



Il denominatore commune di queste incognite, cioè il *determinante* si può rappresentare dietro la notazione comunemente adottata con

$$D = \Sigma \{ \pm y_1 \cdot y'_1 \cdot y''_1 \dots y^{(n-2)}_{n-1} \},$$

ed il valore di  $B_1$ , che solo c'importa conoscere, è dato della formola

$$B_1 = \frac{\Sigma \{ \pm y_1 y'_2 \dots y^{(n-3)}_{n-2} (-y^{(n-1)}_{n-2}) \}}{\Sigma \{ \pm y_1 y'_2 \dots y^{(n-3)}_{n-2} y^{(n-2)}_{n-1} \}},$$

ed è facile convincersi che il numeratore è la derivata del denominatore presa con segno contrario; avremo perciò

$$B_1 = -\frac{D'}{D}.$$

Ora le due equazioni (1. e 2.) dovendo coesistere, mercè il teorema di *Libri* l'integrazione della proposta è ridotta a quella delle due

$$\frac{du}{dx} + \left( P + \frac{D'}{D} \right) u = 0,$$

$$\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + B_1 \frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} + \dots + B_{n-1} y = u.$$

La prima somministra

$$u = \frac{C_n}{D} e^{-\int P dx}.$$

Per integrare la seconda osserviamo che essendo noti tutti gl'integrali particolari quando il secondo membro di essa è nullo, possiamo esprimere il valore generale di  $y$ , con

$$y = y_1 z_1 + y_2 z_2 + \dots + y_{n-1} z_{n-1},$$

ove  $z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$  sono funzioni che si determineranno dietro il noto principio della variazione delle costanti arbitrarie. Si ha

$$z_1 = \int v_1 u dx + C_1, \quad \dots \quad z_r = \int v_r u dx + C_r, \quad \dots$$

$$z_{n-1} = \int v_{n-1} u dx + C_{n-1}$$

ed i valori di  $v_1, v_2, \dots, v_r, \dots, v_{n-1}$  sono forniti dalla risoluzione delle

$$y^{(n-2)}_1 v_1 + y^{(n-2)}_2 v_2 + \dots + y^{(n-2)}_r v_r + \dots + y^{(n-2)}_{n-1} v_{n-1} = 1,$$

$$y^{(n-3)}_1 v_1 + y^{(n-3)}_2 v_2 + \dots + \dots + y^{(n-3)}_{n-1} v_{n-1} = 0,$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$y_1 v_1 + y_2 v_2 + \dots + y_{n-1} v_{n-1} = 0.$$

Il valore generico di  $v_r$  può mettersi sotto la forma

$$v_r = \frac{\Sigma \{ \pm y_1 y'_2 \dots y_{r-1}^{(r-2)} y_{n-1}^{(r-1)} y_{r+1}^{(r)} \dots y_{(n-2)}^{(n-3)} \}}{\Sigma \{ \pm y_1 y'_2 \dots y_{r-1}^{(r-2)} y_{n-1}^{(r-1)} y_{r+1}^{(r)} \dots y_{n-2}^{(n-3)} y_r^{(n-2)} \}},$$

ove si vede che il numeratore è la derivata del denominatore rispetto ad  $y_r^{(n-2)}$ ; e però sarà

$$v_r = \frac{1}{D} \frac{dD}{dy_r^{(n-2)}},$$

quindi

$$z_r = C_n \int \frac{1}{D^2} \frac{dD}{dy_r^{(n-2)}} e^{-fPdx} + C_r,$$

e poichè

$$D = \frac{1}{R}, \quad \frac{dD}{dy_r^{(n-1)}} = -D^2 \frac{dR}{dy_r^{(n-2)}}$$

ne segue, cangiando il segno di  $C_n$ ,

$$z_r = C_n \int \frac{dR}{dy_r^{(n-2)}} e^{-fPdx} + C_r,$$

lo che dà il teorema di *Malmstèn*.

Firenze 8 Marzo 1850.