

Kalman/Labbe: практичний міст у TeX

Українська прикладна математика

2026-06-02

1 Kalman/Labbe: перші чотири розділи як TeX-міст

Джерельний блок: Labbe, *Kalman and Bayesian Filters in Python*; ціль - перевести notebook/Markdown у чисті українські TeX-модулі.

1.1 g-h filter

Найпростіший фільтр пояснює ідею prediction-update без матриць. Для скалярного стану:

$$\hat{x}_{k|k-1} = \hat{x}_{k-1} + \dot{x}_{k-1}\Delta t, \quad (1)$$

$$r_k = z_k - \hat{x}_{k|k-1}, \quad (2)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k|k-1} + g r_k, \quad (3)$$

$$\dot{x}_k = \dot{x}_{k-1} + h \frac{r_k}{\Delta t}. \quad (4)$$

Український модуль має пояснити, що g коригує положення, а h коригує швидкість. Це не “gain” як прибуток, а коефіцієнт підсилення/ваги корекції.

1.2 Discrete Bayes filter

Для дискретної сітки станів:

$$\overline{bel}(x_t) = \sum_{x_{t-1}} p(x_t | x_{t-1}, u_t) bel(x_{t-1}), \quad (5)$$

$$bel(x_t) = \eta p(z_t | x_t) \overline{bel}(x_t). \quad (6)$$

Технічний переклад має зберегти різницю між prior/prediction \overline{bel} і posterior bel .

1.3 Добуток гаусіан

Якщо

$$x \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), \quad x \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \quad (7)$$

то ненормований добуток пропорційний гаусіані з

$$\mu = \frac{\sigma_2^2 \mu_1 + \sigma_1^2 \mu_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (8)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (9)$$

Це найкоротший шлях пояснити, чому точніший сенсор має більшу вагу.

1.4 Лінійний фільтр Калмана

Модель:

$$x_k = F_k x_{k-1} + B_k u_k + w_k, \quad w_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k), \quad (10)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k, \quad v_k \sim \mathcal{N}(0, R_k). \quad (11)$$

Прогноз:

$$\hat{x}_{k|k-1} = F_k \hat{x}_{k-1|k-1} + B_k u_k, \quad (12)$$

$$P_{k|k-1} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^\top + Q_k. \quad (13)$$

Оновлення:

$$y_k = z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}, \quad (14)$$

$$S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^\top + R_k, \quad (15)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^\top S_k^{-1}, \quad (16)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k y_k, \quad (17)$$

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1} (I - K_k H_k)^\top + K_k R_k K_k^\top. \quad (18)$$

1.5 Правило конверсії notebook-to-TeX

Код Python не треба перекладати як прозу. Його треба залишати у `lstlisting`, а перед кодом давати український математичний опис: які змінні відповідають F, H, Q, R , які одиниці, яка матриця має бути симетричною, і яка форма графіка очікується після запуску.

Перші чотири Labbe-розділи для агентів:

1. g-h filter: перетворити інтуїтивне пояснення в короткий TeX-модуль.
2. Discrete Bayes: зберегти алгоритм predict/update і приклади нормалізації.
3. Gaussian multiplication: додати формули добутку й згортки.
4. One-dimensional Kalman filters: зв'язати з матричним фільтром і ESKF.