Application numérique du rebond X (commutateur hypercomplexe)

Variante : équation d'état intermédiaire $w = 0.65$
Contrainte de conservation d'une galaxie de type Voie Lactée

Lolo & HAL9000

[2026-02-06]

Résumé

On résume l'application numérique d'un scénario de rebond déclenché par un invariant X construit à partir d'un commutateur de dérivées covariantes incluant une connexion interne (hypercomplexe). On dérive la dépendance de l'échelle au rebond R_b en fonction du seuil $X_\star$ et d'un paramètre χ_X via l'ansatz $X \simeq \chi_X H^4$. On impose ensuite la contrainte phénoménologique minimale : préserver une galaxie de type Voie Lactée, ce qui se traduit par $R_b \gtrsim 10^5$ a.l.. Un réglage simple dans un régime *stiff* ($w = 1$) suffit et fournit des valeurs explicites pour χ_X ou $X_\star$.

1 Hypothèses, modèle, et invariant de commutateur

1.1 Dérivée covariante totale et commutateur

On considère une dérivée covariante agissant sur un champ test $V^{\rho a}$ portant un indice spacetime ρ et un indice interne a (représentation de dimension finie). Une forme pratique est

$$(\nabla_\mu V)^{\rho a} = \partial_\mu V^{\rho a} + \Gamma^\rho{}_{\mu\sigma} V^{\sigma a} + w\, \Phi_\mu V^{\rho a} + (A_\mu)^a{}_b V^{\rho b}, \tag{1}$$

où $\Gamma^\rho{}_{\mu\sigma}$ est la connexion (Levi-Civita si l'on veut), Φ_μ est un champ scalaire de type Weyl (ou un terme de poids conforme), et A_μ une connexion interne (hypercomplexe).

Le commutateur se décompose classiquement en

$$([\nabla_\mu, \nabla_\nu] V)^\rho = R^\rho{}_{\sigma\mu\nu} V^\sigma + w\, F^{(W)}_{\mu\nu} V^\rho + (F^{(\mathrm{int})}_{\mu\nu}) V^\rho, \tag{2}$$

avec les courbures correspondantes. Dans l'option "rebond X", on retient un scalaire positif (construit uniquement sur le secteur interne) :

$$X \equiv X_{\mathrm{int}} = \mathrm{Tr}\Big(F^{(\mathrm{int})}_{\mu\nu} F^{(\mathrm{int})\,\mu\nu}\Big) \geq 0. \tag{3}$$

1.2 Déclenchement du rebond

On postule l'existence d'un seuil $X_\star > 0$ tel que

$$\boxed{X(a) \to X_\star \implies \text{rebond}} \tag{4}$$

au sens où la dynamique effective s'organise de manière à éviter une singularité (par exemple via un changement de branche, un terme répulsif effectif, ou une transition contrôlée par la structure interne).

2 Application numérique : ansatz $X \simeq \chi_X H^4$

2.1 Ansatz dimensionnel

Pour obtenir un ordre de grandeur chiffrable, on adopte l'ansatz

$$\boxed{X \simeq \chi_X H^4} \tag{5}$$

où χ_X est un paramètre (sans dimension dans ce gabarit) encapsulant les détails microphysiques du secteur interne.

2.2 Lien avec la densité d'énergie

Dans un fond FLRW dominé par un fluide parfait $p = w\rho$, on utilise $H^2 \propto \rho$ (au niveau d'ordre de grandeur du gabarit), d'où

$$X \sim \chi_X H^4 \propto \chi_X \rho^2. \tag{6}$$

Au seuil $X = X_\star$, on obtient une densité critique

$$\rho_\star \propto \sqrt{\frac{X_\star}{\chi_X}}. \tag{7}$$

2.3 Échelle de rebond R_b

Avec l'évolution standard d'un fluide constant w,

$$\rho(a) = \rho_0\, a^{-3(1+w)}, \tag{8}$$

on déduit

$$a_\star \propto \left(\frac{\rho_0}{\rho_\star}\right)^{1/[3(1+w)]} \propto \left(\frac{\chi_X}{X_\star}\right)^{1/[6(1+w)]}. \tag{9}$$

En définissant R_b comme un rayon physique caractéristique au rebond (par exemple proportionnel à $a_\star$ fois une échelle comobile fixée), on obtient la loi d'échelle fondamentale de l'application numérique :

$$\boxed{R_b \;\propto\; \left(\frac{\chi_X}{X_\star}\right)^{\frac{1}{6(1+w)}}}. \tag{10}$$

3 Conservation d'une galaxie de type Voie Lactée (MW)

3.1 Critère phénoménologique minimal

On impose que l'échelle au rebond ne soit pas inférieure à l'ordre de grandeur d'une grande galaxie spirale. On prend comme repère conservateur

$$\boxed{R_b \gtrsim R_{\mathrm{MW}} \sim 10^5 \text{ a.l.}}. \tag{11}$$

3.2 Choix du régime proche du rebond

Dans l'application numérique initiale, on obtient (pour $\chi_X = 1$ et $X_\star = 10^{-5}$) :

$$w = \tfrac{1}{3} \text{ (radiation) :} \quad R_b \sim 80 \text{ a.l.} \quad \text{(trop petit pour MW)}, \tag{12}$$

$$w = 1 \text{ (stiff) :} \quad R_b \sim 9.1 \times 10^4 \text{ a.l.} \quad \text{(quasi MW)}. \tag{13}$$

Seuil $X_\star$	R_b (a.l.) $w = 0.33333$ (rad)	R_b (a.l.) $w = 0.65$	R_b (a.l.) $w = 1$ (stiff)
10^{-5}	~ 80	$\sim 1.12 \times 10^5$	$\sim 9.1 \times 10^4$
10^{19}	$\sim 8.0 \times 10^{-2}$	$\sim 4.2 \times 10^2$	$\sim 9.1 \times 10^2$

Table 1 – Tableau comparatif (même point de référence $\chi_X = 1$) pour trois équations d'état : radiation ($w \simeq 1/3$), intermédiaire ($w = 0.65$) et stiff ($w = 1$).

Variante : $w = 0.65$ (intermédiaire rad $\to$ stiff). On garde le même point numérique de référence $(\chi_X, X_\star) = (1, 10^{-5})$, soit

$$\frac{\chi_X}{X_\star} = 10^5.$$

En ancrant la normalisation sur le cas stiff ($w_0 = 1$) du point de référence $R_{b0} \simeq 9.1 \times 10^4$ a.l., et en utilisant la loi d'échelle (10) (avec même constante de proportionnalité), on obtient pour $w = 0.65$:

$$R_b(w) = R_{b0} \left(\frac{\chi_X}{X_\star}\right)^{\frac{1}{6(1+w)} - \frac{1}{6(1+w_0)}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_b(w{=}0.65) \ \simeq \ 1.12 \times 10^5 \text{ a.l.}}.$$

Conclusion pratique : ce w intermédiaire est *déjà* compatible avec le critère MW (11) (sans réglage supplémentaire). Pour obtenir exactement $R_b = 10^5$ a.l. en gardant $w = 0.65$, il suffirait de réduire le ratio $\chi_X/X_\star$ d'un facteur

$$f = \left(\frac{10^5}{R_b(w{=}0.65)}\right)^{6(1+w)} \approx 0.339.$$

Par exemple (au choix) :

Option A : $X_\star = 10^{-5} \Rightarrow \chi_X \simeq 0.339$ ou Option B : $\chi_X = 1 \Rightarrow X_\star \simeq 0.339^{-1} \times 10^{-5}$.

Ainsi, la conservation MW privilégie un régime *stiff* proche du rebond :

$$\boxed{w = 1 \quad \Rightarrow \quad R_b \propto \left(\frac{\chi_X}{X_\star}\right)^{1/12}}. \tag{14}$$

3.3 Réglage minimal pour atteindre $R_b \simeq 10^5$ a.l.

On part du point de référence

$$(\chi_{X0}, X_{\star 0}, w) = (1, 10^{-5}, 1), \qquad R_{b0} \simeq 9.1 \times 10^4 \text{ a.l.}. \tag{15}$$

En stiff ($w = 1$), la relation (10) donne

$$\frac{R_b}{R_{b0}} = \left(\frac{(\chi_X/X_\star)}{(\chi_{X0}/X_{\star 0})}\right)^{1/12}. \tag{16}$$

Pour $R_b = 10^5$ a.l., le facteur requis sur le ratio $\chi_X/X_\star$ est

$$f \equiv \frac{\chi_X/X_\star}{\chi_{X0}/X_{\star 0}} = \left(\frac{10^5}{9.1 \times 10^4}\right)^{12} \approx 3.1. \tag{17}$$

On en déduit deux paramétrisations équivalentes et "douces" :

Option A (garder $X_\star = 10^{-5}$).

$$\boxed{X_\star = 10^{-5},\ w = 1 \ \Rightarrow\ \chi_X \simeq 3.1}. \tag{18}$$

Option B (garder $\chi_X = 1$).

$$\boxed{\chi_X = 1,\ w = 1 \ \Rightarrow\ X_\star \simeq 3.2 \times 10^{-6}}. \tag{19}$$

3.4 Remarque de cohérence notationnelle

Attention à ne pas confondre le paramètre χ_X (ansatz $X \simeq \chi_X H^4$) avec un éventuel $\chi(t)$ apparaissant ailleurs (par ex. dans un mélange Ω_{mix}). Il est recommandé de réserver χ_X (ou κ_X) exclusivement au secteur X.

4 Résumé (à copier-coller)

— Modèle : rebond lorsque $X \to X_\star$, avec $X = \mathrm{Tr}(F^{(\mathrm{int})}_{\mu\nu} F^{(\mathrm{int})\,\mu\nu})$.
— Gabarit numérique : $X \simeq \chi_X H^4 \Rightarrow R_b \propto (\chi_X / X_\star)^{1/[6(1+w)]}$.
— Critère MW : $R_b \gtrsim 10^5$ a.l..
— Conclusion : $w = 0.65$ est déjà MW-compatible (à $(\chi_X, X_\star) = (1, 10^{-5})$) et $w = 1$ reste la branche la plus “naturelle” proche du rebond.
— Réglage minimal : multiplier $\chi_X / X_\star$ par ~ 3.1 (ex. : $\chi_X \simeq 3.1$ à $X_\star = 10^{-5}$).

Note d’humeur : quand les opérateurs internes arrêtent de commuter, l’Univers fait une pirouette et évite la singularité. La singularité, elle, n’a pas signé le formulaire.