

# Proiektuen Kudeaketa (PK)

**Denboraren Kudeaketa: Gantt, PERT, CPM, ROY, Aurrekotasunak**

Mikel Egaña Aranguren ([mikel.egana@ehu.eus](mailto:mikel.egana@ehu.eus))



# Denboraren Kudeaketa

<https://doi.org/10.5281/zenodo.4302267>

<https://github.com/mikel-egana-aranguren/EHU-GP-31>



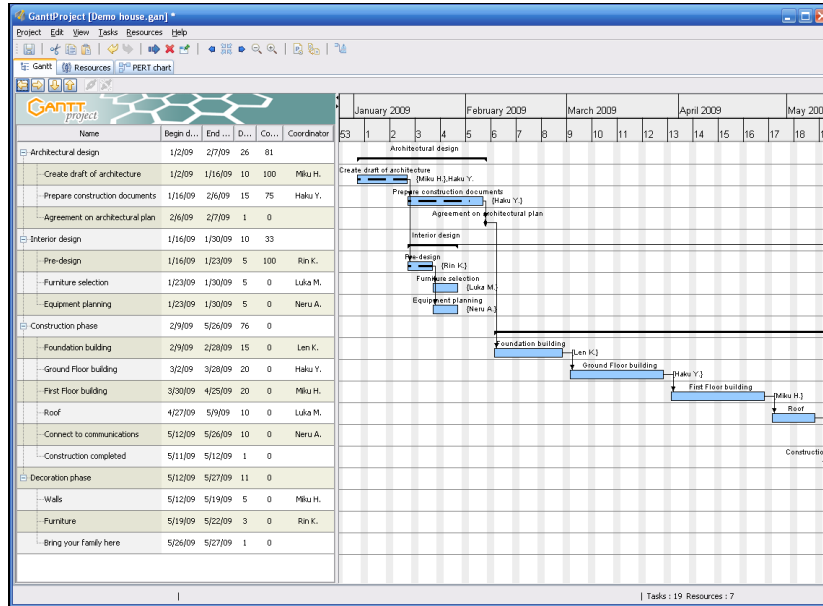
# Denboraren Kudeaketa

Dagoeneko badakigu:

- Zein jarduera egin behar diren
- Zenbat denbora behar dugun jarduera bakoitzeko
- Nor arduratuko den jarduera bakoitzaz

Nola banatuko ditugu denboran zehar?

# Gantt Diagrama



# Gantt Diagrama

- Bi dimentsiotako koadroa:
  - Ardatz horizontalean: denbora
  - Ardatz bertikalean: jarduerak
  - Jarduera bakoitza bloke laukizuzena (Luzera = iraupena)
  - Blokearen tokia: hasiera eta bukaera

# Gantt Diagrama

- Egilearen aukeraketa adierazten du soilik
- Ez du adierazten eta ezin dugu jakin:
  - Jardueren orden optimoa
  - Proiektua garatzeko denbora minimoa
  - Atzerapenen ondorioak
- Horretarako planifikazio teknikak erabiltzen dira, hala nola PERT, CPM, ROY, Aurrekotasunak, ...

# Planifikazio teknikak: Helburuak

- Zein jarduera diren beharrezko eta noizko zehaztu
- Proiektua garatzeko denbora minimoa aurkitu
- Jardueren arteko denbora-murriztapenak zehaztu
- Jarduera kritikoak identifikatu (Atzeratzen badira proiektu osoan dute eragina)
- Bide kritikoa identifikatu (Jarduera kritikoz osatua dagoena)
- Jardueren lasaierak identifikatu (Proiektu osoan eraginik gabe atzeratu daitezkeen jarduerak)

# PERT (Program Evaluation and Review Techniques)

- Jarduerak ordenatu behar dira:
  - Zer egin daiteke orain?
  - Zer egon behar da dagoeneko eginda?
  - Batera egin al daitezke?
  - Zer izango da hurrengoa?



# PERT (Program Evaluation and Review Techniques)

- Emaizta grafo bat da, non:
  - Adabegiek mugarriak adierazten dituzte ("Gertaerak")
  - Arkuek jarduerak adierazten dituzte (Jarduera bakoitza behin soilik agertzen da grafoan)
  - Gertaera batetik beste gertaera batera arku bat soilik egongo da gehienez

# PERT: Aurrekotasun motak

# PERT: Aurrekotasunak jaso

**Kate-matrizea:** lerroaren jarduera hasteko zutabearen jarduera bukatuta egon behar du

# PERT: Aurrekotasunak jaso

## Aurrekari-koadroa

Jarduera	Aurrekaria
A	
B	
C	A,B
D	A
E	A
F	D

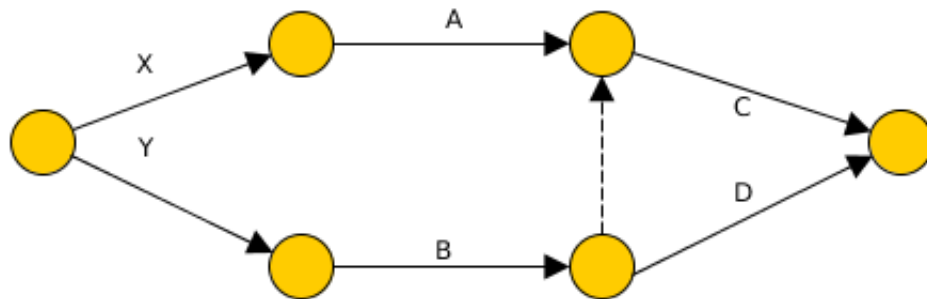
# Jarduera fiktizioak

Denbora eta baliabiderik erabiltzen ez duten jarduerak, jardueren arteko erlazioak errepresentatzen dituztenak

Bi jarduerak edo gehiagok aurrekari amankomunak dituzte, baina ez guztiak:  
X A-ren aurrekaria da, Y B-ren aurrekaria da, A eta B C-ren aurrekariak dira; B D-ren aurrekaria da

Aldi berean erlazio lineal ( $B \rightarrow D$ ) eta konbergenteak ( $A, B \rightarrow C$ ) edo dibergenteak ditugu

# Jarduera fiktizioak

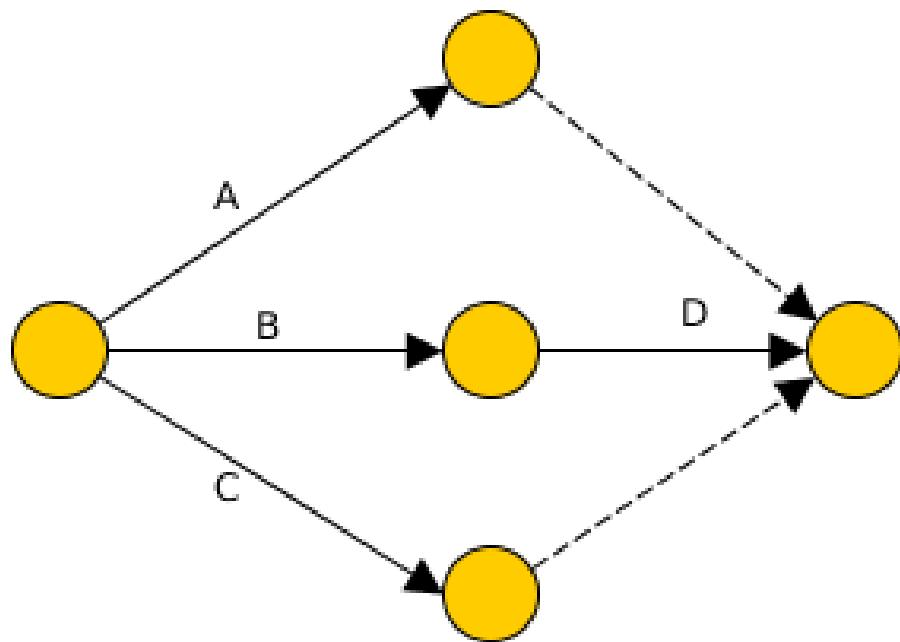


# Jarduera fiktizioak

Bi gertaeren artean hainbat jarduera daudenean

Adibidez A, B, eta C D-ren aurrekariak dira (Bi gertaeren artean jarduera paraleloak ditugu)

# Jarduera fiktizioak





# Planifikazioa (PERT)

Lasaiera totala kalkulatu

Lasaiera librea kalkulatu

Bide kritikoa aurkitu

# Planifikazioa (PERT)

Demagun proiektua honako aurrekariekin:

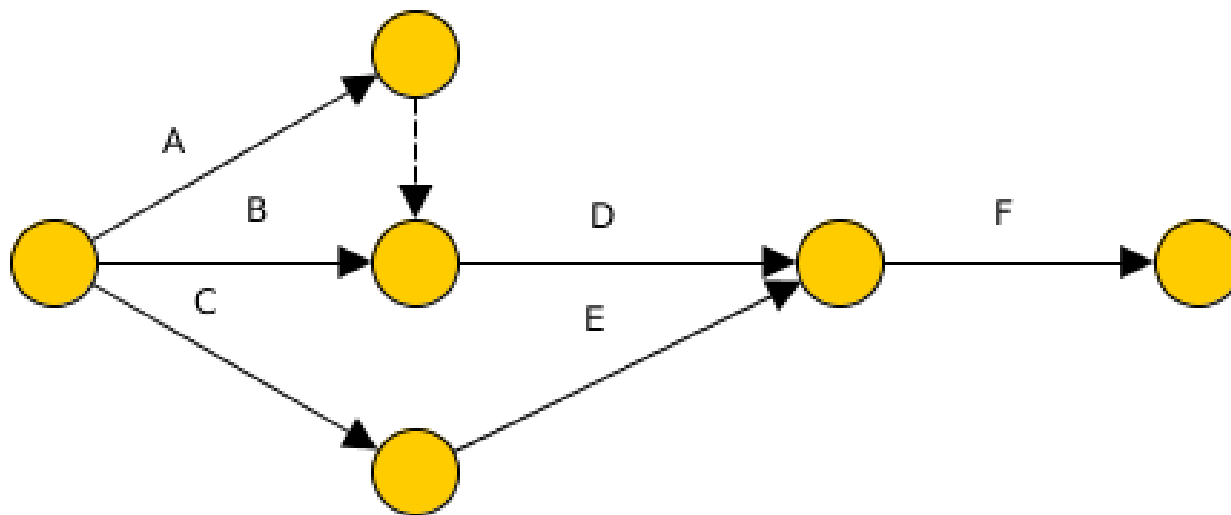
Jarduera	Aurrekariak
A	--
B	--
C	--
D	A,B
E	C
F	D,E

# Planifikazioa (PERT)

[**Zuek egiteko**] dependentzien grafoa eraiki

# Planifikazioa (PERT)

Dependentzien grafoa



# Planifikazioa (PERT)

Adabegiak (gertaerak) zenbatuko ditugu (ezkerretik eskuinera eta goitik behera)

# Planifikazioa (PERT)

Jarduera bakoitzaren iraupena kalkulatu

---

- $E_B$  = Estimazio Baikorra
- $E_M$  = Estimazio Ziurrena
- $E_P$  = Estimazio Ezkorra

# Planifikazioa (PERT)

Jarduera bakoitzaren iraupena adierazi:

Jarduera	EB	EZ	EE	Iraupena
A	1	2	3	2
B	3	5	7	5
C	...	...	...	...

# Planifikazioa (PERT)

Gertaera bakoitzeko, kalkulatu:

- Earliest Event Time (EET): hasieratik hurbilen dagoen unea jarduera hasteko
- Latest Event Time (LET): amaieratik hurbilen dagoen unea jarduera hasteko  
proiektua atzeratu barik

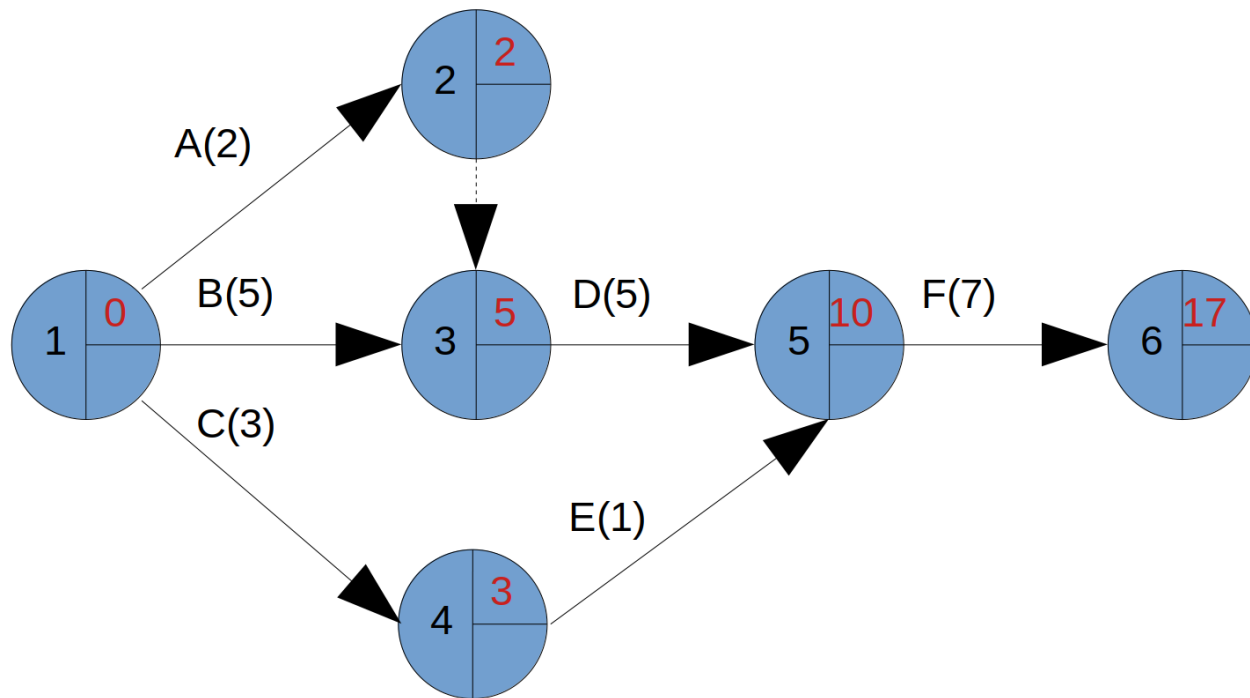


# Planifikazioa (PERT): EET

Gertaera bakoitzeko, kalkulatu:

- Hasierako gertaeraren EET-a 0 da
- Gainontzeko gertaerentzako:
  - Gertaerara iristen den jarduera bakoitzeko, batu jardueraren iraupena eta jarduera irten den gertaeraren EET-a
  - Batzuk egotekotan, aukeratu lortutako EET-rik handiena

# Planifikazioa (PERT): EET

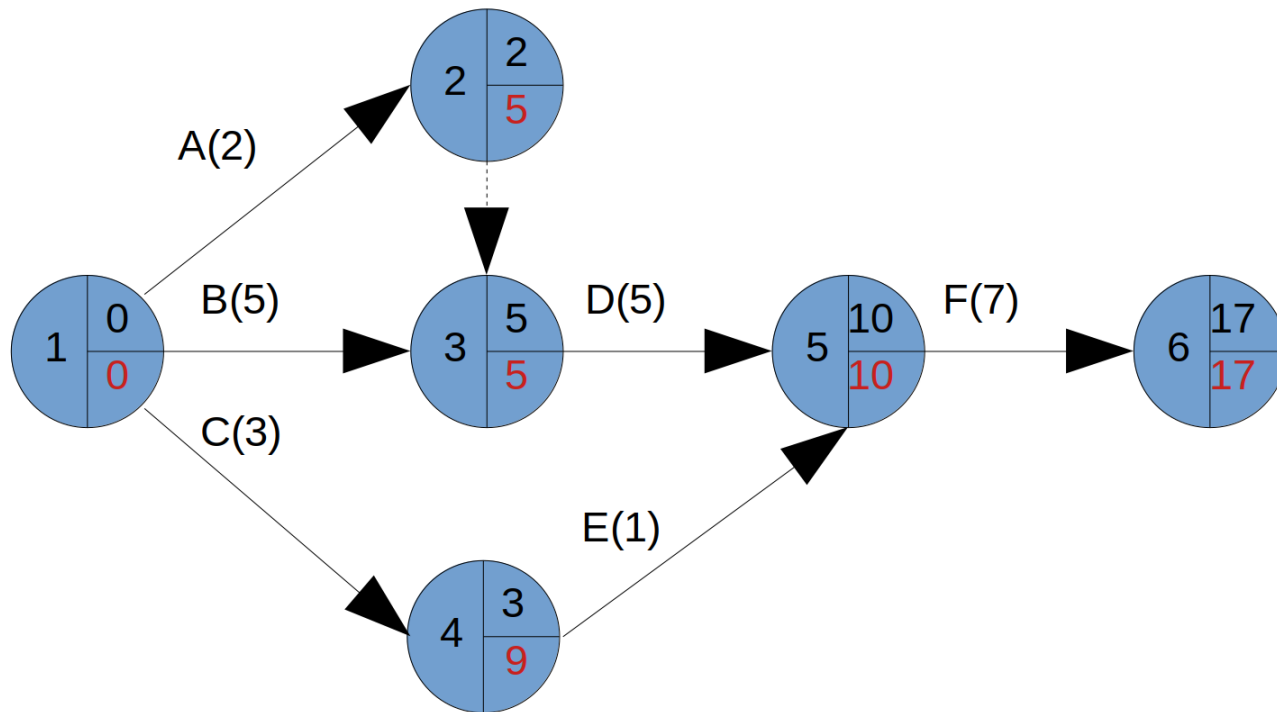


# Planifikazioa (PERT): LET

Gertaera bakoitzeko, kalkulatu:

- Amaierako gertaeraren LET-a bere EET-a da
- Gainontzeko gertaerentzako:
  - Gertaeratik irtetzen den jarduera bakoitzaren LET-a iristen den gertaerari kendu
  - Batzuk egotekotan, aukeratu lortutako LET-ik txikiena

# Planifikazioa (PERT): LET



# Planifikazioa (PERT): Lasaiera Librea

Jarduera baten Lasaiera Librea: helburuko gertaeraren EET-ari jatorrizko gertaeraren EET-a gehi jardueraren iraupena kendu:

Lasaiera libreak adierazten du zenbat denbora unitate atzeratu daitekeen jarduera hori proiektuaren bukaera datan eta beste jardueren hasiera datan eraginik izan gabe

# Planifikazioa (PERT): Lasaiera Totala

Helburuko gertaeraren LET-ari jatorrizko jardueraren EET-a gehi jardueraren iraupena kendu:

Lasaiera totalak adierazten du zenbat denbora unitate atzeratu daitekeen jarduera hori proiektuaren iraupenean eraginik izan gabe

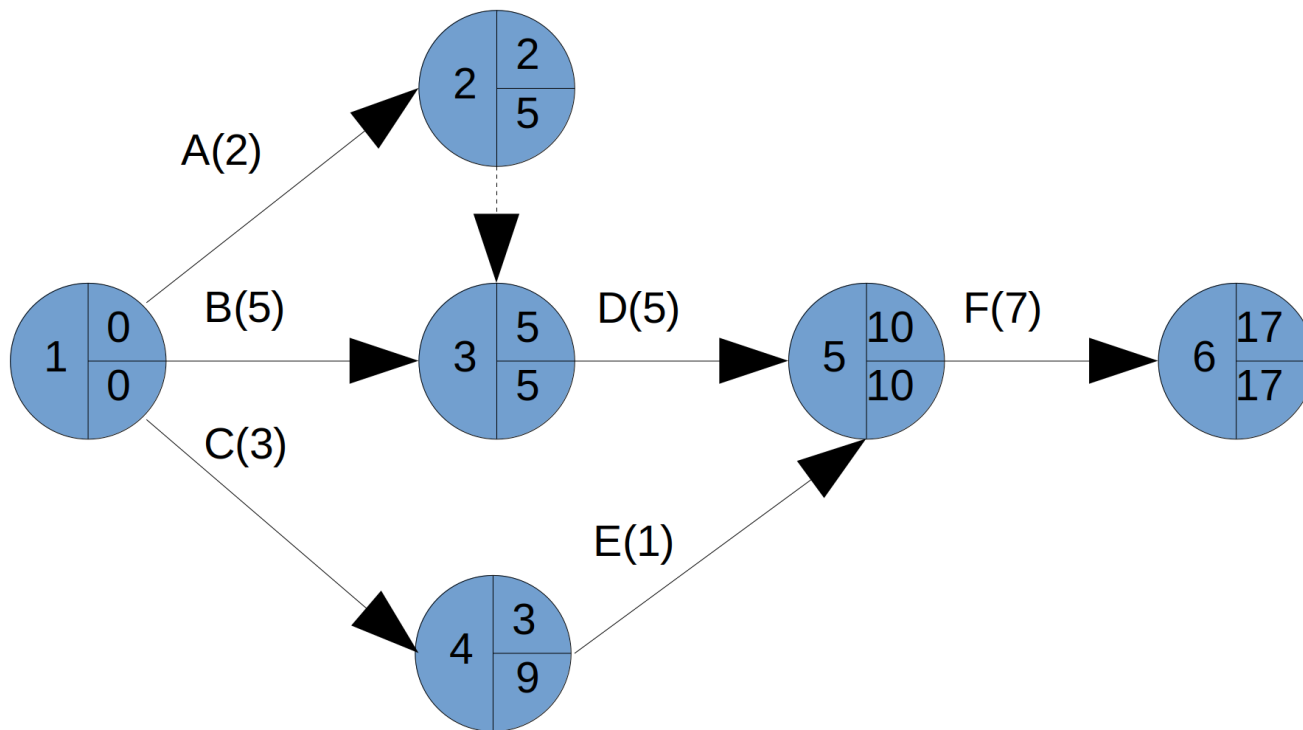
# Planifikazioa (PERT): Lasaieren Kalkulua

Lasaierak kalkulatzeko, gertaera  $N$  batetik ateratzen diren jarduerak guztiak fikziozkoak badira, gertaera hori ez dugu kontuan edukiko

Bere ordezkari jarduerak fiktizioa heltzen den gertaeraren denborak erabiliko dira. Bat baino gehiago badaude,  $N$  gertaerako LET-a jartzeko erabili dena aukeratuko da

Beharrezkoak ez diren jarduerak fiktizioak erabiltzea ez da akatsa, baina kalkulak zailtzen ditu eta ekiditen saiatu beharko gara

# Planifikazioa (PERT): Bide Kritikoa





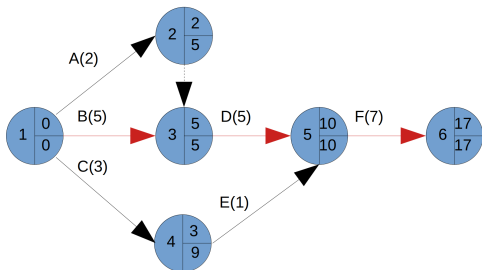
# Planifikazioa (PERT): Bide Kritikoa

Lasaiera total zero duten jarduerak jarduera kritikoak dira

Sortzen duten bidea bide kritikoa da

# Planifikazioa (PERT): Bide Kritikoa

Jarduera	Lasaiera librea	Lasaiera totala
A	3	3
B	0	0
C	0	6
D	0	0
E	6	6
F	0	0



# Planifikazio teknikak. CPM

Oinarriak PERT-en berberak

CPM-en denbora bakarra erabiltzen da jardueren iraupena estimatzeko

CPM determinista da eta PERT probabilistikoa

# Planifikazio teknikak: ROY

Grafo bat sortzen da ere, baina:

- Nodoak jarduerak dira
- Arkuek aurrekotasuna adierazten dute

# Planifikazio teknikak (ROY): Aurrekotasun motak

# Planifikazio teknikak (ROY): Aurrekotasun motak

Grafoa eraikitzeko bi jarduera osagarri gehitu behar dira:

- Hasierako jarduera
- Bukaerako jarduera

Gure benetako jardueren artean lehenengoa izan daitekeen jarduera bakarra badago ez dugu hasierako jarduerarik sortuko. Era berean, azkena izan daitekeen jarduera bakarra badago ez dugu bukaerako jarduera sortuko

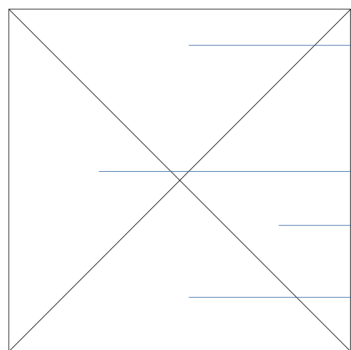
# Planifikazio teknikak (ROY)

ROY-k ere aurrekotasun taula edo kate-matrizea erabiltzen du

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D		X				
E	X		X	X		

# Planifikazio teknikak (ROY)

Nodo bakoitza lauki batekin errepresentatzen da:



Jardueraren kodea

Jarduera hasteko denbora minimoa ( $t$ )

Jarduera hasteko denbora maximoa ( $T$ )

Jardueraren iraupena



# Planifikazio teknikak (ROY)

Arkuen gainean, arkua ateratzen den jardueraren iraupena (atzerapena barnean eduki dezake)

Jardueraren hasteko denbora minimoa kalkulatzeko:

- Jarduerara iristen den arku bakoitzeko, arku hori ateratzen den jardueraren hasteko denbora minimoa eta arkuaren balioa batu
- Batuketa guztien maximoa aukeratu

# Planifikazio teknikak (ROY)

Jardueraren hasteko denbora maximoa:

- Nodotik ateratzen den arku bakoitzaren balioa kendu behar zaio arku hori iristen den jardueraren hasteko denbora maximoari
- Kenketa horien minimoa hartu

# Planifikazio teknikak (ROY)

K jardueraren lasaiera totala bere hasteko denbora maximo eta minimoaren arteko diferentzia da:

# Planifikazio teknikak (ROY)

K jardueraren lasaiera librea:

Non  $P$  K-ren ondoren dauden jarduerak diren eta  $I_{kp}$  K eta P jarduerak lotzen dituen arkuaren balioa

# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Jardueren grafoaren egitura ROY-ren berdina da:

- Nodoak jarduerak dira
- Arkuek jardueren aurrekotasuna adierazten dute

# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Lau aurrekotasun mota onartzen ditu:

- Amaiera - Hasiera (AH)
- Hasiera - Hasiera (HH)
- Amaiera - Amaiera (AA)
- Hasiera - Amaiera (HA)

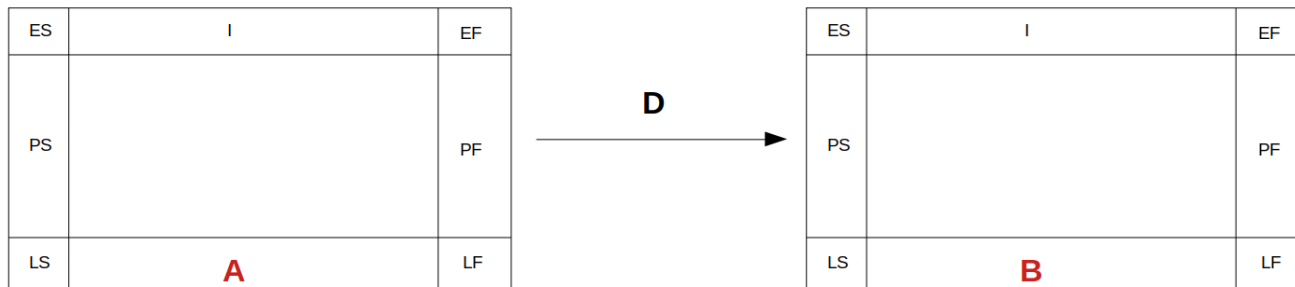
# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak



Aurrekotasunak

# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

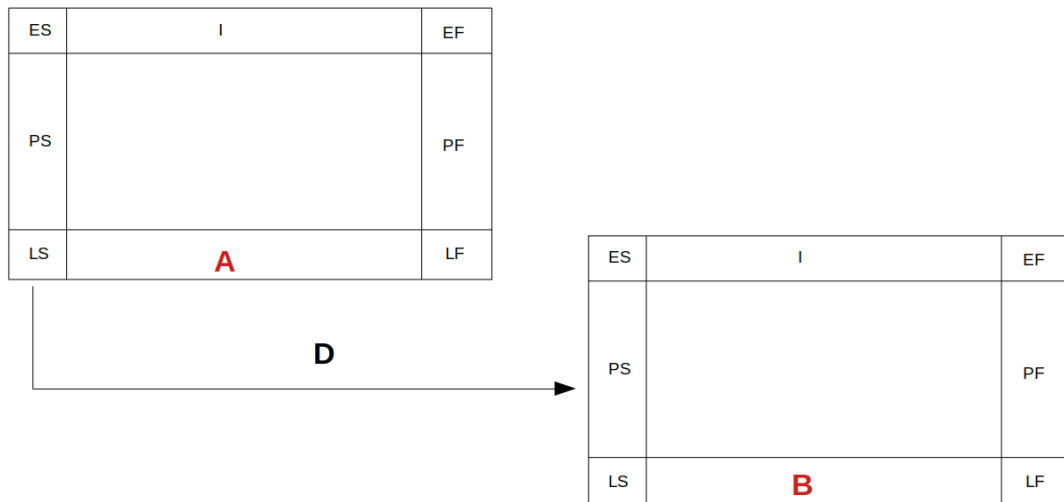
Amaiera - Hasiera (Aukera: D atzerapenarekin): B bakarrik has daiteke A bukatu eta D denbora-unitate pasa ondoren





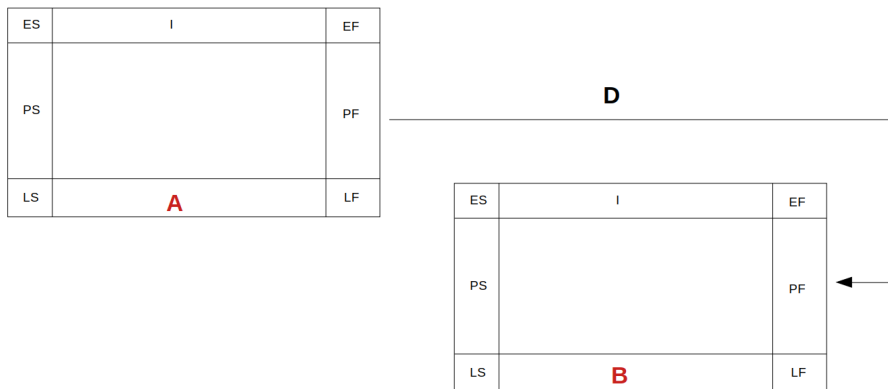
# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Hasiera - Hasiera (Aukera: D atzerapenarekin): B bakarrik has daiteke A hasi eta D denbora-unitate pasa ondoren



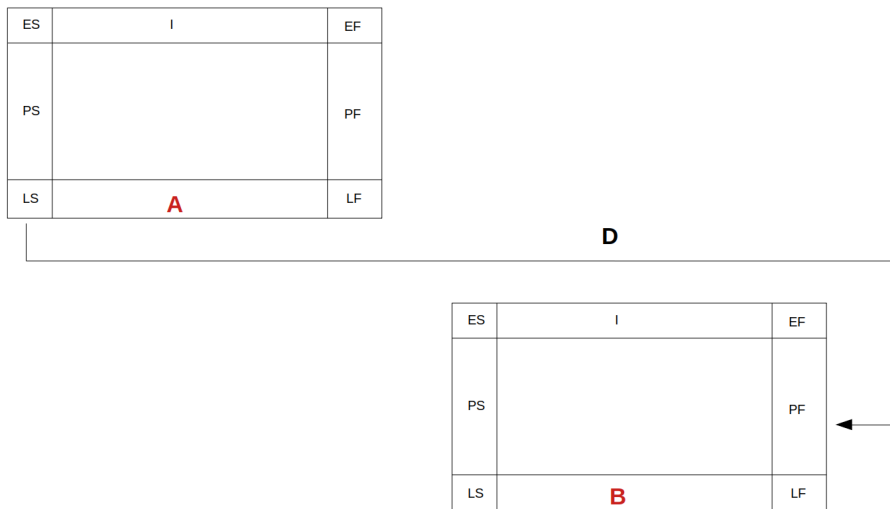
# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Amaiera - Amaiera (Aukera: D atzerapenarekin): B bakarrik bukatu daiteke A bukatu eta D denbora-unitate pasa ondoren



# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Hasiera - Amaiera (Aukera: D atzerapenarekin): B bakarrik bukatu daiteke A  
hasi eta D denbora-unitate pasa ondoren



# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Grafoa eraikitzeko:

- Hasierako jarduerak identifikatu
- Grafoaren egitura sortu jardueren exekuzio-sekuentzia kontuan hartuz
- Denbora inposatuak existitzen badira, adierazi
- Atzerapenak adierazi

# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Lehenengo ES eta EF kalkulatu ditugu:

- Hasierako jarduerentzat:  $ES=0$ ,  $EF$ =bere iraupena
- Besteentzat (adibidea: X jarduerarentzat): X-ren aurrekariak eta data inposatuak begiratu. Bakoitzaren eraginez ES eta EF bat kalkulatu (ikus ondorengo gardenkia)
- $(ES, EF)$  bikoterik handiena izango dira X jardueraren ES eta EF

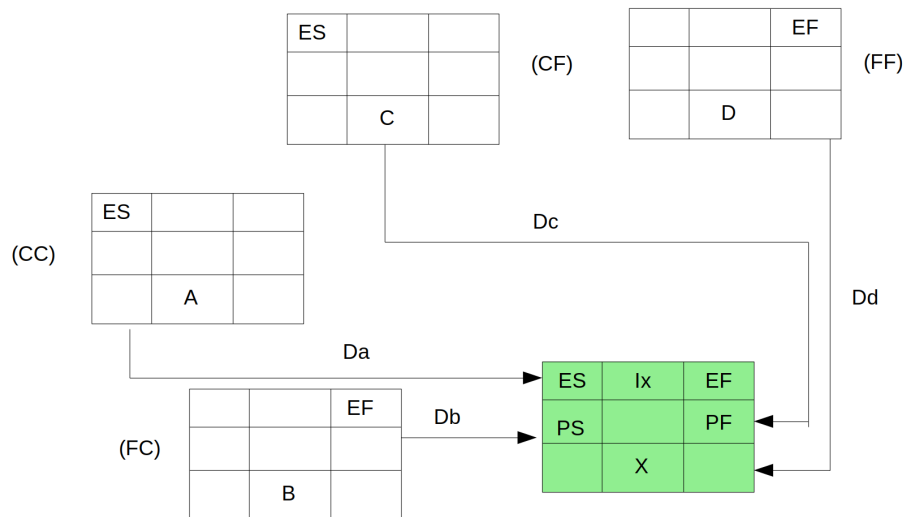
# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

ES eta EF-ren kalkulua aurrekotasun/daten eraginez:

- HH aurrekotasunentzat (A jard):  $ES(X)_a = ES(A) + Da$ ;  $EF(X)_a = ES(X)_a + lx$
- AH aurrekotasunentzat (B jard):  $ES(X)_b = EF(B) + Db$ ;  $EF(X)_b = ES(X)_b + lx$
- HA aurrekotasunentzat (C jard):  $EF(X)_c = ES(C) + Dc$ ;  $ES(X)_c = EF(X)_c - lx$
- AA aurrekotasunentzat (D jard):  $EF(X)_d = ES(D) + Dd$ ;  $ES(X)_d = EF(X)_d - lx$
- PS:  $ES(X)_{ps} = PS$ ;  $EF(X)_{ps} = ES(X)_{ps} + lx$
- PF:  $EF(X)_{pf} = PF$ ;  $ES(X)_{pf} = EF(X)_{pf} - lx$

# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

ES eta EF-ren kalkulua aurrekotasun/daten eraginez:



# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Gero LS eta LF kalkulatu ditugu:

- Bukaerako jarduerentzat:
  - $LF = \text{diagramako EF handiena}$
  - $LS = LF - \text{jardueraren iraupena}$
- Besteentzat (adibidea: X jarduerarentzat): X-ren ondorengoak eta data inposatuak begiratu. Bakoitzaren eraginez LS eta LF bat kalkulatu (ikus ondorengo gardenkia)



# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Gero LS eta LF kalkulatuko ditugu (jarraipena):

- (LS,LF) bikoterik txikiena izango dira X jardueraren LS eta LF (Salbuespen bat dago: Beti bete behar da  $ES \leq LS$  eta  $EF \leq LF$ , baina data inposatuen ondorioz batzutan ez da beteko eta zuzendu beharko da 1. ariketa)

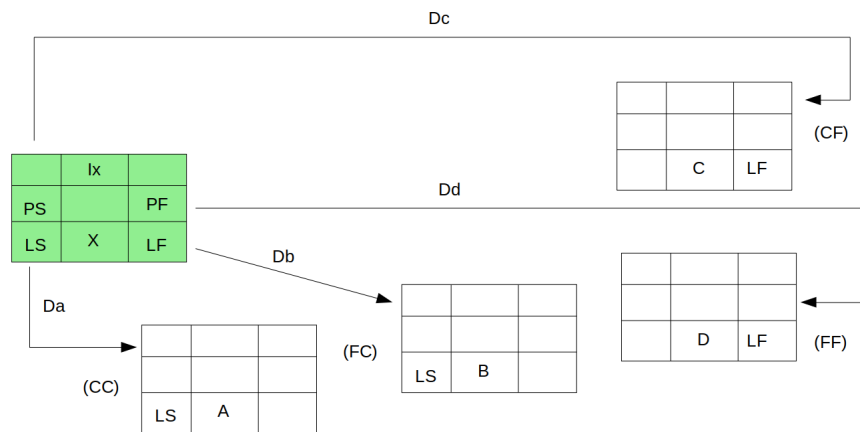
# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

LS eta LF-ren kalkulua:

- HH aurrekotasunentzat (A jard):  $LS(X)_a = LS(A) - D_a$ ;  $LF(X)_a = LS(X)_a + l_x$
- AH aurrekotasunentzat (B jard):  $LF(X)_b = LS(B) - D_b$ ;  $LS(X)_b = LF(X)_b - l_x$
- HA aurrekotasunentzat (C jard):  $LS(X)_c = LF(C) - D_c$ ;  $LF(X)_c = LS(X)_c + l_x$
- AA aurrekotasunentzat (D jard):  $LF(X)_d = LF(D) - D_d$ ;  $LS(X)_d = LF(X)_d - l_x$
- PS:  $LS(X)_{ps} = PS$ ;  $LF(X)_{ps} = LS(X)_{ps} + l_x$
- PF:  $LF(X)_{pf} = PF$ ;  $LS(X)_{pf} = EF(X)_{pf} - l_x$

# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

LS eta LF-ren kalkulua:



# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Jardueren lasaiera:

- K jardueraren lasaiera totala:

# Planifikazio teknikak: Aurrekotasunak

Jardueren lasaiera:

- Lasaiera librea: ondorengoen artean txikiena:
  - $ES$  (hurrengoa) -  $(EF + D)$ , erlazioa AH bada
  - $ES$  (hurrengoa) -  $(ES + D)$ , erlazioa HH bada
  - $EF$  (hurrengoa) -  $(EF + D)$ , erlazioa AA bada
  - $EF$  (hurrengoa) -  $(ES + D)$ , erlazioa HA bada