Application numérique : rebond par domaines / inhomogénéités
(scénario “îlots survivants” – déclencheurs Weyl & cisaillement, modèle jouet RGH)

Lolo (avec assistance IA pour la mise en forme)

12 février 2026

Résumé

On explore l’idée suivante : le rebond ne se produit pas de façon parfaitement homogène, mais via des **domaines** où des corrections RGH deviennent dominantes à des instants légèrement différents. On remplace le critère jouet “seuil de densité” par deux déclencheurs plus naturels : (i) un seuil sur l’invariant de Weyl $W = C_{\alpha\beta\gamma\delta}C^{\alpha\beta\gamma\delta}$, et (ii) un seuil sur un **cisaillement** sans dimension $s \equiv \Sigma/H$. Comme $W = 0$ et $\Sigma = 0$ en FLRW parfait, ces déclencheurs sélectionnent automatiquement les régions anisotropes (marées/cisaillement) sans perturber le fond global (CMB/BBN). On en déduit une prédiction statistique testable pour la fraction d’objets “trop mûrs” à grand redshift (JWST).

1 Idée en une phrase

Au lieu de supposer un rebond global parfaitement FLRW, on suppose :

> *chaque région (domaine) rebondit quand un critère local atteint un seuil*, et ce critère est lié à l’inhomogénéité : Weyl (marées) et/ou cisaillement.

Donc les proto-amas / régions de fort cisaillement peuvent rebondir plus tôt (ou plus “doucement”), et la question devient : **est-ce qu’une structure liée peut traverser la phase sans être détruite par les marées/anisotropies ?**

2 Hypothèses minimales (modèle jouet)

1. Fond “moyen” (global) quasi-FLRW avec facteur d’échelle $a(t)$. Les piliers thermodynamiques (CMB, BBN) restent inchangés au premier ordre.
2. Domaines locaux $\mathcal{D}_i$ caractérisés par un contraste de densité (sur une échelle de lissage R) :
$$\rho_{\mathrm{dom}}(t) = (1+\delta)\,\rho_{\mathrm{fond}}(t).$$
3. Deux contenus dominants possibles (comme d’habitude) : radiation ($w = \frac{1}{3}$) et stiff ($w = 1$), avec $\rho \propto a^{-3(1+w)}$.
4. Normalisation de comparaison :
$$\rho_0 = 4.6 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg\,m^{-3}}, \qquad R_0 = 96\ \mathrm{Gly}.$$
5. **Déclencheurs locaux (RGH-domaines).** On remplace le seuil jouet en densité par deux critères équivalents (au choix, ou combinés) :
$$\text{(Weyl)}\quad W_{\mathrm{dom}}(t_b^{\mathrm{dom}}) = W_\star, \qquad W \equiv C_{\alpha\beta\gamma\delta}C^{\alpha\beta\gamma\delta}, \tag{1}$$
$$\text{(cisaillement)}\quad s_{\mathrm{dom}}(t_b^{\mathrm{dom}}) \equiv \frac{\Sigma}{H} \geq s_\star, \qquad \Sigma^2 \equiv \frac{1}{2}\sigma_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}. \tag{2}$$
6. **Lien qualitatif (RGH).** Le seuil $W_\star$ sera relié à une amplitude de commutateur hypercomplexe $X_\star$, elle-même reliée à un invariant interne (ω, J) (voir plus bas).

3 Rebond local : effet de la surdensité (rappel du modèle jouet densité)

Pour fixer les idées, on garde le résultat jouet (déclencheur densité) : si le fond rebondit à a_b lorsque $\rho_{\text{fond}}(a_b) = \rho_\star$, alors un domaine plus dense vérifie

$$(1+\delta)\,\rho_{\text{fond}}(a_b^{\text{dom}}) = \rho_\star \quad \Rightarrow \quad \rho_{\text{fond}}(a_b^{\text{dom}}) = \frac{\rho_\star}{1+\delta}.$$

Donc le domaine rebondit à une échelle plus grande :

$$\boxed{\frac{a_b^{\text{dom}}}{a_b} = (1+\delta)^{\frac{1}{3(1+w)}}}.$$

Interprétation : une région plus dense atteint le seuil *plus tôt en contraction*, donc à un a moins petit, ce qui tend à rendre le rebond *moins violent* localement.

Remarque. Les sections suivantes remplacent le déclencheur densité par Weyl/cisaillement, plus naturels car

$$W = 0,\ \Sigma = 0 \quad \text{en FLRW parfait.}$$

4 Numérique : exemple à $z \simeq 10$ et prédiction de fraction JWST

(A) Densité moyenne à $z \simeq 10$

On utilise

$$\bar\rho(z) = \rho_0(1+z)^3.$$

À $z = 10$:

$$\bar\rho(10) \simeq 4.6 \times 10^{-31} \times 11^3 \approx 6.1 \times 10^{-28}\ \mathrm{kg\,m^{-3}}.$$

(B) Déclencheur Weyl : lien effectif $W \leftrightarrow \delta$

En ordre de grandeur (régime quasi-newtonien), le champ de marée est lié au potentiel par

$$E_{ij} \sim \left(\partial_i\partial_j - \tfrac{1}{3}\delta_{ij}\nabla^2\right)\Phi, \qquad \nabla^2\Phi = 4\pi G a^2 \bar\rho\,\delta.$$

On paramètre l'anisotropie (forme/cisaillement) par un facteur S (sans dimension), de sorte que

$$W \sim (4\pi G\bar\rho)^2\,\delta^2\,S^2.$$

Le seuil $W = W_\star$ donne alors un seuil effectif en densité :

$$\boxed{\delta_\star(z) \ \simeq\ \frac{1}{S}\,\frac{\sqrt{W_\star}}{4\pi G\,\bar\rho(z)}}.$$

Lecture : à anisotropie fixée, $\delta_\star$ décroît quand $\bar\rho$ augmente (haut redshift), et à densité fixée, les régions plus anisotropes (grand S) franchissent plus facilement le seuil.

(C) Déclencheur cisaillement : Zel'dovich et $s(z) = \Sigma/H$

Approximation de Zel'dovich (effondrement ellipsoïdal). Une particule initiale $\mathbf{q}$ évolue comme

$$\mathbf{x}(\mathbf{q},t) = \mathbf{q} - D(t)\,\nabla_q\Phi(\mathbf{q}),$$

où $D(t)$ est le facteur de croissance. Dans la base des axes principaux du Hessien $\partial_i\partial_j\Phi$, de valeurs propres λ_i, les facteurs directionnels s'écrivent (modèle jouet) :

$$a_i(t) \propto a(t)\,\big(1 - D(t)\lambda_i\big).$$

Les taux d'expansion directionnels sont

$$H_i \equiv \frac{\dot{a}_i}{a_i} = H + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln(1 - D\lambda_i), \qquad \bar{H} \equiv \frac{H_1 + H_2 + H_3}{3}.$$

Le cisaillement (scalaire) se mesure par

$$\boxed{\Sigma^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}(H_i - \bar{H})^2, \qquad s \equiv \frac{\Sigma}{H}.}$$

Interprétation : une proto-structure s'effondre plus vite sur un axe (pancake), moins vite sur un autre, donc H_i se séparent et s croît ; en FLRW parfait, $H_i = \bar{H}$ donc $\Sigma = 0$.

Lien pratique $S \leftrightarrow s$. Au niveau "ordre de grandeur", on identifie :

$$\boxed{S \sim s \equiv \frac{\Sigma}{H}}$$

ce qui remplace le facteur de forme S par un objet physique mesurable (anisotropie cinématique).

(D) Prédiction : fraction d'objets "trop mûrs"

On définit un critère jouet de "maturité" via un boost minimal $\mathcal{A}_\star$ sur l'échelle de rebond :

$$\mathcal{A} \equiv \frac{a_b^{\mathrm{dom}}}{a_b} \geq \mathcal{A}_\star.$$

Avec le rappel densité (section précédente), cela donne

$$\delta \geq \delta_\star^{(\mathcal{A})} \equiv \mathcal{A}_\star^{3(1+w)} - 1.$$

On adopte alors le seuil effectif final

$$\delta_\star \equiv \max\Big(\delta_\star^{(\mathcal{A})},\ \delta_\star(W_\star, s)\Big),$$

où $\delta_\star(W_\star, s)$ provient du déclencheur Weyl (et $S \sim s$).

Statistique gaussienne (modèle jouet). Si la distribution de δ lissée sur l'échelle R est gaussienne de variance $\sigma_R^2(z)$, alors

$$\boxed{F_{\mathrm{out}}(z) = f_{\mathrm{dom}}(z)\,\frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\delta_\star}{\sqrt{2}\,\sigma_R(z)}\right)}.$$

Lecture : même un petit f_{dom} produit une queue rare d'objets mûrs, sans rendre l'univers globalement vieux.

5 Condition grossière de "survie des structures" (marées)

Pour qu'un objet lié (taille L) survive, une condition d'ordre de grandeur est :

l'accélération de marée à travers l'objet ne doit pas dépasser son accélération interne de liaison.

En notation simple :

$$a_{\text{marée}} \sim \mathcal{E}\, L \;\lesssim\; a_{\text{liaison}}.$$

Dans le scénario Weyl/cisaillement, $\mathcal{E}$ est directement liée à E_{ij} (marées) et donc à W. Si le domaine rebondit plus tôt (à a_b^{dom} plus grand) et/ou s'active dès que $s = \Sigma/H$ dépasse $s_\star$, l'objet est moins exposé à une phase d'extrême courbure.

Corrélation environnementale (prédiction). Si l'activation est gouvernée par W ou s, alors les objets "trop mûrs" doivent être statistiquement corrélés à des environnements de fort cisaillement (proto-amas) : clustering renforcé, voisinage dense, et éventuellement alignements avec le champ de marée.

Moralité (qualitative).
- Un rebond **domainé** favorise des "îlots" : les régions anisotropes (fort W ou fort s) s'activent plus tôt.
- Cela peut rendre compatible : univers global quasi-FLRW *et* rebond local "plus doux" pour certaines structures.
- Dans RGH, le seuil peut être relié à un opérateur interne (commutateur hypercomplexe) plutôt qu'à un seuil ad hoc.

À faire ensuite (si tu veux pousser)

1. Fixer une échelle de lissage R (ou une masse M) pertinente pour JWST, et estimer $\sigma_R(z)$ via CLASS/CDM (ou via une croissance modifiée si RGH la change).
2. Calibrer $(\mathcal{A}_\star, s_\star)$ pour obtenir la fraction d'outliers observée.
3. Remplacer le mapping jouet $S \sim s$ par une relation issue d'un modèle ellipsoïdal plus précis (avec λ_i).

Addendum : lien $W_\star \leftrightarrow X_\star \leftrightarrow (\omega, J)$ (ansatz minimal RGH)

On adopte un couplage minimal (testable) :

$$\boxed{W_\star = \kappa_X\, X_\star^2}$$

où X mesure l'amplitude du commutateur hypercomplexe effectif. On relie ensuite X à un invariant interne (ω, J) via

$$\boxed{\mathcal{I}_{\text{int}} \equiv \omega^2 + J^2, \qquad X = \alpha\, \mathcal{I}_{\text{int}}^p} \qquad (\alpha > 0,\ p > 0).$$

Ainsi :

$$W_\star = \kappa_X \alpha^2 (\omega^2 + J^2)^{2p}.$$

Lecture : l'activation "Weyl" peut être vue comme l'activation d'une saturation interne qui pilote X et donc le seuil effectif.

Note humour : en version domainée, l'univers fait du rebond *en mosaïque* – pas besoin de synchroniser tout le monde. ;)