

3. Über
*die Bjerknессsche hydrodynamische Analogie
zu den elektrischen Erscheinungen.
Herrn Hans Witte zur Erwiderung;
von V. Bjerknесс.*

Im zwölften Heft der Annalen erhebt Hr. Witte¹⁾ gewisse Bedenken gegen verschiedene Entwicklungen und Resultate, die er in meinem neulich publizierten Buche „Die Kraftfelder“ findet oder zu finden glaubt. Nach Erörterung der speziellen Bedenken wird noch hinzugefügt:

„Es darf daran erinnert werden, daß grundsätzliche Einwände gegen *alle* Theorien, die auf den Lord Kelvinschen ((9) und (10)) oder verwandten Grundvoraussetzungen aufgebaut sind, also Einwände, die in gleicher Weise den Bjerknессschen Versuch wie die soeben aufgestellte Variante treffen, bereits vor einigen Jahren an anderer Stelle²⁾ erörtert worden sind. Es ist, wie weitere Untersuchungen seinerzeit ergeben haben, überhaupt unmöglich, die elektrischen Erscheinungen mechanisch zu erklären, solange man an der Hypothese eines kontinuierlichen Weltäthers festhält.“

I.

Ich habe noch nie eine mechanische Erklärung der elektrischen Erscheinungen zu geben gewagt. Um so freundlicher ist es, mich schon jetzt, unter Hinweis auf das im voraus gefällte Urteil, zu warnen. Ich bin gleich an das Studium der Prämissen des Urteiles gegangen.

Den Hinweis zu p. 90 ff. des Witteschen Buches folgend, finde ich einen Abschnitt, wo es sich um die Ablehnung der

1) Hans Witte, Über die Bjerknессsche hydrodynamische Analogie zu den elektr. Erscheinungen. Ann. d. Phys. 30. p. 337—384. 1909.

2) Hans Witte, Mechanische Erklärung der elektrischen Erscheinungen p. 90 ff. Berlin 1906.

„Lord Kelvinschen Gruppe“ von mechanischen Theorien handelt. Dabei beziehen sich die Seiten 130—133 auf eine Unterabteilung, welche durch die Anwendung der „Larmorschen Definition der Drehung“ gekennzeichnet ist. Da ich bei dem Studium von Kraftfelderscheinungen in kontinuierlichen materiellen Medien auch diese Definition der Drehung benutzt habe, vermute ich, daß hier die grundsätzlichen Einwände gegen den befürchteten „Bjerknesschen Versuch“ zu finden sind.

Wenn die genannte Definition der Drehung zugrunde gelegt wird, entsteht eine Theorie, wo die zweite Maxwellsche Gleichung durch eine ähnliche, aber nicht mehr lineare Gleichung ersetzt ist, indem die „individuelle“ oder „substantielle“ Zeitableitung statt der „lokalen“ hineingekommen ist. Aus dieser Gleichung bildet Hr. Witte die Divergenz, führt eine Volumintegration aus, und kommt zu einer Gleichung¹⁾, welche aussagt, daß wahrer Magnetismus gebildet werden muß, sofern ein gewisses Polynom zweiten Grades von Null verschieden ist. In diesem Polynom, welches in der Formel durch $\text{grad } u''$ mal $\text{grad } \dot{q}$ bezeichnet ist, besteht jedes Glied aus einem Produkt zweier Faktoren; der eine ist die x -, y - oder z -Differentialquotiente einer Komponente des elektrischen Vektors, und der andere eine ähnliche Differentialquotiente einer Komponente des magnetischen Vektors. Es wird nun behauptet, daß Fälle, wo dieses Polynom von Null verschieden ist, sich in der Natur herstellen lassen²⁾:

„Man bringe etwa in eine Ecke eines (idealen) Würfels eine punktförmige elektrische Ladung, in die am anderen Ende der Diagonale gelegene eine magnetische, d. h. den einen Pol eines sehr langen und sehr dünnen Magnetstabes, . . . Aus der Erfahrung weiß man dann, daß, falls die Ladungen genügend groß gemacht werden, innerhalb des Würfels beide Felder wesentlich radial, von ihrem Pole weg, bzw. auf ihren Pol zu gerichtet sind, und mit wachsender Entfernung von ihrem Pole dem absoluten Betrag nach abnehmen, so zwar, daß der absolute Betrag auf jeder um den zugehörigen Pol gelegten Achtelkugel konstant ist. Macht man also die Kanten

1) l. c. p. 132, Gleichung (131).

2) l. c. p. 132—133.

einer der beiden ausgezeichneten Ecken zu den Koordinatenachsen, so haben alle x -, y -, z -Differentialquotienten aller Komponenten jedes einzelnen der beiden Vektoren \mathfrak{E} und \mathfrak{S} untereinander das gleiche Vorzeichen, solange man nicht aus den Würfel hinaustritt. Infolgedessen ist im ganzen Würfel das Glied $\text{grad } u'' \cdot \text{grad } \dot{q}$ von Null verschieden, und zwar überall im selben Sinne, so daß sich innerhalb einer jeden Fläche, die ganz im Würfel bleibt, nach Verlauf einer geringen Zeit eine gewisse, wenn auch noch so geringe Menge von *wahrem Magnetismus einerlei Vorzeichens befunden müßte...*“

„Das Ergebnis steht in der Tat zu unseren theoretischen Vorstellungen wie zu sämtlichen Erfahrungen über das Wesen des Magnetismus in einem so fundamentalen Widerspruch, daß man den Gedanken an eine Übertragung der Larmorschen Hypothese auf die Lord Kelvinsche Gruppe ablehnen muß.“

Die elektrischen und magnetischen Vektorkomponenten sind in dem angegebenen Falle proportional den ersten Ableitungen der Funktionen $1/r$ und $1/r'$, wo r den von der einen und r' den von der anderen Ecke des Würfels gemessenen Abstand darstellt. Die im Polynome $\text{grad } u'' \cdot \text{grad } \dot{q}$ auftretenden Differentialquotienten dieser Vektorkomponenten sind also den zweiten Ableitungen der betreffenden reziproken Abstandsausdrücke proportional, d. h. sie sind räumliche Kugelfunktionen der Ordnung 2 und des Grades — 3. Diejenigen dieser Funktionen, welche durch Differentiation nach zwei verschiedenen Koordinaten entstanden sind, haben die Eigenschaft, nur an je zwei der Koordinatenebenen ihr Vorzeichen zu verändern, und es läßt sich eine Oktante des rechtwinkligen Koordinatensystems angeben, wo sie dasselbe Vorzeichen haben. Diejenigen aber, welche durch zweimalige Differentiation nach einer und derselben Koordinate entstanden sind, besitzen eine Umdrehungsachse von der Richtung dieser Koordinate. Sie ändern ihr Vorzeichen an einer Kegelfläche um diese Achse. Die Achse fällt in jedem Fall mit einer Kante des Würfels zusammen, und die Kegelfläche schneidet also durch den Würfel. Dieser wird also in zwei Teile zerlegt, wo die betreffende Ableitung einer Vektorkomponente mit entgegengesetzten Vorzeichen auftritt. Es läßt sich deshalb gar nicht so einfach entscheiden, wo das aus diesen Ableitungen ge-

bildete Polynom positiv, wo es Null, und wo es negativ ist. Identisch verschwinden tut es allerdings nicht, solange das Feld, wie vorausgesetzt, aus zwei koexistierenden Feldern besteht, einem elektrostatischen und einem magnetischen, jedes mit geradlinigen radialen Kraftlinien.

Es könnte deshalb doch scheinen, als ob nach der kritisierten Theorie unter den angegebenen Umständen eine Produktion von wahrem Magnetismus aufkommen müßte. Das Schlimme ist aber, daß ein Feld der vorausgesetzten Art nur einer Lösung der Maxwellschen Gleichungen entspricht, *nicht aber einer Lösung der zu kritisierenden Gleichungen*, welche nach der mechanischen Theorie die Maxwellschen ersetzen sollten. Die Maxwellschen Gleichungen sind linear, und gestatten ungestörte Überlagerung eines Feldes auf ein anderes. Von den neuen Gleichungen dagegen ist jedenfalls die eine nicht linear. Ungestörte Überlagerung findet also im allgemeinen nicht statt. Die Art der unter statischen oder stationären Verhältnissen eintretenden Störungen lassen sich leicht voraussehen. *Bei dem Einführen des magnetischen Feldes tritt eine Verzerrung des elektrischen Feldes ein.*¹⁾ Die dadurch entstandenen Verhältnisse sind solche, daß keine Produktion von wahrem Magnetismus aufkommt. Der grundsätzliche Einwand, daß bei der angegebenen statischen Anordnung wahrer Magnetismus aufkommen müßte, wird also hinfällig. Der Einwand wäre gegen die Feldverzerrung zu richten. Nichts hindert aber, daß diese so klein sein kann, daß es sich erklärt, warum sie noch nicht wahrgenommen ist.

Was unter dynamischen Verhältnissen eintreten könnte, ist schwerer zu beurteilen. Denn es wäre auf Grundlage von noch nicht erbrachten Lösungen der neuen Gleichungen zu entscheiden. Die Untersuchung würde keinen geringen Umfang nehmen, wenn sie nicht nur die schon aufgestellten, sondern auch überhaupt alle künftig aufstellbaren Theorien des betreffenden Typus umfassen sollte. Es würde sich dabei um die Diskussion der Lösungen von unendlich vielen verschiedenen Gleichungssystemen handeln, wo die zweite Maxwellsche

1) V. Bjerknes, Die Kraftfelder p. 171. (Die Wissenschaft, Heft 28, Braunschweig, Vieweg. 1909.)

Gleichung die angegebene neue Form hat, während die erste sowohl unverändert als auch in neuen Formen auftreten konnte. Die Wahl neuer Formen für diese Gleichung wäre nur durch die Bedingung begrenzt, daß die Lösungen der Gleichungen Felder darstellen sollten, welche innerhalb der Genauigkeitsgrenze unserer Versuche mit denjenigen Feldern zusammenfielen, welche der experimentellen Untersuchung zugänglich sind. Es mußte bewiesen werden, daß es unter allen diesen Gleichungssystemen kein einziges gäbe, welches mit der Bedingung von der solenoidalen Natur des magnetischen Feldes verträglich wäre. Ohne diesen Beweis kann Hr. Wittes grundsätzlicher Einwand gegen Theorien des angegebenen Typus nicht aufrecht erhalten werden.

II.

Wenn aber eine sonst mehr oder weniger befriedigende Theorie doch dieses Resultat enthält, daß unter gewissen Umständen wahrer Magnetismus gebildet wird, hat man dann darin genügende Ursache, eine solche Theorie zu verwerfen? Kennen wir „das Wesen des Magnetismus“ hinlänglich genau, um behaupten zu können, daß magnetische Kraftlinien unter keinen Umständen zu Konvergenz oder zu Divergenz gebracht werden können? Wer weiß, ob nicht ein solcher Einwand einer kommenden Generation von Physikern denselben Eindruck machen wird, wie auf uns der Einwand Jollys¹⁾ gegen Robert Mayer: „Da müßte ja das Wasser beim Schütteln wärmer werden“. Ich würde jedenfalls nicht das kategorische negative Urteil zu fällen wagen, sondern eine Frage an die Experimentalphysiker stellen: kann vielleicht unter diesen Umständen etwas Neues entdeckt werden?

Ich komme hier zu der bedenklichen Seite von vermeintlichen Unmöglichkeitsbeweisen. Der Nutzen der klassischen Unmöglichkeitsbeweise betreffs der Dreiteilung des Winkels, und der Quadratur des Kreises mittels Lineals und Zirkels, oder betreffs der Auflösung von Gleichungen höheren Grades mittels der elementaren Rechnungsoperationen, ist allgemein erkannt. Sie ersparen uns die Verschwendung von Arbeit,

1) E. Mach, Prinzipien der Wärmelehre p. 246. Leipzig 1900.

welche bessere Verwendung finden kann, und leiten die weitere Forschung in neue Bahnen. Einen ganz entsprechenden Schaden werden aber solche Unmöglichkeitbeweise machen, die zu verfrühter Anerkennung kommen. Wer schon jetzt die Unmöglichkeit einer mechanischen Erklärung der elektrischen Felderscheinungen proklamiert, spricht dadurch eine Warnung aus: man suche keine neuen elektromagnetischen Felderscheinungen mehr. Wer das tut, gehört in die Klasse der Phantasten, welche immer noch ihre Kräfte der Lösung des alten Dreiteilungs- oder Quadraturproblemcs widmen.

Gegenüber dieser Warnung möchte ich, solange noch der geringste Zweifel über die absolute Unfehlbarkeit des Beweises herrschen kann, eine andere erheben: Der Fortschritt der Forschung beruht vor allem auf ihrer Freiheit, und nichts kann mehr schaden als ein verfrühtes „Verbotener Weg“.

Weil aber die Witteschen Arbeiten, mit Kritik gelesen, die Ideen zu neuen Experimentalarbeiten geben können, scheinen sie mir in Wirklichkeit sehr wertvoll, und ich kann nur wünschen, daß sie fortgesetzt werden. Nur würden sie nach meiner Meinung bei einer etwas geänderten Aufgabenstellung sehr an wissenschaftlichem Wert gewinnen. Die Aufgabe wäre beispielsweise so zu stellen:

„Wie muß die Maxwellsche Theorie modifiziert werden, unter der Voraussetzung, daß die elektrischen Erscheinungen eine mechanische Erklärung gestatten?“

Diese Aufgabenstellung präjudiziert nichts über die Möglichkeit oder die Unmöglichkeit der mechanischen Erklärung. Die Untersuchung würde in einer Reihe an die Experimentalphysiker zu stellenden Fragen ausmünden: Existieren diese oder jene neuen elektromagnetischen Erscheinungen, die in der Maxwellschen Theorie in ihrer jetzigen Form nicht enthalten sind? Es würde gewiß nicht an Forschern fehlen, die bereit wären, die betreffenden Versuche auszuführen. Diese würde jedenfalls zu einer Erweiterung unserer Kenntnisse führen, sei es, daß sie positiv oder negativ ausfallen. Und, es sei gleich hinzugefügt, selbst wenn die Versuche positiv ausfallen, so wäre dadurch auch nicht bewiesen, daß die betreffende mechanische Erklärung endgültig richtig war, sondern nur daß die *Forschungsmethode*, die in einer Anlehnung an

kinetische Bilder der Naturerscheinungen besteht, immer noch gute Dienste leisten kann.

Denn eine Forschung nach diesem Plane wäre eine Forschung im Maxwellschen und Hertzschen Geiste. In Anlehnung an ein kinetisches Bild, seine „physical lines of force“, stieg Maxwell zu der Theorie auf, welche jetzt seinen Namen trägt. Er wagte diese Theorie zu entwickeln trotz der vorzüglichen Übereinstimmung der altbewährten Formeln mit allen zu seiner Zeit bekannten elektromagnetischen Erscheinungen. Selbst hob er nur hervor, daß seine Theorie nicht widerlegt werden konnte, außer auf Grundlage von Experimenten, welche unsere Kenntnisse dieses Teiles der Physik sehr erweitern würden.¹⁾

III.

Wenn ich mich selbst mit mechanischen Bildern der elektromagnetischen Erscheinungen beschäftigt habe, so beruht es auf den Forschungen meines Vaters. Diese hatten eine auffällige Analogie hydrodynamischer Erscheinungen mit elektrostatischen oder magnetischen klar gelegt. In betreff der Einzelheiten dieser Analogie, auch ihres negativen Charakters bezüglich der vom Felde ausgeübten mechanischen Kräfte, verweise ich auf die speziellen Publikationen. Es sei in dieser Verbindung besonders nur auf *eine* charakteristische Eigentümlichkeit derselben hingewiesen:

Im hydrodynamischen Felde tritt der einfache isotrope Flüssigkeitsdruck als gemeinschaftliche Ursache zweier Wirkungen auf: einerseits der Feldbildung und andererseits der von dem Felde ausgeübten mechanischen Kräfte.

Wie einfach auch diese Tatsache im Endresultat auftrat, so war sie doch nicht leicht zum ersten Male zu finden. In der Ableitung handelt es sich um eine Zerlegung der vom Druck erzeugten, einheitlich gegebenen Bewegung in zwei Partialbewegungen, eine, welche das Feld darstellt, und eine andere, welche der von den mechanischen Kräften des Feldes erzeugten, und eventuell durch äußere Kräfte aufgehobener Bewegung entspricht. Es war vor allem diese, immer ir neuen Formen wiederkehrende Schwierigkeit, welche die Arbeiter

1) J. C. Maxwell, Scientific Papers I, p. 452.

meines Vaters in dem Maße jahrelang aufhielt, daß er nach endgültiger Überwindung der Schwierigkeit nicht mehr imstande war, selbst seine Resultate zur Publikation auszuarbeiten. Ich begegnete selbst dieser Schwierigkeit in neuen Formen, als ich mir die Aufgabe stellte, die Analogie, an deren Allgemeinheit ich nicht zweifelte, nicht mehr durch explizite Rechnung für den Spezialfall kugelförmiger Körper, sondern ganz allgemein zu beweisen. Es hat sich auch immer wiederholt, daß dieser Kernpunkt der Theorie, vielleicht eben wegen der überraschenden Einfachheit, schwer zum ersten Male zu erfassen ist. Ich kann es aus eigener Erfahrung aus der Zeit bezeugen, wo ich die Manuskripte meines Vaters zu studieren hatte, und jetzt gibt mir Hrn. Wittes Aufsatz einen neuen Beweis derselben Tatsache. Denn hier haben wir den Ursprung derjenigen Reihe von Mißverständnissen, welche seinem Angriffe zugrunde liegen.

Ich fange mit dem Einwand an, welcher unten p. 344 seines Aufsatzes formuliert ist: „... —, so sieht man, daß der Ausdruck \mathfrak{F} tatsächlich *nicht* eine Resultante der zugrunde gelegten Spannungen (17) ist.“ Ja, das ist wahr. Denn die Spannungen sollen nicht nur die Kraft \mathfrak{F} erzeugen, *sondern auch die Feldbildung besorgen*. Die Trennung der kraft-erzeugenden von der feldbildenden Wirkung wird gewonnen „durch den Kunstgriff (19)“ und „als Folge des weiteren Kunstgriffes (20)“ (l. c. p. 345). Die „Kunstgriffe“ sind dieselben, durch die ich in den früheren rein hydrodynamischen Abschnitten des Buches die feldbildende Wirkung des Flüssigkeitsdruckes von der krafterzeugenden trenne. Sofern weitere Diskussionen dieses Punktes nötig sein sollten, so schlage ich vor, daß sie einleitungsweise auf den rein hydrodynamischen Fall begrenzt werden, wo zugleich umfassende experimentelle Untersuchungen sowohl der feldbildenden als der krafterzeugenden Wirkung des Druckes vorliegen.

In bezug auf das anbotene neue Spannungssystem (l. c. p. 346—347) gestatte ich mir folgendes zu bemerken.

Man kann sich selbstverständlich ohne Schwierigkeit den Ausdruck von Spannungen hinschreiben, welche als Resultante beliebige erwünschte Kräfte liefern. In dieser Weise wird gewöhnlich die Maxwellsche Theorie der elektromagnetischen

Felder formell vervollständigt. Man führt *ad hoc* ersonnene Spannungen ein, weil die Maxwellschen Feldgleichungen nur die geometrischen Eigenschaften der Felder angeben, während sie uns nichts über die wenigstens ebenso wichtigen mechanischen Eigenschaften der Felder erzählen. Es sei beiläufig bemerkt, daß es mir ganz unbegreiflich ist, daß jemand in vollem Ernst von einem „elektromagnetischen Weltbilde“, wie es jetzt so allgemein heißt, oder von einem „physikalischen Elektrizismus“¹⁾ reden kann, solange eine so fundamentale Unvollkommenheit an unserer Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen klebt. Wenn man seine Ansprüche nicht höher stellt, kann man selbstverständlich in derselben bequemen Weise auch die hydrodynamische Analogie ergänzen, indem man Spannungen einführt, welche erst die im Felde vorhandenen inversen Kräfte aufheben, und dann die erwünschten direkten erzeugen. Eine solche Analogie würde aber für mich nicht den geringsten Wert haben, solange nicht die zur Erzeugung der Kräfte eingeführten Spannungen organisch dem feldbildenden Mechanismus angehören. Sonst würde die mechanische Analogie nicht das Geringste über die Maxwellsche Theorie hinaus leisten.

Weil ich noch keinen mich befriedigenden Weg gefunden habe, von den inversen zu den direkten Kräften hinüberzukommen, behandle ich in meinem Buche „Die Kraftfelder“ ausschließlich die in mechanischer Hinsicht inverse Analogie, die aus zwingenden Gründen invers bleiben muß, auch nachdem die Flüssigkeit mit gyrostatischen Eigenschaften versehen worden ist. Auf diese inverse Analogie bezieht sich jede Formel und jede Entwicklung. Nach vollführter Entwicklung habe ich aber an verschiedenen Stellen eine Bemerkung hinzugefügt, wie man sich die Sache denken könnte, um in einfachster Weise zu Kraftwirkungen gleicher Richtung wie die des elektrischen oder magnetischen Feldes herüberzukommen.²⁾ Diese Bemerkungen sollten nur einen Fingerzeig für eventuelle

1) Hans Witte, Die Ablehnung der Materialismushypothese durch die heutige Physik und: Die Monismusfrage in der Physik. Annalen der Naturphilosophie 8. p. 95—136.

2) V. Bjerknes, Die Kraftfelder. Vorwort p. 9—10, weiter p. 129, 132, 134, 152, 170.

weitere Arbeiten geben, sofern jemand versuchen wollte, was ich keineswegs versucht habe, auf dieser Grundlage eine vollständige mechanische Theorie der elektromagnetischen Felderscheinungen zu geben. Es ist deshalb ein totales Mißverständnis, wenn Hr. Witte die von ihm wiedergegebenen und kritisierten Entwicklungen als Versuch eines Beweises einer Umkehrung der Kräfte aufgefaßt hat.¹⁾ Es scheint mir, daß die Vorzeichen der Formeln, die er in meinem Buche gefunden und selbst in seinem Aufsätze richtig wiedergegeben hat, jedem Mißverständnis dieser Art hätten vorbeugen sollen.

Eine eventuelle Umkehrung der Kräfte in der angedeuteten Weise kann ich aber, ehe nicht die Sache näher untersucht ist, keineswegs mehr „paradox“ oder mehr „physikalisch unvorstellbar“ finden, als die Umkehrung der Rotationsrichtung eines Maschinenteiles durch das Einschalten eines Zahnrades, oder die Umkehrung der Fallrichtung eines leichteren Körpers, wenn derselbe in eine schwerere Flüssigkeit kommt. Weitere Diskussionen dieses Punktes werden aber zu nichts dienen, solange keine durchgeführte Untersuchung eines bestimmten Umkehrungsmechanismus und seiner Rückwirkung auf dem Gesamtmechanismus vorliegt.

IV.

Wo die von meinem Vater angefangenen und von mir fortgesetzten Untersuchungen hinführen, weiß ich nicht. Jedenfalls werden die dargelegten Tatsachen über Kraftfelderscheinungen in materiellen Medien stehen bleiben und ihren Wert behalten, ganz abgesehen von dem Umfange ihrer Analogie mit elektromagnetischen Erscheinungen. Wer sich in dieses Studium vertieft, wird aber nicht die Augen für diese Analogie schließen können.

Oft haben wir geglaubt, die Grenze der Analogie gefunden zu haben. Durch tiefere Untersuchungen hat sie sich aber immer wieder erweitert. Wie bezaubernd sie in dieser Weise wirken konnte, so haben wir doch immer nach Vermögen auf die Lücken und Unvollkommenheiten aufmerksam gemacht, um nie mehr darin zu sehen als das, welches streng

1) Hans Witte, Die Bjerknnessche hydrodynamische Theorie p. 338—339.

aus den vorliegenden Tatsachen folgte. Wenn nur das geschah, haben wir geglaubt, daß es jedenfalls nicht schaden konnte, die Lehre von diesen hydrodynamischen Felderscheinungen derjenigen von den elektrischen oder magnetischen entgegenzustellen. Daß aus dem Vergleiche Ideen zu verbesserter systematischer Darstellung oder zu weiterer Erforschung der letzteren aufkommen könnten, dachten wir uns nicht als ausgeschlossen, wie tief oder wie oberflächlich doch zuletzt die Verwandtschaft der beiden Erscheinungskomplexe wäre.

Sind nicht zuletzt alle großen Ideen durch Analogie entstanden? Ohne Kenntnis der sichtbaren Wasserwellen wäre kaum jemand auf die Idee von Schallwellen gekommen. Ohne die Schallwellen zu kennen, wären gewiß nie Huygens und Fresnel zu der Undulationstheorie des Lichtes gelangt. Ohne die Hilfe seiner mechanischen Modelle, seiner „physical lines of force“, hätte wohl auch nicht Maxwell die elektromagnetische Theorie des Lichtes gefunden. Und doch handelt es sich in allen Fällen um mehr oder weniger oberflächliche Analogien. Die Wasserwellen sind den Schallwellen, und die Schallwellen den Lichtwellen nur wenig ähnlich. Nachdem Maxwell seine Gleichungen gefunden hatte, ist er in Zweifel über die vollständige Richtigkeit seiner Modelle gekommen.¹⁾ Seine Überzeugung von dem Werte der kinetischen *Forschungsmethode* hat er aber deshalb nicht aufgegeben. Und wie oberflächlich auch diese Analogien in einem gewissen Sinne waren, so haben sie doch die Versuche inspiriert, welche erst die Wellennatur des Lichtes und dann die elektromagnetische Natur der Lichtwellen sichergestellt haben. Ist damit die Leistungsfähigkeit dieser Methode der Anlehnung an kinetische Analogien erschöpft? Ich weiß es nicht, aber ich glaube es auch nicht. Nur so viel scheint mir wahrscheinlich: soll auch der nächste Schritt in Anlehnung an eine kinetische Analogie gemacht werden, so muß die Analogie viel feinerer Art als die früher benutzten sein.

Ob die von meinem Vater und mir ausgearbeitete Analogie solchen Ansprüchen genügt, oder nach weiterer Ausarbeitung

1) Vgl. J. C. Maxwell, Electricity and Magnetism. II. Art. 831. p. 426—429.

jemals genügen wird, kann erst die Zukunft entscheiden. Schon jetzt kann man aber in Anlehnung an diese Analogie, trotz der inversen Natur der mechanischen Kräfte, bestimmte Fragen an die Experimentalphysiker stellen. Die Aufstellung solcher Fragen ist *nicht* mit dem Anspruch identisch, daß jetzt die mechanische Erklärung der elektrischen Erscheinungen gefunden ist. Die Sache ist einfach diese:

Bis zu einer gewissen Grenze ist die Analogie zweier Erscheinungsgebiete nachgewiesen. Ob sie auch wirklich an dieser Grenze aufhört, oder ob sie sich noch jenseits derselben fortsetzt, können wir bei unseren jetzigen begrenzten Kenntnissen der einen oder beider Erscheinungsgebiete nicht entscheiden. *Ganz abgesehen von der Möglichkeit oder Unmöglichkeit einer mechanischen Erklärung der elektrischen Erscheinungen, ist die Möglichkeit da, daß sich die Analogie noch einen Schritt jenseits der vorläufig konstatierten Grenze fortsetzt, und diese Möglichkeit berechtigt uns, Fragen an die Experimentalphysiker zu stellen.*

Indem ich ausdrücklich betone, daß dergleichen Fragen in diesem Lichte zu sehen sind, möchte ich die Aufmerksamkeit auf diejenige Frage hinlenken, mit welcher mein Buch „Die Kraftfelder“ endet: *Ist es ganz sicher, daß ein elektrostatisches Feld ungeändert bleibt, wenn man auf dasselbe ein magnetostatisches überlagert?* Die Maxwellschen Gleichungen behaupten ja. Vergewenwärtigt man sich aber, daß all unser Wissen von den elektrischen Erscheinungen aus Versuchen hervorgegangen sind, die mit beschränkter Genauigkeit ausgeführt wurden, so haben wir kein absolutes Recht, die Möglichkeit einer solchen Wirkung zu leugnen. Und ganz unbefangen gesehen wäre es, so scheint es mir, gar nicht unwahrscheinlich anzunehmen, daß Felder, die unter dynamischen Bedingungen in so intimer Wechselwirkung stehen, auch unter statischen Verhältnissen einen, wenn auch noch so geringfügigen, Einfluß aufeinander ausübten. Die Erfahrung muß aber hier das letzte Wort sagen. Auf die Folgen, welche ein positives Resultat haben würde, habe ich schon in meinem Buche aufmerksam gemacht. Um wenn möglich, die Aufmersamkeit noch mehr auf Aufgaben dieser Art hinzulenken, habe ich selbst einen ersten Versuch ausgeführt, obgleich die Mittel,

die ich zur Verfügung hatte, viel zu beschränkt waren, um die geringste Hoffnung eines Erfolges zu geben.¹⁾

Viele andere Fragen wird man in Anlehnung an die hydrodynamische Analogie aufstellen können. Ich werde als Beispiel auf noch eine Klasse solcher Fragen aufmerksam machen. Wenn es sich um die reinen Äthererscheinungen handelt, wo keine äußere Kraft f' auftritt, wäre die Gleichung (86a) mit $f' = 0$ in Verbindung mit der angehörigen Gleichung (85a) zu benutzen.²⁾ Nach diesen Gleichungen wären also die optischen Erscheinungen zu behandeln. Sieht man von den Gliedern zweiter Ordnung ab, so kommt man auf die Maxwell'schen Gleichungen und die gewöhnliche Theorie der optischen Erscheinungen. Diese wäre aber dann nur in erster Annäherung als richtig anzusehen, und man würde neue optische Erscheinungen unter Berücksichtigung der Glieder zweiter Ordnung ableiten. Es sei auf *eine* solche Erscheinung aufmerksam gemacht, die man leicht aus den Gleichungen ableitet: pflanzt sich Licht längs den Kraftlinien eines elektrischen Feldes fort, so soll die Fortpflanzungsgeschwindigkeit um den Betrag der elektrischen Feldintensität zu- oder abnehmen. Durch Nachweis eines solchen Einflusses des elektrischen Feldes auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes würde man eine absolute Messung der elektrischen Feldintensität im Geschwindigkeitsmaß erhalten.

Wenn ich die Aufmerksamkeit der Physiker gern auf Aufgaben dieser Art hinlenken möchte, so ist es vor allem, weil es sehr zweifelhaft ist, ob ich selbst mehr Gelegenheit haben werde, zu diesen Arbeiten zurückzukehren. Ich bin zu einem anderen Forschungsgebiet übergegangen, welches voraussichtlich für lange Zeit meine ganze Kraft in Anspruch nehmen dürfte.

1) V. Bjerknes, On the absolute Measurement of Electromagnetic Quantities. Phys. Rev. 29. p. 311. New York 1909. Dasselbe: Vortrag in Société de Physik, April 1909. Journ. de Phys., Octobre 1909.

2) Die Kraftfelder p. 161 und 157.

(Eingegangen 1. Dezember 1909.)
