

conds to be again occulted and finally re-appeared in fifty seconds more. As the occultation is an interesting one I send you the times precisely.

Sid. Time Santiago.		Sid. Time Santiago.	
1st. Im.	6 <sup>h</sup> 41 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup> .7	2nd. Im.	6 <sup>h</sup> 45 <sup>m</sup> 8 <sup>s</sup> .0
1st. Em.	6 44 31,1	2nd. Em.	6 46 0,5

The Longitude we have last used is 4<sup>h</sup>42<sup>m</sup>18<sup>s</sup>.9 and Latitude 33°26'24".8.

You will perceive that to those a third of a degree, indeed less than half that distance farther to the southward, the star must have been passed by the moon without occultation, and yet the Nautical Almanac puts down the limiting parallels 6° N. and 54° S. or nearly a central occultation in our latitude. Nor was  $\mu$  occulted at all, though marked as possibly visible to those 750 miles south of us. Governed by the Almanac, I have lost almost as many hours in going

to the observatory to observe stars which were not occulted as it would have taken to calculate them before hand. For several I have gone up Santa Lucia at very advanced hours of the night, only to be disappointed, as for instance Mars on the 14th Nov. near 3 A. M.

The differential observations with this planet and stars near its path, were commenced in accordance with the ephemeris of which copies were distributed. Since then (15th Dec.) there have been 35 nights, out of which there have been observations with both the equatoreal and meridian circle on 27 with the meridian only 31. In December the number of differentials was 365, the 15th, 17th, 18th and 23rd. being cloudy. Many of my measures have given me great satisfaction, and if observers in the northern hemisphere have been equally fortunate, we shall have a right to expect an interesting result.

Note sur la manière de calculer le décroissement d'intensité que la Photosphère du Soleil subit en traversant l'atmosphère qui l'entoure, par *Jean Plana*.

1.

L'opinion, que la photosphère du Soleil est entourée d'une couche gazeuse, capable d'affaiblir l'intensité de sa lumière, paraît aujourd'hui généralement admise. On explique par là l'expérience de *Bouguer* sur le décroissement d'intensité de la lumière du Soleil depuis le centre vers ses bords. La surface rayonnante du Soleil étant sphériquement enveloppée par une couche gazeuse absorbante, il doit arriver, que l'affaiblissement de la lumière sera d'autant plus grand, que l'épaisseur de la couche qu'elle traverse est plus considérable. Cette manière de voir est confirmée par la mesure des actions photogéosiques, et des actions calorifiques, qui accompagnent la lumière du Soleil. A ces faits il faut ajouter celui des teintes rosacées, séparées du limbe de la Lune, teintes qui furent observées pendant les éclipses totales du Soleil du 8 août 1850 et du 28 juillet 1851. Car ces teintes peuvent être assimilées (comme le dit fort bien Mr. *Arago*) „à des nuages flottants dans une atmosphère solaire douée d'un mouvement de rotation peu rapide.“

*Laplace*, dans le Tome 4. de sa Mécanique Céleste, (voyez page 282—288) a donné une formule pour calculer le décroissement d'intensité de la lumière du Soleil qui serait dû à la cause dont nous venons de parler; et en partant du résultat d'une expérience de *Bouguer*, exposée à la page 91 de son Traité Sur la gradation de la lumière, il en a tiré la conséquence, „que le Soleil dépouillé de son atmos-

phère nous paraîtrait douze fois plus lumineuse.“ Mais le rapport  $\frac{3}{8}$  de *Bouguer*, qui conduit à cette conséquence, étant, probablement, affecté d'une erreur, j'ai repris l'analyse de *Laplace*, afin de la présenter sous une forme, susceptible de faire connaître l'influence d'une correction qu'il serait nécessaire d'introduire dans le coefficient  $\frac{3}{8}$  de *Bouguer*, d'après des expériences plus précises. Et si l'on veut, que ce coefficient soit exact, on verra que le décroissement d'intensité, considéré par *Laplace*, doit être peu différent d'un douzième. En supposant que le nombre  $\frac{3}{8}$  doive être remplacé par  $\frac{3}{8} + \frac{1}{10}$ , l'on aurait à-peu-près un dixième pour le décroissement de l'intensité: mais, s'il fallait le remplacer par  $\frac{3}{8} - \frac{1}{10}$ , le décroissement serait exprimé par la fraction  $\frac{1}{10.7}$ .

2.

Soit  $\mu = \frac{3}{8}$ : suivant les dénominations de *Laplace*, on doit déterminer l'exposant  $f$  d'après l'équation

$$\frac{-f}{e^{\cos \theta}} = \mu \cos \theta . e^{-f}$$

qui donne (en employant les logarithmes hyperboliques)

$$f = - \frac{\cos \theta}{2 \sin^2 \frac{1}{2} \theta} \{ \text{Log. } \cos \theta + \text{Log. } \mu \} \dots (1)$$

En prenant  $\sin \theta = \frac{3}{4}$ , on obtient

$$f = 1,42460; \quad e^{-f} = 0,2406045$$

Log. tab.  $f = 0,1536928$ ; Log. hyp.  $f = 0,353890$ .  
Cela posé; si  $\mu + \delta\mu$  est la véritable valeur du coefficient  $\mu$ ,  
et  $f + \delta f$  la véritable valeur correspondante de  $f$ , nous aurons

$$\delta f = -\frac{\cos \theta}{2 \sin^2 \frac{1}{2} \theta} \cdot \frac{\delta \mu}{\mu} \dots \dots \dots (2)$$

d'où l'on tire, dans le cas de  $\cos \theta = \frac{3}{4}$ ;

$$\delta f = -2,67932 \cdot \delta \mu; \delta \cdot e^{-f} = 0,644656 \cdot \delta \mu.$$

En prenant pour unité l'intensité de la lumière du Soleil dépouillé de l'atmosphère qui entoure sa photosphère, l'on a

$$\frac{2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cdot e^{-\frac{f}{\cos \theta}}}{2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cdot e^{-\frac{f}{\cos \theta}}}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta}$$

pour expression de l'intensité après le passage de la lumière solaire par la couche gazeuse. Donc, en posant  $\cos \theta = x$ , et nommant  $I$  cette intensité, nous avons

$$I = \int_0^1 dx \cdot e^{-\frac{f}{x}} \dots \dots \dots (3)$$

En intégrant par parties il est clair que l'on a

$$I = e^{-f} - f \int_0^1 \frac{dx}{x} e^{-\frac{f}{x}} \dots \dots \dots (4)$$

Soit  $x = fu$ , et  $u' = \frac{1}{f}$ , nous aurons

$$I = e^{-f} - f \int_0^{\frac{u'}{f}} \frac{du}{u} e^{-\frac{1}{u}} \dots \dots \dots (5)$$

Maintenant, si l'on fait  $u = \frac{1}{z}$ , il viendra

$$I = e^{-f} + f \int_0^f \frac{dz}{z} e^{-f} \dots \dots \dots (6)$$

En développant cette intégrale définie par la série posée à la page 505 du second Volume du Traité des fonctions elliptiques de Legendre, l'on a

$$I = e^{-f} + f \left\{ C + \text{Log. hyp. } f \right\} - f^2 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{f^2}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{f^3}{3} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{f^4}{4} + \text{etc.} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

où  $C = 0,5772156649 \dots$ . En prenant  $f = 1,42460$  l'on a  $C + \text{Log. hyp. } f = 0,931105$ ;  $f \{ C + \text{Log. hyp. } f \} = 1,326440$ . La série étant calculée jusqu'au terme multiplié par  $f^8$  inclusivement, on trouve

$$I = 0,2406045 + 1,326440 - 2,02947 + 0,722800 - 0,228823 + 0,061121 - 0,013931 + 0,0002756 - 0,000042 = 2,3512411 - 2,272266 = 0,0789751;$$

c'est-à-dire,  $I = \frac{1}{12,662}$ .

Pour faire ce calcul d'une manière plus expéditive, on pourrait observer que, en posant  $y = e^{-z}$ , et  $y' = e^{-f}$ , l'on a, au lieu de l'équation (6);

$$I = e^{-f} + f \int_0^{y'} \frac{dy}{\text{Log. } y} \dots \dots \dots (8)$$

Actuellement si l'on fait

$$V = \int_0^{y'} dy \left\{ \frac{1}{1-y} + \frac{1}{\text{Log. } y} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

l'on a

$$I = e^{-f} + f \{ V + \text{Log. hyp. } (1-y') \} \dots \dots (10)$$

Avec cette formule, le calcul de l'intensité  $I$  peut être exécuté immédiatement par la Table de Legendre (voyez page 510 du second Volume du Traité des fonctions elliptiques). Cette Table pour  $y' = 0,2406045$  donne (en négligeant les secondes différences)  $V = 0,16330586$ . Mais Log. hyp.  $(1-y') = -0,275340$ ; partant

$$I = 0,2406045 - 0,159605 = 0,080999 = \frac{1}{12,31}.$$

Soit  $\psi(f) = \int_0^1 dx \cdot e^{-\frac{f}{x}}$ : d'après le théorème de Leibnitz, l'on a

$$\frac{d\psi(f)}{df} = - \int_0^1 \frac{dx}{x} \cdot e^{-\frac{f}{x}}.$$

Donc, en négligeant le carré de  $\delta f$ , nous avons, par le changement de  $f$  en  $f + \delta f$ ;

$$I = \psi(f) - \delta f \int_0^1 \frac{dx}{x} \cdot e^{-\frac{f}{x}}$$

ou bien

$$I = 0,0789751 - \delta f \int_0^1 \frac{dx}{x} \cdot e^{-\frac{f}{x}}.$$

Mais l'équation (4) donne

$$-f \int_0^1 \frac{dx}{x} \cdot e^{-\frac{f}{x}} = -e^{-f} + \int_0^1 dx \cdot e^{-\frac{f}{x}}$$

donc, en substituant il viendra

$$I = 0,0789751 - \frac{\delta f}{f} \{0,2406045 - 0,0789751\}$$

$$I = 0,0789751 - \frac{\delta f}{f} \cdot 0,1616294$$

et comme  $\delta f = -2,67932 \cdot \delta \mu$ , nous avons

$$I = 0,0789751 + 0,30398 \cdot \delta \mu \dots \dots (11)$$

On voit par cette formule, que, en prenant  $\delta \mu = \frac{1}{10}$ , la valeur de  $I$  devient à-peu-près un dixième; et que, en prenant  $\delta \mu = -\frac{1}{10}$  elle s'abaisse à un vingtième. Cela suffit pour prouver que l'influence d'une erreur sur le coefficient  $\mu = \frac{3}{4}$  de *Bouguer*, peut être capable d'apporter une grande modification sur la mesure de l'intensité  $I$ , qui reste à la photosphère du Soleil, après avoir terminé l'atmosphère absorbante qui l'entoure.

Turin le 28 mai 1852.

*Jean Plana.*

### Ueber die Säcularänderungen der Präcession im British Assoc. Catalogue.

Ich erlaube mir hier eine kleine Bemerkung, die Berechnung der Säcularänderungen der Präcession betreffend. Sind  $p$  und  $p'$  die einjährigen Präcessionen in Rectascension und Declination, so ist bekanntlich  $p = m + n \operatorname{tg} \delta \sin \alpha$ ,  $p' = n \cos \alpha$ . Die Werthe  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $m$  und  $n$  gelten aber nur für eine bestimmte Epoche, mit ihnen ändern sich auch  $p$  und  $p'$  und zwar in einem Jahre um

$$dp = dm + dn \operatorname{tg} \delta \sin \alpha + n \operatorname{tg} \delta \cos \alpha \sin 1'' d\alpha + n \sin \alpha \sec \delta^2 \sin 1'' d\delta,$$

$$dp' = dn \cos \alpha - n \sin \alpha \sin 1'' d\alpha,$$

wenn  $dm$ ,  $dn$ ,  $d\alpha$  und  $d\delta$  die einjährigen Aenderungen jener Grössen bedeuten. Aber  $d\alpha = p$ ,  $d\delta = p'$ , und dann

$$dp = dm + dn \operatorname{tg} \delta \sin \alpha + pp' \operatorname{tg} \delta \sin 1'' + p'^2 \sec \delta^2 \operatorname{tg} \alpha \sin 1''$$

$$dp' = dn \cos \alpha - np \sin \alpha \sin 1''.$$

Die Werthe derjenigen Glieder nun, welche  $dm$  und  $dn$  enthalten, sind häufig für so gering gehalten, dass sie ganz vernachlässigt werden können, oder es sind geradezu  $dm$  und  $dn = 0$  gesetzt, während man doch bei der gewöhnlichen Methode der Reduction mit Hülfe der für die Mitte der beiden Zeiten geltenden Präcession, auf die Aenderung von  $m$  und  $n$  sehr wohl Rücksicht nimmt. Die Voraussetzung  $dm$  und  $dn = 0$  ist z. B. bei der Berechnung der Säcularänderungen in dem British Assoc. Cat. gemacht (Preface, p. 39). Sie sind daselbst bis auf 4 Stellen in AR., Zeit. und 3 Stellen in Decl. angesetzt und daher die Vernachlässigung der erwähnten Glieder nur dann gestattet, wenn ihr Betrag den Werth einer Einheit dieser Stellen nicht erreicht. Es ist nun aber nach *Bessel*

$$\frac{1}{15} 100 dm = +0,0020576, \quad \frac{1}{15} 100 dn = -0,0006468,$$

$$100 dn = -0,00970204$$

und damit der Betrag, welcher an die Angaben des Katalogs

noch anzubringen ist  $= +0,0020576 - 0,0006468 \operatorname{tg} \delta \sin \alpha$  in AR. und  $+0,00970204 \cos \alpha$  in Nordpolaristanz. Die folgende erste Tafel giebt mit den Argumenten  $\alpha$  und  $\delta$  den Werth  $-0,0006468 \operatorname{tg} \delta \sin \alpha$ , der dann noch mit dem richtigen Zeichen zu  $+0,00206$  hinzuzufügen ist. Die Zeichen gelten für nördliche und südliche Declinationen und für die ersten 12 Stunden der AR., sind also für  $12^h$  bis  $23^h$  die entgegengesetzten. Die Zahlen bedeuten Einheiten der 5ten Stelle. Die zweite Tafel giebt mit dem Argument  $\alpha$  die Correction für die Nordpolaristanz in Einheiten der 3ten Stelle. Man sieht daraus z. B., dass die Correction der Säcularänderungen in AR. im Maximo, d. i. für  $18^h$  bei nördl. und für  $6^h$  bei südlichen Declinationen

für 0 40 60 70 74 78 80 81 82 Grad Declination  
beträgt +21 26 32 38 43 51 57 61 67 Einheiten d. 4. Stelle.

Sobald aber die eigene Bewegung des Sterns merklich wird, ist, besonders für hohe Declinationen, die Genauigkeit bis auf eine Einheit resp. der 4ten und 3ten Stelle nur illusorisch, indem der zweite und die folgenden Differentialquotienten Glieder enthalten, die von der eigenen Bewegung abhängig sind, und doch noch zur reinen Reduction gehören, so dass der erst nach ihrer Anbringung sich noch zeigende Unterschied der Wirkung der eigenen Bewegung allein zugeschrieben werden kann. Statt nämlich  $p$  und  $p'$  für  $d\alpha$  und  $d\delta$  zu setzen, hätten wir  $p + \mu$  und  $p' + \mu'$  nehmen müssen, wenn  $\mu$  und  $\mu'$  die eigenen Bewegungen in AR. und Decl. bezeichnen. Dadurch ist dem  $dp$  hinzuzufügen  $\mu p' \operatorname{tg} \delta \sin 1'' + \mu' n \sec \delta^2 \sin \alpha \sin 1''$  und dem  $dp'$  noch  $-\mu n \sin \alpha \sin 1''$ . (S. Tab. Reg. p. XIV. und *Argelander*: Positiones mediae p. XII.) Das Verfahren, zur Ableitung der Säcularänderungen sich zweier Präcessionen zu bedienen, die auf zu ver-