

Es ist also willkürlich, meine Grenzgleichungen (3) darum anzugreifen, weil sie im Gegensatz zu den Neumann'schen für anisotrope und isotrope Medien identisch sind.

Nach Erledigung dieser sieben Punkte will ich mich bei dem mir schliesslich gemachten Vorwurfe der „Wandelungen“ in meiner Theorie (p. 539) nicht lange aufhalten. So lange „Wandelung“ und „stetige Verbesserung“ sich deckende Begriffe sind, bleibt jene eben ein Attribut des menschlichen Fortschreitens, nur muss sie sich natürlich hüten, in Ueberstürzung umzuschlagen.

Hiermit wird es hoffentlich der Polemik genug sein.

Bonn, im März 1884.

---

**VII. Ueber die Verzögerung, welche beim Durchgange des Lichtes durch eine Platte eintritt, und über einige darauf gegründete Apparate;  
von W. Voigt.**

---

Es sei eine Schicht von der Dicke  $l$  eines beliebigen Mediums (1), welchem eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $\omega_1$  entspricht, gegeben; aus einem angrenzenden Medium (0) mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $\omega$  falle eine ebene Lichtwelle unter einem Winkel gegen das Einfallslot, dessen Sinus und Cosinus  $\alpha$  und  $\gamma$  ist, und pflanze sich in der Schicht (1) in einer Richtung fort, die durch  $\alpha_1$  und  $\gamma_1$  definiert ist. Dann setzt man den Unterschied der Phase, den die Welle nach dem Durchgang durch die Schicht an einer beliebigen Stelle gegenüber einer frei fortgepflanzten Welle besitzt, gewöhnlich <sup>1)</sup>:

$$\Delta = \frac{l}{v\gamma_1} \left( \frac{1}{\omega_1} - \frac{\gamma\gamma_1 + \alpha\alpha_1}{\omega} \right),$$

worin  $2\pi\tau = T$  die Schwingungsdauer ist. Speciell bei senkrechtem Einfall wird dies:

---

1) Vgl. z. B. Quineke, Pogg. Ann. 132. p. 205. 1867.

$$\Delta_0 = \frac{l}{t} \left( \frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega} \right)$$

oder  $2\pi\tau\omega = \lambda$ , d. i. gleich der Wellenlänge, und  $\omega/\omega_1 = n$ , d. i. gleich dem Brechungscoefficienten gesetzt:

$$\Delta_0 = \frac{2\pi l}{\lambda} (n - 1).$$

Diese Formeln sind aber unrichtig, weil die Lichtwelle nicht einfach durch die Platte hindurchgeht, sondern an den Grenzen reflectirt wird, die austretende Welle also aus Theilen, welche verschieden oft die Platte passirt haben, zusammengesetzt ist. Nur bei schiefem Einfall können diese inneren Reflexionen ganz wirkungslos werden, wenn die Fläche der Platte klein gegen ihre Dicke ist, bei normalem Einfall kann ihre Wirkung durch gewisse Umstände zwar gemindert, im Allgemeinen aber nicht aufgehoben werden.

Da diese mindestens ungenauen Formeln in viele Handbücher<sup>1)</sup> ohne eine Bemerkung über die Grenze ihrer Gültigkeit übergegangen sind, so dürfte es angemessen sein, einmal auf diejenigen hinzuweisen, welche die strenge Theorie — die jene inneren Reflexionen berücksichtigt — abzuleiten gestattet.<sup>2)</sup>

Ich nehme die Normale der Platte zur *Z*-Axe, ihre erste Fläche zur Ebene  $z = 0$ , die zweite zur Ebene  $z = l$ ; die *XZ*- zur Einfallsebene und denke die beiderseits die Platte begrenzenden Medien von verschiedener Natur, defnirt durch  $\alpha\gamma\omega$  und  $\alpha'\gamma'\omega'$ .

Setze ich noch die Verschiebungscomponente normal zur Grenze

in der einfallenden Welle:

$$v_e = E_s \sin \frac{1}{t} \left( t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega} \right),$$

in der an der ersten Fläche reflectirten:

$$v_r = R_s' \sin \frac{1}{t} \left( t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega} \right) + R_s'' \cos \frac{1}{t} \left( t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega} \right),$$

1) Vgl. z. B. Wüllner, Physik, 2. p. 388 und 422. 1875; Mousson, Physik, 2. p. 493. 1872; V. v. Lang, Physik. p. 252. 1873; auch Billet, Optik, p. 66. 1858; Radicke, Optik, 1. p. 409. 1839; Verdet-Exner, Optik, 1. p. 40. 1881.

2) Vgl. übrigens hierzu Zech, Pogg. Ann. 109. p. 60. 1860.

in der ebenda gebrochenen:

$$v_1 = \Delta_s' \sin \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1} \right) + \Delta_s'' \cos \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1} \right),$$

in der an der zweiten Fläche reflectirten:

$$v_2 = P_s' \sin \left( t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1} \right) + P_s'' \cos \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1} \right),$$

in der ebenda gebrochenen:

$$v_d = D_s' \sin \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha' x + \gamma' (z-l)}{\omega} \right) + D_s'' \cos \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha' x + \gamma' (z-l)}{\omega} \right),$$

so werden unter Benutzung der Neumann'schen Grenzgleichungen, die ich früher unter gewissen Voraussetzungen mit dem Princip der Energie verträglich erwiesen habe<sup>1)</sup>, die Bedingungen bestehen:

für  $z = 0$

$$\begin{aligned} E_s + R_s' &= \Delta_s' + P_s' \\ R_s'' &= \Delta_s'' + P_s'' \\ \frac{\alpha \gamma}{\alpha_1 \gamma_1} (E_s - R_s') &= \Delta_s' - P_s' \\ &\quad - \frac{\alpha \gamma}{\alpha_1 \gamma_1} R_s'' = \Delta_s'' - P_s'', \end{aligned}$$

$$\text{für } z = l \quad D_s' = (\Delta_s' + P_s') c + (\Delta_s'' - P_s'') s \quad 1.$$

$$D_s'' = -(\Delta_s' - P_s') s + (\Delta_s'' + P_s'') c$$

$$\frac{\alpha' \gamma'}{\alpha_1 \gamma_1} D_s' = (\Delta_s' - P_s') c + (\Delta_s'' + P_s'') s$$

$$\frac{\alpha' \gamma'}{\alpha_1 \gamma_1} D_s'' = -(\Delta_s' + P_s') s + (\Delta_s'' + P_s'') c,$$

$$\text{worin kurz} \quad s = \sin \frac{l \gamma_1}{\omega_1 \tau} \quad c = \cos \frac{l \gamma_1}{\omega_1 \tau}.$$

Unter Benutzung der Abkürzungen:

$$\sigma = \alpha \gamma + \alpha_1 \gamma_1, \quad \delta = \alpha \gamma - \alpha_1 \gamma_1,$$

$$\sigma' = \alpha' \gamma' + \alpha_1 \gamma_1, \quad \delta' = \alpha' \gamma' - \alpha_1 \gamma_1,$$

erhält man hieraus:

$$\Pi_s D_s' = E_s c (\sigma^2 - \delta^2) (\sigma \sigma' - \delta \delta')$$

$$\Pi_s D_s'' = -E_s s (\sigma^2 - \delta^2) (\sigma \sigma' + \delta \delta')$$

$$\Pi_s R_s' = E_s [(\sigma'^2 + \delta'^2) \sigma \delta - \sigma' \delta' (\sigma^2 + \delta^2) (c^2 - s^2)] \quad 2.$$

$$\Pi_s R_s'' = E_s \sigma' \delta' (\sigma^2 - \delta^2) 2 s c$$

$$\Pi_s = (\sigma \sigma' - \delta \delta')^2 c^2 + (\sigma \sigma' + \delta \delta')^2 s^2.$$

1) W. Voigt, Wied. Ann. 19. p. 900. 1883.

Die Intensitäten werden gemessen durch:

$$R_s^2 = R_s'^2 + R_s''^2 = \frac{E_s^2}{11_s} \left( (\sigma\delta' - \sigma'\delta)^2 + 4\sigma\sigma'\delta\delta's^2 \right)$$

$$D_s^2 = D_s'^2 + D_s''^2 = \frac{E_s^2}{11_s} (\sigma^2 - \delta^2)^2,$$

worin man auch schreiben kann:

$$11_s = (\sigma\sigma' - \delta\delta')^2 + 4\sigma\sigma'\delta\delta's^2.$$

Die Phasendifferenz  $\Delta_s$  zwischen zwei an den beiden Grenzflächen der Platte, und zwar an derselben Normalen gelegenen Stellen ist (im Sinne einer Verzögerung gerechnet) gegeben durch:

$$\operatorname{tg} \Delta_s = - \frac{D_s''}{D_s'} = \frac{s}{c} \cdot \frac{\sigma\sigma' + \delta\delta'}{\sigma\sigma' - \delta\delta'}$$

d. h.:

$$= \frac{\alpha\gamma\alpha'\gamma' + \alpha_1^2\gamma_1^2}{(\alpha\gamma + \alpha'\gamma')\alpha_1\gamma_1} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma_1 l}{\tau\omega_1}$$

3.

Ist das erste und dritte Medium identisch, so gibt sich:

$$\operatorname{tg} \Delta_s = \frac{\alpha^2\gamma^2 + \alpha_1^2\gamma_1^2}{2\alpha\gamma\alpha_1\gamma_1} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma_1 l}{\tau\omega_1} \quad 3_a.$$

Für senkrechten Einfall ist das letztere unter Einführung des Brechungscoefficienten  $n$ :

$$\operatorname{tg} \Delta_s = \frac{n^2 + 1}{2n} \cdot \operatorname{tg} \frac{l}{\tau\omega_1} \quad 3_b.$$

Ebenso ist die Componente parallel der Einfallsebene zu behandeln.

Setzt man die analogen Grössen wie vorstehend:

$$\begin{aligned} u_e &= r_e\gamma, & u_r &= r_r\gamma, & u_1 &= r_1\gamma_1, & u_2 &= r_2\gamma_2, & u_d &= r_d\gamma' \\ w_e &= -r_e\alpha, & w_r &= r_r\alpha, & w_1 &= -r_1\alpha_1, & w_2 &= r_2\alpha_2, & w_d &= -r_d\alpha' \end{aligned}$$

$$r_e = E_p \sin \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega} \right)$$

$$r_r = R_p' \sin \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega} \right) + R_p'' \cos \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega} \right)$$

$$r_1 = \Delta_p' \sin \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1} \right) + \Delta_p'' \cos \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1} \right)$$

$$r_2 = P_p' \sin \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1} \right) + P_p'' \cos \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1} \right)$$

$$r_d = D_p' \sin \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha' x + \gamma' (z-l)}{\omega'} \right) + D_p'' \cos \frac{1}{\tau} \left( t - \frac{\alpha' x + \gamma' (z-l)}{\omega'} \right),$$

so werden die Grenzbedingungen:

für  $z = 0$

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\gamma_1} (E_p + R_p') &= \Delta_p' + P_p' \\ \frac{\gamma}{\gamma_1} R_p'' &= \Delta_p'' + P_p'' \\ \frac{\alpha}{\alpha_1} (E_p - R_p') &= \Delta_p' - P_p' \\ - \frac{\alpha}{\alpha_1} R_p'' &= \Delta_p'' - P_p'', \end{aligned}$$

für  $z = l$

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\gamma_1} D_p' &= (\Delta_p' + P_p') c + (\Delta_p'' - P_p'') s \\ \frac{\gamma}{\gamma_1} D_p'' &= -(\Delta_p' - P_p') s + (\Delta_p'' + P_p'') c \\ \frac{\alpha}{\alpha_1} D_p' &= (\Delta_p' - P_p') c + (\Delta_p'' + P_p'') s \\ \frac{\alpha}{\alpha_1} D_p'' &= -(\Delta_p' + P_p') s + (\Delta_p'' - P_p'') c. \end{aligned} \quad 4.$$

Daraus folgt unter Benutzung der Abkürzungen:

$$\begin{aligned} \lambda &= \alpha \gamma_1 + \alpha_1 \gamma, & \kappa &= \alpha \gamma_1 - \alpha_1 \gamma, \\ \lambda' &= \alpha' \gamma_1 + \alpha_1 \gamma', & \kappa' &= \alpha' \gamma_1 - \alpha_1 \gamma'; \\ \Pi_p D_p' &= E_p c (\lambda^2 - \kappa^2) (\lambda \lambda' - \kappa \kappa') \\ \Pi_p D_p'' &= -E_p s (\lambda^2 - \kappa^2) (\lambda \lambda' + \kappa \kappa') \\ \Pi_p R_p' &= E_p [\lambda \kappa (\lambda'^2 + \kappa'^2) - \lambda' \kappa' (\lambda^2 + \kappa^2) (c^2 - s^2)] \\ \Pi_p R_p'' &= E_p \lambda' \kappa' (\lambda^2 - \kappa^2) 2 s c \\ \Pi_p &= (\lambda \lambda' - \kappa \kappa')^2 c^2 + (\lambda \lambda' + \kappa \kappa')^2 s^2. \end{aligned} \quad 5.$$

Hieraus:

$$\begin{aligned} R_p^2 &= R_p'^2 + R_p''^2 = \frac{E_p^2}{\Pi_p} ([\lambda \kappa' - \kappa \lambda']^2 + 4 s^2 \lambda \lambda' \kappa \kappa') \\ D_p^2 &= D_p'^2 + D_p''^2 = \frac{E_p^2}{\Pi_p} (\lambda^2 - \kappa^2)^2, \end{aligned}$$

worin auch:  $\Pi_p = (\lambda \kappa' + \kappa \lambda')^2 + 4 s^2 \lambda \lambda' \kappa \kappa'.$

$$\text{Ferner:} \quad \operatorname{tg} \Delta_p = - \frac{D_p''}{D_p'} = \frac{s}{c} \cdot \frac{\lambda \lambda' + \kappa \kappa'}{\lambda \lambda' - \kappa \kappa'} \quad 6.$$

$$\text{d. h.:} \quad = \frac{\alpha \alpha' \gamma_1^2 + \gamma \gamma' \alpha_1^2}{(\alpha \gamma' + \gamma \alpha') \alpha_1 \gamma_1} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma_1 l}{\tau \omega_1}.$$

Ist das erste und dritte Medium identisch, so wird:

$$\operatorname{tg} \Delta_p = \frac{\alpha^2 \gamma_1^2 + \gamma^2 \alpha_1^2}{2 \alpha \gamma \alpha_1 \gamma_1} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma_1 l}{\tau \omega_1} \quad | \quad 6_a.$$

Für senkrechten Einfall resultiren dieselben Formeln wie für  $\operatorname{tg} \Delta_s$ .

Die Grössen  $\Delta_s$  und  $\Delta_p$  bezogen sich auf zwei Punkte, welche auf derselben Normalen zur Platte in den beiden Grenzen liegen, oder zwei ebene Wellen im äusseren Medium, welche um  $l\gamma$  voneinander entfernt sind. Wäre die Platte nicht vorhanden, so würde längs dieses Weges eine Verzögerung um  $\Delta_0 = l\gamma/\tau\omega$  eingetreten sein. Der Unterschied der Phase für die durch die Platte und die frei fortgepflanzte Welle ist also für Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt:

$$\Delta = \Delta_s - \Delta_0 = \arctg \left( \frac{\alpha^2 \gamma^2 + \alpha_1^2 \gamma_1^2}{2 \alpha \gamma \alpha_1 \gamma_1} \operatorname{tg} \frac{l\gamma_1}{\tau \omega_1} \right) - \frac{l\gamma}{\tau \omega}, \quad | \quad 7.$$

für Licht parallel der Einfallsebene polarisirt:

$$\Delta = \Delta_p - \Delta_0 = \arctg \left( \frac{\alpha^2 \gamma_1^2 + \alpha_1^2 \gamma^2}{2 \alpha \gamma \alpha_1 \gamma_1} \operatorname{tg} \frac{l\gamma_1}{\tau \omega_1} \right) - \frac{l\gamma}{\tau \omega}. \quad | \quad 8.$$

Dies sind aber durchaus andere Werthe, als die durch die gewöhnliche, angenäherte Theorie gegebenen, welche an den Eingang dieser Mittheilung gestellt sind.

Zur Beurtheilung des Unterschiedes will ich die Werthe von  $\Delta$  für senkrechten Einfall nach der alten und neuen Formel berechnet, d. h.  $(\Delta)_a$  und  $(\Delta)_n$ , einander gegenüberstellen, und zwar für  $n = 1,5$  und für Werthe  $l/\tau\omega_1$ , die um  $\pi/20$  d. i.  $9^\circ$  fortschreiten. Man findet aus:

$$(\Delta)_a = \frac{l}{\tau} \left( \frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega} \right) \quad \text{und:}$$

$$(\Delta)_n = \arctg \left( \frac{n^2 + 1}{2n} \operatorname{tg} \frac{l}{\tau \omega_1} \right) - \frac{l}{\tau \omega} \quad | \quad 9.$$

in Theilen von  $\pi$  für:

$l/\tau\omega = 0$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
$(\Delta)_a = 0$	0,0167	0,0333	0,0500	0,0667	0,0833
$(\Delta)_n = 0$	0,0208	0,0410	0,0605	0,0789	0,0960
Diff. = 0	0,0041	0,0077	0,0105	0,0122	0,0127
0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	
0,1000	0,1167	0,1333	0,1500	0,1667	
0,1118	0,1267	0,1406	0,1538	0,1667	
0,0118	0,0100	0,0073	0,0038	0.	

In den folgenden Intervallen kehren dieselben Werthe mit abwechselnden Vorzeichen wieder.

Die Differenz ist also verschwindend, wenn  $l/\tau\omega_1$  ein ganzes Vielfaches von  $\pi/2$  ist, und erreicht den grössten Werth in der Nähe von  $(2h+1)\pi/4$ . Man erkennt, dass die Abweichungen recht bedeutend sind und namentlich wo es sich um die recht genaue Bestimmung sehr kleiner Verzögerungen handelt, von Einfluss werden können.

Ist  $(n^2+1)/2n$  wenig von Eins verschieden, also  $(n-1)^2/2n$  ein kleiner Bruch, so kann man bis auf zweite Ordnung exclusive (9) schreiben:

$$(\Delta)_n = \frac{2\pi l}{\lambda}(n-1) + \frac{(n-1)^2}{4n} \sin \frac{2l}{\tau\omega_1}, \quad | \quad 9_a.$$

wo nun das zweite Glied die Correction bezeichnet, welche durch die strengere Theorie zur alten Formel hinzukommt.

Wenn die Beobachtung der Verzögerung in einem sehr dünnen Blättchen zur Bestimmung des Brechungscoefficienten benutzt werden soll, so wird meistens die Ungenauigkeit der Ablesungsmethode ihre Berücksichtigung unnöthig machen. Werden zwei nahe gleich dicke Platten von nahe gleichem Brechungscoefficienten zu demselben Zwecke angewandt, so kommt noch ein Anderes hinzu, um sie auch für die feinsten Beobachtungsmittel ausser Betracht kommen zu lassen.

Selbst das am meisten homogene Licht, welches wir herstellen können, enthält ein Gemisch verschiedener Farben; in praxi wird also eine Verzögerung beobachtet, welche das Mittel der den einzelnen Farben entsprechenden ist. Ueberschreitet die Dicke  $l$  eine bestimmte Grösse (dieselbe, bei welcher die Platte im benutzten „homogenen“ Licht aufhört die Newton'schen Interferenzen zu zeigen, also für Glas und Natriumlicht ca. 1 cm) so wird das letzte Glied deshalb ohne Wirkung sein und die ältere Formel gültig bleiben.

Der Jamin'sche Compensator<sup>1)</sup>, welcher dazu dienen soll, einem Paar Lichtwellen einen gewünschten Gangunterschied zu geben, besteht bekanntlich aus zwei identischen Glasplatten, die nebeneinander unter einem sehr kleinen

1) Jamin, Ann. de chim et de phys. (3) 52. p. 166. 1858.

Winkel geneigt auf der Axe eines Theilkreises so befestigt sind, dass ihre Schnittlinien dieser Axe parallel sind. Die eine Welle lässt man durch die eine, die andere, der ersten parallel, durch die andere Platte gehen, beide unter äusserst kleinem Einfallswinkel.

Beziehen sich die Grössen  $\alpha' \gamma' \alpha_1' \gamma_1'$  auf die eine,  $\alpha'' \gamma'' \alpha_1'' \gamma_1''$  auf die andere Platte, so ist nach dem obigen die gegenseitige Verzögerung der beiden Wellen gegeben durch:

$$(\Delta)_n = \arctg \left( \frac{n^2 + 1}{2n} \operatorname{tg} \frac{l \gamma_1'}{\tau \omega_1} \right) - \arctg \left( \frac{n^2 + 1}{2n} \operatorname{tg} \frac{l \gamma_1''}{\tau \omega_1} \right) - \frac{l}{\tau \omega} (\gamma' - \gamma''), \quad 10.$$

vorausgesetzt, dass die Einfallswinkel hinreichend klein sind, um in dem Factor der  $\operatorname{tg}$  die  $\gamma' \gamma'' \gamma_1' \gamma_1''$  gleich Eins zu setzen; im anderen Falle würden die Componenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene verschiedene  $\Delta$  ergeben, d. h. bei Anwendung von natürlichem Licht unklare Bilder auftreten. Nimmt man noch  $(n-1)^2/2n$  neben Eins klein an, so kann man schreiben (bis zweite Ordnung exclusive):

$$(\Delta)_n = \frac{l}{\tau} \left[ \frac{1}{\omega_1} (\gamma_1' - \gamma_1'') - \frac{1}{\omega} (\gamma' - \gamma'') \right] + \frac{(n-1)^2}{2n} \cos \frac{l(\gamma_1' + \gamma_1'')}{\tau \omega_1} \sin \frac{l(\gamma_1' - \gamma_1'')}{\tau \omega_1} \quad 10_a.$$

Die ältere Formel<sup>1)</sup> gibt in derselben Annäherung:

$$(\Delta)_a = \frac{l}{\tau} \left[ \frac{1}{\omega_1} (\gamma_1' - \gamma_1'') - \frac{1}{\omega} (\gamma' - \gamma'') \right].$$

Dieser letztere Werth zeigt, mit dem Ausdruck für  $(\Delta)_n$  verglichen, dass die angenäherte Formel mit der strengeren gleiche Resultate liefert, wenn:

$$\frac{l}{\tau \omega_1} (\gamma_1' - \gamma_1'') = h\pi$$

ist, nicht etwa, wenn die ganze gegenseitige Verzögerung  $= h\pi$  ist. Es wird demnach der Jamin'sche Compensator,

1) Quincke, Pogg. Ann. 132. p. 205. 1867.



nach der alten Formel berechnet, im Allgemeinen auch dann nicht genaue Werthe liefern, wenn man ihn nur benutzt, um die beobachteten Interferenzstreifen um ganze Streifenbreiten zu verschieben. Der Fehler wird aber nach dem Obigen unmerklich, wenn man die Platten des Compensators recht dick wählt.

Beiläufig sei auch darauf aufmerksam gemacht, dass, weil die Componenten des Lichtes, welche normal und parallel der Einfallsebene polarisirt sind, verschieden verzögert werden, schief auf eine Platte fallendes, linear polarisirtes Licht elliptisch polarisirt aus der Platte austritt.

Bei senkrechtem Einfall kann man die erhaltenen Resultate sogleich auf krystallinische Medien ausdehnen.

Man erhält z. B. für die gegenseitige Verzögerung der zwei senkrecht zu einander polarisirten Wellen, die mit den resp. Geschwindigkeiten  $\omega_1'$  und  $\omega_1''$  (entsprechend den Brechungscoefficienten  $n'$  und  $n''$ ) sich in einer Platte von der Dicke  $l$  parallel dem Einfallslothe fortpflanzen, den Werth:

$$(\Delta)_n = \arctg\left(\frac{n'^2+1}{2n'} \operatorname{tg} \frac{l}{r\omega_1'}\right) - \arctg\left(\frac{n''^2+1}{2n''} \operatorname{tg} \frac{l}{r\omega_1''}\right). \quad 11.$$

Hierin kann man in praxi stets  $n' = n'' = n$  setzen.

Der Ausdruck stimmt dann wiederum nur für:

$$\frac{l}{r} \left( \frac{1}{\omega_1'} - \frac{1}{\omega_1''} \right) = h\pi$$

mit dem älteren:

$$(\Delta)_a = \frac{l}{r} \left( \frac{1}{\omega_1'} - \frac{1}{\omega_1''} \right)$$

überein.

Wichtiger noch erscheint die Frage nach der genaueren Theorie eines der feinsten optischen Messinstrumente, des Babinet'schen Compensators.

Denkt man sich denselben möglichst einfach aus nur zwei (schwach keilförmigen, für die Rechnung als eben zu betrachtenden) Platten bestehend, so hat man doch fünf

Schichten, welche die Wellen durchschreiten, nämlich: Luft, Quarz, Luft, Quarz, Luft<sup>1)</sup>; die Rechnung wird demgemäss recht umständlich. Ich theile nur das Resultat mit.

Allgemein erhält man für die Differenz der Phasen  $\Delta_1$  der ersten Welle auf der Grenze der Medien (0,1) und (3,4), d. h. beim Eintritt in die erste und Austritt aus der letzten Platte bei senkrechtem Einfall die Formel:

$$\operatorname{tg} \Delta_1 = \frac{\nu_1 [c_3 (c_2 s_1 + s_2 c_1 \nu_2) - \nu_3 s_3 (s_1 s_2 - c_1 c_2 \nu_2)] + \nu_4 [s_3 (c_1 c_2 - s_1 s_2 \nu_2) + \nu_3 s_3 (c_1 s_2 + c_2 s_1 \nu_2)]}{[c_3 (c_1 c_2 - s_1 s_2 \nu_2) - \nu_3 s_3 (c_1 s_2 + s_1 c_3 \nu_2)] - \nu_1 \nu_4 [s_3 (s_1 c_2 + c_1 s_2 \nu_2) + \nu_3 c_3 (s_1 s_2 - c_1 c_2 \nu_2)]}, \quad 12.$$

worin die Verhältnisse der Brechungsindices:

$$\frac{n_0}{n_1} = \nu_1, \quad \frac{n_1}{n_2} = \nu_2, \quad \frac{n_2}{n_3} = \nu_3, \quad \frac{n_3}{n_4} = \nu_4$$

gesetzt sind, sowie:

$$\sin \frac{l_1}{\tau \omega_1} = s_1, \quad \sin \frac{l_2}{\tau \omega_2} = s_2, \quad \sin \frac{l_3}{\tau \omega_3} = s_3, \\ \cos \frac{l_1}{\tau \omega_1} = c_1, \quad \cos \frac{l_2}{\tau \omega_2} = c_2, \quad \cos \frac{l_3}{\tau \omega_3} = c_3.$$

Bei dem speciell vorliegenden Problem des Babinet'schen Compensators kann man wegen des geringen Unterschiedes von  $\omega_1$  und  $\omega_3$  und wegen  $\omega_0 = \omega_2 = \omega_4$  setzen:

$$\nu_1 = \nu_3 = \frac{1}{\nu_2} = \frac{1}{\nu_4} = \frac{1}{n}.$$

Hierdurch erhält man etwas einfacher:

$$\operatorname{tg} \Delta_1 = \frac{\frac{1}{2n} \sin \frac{l_2}{\tau \omega_2} \left[ (1+n^2)^2 \cos \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_1} + \frac{l_3}{\omega_3} \right) - (1-n^2)^2 \cos \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_1} - \frac{l_3}{\omega_3} \right) \right] + (1+n^2) \cos \frac{l_2}{\tau \omega_2} \sin \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_1} + \frac{l_3}{\omega_3} \right)}{2n \cos \frac{l_2}{\tau \omega_2} \cos \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_1} + \frac{l_3}{\omega_3} \right) - (1+n^2) \sin \frac{l_2}{\tau \omega_2} \sin \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_1} + \frac{l_3}{\omega_3} \right)}, \quad 13.$$

Für die entsprechende Phasendifferenz der zweiten, normal zur ersten polarisirten Welle erhält man, da diese sich in der ersten Platte mit der Geschwindigkeit  $\omega_3$ , in der zweiten mit  $\omega_1$  fortpflanzt:

1) Liegt der Compensator direct auf einer zu untersuchenden parallelen Krystallplatte, so ist dieselbe auch mit in das System hineinzurechnen, und die Resultate werden noch complicirter.

$$\operatorname{tg} \Delta_2 = \frac{\frac{1}{2n} \sin \frac{l_2}{\tau \omega_2} \left[ (1+n^2)^2 \cos \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_3} + \frac{l_3}{\omega_1} \right) - (1-n^2)^2 \cos \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_3} - \frac{l_3}{\omega_1} \right) \right] + (1+n^2) \cos \frac{l_2}{\tau \omega_2} \sin \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_3} + \frac{l_3}{\omega_1} \right)}{2n \cos \frac{l_2}{\tau \omega_2} \cos \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_3} + \frac{l_3}{\omega_1} \right) - (1+n^2) \sin \frac{l_2}{\tau \omega_2} \sin \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_3} + \frac{l_3}{\omega_1} \right)} \quad 13_b.$$

$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2$  ist dann der gesuchte Werth der gegenseitigen Verzögerung beider Wellen, — ein höchst complicirter Ausdruck und von dem gewöhnlich benutzten stark abweichend. Besonders auffällig ist die scheinbar bedeutende Einwirkung der Dicke der Luftschicht zwischen den beiden Quarzplatten. Lässt man diese Zwischenschicht verschwinden, also  $l_2 = 0$  werden, so wird relativ einfach:

$$\Delta = \arctg \left( \frac{1+n^2}{2n} \operatorname{tg} \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_1} + \frac{l_3}{\omega_3} \right) \right) - \arctg \left( \frac{1+n^2}{2n} \operatorname{tg} \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_3} + \frac{l_3}{\omega_1} \right) \right). \quad 14.$$

was der Form nach mit (11) übereinstimmt. Eine andere einfachere Form erhält man, wenn man den Brechungscoefficienten der Schicht zwischen den beiden Quarzplatten, etwa durch Hineinbringen einer Flüssigkeit, dem des Quarzes merklich gleich macht, also setzt:

$$v_1 = \frac{1}{v_4} = \frac{1}{n}, \quad v_2 = v_3 = 1;$$

nämlich nach (12):

$$\Delta = \arctg \left( \frac{1+n^2}{2n} \operatorname{tg} \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_1} + \frac{l_2}{\omega_2} + \frac{l_3}{\omega_3} \right) \right) - \arctg \left( \frac{1+n^2}{2n} \operatorname{tg} \frac{1}{\tau} \left( \frac{l_1}{\omega_3} + \frac{l_2}{\omega_2} + \frac{l_3}{\omega_1} \right) \right). \quad 15.$$

Unabhängig von  $l_2$  ist freilich auch sie nicht.

Unter der Voraussetzung, dass  $(n-1)^2/2n$  klein gegen Eins sei, erhält man daraus die Gleichung:

$$(\Delta)_n = \frac{l_1 - l_3}{\tau} \left( \frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_3} \right) + \frac{(n-1)^2}{2n} \cos \frac{1}{\tau} \left( l_1 + l_3 \right) \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_3} \right) + \frac{2l_2}{\omega_2} \sin \frac{1}{\tau} (l_1 - l_3) \left( \frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_3} \right), \quad 15_a.$$

die deutlich die Abweichung von der älteren zeigt, welche allein das erste Glied enthält.

Man erkennt, dass die Differenz für:

$$\frac{1}{\tau} (l_1 - l_3) \left( \frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_3} \right) = h\pi$$

verschwindet; ihr grösstmöglicher Werth ist  $(n-1)^2/2n$ , also circa 0,1.

Man vermeidet diese theoretischen Schwierigkeiten des Babinet'schen Compensators nach dem p. 232 Erörterten am sichersten, indem man sowohl der Dicke der Quarzkeile als auch ihrem Abstände eine erhebliche Grösse gibt.

Göttingen, April 1884.

### VIII. *Ueber den Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Schicht eines circularpolarisirenden Mediums; von W. Voigt.*

In einer früheren Arbeit<sup>1)</sup> habe ich die Grenzbedingungen erörtert, welche für den Uebergang des Lichtes aus einem gewöhnlichen isotropen in ein circularpolarisirendes Medium aufzustellen sind, um dem Princip der Erhaltung der Energie zu genügen, und habe dieselben bereits auf den Fall einer einfachen Reflexion angewandt. Es werde nun das praktisch wichtigere Problem des Durchganges des Lichtes durch eine Schicht der circularpolarisirenden Substanz vorgenommen, um vornehmlich zu untersuchen, wie die strenge Theorie das Gesetz der Drehung der Polarisationssebene bei diesem Vorgang ergibt, welches bisher immer nur durch eine angenäherte Betrachtung (aus der Annahme, dass die Welle ohne innere Reflexionen bloss einmal die Platte passirt) abgeleitet ist.

Die Schicht des circularpolarisirenden Mediums (1) liege zwischen den Ebenen  $z = 0$  und  $z = l$ , die  $XZ$ -Ebene sei

1) W. Voigt, Wied. Ann. 21. p. 522. 1884.