

Kalman and Bayesian Filters: українське практичне ядро

Source-backed TeX bridge, session 05

2026-06-01

1. Прогноз-оновлення

Фільтр поєднує прогноз моделі з вимірюванням:

$$\hat{x}_k^- = F_k \hat{x}_{k-1} + B_k u_k, \quad P_k^- = F_k P_{k-1} F_k^\top + Q_k.$$

Оновлення:

$$y_k = z_k - H_k \hat{x}_k^-, \quad S_k = H_k P_k^- H_k^\top + R_k, \quad K_k = P_k^- H_k^\top S_k^{-1}.$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k y_k.$$

Коваріацію оновлюємо формою Джозефа:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^\top + K_k R_k K_k^\top.$$

2. g-h filter

$$x_k^- = x_{k-1} + \dot{x}_{k-1} \Delta t, \quad \dot{x}_k^- = \dot{x}_{k-1}.$$

$$r_k = z_k - x_k^-, \quad x_k = x_k^- + g r_k, \quad \dot{x}_k = \dot{x}_k^- + h \frac{r_k}{\Delta t}.$$

Це перший навчальний міст до фільтра Калмана.

3. Дискретний Байєс

$$\bar{p}_k(j) = \sum_i p(x_k = j \mid x_{k-1} = i) p_{k-1}(i),$$

$$p_k(j) = \eta p(z_k \mid x_k = j) \bar{p}_k(j).$$

4. Добуток гаусівських оцінок

$$\sigma^2 = \left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} \right)^{-1}, \quad \mu = \sigma^2 \left(\frac{\mu_1}{\sigma_1^2} + \frac{\mu_2}{\sigma_2^2} \right).$$

Менша дисперсія означає більшу вагу.

5. Статистичні перевірки

$$\text{NIS}_k = y_k^\top S_k^{-1} y_k.$$

Для симуляції:

$$\text{NEES}_k = (x_k - \hat{x}_k)^\top P_k^{-1} (x_k - \hat{x}_k).$$

Ці перевірки мають бути в кожному прикладі, де є коваріація.