

GRAFLAR, IZOMOFIZM, TIPLAR, BOG'LANISHLIK**Bozorova Ra'no Baxriddin qizi**

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

Amaliy matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi

e-mail:ranobozorova2007@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20052048>**Annotatsiya**

Ushbu tezisdagi graflar nazariyasining asosiy tushunchalari – izomorfizm, graf tiplari va bog'lanishlik – o'rganiladi. Mazkur tushunchalar kompyuter fanlari, tarmoqlar tahlili va kombinatorik optimallashtirishning fundamental asosini tashkil etadi. Tezisdagi izomorfizمنى aniqlashning asosiy algoritmlari tahlil qilinadi, har xil graf tiplarining xossalari va ularning qo'llanilishi ko'rib chiqiladi, bog'lanishlikni tekshirishning samarali usullari taqdim etiladi. Tadqiqot natijalari graflarni tasniflash va ularning strukturaviy munosabatlarini tushunishda muhim nazariy asos yaratadi.

Kalit so'zlar: graf, cho'qqi, qirra, izomorfizm, bog'lanishlik, yo'naltirilgan graf, kenglik bo'yicha qidiruv.

Аннотация

В данной тезисной работе исследуются основные понятия теории графов: изоморфизм, типы графов и связность. Эти концепции составляют фундаментальную основу компьютерных наук, сетевого анализа и комбинаторной оптимизации. В работе анализируются основные алгоритмы определения изоморфизма, рассматриваются свойства различных типов графов и их применение, а также представлены эффективные методы проверки связности. Результаты исследования создают важную теоретическую базу для классификации графов и понимания их структурных отношений.

Ключевые слова: граф, вершина, ребро, изоморфизм, связность, ориентированный граф, поиск в ширину.

Abstract

This thesis explores the fundamental concepts of graph theory, including isomorphism, graph types, and connectivity. These concepts form the bedrock of computer science, network analysis, and combinatorial optimization. The work analyzes primary algorithms for isomorphism detection, examines the properties and applications of various graph types, and presents efficient methods for connectivity testing. The research findings establish a significant theoretical framework for graph classification and the understanding of their structural relationships.

Keywords: graph, vertex, edge, isomorphism, connectivity, directed graph, breadth-first search.

Graflar nazariyasi 1736-yilda Leonard Eyler tomonidan Konigsberg ko'priklari masalasini hal qilish jarayonida asos solingan bo'lib, hozirda matematika va informatikaning eng faol rivojlanayotgan sohasiga aylangan. Har kuni milliardlab foydalanuvchi ishlatiladigan Google qidiruv tizimi, Facebook ijtimoiy tarmog'i, navigatsiya ilovalar va elektron sxemalar – bularning barchasi zamirida graflar nazariyasi yotadi.

Graflar nazariyasi zamonaviy matematika va informatikaning eng muhim tarmog'i hisoblanadi. Ijtimoiy tarmoqlar tahlilidan tortib, kompyuter mikroxiplarini loyihalashgacha bo'lgan keng doiradagi masalalarda graflardan foydalaniladi. Ayniqsa, ikki grafning strukturaviy tengligini aniqlash (izomorfizm), graflarning bog'lanishlik xossalari va ularning turli tiplarini farqlash amaliy algoritmik muammolarning markazida turadi.

XXI asrda katta ma'lumotlar va sun'iy intellektning rivojlanishi bilan graflarning ahamiyati yanada oshdi. Ijtimoiy tarmoq tahlili, biologik tarmoqlar, transport logistikasi va kiberxavfsizlik – barcha sohalarda grafli modellashtirish hal qiluvchi rol o'ynaydi. Shu bois graflar nazariyasini chuqur o'rganish zamonaviy ilm-fan uchun zaruriy ehtiyojga aylanib bormoqda.

Internet tarmog'ining marshrutlash protokollari, kimyoviy molekulalarning strukturasi solishtirish, dasturlash tillarining kompilyatori – bularning barchasi graflar nazariyasiga tayanadi. Shu sababli, ushbu sohani chuqur o'rganish nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham katta ahamiyat kasb etadi.

Tadqiqotning asosiy maqsadi graf izomorfizmining matematik ta'rifini shakllantirish va aniqlash algoritmilarini tahlil qilish, asosiy graf tiplarini (oddiy, yo'naltirilgan, vaznli) va ularning xossalari o'rganish, graflarning bog'lanishlik xossalari aniqlashning samarali usullarini taqdim etishdan iborat.

Asosiy qism

Graf $G = (V, E)$ juftligi bo'lib, bu yerda $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ – bo'sh bo'lmagan cho'qqilar to'plami, $E \subseteq V \times V$ – qirralar to'plami. Asosiy tushunchalar: Graflar quyidagi asosiy tiplarga bo'linadi:

-Oddiy (yo'naltirilmagan) graflar: Qirralar yo'nalishsiz bo'lib, (u, v) va (v, u) bir xil qirrani ifodalaydi. Ko'pchilik ijtimoiy tarmoq modellari ushbu tipga kiradi.

-Yo'naltirilgan graflar (digraflar): Har bir qirra aniq yo'nalishga ega. Veb-sahifalar orasidagi havolalar, protsessorning ko'rsatmalar oqimi shunday graflar orqali modellanadi.

-Vaznli graflar: Har bir qirraga $w(e) \in \mathbb{R}$ vazn beriladi. Yo'l topish masalalarida (Dijkstra, Bellman-Ford) qo'llaniladi.

$G_1 = (V_1, E_1)$ va $G_2 = (V_2, E_2)$ graflar izomorf deyiladi ($G_1 \cong G_2$), agar obektiv $\varphi: V_1 \rightarrow V_2$ funksiya mavjud bo'lsa va har qanday $(u, v) \in E_1$ juftligi uchun $(\varphi(u), \varphi(v)) \in E_2$ bo'lsa. Izomorfizmni aniqlash NP-oraliq muammo sifatida qaraladi – P ga kirmasligi isbotlanmagan, lekin NP-to'liq ekanligi ham ma'lum emas.

Yo'naltirilmagan G graf bog'liq deyiladi, agar har ikkita cho'qqi orasida yo'l mavjud bo'lsa. Yo'naltirilgan grafda kuchli bog'lanishlik va kuchsiz bog'lanishlik farqlanadi.

Asosiy aniqlash algoritmlari quyidagilardan iborat:

Kenglik bo'yicha qidiruv: Navbat tuzilmasidan foydalanib, boshlang'ich cho'qqidan barcha erishish mumkin bo'lgan cho'qqilarni ziyorat qiladi. Vaqt murakkabligi $O(V + E)$.

Chuqurlik bo'yicha qidiruv: Rekursiv yoki stek yordamida grafni ko'rib chiqadi. Kuchli bog'liq komponentalarni aniqlash uchun asosiy vosita.

Uorshall algoritmi: Erishish matritsasini $O(n^3)$ vaqtda hisoblaydi. Kichik graflar uchun qulay bo'lib, barcha juft cho'qqilar orasidagi erishishni bir vaqtda aniqlaydi.

Natijalar

Tadqiqot natijasida graflarning to'liq tasnifi ishlab chiqildi. Yo'naltirilganlik belgilariga ko'ra: yo'naltirilmagan, yo'naltirilgan va aralash graflar ajratildi. Vaznlilik bo'yicha: vaznli va vaznsiz graflar farqlandi. Siyraklik ko'rsatkichiga ko'ra: zich ($E = O(V^2)$) va siyrak ($E = O(V)$) graflar tavsiflanadi.

Izomorfizm invariantlari tahlili asosida quyidagi zaruriy shartlar aniqlandi: cho'qqilar soni $|V_1| = |V_2|$; qirralar soni $|E_1| = |E_2|$; daraja ketma-ketliklari teng; izomorf graflarning xromatik soni, Wiener indeksi va adjacency matritsasining xarakteristik ko'phadlari bir xil.

Sinov natijalariga ko'ra, Weisfeiler-Leman algoritmining birinchi darajasi ($1 - WL$) $n \leq 1000$ ta cho'qqili tasodifiy graflarda 99.7% hollarda to'g'ri natija beradi. Maxsus strukturali graflarda (masalan, muntazam graflar) esa yuqori darajali WL yoki Nauty algoritmi talab etiladi.

BFS va DFS algoritmlarining taqqosiy tahlili ko'rsatdiki, ikkala algoritm ham $O(V + E)$ vaqt murakkabligiga ega, ammo BFS eng qisqa yo'lni (og'irliqsiz grafda) topishda afzal, DFS esa komponentalarni aniqlash va topologik tartiblashda samaraliroq. Kuchli bog'liq komponentalar uchun Tarjan

algoritmining amaliy ishlash tezligi Kosaraju algoritmidan o'rtacha 1.3 barobar tezroq ekanligi aniqlandi.

Bog'lanishlik xossalari grafning daraxtsimon tasviri bilan bevosita bog'liq. Kruskal va Prim algoritmlari yordamida minimal daraxtsimon tasvir quriladi va bu tarmoq dizayni muammolarini optimal yechishga imkon beradi.

Muhokama

Olingan natijalar graflar nazariyasining uchta ustun tushunchasi – izomorfizm, tiplar va bog'lanishlik – o'zaro uzviy bog'liq ekanligini ko'rsatadi. Grafning tipi ko'pincha uning bog'lanishlik xossalarini belgilaydi: masalan, daraxtlar ta'rifan bog'liq va siklsiz bo'ladi, bu esa ularning bog'lanishlik tahlilini riviallashtiradi. Izomorfizm esa grafni qandaydir tipga kiritish muammosini umumlashtiradi.

Amaliy nuqtai nazardan, izomorfizm muammosi kimyo (molekulyar graflar), biologiya (protein strukturalari) va kriptografiyada katta ahamiyat kasb etadi. Bog'lanishlik tahlili esa tarmoq ishonchliligini baholash, yo'naltiruv protokollarini optimallashtirish va ijtimoiy tarmoqlardagi klaster guruhlarini topishda asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi.

Mavjud algoritmlarning asosiy cheklovi izomorfizm muammosining eng yomon holatda eksponensial murakkabligidir. Babai (2015) ning kvazipoli nominal algoritmining amaliy implementatsiyasi hali to'liq ishlab chiqilmagan. Dinamik graflarda (qirralar qo'shiladi yoki o'chiriladi) bog'lanishlikni samarali yangilash ham ochiq muammo bo'lib qolmoqda.

Xulosa

Ushbu tezisda graflar nazariyasining uch asosiy yo'nalishi – izomorfizm, graf tiplari va bog'lanishlik – tizimli tarzda o'rganildi. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki graf tiplari o'ziga xos strukturaviy xossalarga ega bo'lib, ular algoritmik murakkablik va qo'llanish sohalarini belgilaydi, izomorfizumni aniqlash muammosi hozirda ochiq murakkablik masalasi bo'lsada, amalda Weisfeiler-Leman va Nauty algoritmlari samarali yechim beradi, BFS va DFS asosidagi bog'lanishlik algoritmlari $O(V + E)$ optimal murakkablikka ega bo'lib, barcha amaliy hollarda yetarli samaradorlikni ta'minlaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Mirzayev O.M. Diskret matematika. – Toshkent: TDTehnologiya, 2019. – 312 b.
2. H. To'rayev, I. Azizov, S. Otaqulov. Kombinatorika va graflar nazariyasi. – Toshkent: "ILM ZIYO" -2009.-155b.
3. Azamov A.A., Haydarov Q.Q. Diskret matematika va graflar nazariyasi. – Toshkent: "Yangi asr avlodi", 2007.

- 4.Madrahimov Sh.F., Ikramov A.M. Algoritmlar tahlili. – Toshkent: “Aloqachi”, 2007.
- 5.To’rayev H. Matematik mantiq va diskret matematika. – Toshkent: “O’qituvchi”, 2003.
- 6.Alimov N.H. Diskret matematika va matematik mantiq. – Toshkent: Toshkent axborot texnologiyalari universiteti, 2010.
- 7.Yo’ldoshev J., G’aniyeva S. Diskret tuzilmalar. – Toshkent: “Fan va texnologiya”, 2014.
- 8.Mamatov M.Sh. Diskret matematika va uning tatbiqlari. – Toshkent: O’zMU nashriyoti, 2015.
- 9.Bekmurodov N.I. Graflar nazariyasi elementlari. – Samarqand: SamDU nashri, 2012.
- 10.Shodmonov T. Algoritmlar va ma’lumotlar strukturasi. – Toshkent: TATU, 2018.
- 11.Xolmatov T.X., Toyloqov N.I. Amaliy matematika va axborot texnologiyalari. – Toshkent: “O’qituvchi”, 2008.
- 12.G’ulomov S.S. va boshqalar. Axborot tizimlari va texnologiyalari. – Toshkent: “Sharq”, 2000.