**УДК 372.851.2 +371.321.2 +37.04+37.026**

**О. С. Чашечникова**

ORCID ІD [0000-0003-1101-5534](https://orcid.org/0000-0002-9741-7157)

Сумський державний педагогічний

університет імені А.С. Макаренка

**З. Б. Чухрай**

Березнівський лісотехнічний коледж НУВГП,

Рівненська обл.

**Л. Ю. Глазько**

Рогинська загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів

Роменського району Сумської області

**ШЛЯХИ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНО-ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ, СПРЯМОВАНОЇ НА РОЗВИТОК ЇХ ДОСЛІДНИЦЬКИХ ЗДІБНОСТЕЙ, ЧЕРЕЗ НАВЧАННЯ РОЗВ’ЯЗУВАТИ ЗАВДАННЯ З ПАРАМЕТРАМИ**

*У статті розглянуто проблему розвитку дослідницьких здібностей учнів в процесі навчання математики. У системі дослідницьких здібностей виділено: нешаблонність мислення;* *критичність мислення; самостійність мислення та здатність до самоорганізації; багатоплановість мислення; прогностичність мислення. Як один із видів завдань на дослідження пропонується розглядати завдання з параметрами.*

*Запропоновано структуру діяльності вчителя математики і учнів, спрямованої на набуття учнями навичок дослідницької діяльності. Вказано: рівень володіння прийомами розв’язування завдань з параметрами є показником усвідомленості знань, відповідних основним змістовим лініям шкільного курсу математики з основних розділів шкільної математики, рівня розвитку мислення. Більш детально розглянуто завдання з параметрами з теми* «*Показникові рівняння та нерівності». Запропоновані авторські завдання (О. С. Чашечникова) з алгебри та початків аналізу та з геометрії.*

*Описано деякі результати експериментального навчання старшокласників та студентів щодо визначення впливу на розвиток дослідницьких здібностей учнів розв’язування завдань на дослідження. Відмічено позитивну динаміку.*

**Ключові слова:** *навчання математики, дослідницькі здібності, завдання з параметрами.*

**Постановка проблеми.** Одною із цілей навчання математики на сучасному етапі є формування дослідницької компетентності, а отже – розвиток дослідницьких здібностей учнів. Нажаль, часто справжня дослідницька діяльність школярів заміняється її імітацією (виконання проектів спрямовується на пошук цікавих відомостей, ілюстрацій, створення яскравої презентації, а не на справжнє дослідження сутності питань на основі грунтовного аналізу проблеми; у деяких випрадках навіть виконання робіт МАН розуміється як вивчення учнем підготовленої вчителем або викладачем університету роботи з наступною доповіддю). Якщо ж така робота дійсно проводиться з урахуванням всіх етапів дослідницької діяльності, то, в умовах об’єктивної нестачі часу на вивчення програмового матеріалу з математики в школі, не є систематичною та охоплює не всіх учнів.

Джерелом систематичної дослідницької діяльності на уроках математики мають стати саме завдання на дослідження. Серед них – завдання з параметрами.

**Мета статті** – розглянути шляхи організації навчально-пізнавальної діяльності учнів, спрямованої на розвиток їх дослідницьких здібностей, через навчання розв’язувати завдання з параметрами.

**Аналіз актуальних досліджень.** У попередньому дослідженні (З. Б. Чухрай, 2013) нами було з’ясовано, що дослідницькі здібності є складними структурними утвореннями, які мають характерні властивості; а їх розвиток у процесі навчання математики стає ефективним за умови вчасного виявлення цих утворень та грамотного керівництва їх розвитком. Було визначено [4]: характеристики творчого мислення, які є проявом дослідницьких здібностей, та їх складові (авторська система, побудована на основі системи [3]) настільки тісно пов’язані, що їх не можна чітко розмежувати. Взаємозв’язки характеристик було подано за допомогою схеми (рис. 1), в якій використано позначення: *НМ* – нешаблонність мислення; *Кр М* – критичність мислення; *СМ* та *ЗС* – самостійність мислення та здатність до самоорганізації; *БМ* – багатоплановість мислення; *Пр М* – прогностичність мислення.

Рис.1. **Взаємопов’язані характеристики проявів дослідницьких здібностей**

**творчого мислення**

**Виклад основного матеріалу.** Нами неодноразово відмічалося [1; 3]: спільна діяльність вчителя і учнів має бути гнучкою, оперативно реагувати на всі зміни в рівні навченості учнів, рівні розвитку їх мислення, математичних здібностей, дослідницьких здібностей кожного з учнів та конкретного класу взагалі. Наші дослідження (1989-2011 р р, 2012-2018 р р, [1; 3]) свідчать: для учнів з різними рівнями розвитку мислення співвідношення часу на виконання завдань у ланцюгу «репродуктивні завдання → реконструктивні завдання → варіативні завдання → творчі завдання» різне, але, не залежно від того, який саме рівень набутих знань та відпрацьованих вмінь, розвитку мислення конкретного учня на конкретному етапі, проходження ***всіх*** ланок є обов’язковим. Те ж саме стосується й проходження за ланцюгом «запам’ятовування алгоритму → відпрацьовування алгоритму → знаходження умов, за яких використання алгоритму стає неефективним (***дослідження***) → пошук нового алгоритму (***дослідження на творчому рівні***)». Оптимальному вибору цього співвідношення сприяє, як підтверджують результати експериментального навчання, така структура спільної діяльності учителя і учнів, спрямованої на набуття учнями навичок дослідницької діяльності (табл. 1).

Таблиця 1

**Структура діяльності вчителя і учня, спрямованої на набуття учнями навичок дослідницької діяльності**

|  |  |
| --- | --- |
| **Діяльність вчителя** | **Діяльність учня** |
| 1 | 2 |
| 1.1. Виділяє ключові поняття, демонструє зв’язок нового зі вже відомим, залучаючи учнів до дослідницької діяльності.  1.2. Здійснює контроль за процесом первинного засвоєння учнями знань.  1.3. Якщо результат перевірки задовольняє вимогам, переходить до 2.1, інакше повертається до 1.1. | 1.1. Сприймає новий матеріал, запам’ятовує на основі виділення головного та дослідження зв’язків.  1.2. Демонструє первинні навички оперування теоретичними відомостями. Відповідає на запитання вчителя, виконує запропоновані завдання. |
| 2.1. Пропонує учням завдання репродуктивного та реконструктивного характеру з метою з’ясування рівня якості, швидкості, повноти, оперативності застосування формул, правил, алгоритмів тощо.  2.2. Якщо результати перевірки задовольняють визначеним вимогам, – переходить до 3.1., інакше – повертається до 2.1. | 2.1. Виконує завдання репродуктивного та реконструктивного характеру (фронтально).  2.2. . Виконує завдання репродуктивного та реконструктивного характеру (індивідуально). |
| 3.1. Пропонує учням завдання варіативного (на більш високому рівні – дослідницького, творчого) характеру.  3.2. Контролює (явно / неявно) процес виконання завдань учнями, керує ним. | 3.1. Виконує завдання варіативного (дослідницького, творчого) характеру (фронтально). 3.2. Виконує завдання варіативного (дослідницького, творчого) характеру (індивідуально), консультуючись, в разі необхідності, із вчителем. |

Зупиняючись на п. 3.2, зазначимо: орієнтуючись на актуальний рівень розвитку конкретного учня, необхідно визначити, якою має бути ступінь допомоги вчителя учню у процесі розв’язування конкретного завдання. Нами неодноразово зазначалося [1]: з метою розвитку пізнавальної самостійності учня, його дослідницьких здібностей необхідним є оптимальне співвідношення самостійної дослідницької діяльності під неявним керівництвом вчителя та фактично самостійної діяльності. Як і невчасне втручання вчителя у процес пошуків учня, так і відведення вчителю лише ролі спостерігача, що діагностує та оцінює, можуть завадити процесу розвитку творчого мислення, дослідницьких здібностей школярів. Акцент з дій «пояснюю», «рекомендую зразок виконання», «пропоную правильну відповідь» має переноситись на дії «вислуховую пропозиції учня», «веду діалог з учнем». Допомога в ході виконання може надаватися: безпосередньо від вчителя, від асистента вчителя (підготовленого на занятті гуртка / факультативу учня (однокласника або старшокласника)), від довідника, від інструкції, за допомогою комп’ютерної програми та інше (учнів необхідно озброїти умінням працювати з різними джерелами інформації).

Розглянемо на прикладі виконання завдань з параметрами. Завдання з параметрами є завданнями на дослідження (це випливає й з аналізу постановки цих завдань, їх змісту, методів та прийомів розв’язування). Ці завдання охоплюють практично весь зміст шкільних курсів алгебри та геометрії. Рівень володіння прийомами розв’язування завдань з параметрами є показником усвідомленості знань, відповідних основним змістовим лініям шкільного курсу математики з основних розділів шкільної математики, рівня розвитку мислення.

Відзначимо: навіть, якщо в процесі розв’язування ще достатньо суб’єктивно важкого для конкретного учня завдання йому надається значна допомога, сам процес ознайомлення з розв’язанням даного завдання певною мірою має позитивний вплив.

Пропонуємо здійснювати допомогу через розширення відомостей щодо розв’язування, які подаються в самому тексті завдання; через детальні запитання до завдання, через використання схем розв’язування.

***Нешаблонність*** мислення в ході розв’язування завдань з параметрами розвивається навіть через необхідність сприймати поняття параметра. Легше сприймаються *остенсивні* та *контекстуальні* означення. Через приклади, опис учні знайомляться з тим, що параметр – невизначена константа, змінна, значення якої вважаємо заданим числом (фіксованим чи довільним) у даному конкретному завданні.

***Багатоплановість*** та ***прогностичність*** мислення формуються вже на етапі усвідомлення, що розв'язати завдання з параметром значить для кожного значення параметра знайти множину розв’язків (або обгрунтувати, що при певних значеннях параметра, наприклад, рівняння чи нерівність не мають коренів). ***Критичність*** мислення спрацьовує не лише на кожному етапі виконання, але й на кожному його кроці. Зрозуміло, що ***самостійність*** мислення та ***здатність до самоорганізації*** це саме ті якості, які формуються більш повільно.

***Завдання 1.*** Розв’язати нерівності, де *х –* змінна, *а* – параметр:

а) ; б) .

Вимога завдання – розв’язати нерівність – визначає, що необхідно розв’язати не лише відповідну нерівність другого степеня а) ; б) , тому необхідно обов’язково розглядати випадок *а* = 0. Для першої нерівності при *а* = 0 , для другої при *а* = 0 нерівність розв’язків не має.

За умовою, що : при для першої нерівності ; та ; при   випадок  є неможливим. Для будь-яких  виконується нерівність , тобто при  розв’язок нерівності – всі дійсні числа.

При  для другої нерівності ; при  . За умовою, що , маємо: при  ; при  .

У результаті дослідження виконання завдань учні роблять висновки, що використання одних й тих самих прийомів потребує нешаблонності мислення.

Аналіз досвіду роботи вчителів математики свідчить, що виконання завдань з параметрами формує дослідницькі здібності учнів. Зокрема, Л. Ю. Глазько упорядкована система таких завдань з тем «Тригонометричні рівняння та нерівності», «Показникові рівняння та нерівності» (у статті – завдання 2, 4, 6, 7, 8).

***Завдання 2.*** При яких значеннях параметра *a* рівняння 4*x* -4*a∙*+2*a*+2=0 має два дійсних розв’язки? Знайти їх.

Досліджуємо: яким вимогам має задовольняти нова змінна *t* =2*x*; за яких умов рівняння: - 4*at*+2*a*+2=0 має два різні додатні розв’язки.

***Завдання 3 (авторське, О.С.Ч).*** Для всіх значень параметра *а* знайти корені рівняння: *-2a)-5a) = 4*:.

Дослідити, як зміниться виконання завдання, якщо *а* замінити на *b* або у якості основи відповідної показникової функції, або у якості параметра у рівнянні, де а – основа відповідної показникової функції.

***Завдання 4.*** Розв’язати рівняння для всіх значень параметра а: =-a. (\*)

Досліджуємо: яким вимогам має задовольняти нова змінна *t =2x*; яким є ОДЗ; за яких умов можлива рівність (\*).

***Завдання 5 (авторське, О.С.Ч.).*** Розв’язати рівняння для всіх значень параметра *а:* =-*a* (\*). Дослідити, що зміниться, якщо права частина рівняння буде представлена так:

а) ; б);

***Завдання 6.*** При яких значеннях параметра *а*рівняння

=+16 та =1 є рівносильними?

***Завдання 7.*** Розв’язати нерівність для всіх значень параметра а:

***Завдання 8.*** Розв’язати нерівність для всіх значень параметра а:

+2<0

Спрямованість на формування дослідницьких здібностей учнів можна посилити, якщо доповнити текст вимогою дослідження впливу на розв’язок внесення змін у формулу.

***Завдання 9 (авторське, О.С.Ч)*.** Знайти всі значення параметра *а*, при кожному з яких для всіх дійсних значень *х* виконується нерівність:

Дослідити, як зміниться розв’язок нерівності, якщо *сos x* замінити на *sin x* або *tg  x*.

***Зауваження.*** В ході виконання другої частини завдання можна спочатку запропонувати учням обміркувати його до того, як починається власно розв’язування відповідної нерівності. Таким чином надається більше можливостей для розвитку прогностичності мислення школярів.

***Завдання 10 (авторське, О.С.Ч)*.** При яких значеннях параметра *а* функція *y = (a-2)(a+2)x3 + (a-2)(a+3)x2 + (a+2)(a-3)x* :

А) є парною;

Б) є непарною.

***Завдання 11 (авторське, О.С.Ч)*.** Знайти похідну функції

*y = abc3 + (a-b)(a+b)c2 + (a+c)(a-c)b* , якщо:

а) *a* та *c* параметри, *b* змінна;

б) *b* та *c* параметри, *a* змінна;

в) *b* та *a* параметри, *c* змінна.

***Завдання 12 (авторське, О.С.Ч)*.** Задано функцію

*y = abc3 + (a-b)(a+b)c2 + (a+c)(a-c)b* . Знайти *y(0)*, якщо:

а) *a* та *c* параметри, *b* змінна;

б) *b* та *c* параметри, *a* змінна;

в) *b* та *a* параметри, *c* змінна.

***Завдання 13 (авторське, О.С.Ч)*.** Розв’язати рівняння:

А) ;

б) ;

в) .

г) .

***Завдання 14 (авторське, О.С.Ч)*.** Розв’язати рівняння:

А) ;

б) ;

в) .

г) .

Проведений експеримент свідчить, що такі завдання не лише викликають більшу зацікавленість учнів, ніж традиційні, але й сприяють меншій втомлюваності школярів, ніж в ході виконання типових тренувальних вправ.

Аналіз шкільних підручників математики свідчить: якщо завдання з параметрами у курсі алгебри та алгебри і початків аналізу останнім часом стали вже звичними, то у процесі вивчення геометрії їх пропонують не так часто. Про це свідчить і анкетування старшокласників та студентів, проведене нами у ході дослідження. Необхідно посилити систему завдань з геометрії завданнями з параметрами.

Зокрема, в ході вивчення теореми про суму кутів трикутника, можна запропонувати учням знайти кути рівнобедреного трикутника, якщо один із кутів дорівнює *α*. Більш простим є завдання, якщо відомо, що заданий кут – кут при основі, або заданий кут – кут між бічними сторонами. Більш складним – якщо таких уточнень немає. У цьому випадку учням необхідно розглянути два випадки та дослідити, які саме обмеження накладаються на градусну міру заданого кута (такі завдання нами пропонувалися у процесі експериментального навчання школярів).

***Завдання 15*.** *ОА* – бісектриса кута *KOF.* Знайти кут *KOF*, якщо кут *FОА* дорівнює β.

***Завдання 16*.** *ОА* – бісектриса кута *KOF.* Знайти кут *FОА*, якщо кут *KOF* дорівнює β.

***Зауваження.*** Відмітимо, що виконання завдань 15 і 16 залежить від того, як саме надається означення кута у відповідному підручнику.

Представимо традиційні завдання як завдання на дослідження.

***Завдання 17*.** Відстань між центрами двох кіл дорівнює *а.* Дослідити, скільки точок перетину мають ці кола, якщо:

а) радіус першого *а,* радіус другого *2 а*;

б)радіус першого *а,* радіус другого *0,5 а*;

в)їхрадіуси дорівнюють *а*;

г) їх радіуси дорівнюють *2 а*;

д) їх радіуси дорівнюють *0,5 а*;

є)радіус першого *0,25 а,* радіус другого *0,5 а*.

***Завдання 18*.** Чи існує трикутник, периметр якого *4a*, а одна із сторін: а) *а* ; б) *2a*?

***Завдання 19*.** Обчислити площу прямокутного трикутника, якщо одна його сторона *a*, а друга *2a.*

***Зауваження.*** Відмітимо, що у даному завданні необхідно розглянути два випадки: задано два катети або катет і гіпотенуза. Крім того, в ході експерименту деякі учні захоплювалися дослідницькою діяльністю настільки, що пропонували перевірити, чи існує відповідний трикутник, перед тим, як знайти площу.

Вплив на розвиток дослідницьких здібностей учнів проілюструємо діаграмою (для прикладу пропонуємо результати навчання учнів 10 класів у 1994/1995 та 2001/2002 навчальних роках, результати до проведення експериментального навчання (вересень) та після (квітень) рис.2.1 та 2.2). Те, що у 1995/1996 навчальному році порівняно з 2001/2002 навчальним роком відсоток учнів з дуже низьким, низьким та рівнем нижче середнього значно більше і до початку, і після проведення експерименту, пояснюється так: у 1995/1996 навчальному році серед учасників експерименту - учні класу спортивного профілю, з якими не було можливості проводити систематичну роботу через об’єктивні причини (тренувальні збори і змагання). Незважаючи на це, спостерігається позитивна динаміка: збільшення відсотку учнів з високим рівнем та рівнем вище середнього.

Рис.2.1. Рівень розвитку дослідницьких здібностей учнів 10 класу до початку дослідження.

Рис. 2.2. Рівень розвитку дослідницьких здібностей учнів 10 класу після дослідження.

Нами у 1998 році було розроблено ***програму курсу елементарної математики*** (для студентів 5 курсу спеціальностей «математика та фізика» та «математика та інформатика», у 2012 році - «математика та фізика», «математика та інформатика», «математика та економіка»), в якій акцент робиться на розгляд завдань з параметрами або / та завдань, в яких змінна міститься під знаком модуля із всіх тем шкільного курсу математики. Результати проведеного анкетування та тестування у різні роки свідчить про позитивний вплив виконання таких завдань і на розвиток дослідницьких здібностей студентів (9 семестр, перший етап анкетування та тестування – вересень, другий – початок грудня). Проілюструємо результатами за 1998, 2002 та 2012 роки (рис.3.1, рис.3.2).

Рис.3.1. Рівень розвитку дослідницьких здібностей студентів до початку вивчення курсу.

Рис.3.2. Рівень розвитку дослідницьких здібностей студентів після вивчення курсу

Спостерігається позитивна динаміка розвитку дослідницьких здібностей студентів.

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Незважаючи на те, що завдання з параметрами за останні роки перестали бути незвичними, їх розв’язуванню у класах нематематичних профілів не приділяється достатньо уваги (перш за все, через нестачу часу на вивчення навіть ключових питань програмного матеріалу). Завдання з параметрами можна вважати інструментом діагностики як рівня знань та вмінь учнів, усвідомлення ними навчального матеріалу, сформованості математичної культури, так і рівня розвитку їх логічного мислення, творчого мислення. З іншого боку, відбувається й досягнення дидактичної, розвивальної та виховної цілей навчання (повторення на новому рівні, узагальнення та систематизація, відпрацювання уміння діяти у нових та змінених умовах, формування та розвиток цілеспрямованості діяльності, працездатності, сили волі, здатності тривалий час зосереджувати увагу на конкретному питанні та інше). Учнів класів всіх профілів необхідно ознайомлювати з методами та прийомами виконання завдань з параметрами, надаючи їм диференційовану допомогу, але пропонувати такі завдання у змісті контрольних робіт, на наш погляд, доцільно лише як додаткові. Подальшої розробки потребує методика навчання учнів класів різних профілів розв’язуванню завдань з параметрами.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ /  REFERENCES**

1. Чашечникова О. С. (1997) Розвиток математичних здібностей учнів основної школи (дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02). Київ. (Chashechnikova, O. S. (1997) Development of mathematical abilities of primary school students (PhD thesis). Kiev)
2. Чашечникова О. С. (2004)Система компонентів творчого мислення, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики. Дидактика математики : проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт. 22, 81–87.
3. Чашечникова О. С. (2011) Теоретико-методичні основи формування і розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики (дис. … доктора пед. наук : 13.00.02). Суми. (Chashechnikova, O. S. (2011) Theoretical and methodological bases for formation and development of the creative thinking in differentiated teaching of mathematics. (DSc thesis). Cherkasy).
4. Чухрай З. Б. (2013) Розвиток дослідницьких здібностей студентів економічних спеціальностей у процесі навчання математики (дис. … канд. пед. наук : 13.00.02). Суми. (Chukhrai, Z. B. (2013) Developing students’ research abilities of economic specialities in the process of studying mathematics. (PhD thesis). Sumy).

**Чашечникова О. С., Чухрай З. Б., Глазько Л. Ю. Пути организации учебно-познавательной деятельности учащихся, направленной на развитие их исследовательских способностей, посредством обучения решению задач с параметрами.**

***Аннотация.*** *В статье рассмотрена проблема развития исследовательских способностей учащихся в процессе обучения математике. В системе исследовательских способностей выделены: нешаблонность мышления; критичнисть мышления; самостоятельность мышления и способность к самоорганизации; многоплановость мышления; прогностичнисть мышления. Как один из видов заданий на исследование предлагается рассматривать задачи с параметрами. Предложена структура деятельности учителя математики и учащихся, направленной на приобретение учащимися навыков исследовательской деятельности. Отмечено: уровень владения приемами решения задач с параметрами является показателем осознанности знаний, соответствующих основным содержательным линиям школьного курса математики по основным разделам школьной математики, уровня развития мышления. Более подробно рассмотрены задачи с параметрами по теме «Показательные уравнения и неравенства». Предложены авторские задачи (О. С. Чашечникова) по алгебре и началам анализа и геометрии. Описаны некоторые результаты экспериментального обучения старшеклассников и студентов по определению влияния на развитие исследовательских способностей учащихся решения задач на исследование. Отмечено положительную динамику.*

***Ключевые слова:*** *обучение* математике*, исследовательские способности, задания с параметрами.*

**Chashechnikova O., Chukhrai Z., Glazjko L. Ways of decisioneducational students’ activities, aimed at the development of their research abilities, through training in solving problems with parameters.**

***Summary****. This article is about the problem of development of students’ research abilities in the process of teaching mathematics is considered. In the system of research abilities are highlighted: non-complexity of thinking; critical thinking; independence of thinking and ability to self-organization; multiplicity of thinking; prediction of thinking. As one of the types of research tasks it is suggested to consider task with parameters. The activities structure of the teacher of mathematics and students, aimed at acquiring students' skills of research activity, is proposed. It is specified: the level of methods’ mastery of solving problems with parameters is an indicator of awareness of knowledge corresponding to the main content lines of the school math course from the main sections of school mathematics, the level of development of thinking. In more detail, the problem with parameters on the topic "Equation and Inequality Index" is considered. Proposed author assignments (O. Chashechnikova) from algebra and geometry.*

*Some results of experimental teaching of senior pupils and students are described in order to determine the impact on the development of students’ research abilities in solving tasks for research. Positive dynamics noted.*

***Key words:****.* learning mathematics, research abilities, task with parameters.