Annexe — Production locale statique d'un champ hypercomplexe anti-pesanteur dans le cadre RGH

Laurent Besson (idée originale)
Rédaction annexe : ChatGPT

Version de travail — 20 avril 2026

Objet de l'annexe

Le but de cette annexe est de formuler, dans l'esprit de la Relativité Générale Hypercomplexe (RGH), les conditions minimales nécessaires non plus seulement à l'existence d'un terme répulsif local, mais à la *production locale statique* d'un champ hypercomplexe capable d'annuler le poids d'une masse test.

La difficulté centrale n'est pas d'écrire un terme répulsif dans une équation effective, mais de comprendre :

— ce qui *source* le champ hypercomplexe ;
— ce qui permet de le *confiner localement* ;
— ce qui permet de le rendre *stationnaire* ;
— ce qui lui donne une *orientation radiale* suffisante pour compenser le champ d'une masse source M.

1 Problème local de compensation du poids

On considère une masse source M et une masse test m placée à une altitude fixe r_0 au-dessus de M. Dans la limite non relativiste, l'accélération gravitationnelle standard vaut

$$\mathbf{a}_M(r) = -\frac{GM}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}. \tag{1}$$

L'objectif est d'obtenir une configuration locale telle que

$$\mathbf{a}_{\text{eff}}(r_0) = 0, \tag{2}$$

soit explicitement

$$\boxed{\mathbf{a}_{\text{rep}}(r_0) = +\frac{GM}{r_0^2}\,\hat{\mathbf{r}}.} \tag{3}$$

Autrement dit, le champ hypercomplexe produit localement doit générer une accélération radiale opposée à celle du champ gravitationnel de la masse source.

2 Lecture géométrique via la connexion effective

Dans l'approximation de champ faible et pour une particule lente, l'accélération spatiale est reliée à la connexion effective par

$$a^i \simeq -c^2\,\Gamma^i_{00,\text{eff}}. \tag{4}$$

On introduit alors une connexion effective de la forme

$$\Gamma^{\rho}_{\mu\nu,\mathrm{eff}} = \Gamma^{\rho}_{\mu\nu}(g) + \Delta\Gamma^{\rho}_{\mu\nu}(H), \tag{5}$$

où $\Delta\Gamma^{\rho}_{\mu\nu}(H)$ désigne la correction affine induite par le secteur hypercomplexe.

La condition locale de compensation du poids devient alors

$$\boxed{-c^2\,\Delta\Gamma^{r}_{00}(r_0) = +\frac{GM}{r_0^2}.} \tag{6}$$

Le problème de la production du champ hypercomplexe revient donc à produire une configuration stationnaire capable d'imposer localement une correction affine de cette amplitude.

3 Équations de champ avec sources

Dans la formulation RGH minimale, le secteur interne et le secteur symplectique dynamique peuvent être écrits, au niveau schématique, sous la forme

$$D_\mu F^{\mu\nu} = 0, \qquad \mathrm{d}\star\mathrm{d}\Omega = 0, \qquad \mathrm{d}\star F^{(\phi)} = 0. \tag{7}$$

Pour qu'il y ait *production* d'un champ hypercomplexe local, il faut introduire de véritables sources :

$$\boxed{D_\mu F^{\mu\nu} = J^{\nu}_{A}, \qquad \mathrm{d}\star\mathrm{d}\Omega = J_\Omega, \qquad \mathrm{d}\star F^{(\phi)} = J_\phi.} \tag{8}$$

Ici :

— J^{ν}_{A} source la connexion interne hypercomplexe ;

— J_Ω source le secteur symplectique ;

— J_ϕ source éventuellement le secteur de Weyl.

Le point conceptuel central est qu'un champ hypercomplexe manipulable nécessite l'identification d'une *grandeur source* physique ou effective, et non pas seulement d'un degré de liberté géométrique abstrait.

4 Lagrangien minimal de source

Une extension minimale du lagrangien peut être postulée sous la forme

$$\boxed{\mathcal{L}_{\mathrm{src}} = g_A\, J^{\mu}_{I} A^{I}_{\mu} + g_\Omega\, \mathcal{J}^{\mu\nu} B_{\mu\nu} + g_\phi\, j^\mu \phi_\mu,} \tag{9}$$

où :

— J^{μ}_{I} est un courant interne hypercomplexe ;

— $\mathcal{J}^{\mu\nu}$ source la projection observable $B_{\mu\nu}$ du secteur mixte ;

— j^μ est un courant couplé au secteur de Weyl ;

— g_A, g_Ω, g_ϕ sont des couplages effectifs.

Cette écriture ne prétend pas identifier immédiatement un matériau ou un dispositif réel, mais elle donne une structure minimale pour modéliser la *production* d'un champ hypercomplexe local.

5 Ansatz affine hypercomplexe minimal

Dans l'esprit de l'extension affine forte de la RGH, on peut poser comme modèle minimal

$$\Delta\Gamma^{\rho}_{\mu\nu}(H) = \frac{\lambda}{2}\left(A^{I}_{\mu}\Sigma^{\rho}_{\nu I} + A^{I}_{\nu}\Sigma^{\rho}_{\mu I}\right), \tag{10}$$

où :

— A^I_μ est une connexion interne hypercomplexe ;
— $\Sigma^\rho_{\nu I}$ est un tenseur de projection base–fibre ;
— λ est un couplage géométrique effectif.

La condition locale de compensation devient alors

$$\boxed{-c^2\,\lambda\,(A^I_0\Sigma^r_{0I})_{r=r_0} = +\frac{GM}{r_0^2}.} \tag{11}$$

Cette relation fixe directement l'amplitude locale minimale du produit géométrique $A^I_0\Sigma^r_{0I}$ nécessaire pour annuler le poids.

6 Activation locale et confinement spatial

Un terme anti-pesanteur local utile ne peut pas être homogène à l'échelle cosmologique. Il faut qu'il soit activé dans un domaine spatial fini D.

On introduit donc une fonction d'activation spatiale

$$\mathcal{A}_D(x) \in [0,1], \tag{12}$$

valant environ 1 dans le domaine actif et 0 à l'extérieur.

Une forme lisse possible est

$$\mathcal{A}_D(x) = \exp\left(-\frac{d(x,D)^2}{L^2}\right), \tag{13}$$

où L fixe l'épaisseur caractéristique du domaine.

La connexion effective locale devient alors

$$\Gamma^\rho_{\mu\nu,\mathrm{eff}} = \Gamma^\rho_{\mu\nu}(g) + \mathcal{A}_D(x)\,\Delta\Gamma^\rho_{\mu\nu}(H). \tag{14}$$

La condition locale au centre x_0 du domaine prend la forme

$$\boxed{-c^2\,\mathcal{A}_D(x_0)\,\Delta\Gamma^r_{00}(x_0) = +\frac{GM}{r_0^2}.} \tag{15}$$

7 Nécessité d'une anisotropie directionnelle

Un champ purement scalaire isotrope ne suffit pas à produire une compensation orientée du poids. Il faut une structure capable de sélectionner la direction radiale $\hat{\mathbf{r}}$.

Le secteur producteur doit donc être au moins :
— soit vectoriel ;
— soit affine anisotrope ;
— soit tensoriel mixte base–fibre.

Dans l'ansatz (10), cette anisotropie est portée par $\Sigma^\rho_{\nu I}$ et par l'orientation interne du secteur A^I_μ.

8 Stationnarité et énergie finie

La production locale statique exige une solution approximativement stationnaire :

$$\partial_t A^I_\mu \approx 0, \qquad \partial_t\Omega_{\mathrm{mix}} \approx 0, \qquad \partial_t\phi_\mu \approx 0. \tag{16}$$

Elle exige également une énergie totale finie dans le domaine actif :

$$E_{\mathrm{tot}} = \int_D \mathrm{d}^3x\ (\mathcal{E}_A + \mathcal{E}_\Omega + \mathcal{E}_{\mathrm{coup}}) < \infty. \tag{17}$$

Sans énergie finie, la production d'un champ anti-pesanteur local n'aurait pas de sens physique contrôlé.

9 Condition de stabilité locale

Même si la compensation locale est satisfaite, une configuration utile doit encore être stable. Si l'on note $a_{\text{eff}}(r)$ l'accélération radiale effective, les conditions minimales sont

$$a_{\text{eff}}(r_0) = 0, \tag{18}$$

et

$$\left.\frac{\mathrm{d}a_{\text{eff}}}{\mathrm{d}r}\right|_{r=r_0} < 0. \tag{19}$$

Cette seconde condition garantit qu'une petite perturbation radiale ne transforme pas la compensation locale en instabilité divergente.

10 Modèle jouet radial minimal

Une écriture effective minimale de l'accélération est

$$\mathbf{a}_{\text{eff}}(r) = -\frac{GM}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} + \mathcal{A}_D(r)\,a_H(r)\,\hat{\mathbf{r}}. \tag{20}$$

La condition de compensation à l'altitude cible r_0 est

$$\boxed{a_H(r_0) = \frac{GM}{r_0^2}.} \tag{21}$$

On peut écrire

$$a_H(r) = a_0 f(r), \tag{22}$$

où $f(r)$ est centrée sur r_0 et décroît rapidement hors du domaine.

Par exemple,

$$f(r) = \exp\left(-\frac{(r-r_0)^2}{\ell^2}\right), \tag{23}$$

avec ajustement

$$a_0 = \frac{GM}{r_0^2} \tag{24}$$

si $f(r_0) = 1$.

Ce modèle jouet ne remplace pas une solution complète des équations sourcées, mais il permet de fixer les conditions minimales de compensation, de confinement et de stabilité.

11 Interprétation tensorielle effective

Au niveau de l'équation de champ, l'idée peut être résumée par

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G\,T^{(m)}_{\mu\nu} + \mathcal{A}_D(x)\,\Theta^{\text{rep}}_{\mu\nu}(x). \tag{25}$$

Cependant, si l'on veut une compensation locale orientée du poids, le tenseur $\Theta^{\text{rep}}_{\mu\nu}$ ne doit pas être assimilé à un fluide isotrope ordinaire. Il doit contenir des composantes anisotropes capables de corriger localement la composante Γ^r_{00} de la connexion effective.

Le bon langage physique n'est donc plus seulement celui d'une densité répulsive, mais celui d'un *domaine géométrique anisotrope activé*.

Conclusion

Dans le cadre de la RGH, la production locale statique d'un champ hypercomplexe anti-pesanteur exigerait au minimum :

— l'introduction de véritables sources J_A^ν, J_Ω, J_ϕ dans les équations de champ ;

— un lagrangien de source du type

$$\mathcal{L}_{\mathrm{src}} = g_A\, J_I^\mu A_\mu^I + g_\Omega\, \mathcal{J}^{\mu\nu} B_{\mu\nu} + g_\phi\, j^\mu \phi_\mu;$$

— une correction affine locale de type $\Delta\Gamma^\rho_{\mu\nu}(H)$;

— une activation spatiale confinée dans un domaine D ;

— une anisotropie directionnelle capable de sélectionner l'axe radial ;

— une stationnarité approximative des champs produits ;

— une énergie totale finie ;

— une condition de compensation locale,

$$-c^2\, \mathcal{A}_D(x_0)\, \Delta\Gamma^r_{00}(x_0) = +\frac{GM}{r_0^2};$$

— une condition de stabilité sur le profil radial du terme répulsif.

La difficulté centrale n'est donc pas seulement l'existence mathématique d'un terme répulsif local, mais bien la *production physique* d'une bulle géométrique locale, activée, orientée, stationnaire et énergétiquement contrôlée.

C'est précisément à ce niveau qu'apparaît la véritable difficulté conceptuelle de l'anti-pesanteur locale hypercomplexe.