k_2k_4 - k_5)y_2(t) - k_6u(t) + k_2k_4\text{sign}((y_2(t) + x_{*2}(t))/k_4) + (1 + k_5)y_2(t+1) + k_6u(t+1).\end{aligned}$$

Видно, что последнее уравнение содержит переменную  $x_{*2}$ , т.е. вход-выходное представление не получено. Для устранения этого недостатка заметим, что из выражения для  $x_{*1} = x_3$  следует, что сумма первых трех его слагаемых из правой части может быть представлена как  $y_2(t+2) - (1 + k_5)y_2(t+1) - k_6u(t+1)$ . Имея это в виду, приведем выражение для  $y_2(t+3)$ :

$$\begin{aligned}y_2(t+3) &= (k_2k_4 - k_5)y_2(t+1) - k_6u(t+1) + (1 + k_5)y_2(t+2) + k_6u(t+2) + \\&+ k_2k_4\text{sign}((y_2(t+1) - y_2(t+2) - (1 + k_5)y_2(t+1) - k_6u(t+1))/k_4).\end{aligned}$$

Выражения для остальных сдвигов могут быть получены по аналогии. Обозначим функцию  $\text{sign}^*$  в последнем выражении через  $z(t)$  и запишем его в виде (9), приняв  $y_* = Ry = y_2$ :

$$\begin{aligned}Y_6^{(1)}(t) &= (y_2(t) \quad y_2(t-1) \quad y_2(t-2) \quad y_2(t-3) \quad y_2(t-4) \quad y_2(t-5)) = \\&= (k_2k_4 - k_5 \quad -k_6 \quad 1 + k_5 \quad k_6 \quad k_3k_4)V_6^{(1)}(t),\end{aligned}$$

где

$$V_6^{(1)}(t) = \begin{pmatrix} y_2(t-2) & y_2(t-3) & y_2(t-4) & y_2(t-5) & y_2(t-6) & y_2(t-7) \\ u(t-2) & u(t-3) & u(t-4) & u(t-5) & u(t-6) & u(t-7) \\ y_2(t-1) & y_2(t-2) & y_2(t-3) & y_2(t-4) & y_2(t-5) & y_2(t-6) \\ u(t-1) & u(t-2) & u(t-3) & u(t-4) & u(t-5) & u(t-6) \\ z(t-3) & z(t-4) & z(t-5) & z(t-6) & z(t-7) & z(t-8) \end{pmatrix}.$$

Невязка формируется в виде  $r_4^{(1)}(t) = Y_4^{(1)}(t)v(4)$ ,  $v(4) \in \ker(V_4^{(1)}(t))$ .

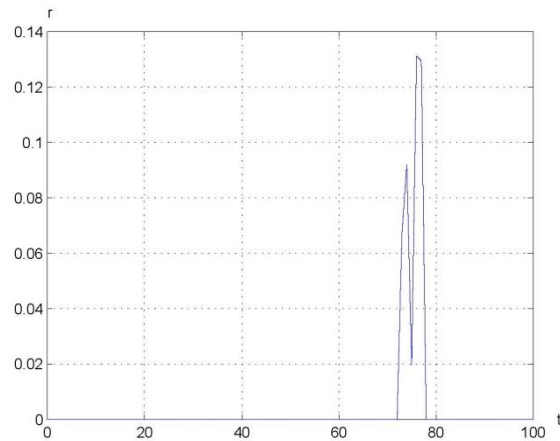
Можно показать, что уравнение (5) для второго дефекта не имеет решений для всех  $k$ . Для третьего дефекта получаем следующее: уравнение (5) имеет решение в виде  $(R \quad -J_1 \quad -J_2) = (1 \quad 0 \quad 2 \quad 0 \quad -1 \quad k_1k_2)$ , наблюдатель описывается следующей моделью:

$$\begin{aligned}x_{*1}^+ &= x_{*2} + 2y_1, \\x_{*2}^+ &= -y_1 + k_1k_2y_2 + k_1k_3\text{sign}((y_1 + x_{*2})/k_1), \\y_{*1} &= x_{*1} = y_1.\end{aligned}$$

Невязка  $r^{(2)}$  формируется по аналогии с  $r^{(1)}$ . Нетрудно видеть, что матрица синдромов имеет вид

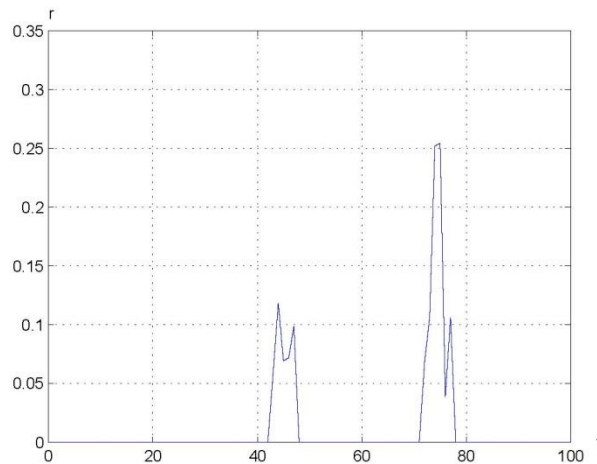
$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

где строки соответствуют невязкам  $r^{(1)}(t)$  и  $r^{(2)}(t)$ , столбцы – дефектам.



**Рис. 1. Результаты моделирования для  $k_1$  и  $k_2$**

Для моделирования примем  $k_1 = k_2 = k_6 = 1$ ,  $k_3 = k_4 = k_5 = -1$ . На рис. 1 представлены результаты моделирования в случае  $k_1 = 1,2$  в момент  $t = 40$  и  $k_2 = 1,2$  в момент  $t = 70$ ; видно, что невязка  $r^{(1)}(t)$  нечувствительна к изменению первого параметра и чувствительна ко второму. На рис. 2 представлены результаты моделирования в случае  $k_3 = -1,2$  в момент  $t = 40$  и  $k_4 = -1,2$  в момент  $t = 70$ ; видно, что невязка чувствительна к изменению обоих параметров, что соответствует требованиям к первой невязке.



**Рис. 2. Результаты моделирования для  $k_3$  и  $k_4$**

### Заключение

Итак, рассмотрен подход к решению задачи диагностирования мехатронных систем, описываемых нелинейными моделями, путем проверки соотношений, существующих между входами и выходами системы, измеряемыми на конечном интервале времени. Получены критерии возможности построения таких соотношений для заданной нелинейной системы. Теоретические результаты проиллюстрированы примером диагностирования элементом реальной мехатронной системы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жирабок А.Н., Кучер Д.Н., Филаретов В.Ф. Обеспечение робастности при диагностировании нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. 2010. № 1. С. 142–155.

2. Жирабок А.Н., Шумский А.Е., Павлов С.В. Диагностирование линейных динамических систем непараметрическим методом // Автоматика и телемеханика. 2017. № 7. С. 3–21.
3. Ding S. Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems. London, Springer-Verlag, 2014.
4. Shumsky A. Redundancy Relations for Fault Diagnosis in Nonlinear Uncertain Systems. Int. J. of Applied Mathematics and Computer Science. 2007(17):477–489.

[THIS ARTICLE IN ENGLISH SEE NEXT PAGE](#)



DOI.org/10.5281/zenodo.1119155

Zhirabok A., Yatcenko N., Filatov A., Pavlov S.

ALEXEY ZHIRABOK, Doctor of Engineering Sciences, Professor, e-mail: zhirabok@mail.ru

NIKOLAI YATCENKO, Master's Degree Student, e-mail: n.iatcenko@gmail.com

ARTUR FILATOV, Engineer, e-mail: gryphon1@bk.ru

SERGEI PAVLOV, Graduate Student, e-mail: egoist@vladivostok.com

Department of Automation and Control, School of Engineering

*Far Eastern Federal University*

8 Sukhanova St., Vladivostok, Russia, 690091

## **Diagnosis in mechatronic systems by nonparametric method based on logic-dynamic approach**

**Abstract:** The article is concerned with the mechatronic systems described by nonlinear dynamic models to be functionally diagnosed by non-parametric methods based on the logic-dynamic approach. The peculiarity of the mechatronic systems is that their mathematical models contain such non-smooth nonlinearities as backlash, saturation, and Coulomb friction reflecting real physical processes in these systems. The feature of the non-parametric methods is that, in the course of diagnostic process, the values of some parameters (in the linear case, all of them) may be unknown, but deviations from their values are registered by the diagnostic system. The logic-dynamic approach has been developed to diagnose nonlinear systems which contain non-smooth nonlinearities. The diagnosis based on this approach is carried out in two phases. The first one is the linear solution of the problem which is then supplemented by the nonlinear term. The peculiarity of the logic-dynamic approach is that it uses the methods of linear algebra only thus avoiding the use of the methods of differential geometry and complex analytical mathematical packages. The article presents the obtained theoretical relevances enabling one to create diagnostic devices by simple engineering methods. To check the obtained theoretical results, there has been considered a practical example of diagnosing an important element of the mechatronic systems: the electric servo actuator. A simulation procedure was performed from which diagrams have been obtained demonstrating the efficiency of the proposed algorithms.

*Key words:* mechatronic systems, non-smooth nonlinearities, faults, diagnosis, non-parametric methods.

### REFERENCES

1. Zhirabok A., Kucher D., Filaretov V. Achieving robustness at diagnosis of nonlinear systems. *Automation and Remote Control*. 2010(71);1:142–155.
2. Zhirabok A., Shumsky A., Pavlov S. Diagnosis of linear dynamic systems by the nonparametric method. *Automation and Remote Control*. 2017(78);7:3–21.
3. Ding S. *Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems*. London, Springer-Verlag, 2014.
4. Shumsky A. Redundancy Relations for Fault Diagnosis in Nonlinear Uncertain Systems. *Int. J. of Applied Mathematics and Computer Science*. 2007(17):477–489.