Application numérique : rebond au seuil d'invariant de Weyl conforme

(hors FLRW strict) – test d'ordre de grandeur

Lolo (avec assistance IA pour la mise en forme)

6 février 2026

Résumé

On explore un déclencheur "géométrie pure" alternatif au seuil de densité $\rho_\star$ et au seuil de Kretschmann $K_\star$: le rebond est supposé se produire lorsque l'invariant de Weyl conforme $W \equiv C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma}$ atteint un plafond $W_\star$. Comme $C_{\mu\nu\rho\sigma} = 0$ en FLRW strict, ce déclencheur est *par nature* sensible aux anisotropies/inhomogénéités (marées, cisaillement), ce qui colle bien à l'intuition "îlots / structures". Le présent document est un *test d'ordre de grandeur* (pas une dérivation complète).

1 Point clé : en FLRW strict, $W = 0$

En métrique FLRW homogène/isotrope, le tenseur de Weyl est nul :

$$C_{\mu\nu\rho\sigma} = 0 \quad \Rightarrow \quad W = 0.$$

Donc un critère "rebond quand $W \to W_\star$" ne peut pas s'activer dans FLRW exact. Il faut au minimum relâcher l'hypothèse et autoriser :

- anisotropies (type Bianchi, cisaillement),
- ou inhomogénéités (domaines),
- ou une dynamique qui génère des marées (Weyl) avant le rebond.

C'est précisément l'intérêt de ce déclencheur : il "voit" les marées (Weyl), pas seulement la densité moyenne.

2 Hypothèses du test (heuristique)

On paramètre l'écart à FLRW par un **cisaillement** (ou "marée effective") via un paramètre adimensionné Σ, avec l'idée :

$$\Sigma \ll 1 \text{ (quasi-FLRW)}, \qquad \Sigma \gtrsim 1 \text{ (anisotropies significatives)}.$$

On modélise ensuite l'invariant conforme par une loi d'échelle simple :

$$\boxed{W \approx \kappa\,\Sigma^2\,H^4} \qquad (\kappa \sim 1 \text{ coeff. d'ordre 1})$$

et, en phase dominée par un fluide effectif où $H^2 \sim \frac{8\pi G}{3}\rho$,

$$\boxed{W \approx \kappa\,\Sigma^2 \left(\frac{8\pi G}{3}\right)^2 \rho^2}.$$

Ainsi, un plafond $W_\star$ définit une densité critique *équivalente* :

$$\boxed{\rho_\star(W,\Sigma) \approx \sqrt{\frac{W_\star}{\kappa\,\Sigma^2}}\;\frac{3}{8\pi G}}.$$

Dans les calculs numériques ci-dessous, on prend $\kappa = 1$ (choix illustratif).

3 Échelles au rebond (comparatif radiation vs stiff)

On utilise la loi d'échelle standard $\rho(a) = \rho_0 \, a^{-3(1+w)}$:

$$\frac{a_b}{a_0} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_\star}\right)^{\frac{1}{3(1+w)}}, \qquad R_b = R_0 \frac{a_b}{a_0}.$$

Références numériques (comparatif d'échelle) :

$$\rho_0 = 4.6 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg\,m^{-3}}, \qquad R_0 = 96\ \mathrm{Gly}.$$

Avertissement : si le fluide $w = 1$ (stiff) n'existe pas aujourd'hui à ce niveau, remplacer ρ_0 par sa densité actuelle réelle.

4 Résultats numériques (ordre de grandeur)

On teste deux plafonds typiques (mêmes dimensions que K : m^{-4}) :

$$W_\star = 10^{-5}\ \mathrm{m}^{-4} \quad (\text{“doux”}), \qquad W_\star = 10^{19}\ \mathrm{m}^{-4} \quad (\text{“fort”}).$$

Et trois niveaux d'anisotropie : $\Sigma = 0.1$ (faible), 1 (modéré), 10 (fort).

Table 1 – Rebond déclenché par un plafond $W_\star$ sur l'invariant conforme $W = C^2$. On donne la densité critique équivalente $\rho_\star(W, \Sigma)$ (avec $\kappa = 1$) et l'échelle R_b pour radiation ($w = \frac{1}{3}$) et stiff ($w = 1$).

Seuil	Anisotropie	$\rho_\star(W,\Sigma)$ ($\mathrm{kg\,m^{-3}}$)	R_b (a.l.) radiation	R_b (a.l.) stiff
$W_\star = 10^{-5}$	$\Sigma = 0.1$	5.66×10^{7}	2.9×10^{1}	4.3×10^{4}
$W_\star = 10^{-5}$	$\Sigma = 1$	5.66×10^{6}	5.1×10^{1}	6.3×10^{4}
$W_\star = 10^{-5}$	$\Sigma = 10$	5.66×10^{5}	9.1×10^{1}	9.3×10^{4}
$W_\star = 10^{19}$	$\Sigma = 0.1$	5.66×10^{19}	2.9×10^{-2}	4.3×10^{2}
$W_\star = 10^{19}$	$\Sigma = 1$	5.66×10^{18}	5.1×10^{-2}	6.3×10^{2}
$W_\star = 10^{19}$	$\Sigma = 10$	5.66×10^{17}	9.1×10^{-2}	9.3×10^{2}

Lecture (et pourquoi c'est intéressant).

- En quasi-FLRW ($\Sigma \ll 1$), W est petit : il faut une densité plus grande pour atteindre $W_\star$.
- Si les anisotropies/marées croissent en contraction (Σ augmente), le plafond $W_\star$ peut déclencher le rebond *plus tôt* (densité moyenne plus faible) : c'est une version “marées d'abord”.
- Ce déclencheur est conceptuellement proche de ton intuition “les structures comptent” : ce n'est pas la densité moyenne seule qui décide, mais la courbure conforme (marées).

Limites (honnêteté scientifique)

- Le modèle $W \approx \kappa \Sigma^2 H^4$ est **heuristique**. Une dérivation exacte (Bianchi I ou inhomogène) fixerait la forme et le κ.
- L'échelle R_b dépend d'une normalisation comobile (R_0) et de la densité actuelle choisie.
- Dans une RGH Weyl+symplectique, un plafond $W_\star$ pourrait être *imposé* par la régularisation interne (ω, J), tandis que Φ pilote l'échelle et la transition de branche.
- Bonus humour : si W déclenche le rebond, c'est littéralement *la marée qui fait demi-tour.* ;)