Application numérique : rebond à seuil unique

Invariant maître mixte $\mathcal{I} = \alpha\,\Phi^2 + \beta\,\mathcal{S}(\omega, J)$

Lolo (avec assistance IA pour la mise en forme)

6 février 2026

Résumé

On applique numériquement l'hypothèse "seuil unique" sur un invariant maître mixte combinant le secteur Weyl (via Φ) et un secteur interne symplectique (ω, J). Pour obtenir une application chiffrée minimale, on modélise $\mathcal{I}$ comme la somme de deux contributions ayant des lois d'échelle différentes en facteur d'échelle a : une partie "radiation-like" (liée à Φ) et une partie "stiff-like" (liée à $\mathcal{S}$). On en déduit l'échelle du rebond a_b/a_0 et la "taille comobile normalisée" R_b.

1 Hypothèses (annoncées, minimalistes)

1. Fond FLRW plat (pour le fond).
2. On postule un **seuil unique** : le rebond a lieu lorsque
$$\mathcal{I}(a) \to \mathcal{I}_\star.$$
3. Pour une application numérique simple, on **identifie** l'invariant maître à une densité effective (au sens "budget énergétique") :
$$\mathcal{I}(a) \;\leftrightarrow\; \rho_{\text{eff}}(a).$$
Ce n'est pas une dérivation d'action : c'est un *calibrage* pour obtenir des ordres de grandeur.

2 Modèle effectif : deux contributions et un seul seuil

On prend :
$$\rho_{\text{eff}}(a) = \rho_\Phi(a) + \rho_{\mathcal{S}}(a), \qquad \text{rebond quand } \rho_{\text{eff}}(a_b) = \rho_\star.$$
et on suppose des lois d'échelle distinctes :

— **Partie Weyl ("radiation-like")** :
$$\rho_\Phi(a) = \rho_{\Phi,0}\,a^{-4}.$$

— **Partie interne symplectique ("stiff-like")** :
$$\rho_{\mathcal{S}}(a) = \rho_{\mathcal{S},0}\,a^{-6}.$$

On introduit le ratio (très utile) :
$$r_0 \equiv \frac{\rho_{\mathcal{S},0}}{\rho_{\Phi,0}}.$$
Même si r_0 est minuscule aujourd'hui, la contribution stiff-like peut dominer à petit a (car a^{-6} gagne contre a^{-4}).

3 Équation du rebond

Avec $x \equiv a_b/a_0$ (et $a_0 = 1$), la condition de rebond devient :

$$\rho_{\Phi,0}x^{-4} + \rho_{\mathcal{S},0}x^{-6} = \rho_\star \quad \Longleftrightarrow \quad \rho_\star\, y^3 - \rho_{\Phi,0}\, y - \rho_{\mathcal{S},0} = 0,$$

où $y \equiv x^2$. On résout ce polynôme (racine réelle positive), puis on calcule :

$$R_b = R_0\, x.$$

4 Normalisation numérique (comparatif)

Pour être cohérent avec nos documents précédents, on fixe :

$$\rho_{\Phi,0} \equiv \rho_0 = 4.6 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg\,m^{-3}}, \qquad R_0 = 96\ \mathrm{Gly}.$$

Note : si le secteur Weyl réel aujourd'hui n'a pas cette densité, il faut remplacer ρ_0 par $\rho_{\Phi,0}$. Ici, c'est un *comparatif d'échelle*.

5 Résultats : effet du ratio r_0

On donne R_b en années-lumière (a.l.). Deux seuils $\rho_\star$:
— "stellaire" : $\rho_\star = 10^6\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$,
— "nucléaire" : $\rho_\star = 10^{18}\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$.
Et plusieurs valeurs illustratives de r_0.

Table 1 – Rebond à seuil unique sur $\rho_{\text{eff}} = \rho_\Phi + \rho_{\mathcal{S}}$, avec $\rho_\Phi \propto a^{-4}$ et $\rho_{\mathcal{S}} \propto a^{-6}$. On montre comment un r_0 très petit aujourd'hui peut gonfler l'échelle du rebond.

Seuil $\rho_\star$	$r_0 = \rho_{\mathcal{S},0}/\rho_{\Phi,0}$	a_b/a_0	R_b (a.l.)
10^6 (stellaire)	0	8.235×10^{-10}	7.91×10^1
10^6 (stellaire)	10^{-22}	8.236×10^{-10}	7.91×10^1
10^6 (stellaire)	10^{-20}	8.265×10^{-10}	7.93×10^1
10^6 (stellaire)	10^{-18}	9.835×10^{-10}	9.44×10^1
10^6 (stellaire)	10^{-16}	1.904×10^{-9}	1.83×10^2
10^{18} (nucléaire)	0	8.235×10^{-13}	7.91×10^{-2}
10^{18} (nucléaire)	10^{-22}	1.904×10^{-12}	1.83×10^{-1}
10^{18} (nucléaire)	10^{-20}	4.079×10^{-12}	3.92×10^{-1}
10^{18} (nucléaire)	10^{-18}	8.786×10^{-12}	8.43×10^{-1}
10^{18} (nucléaire)	10^{-16}	1.893×10^{-11}	1.82

Lecture.
— Si $r_0 = 0$, on retombe sur le cas "pur radiation" (nos 80 a.l. pour le seuil stellaire).
— Dès que r_0 devient non négligeable *au moment du rebond* (même s'il est minuscule aujourd'hui), la composante stiff-like augmente a_b et donc R_b : le rebond devient plus "large".
— C'est une façon concrète de réaliser "Φ déclenche / (ω, J) régularise" tout en n'ayant qu'un seul seuil $\rho_\star$: le secteur interne peut être quasi invisible aujourd'hui mais dominant près du rebond.

Honnêteté scientifique

- Cette application numérise un **modèle effectif** (deux lois d'échelle) ; une action RGH complète fixerait les coefficients et la dynamique.
- Les choix a^{-4} et a^{-6} sont des **analogies** (radiation vs stiff). Ils sont justifiés comme premier test car ils capturent des comportements typiques.