Application numérique : rebond par invariant **hypercomplexe** X

(commutateur / non-commutativité géométrique – *le plus RGH*)

Lolo (avec assistance IA pour la mise en forme)

6 février 2026

Résumé

On formalise une option "très RGH" : le rebond est déclenché non par un invariant de courbure standard (K, R, W), ni par une composante effective, mais par un **invariant hypercomplexe de commutateur** mesurant la non-commutativité d'opérateurs de transport/covariance (au sens RGH symplectique/hypercomplexe). On définit un scalaire positif $X \geq 0$, on postule un seuil $X_\star$, puis on construit une application numérique comparative (radiation vs stiff, et option domaines). C'est un *gabarit* : l'objectif est de rendre le déclencheur chiffrable.

1 Idée : un déclencheur par *commutateur*

En RGH, on peut associer au transport (connexion hypercomplexe / symplectique interne) des opérateurs D_μ. L'objet "pur RGH" n'est pas seulement la courbure spacetime, mais la **non-commutativité** :

$$[D_\mu, D_\nu] \;\neq\; 0.$$

On construit alors un scalaire positif en contractant le "carré" du commutateur (analogue à une norme de courbure) :

$$\boxed{X \;\equiv\; \mathrm{Tr}(\mathcal{C}_{\mu\nu}\mathcal{C}^{\mu\nu}) \;\geq 0, \qquad \mathcal{C}_{\mu\nu} \equiv [D_\mu, D_\nu]}$$

où Tr désigne une trace/invariant interne (sur l'algèbre hypercomplexe, ou sur un espace interne). **Interprétation :** X mesure une *intensité de non-commutativité/holonomie* due au secteur RGH (et pas seulement à la métrique).

2 Hypothèse (déclencheur)

On postule :

$$\boxed{X(a) \to X_\star \;\Rightarrow\; \text{rebond}}.$$

L'idée physique : quand la non-commutativité devient trop forte (saturation géométrique interne), l'évolution bascule sur une branche rebondissante, et la contraction cesse ($H \to 0$).

3 Modèle heuristique pour obtenir une loi d'échelle

Pour une application numérique, il faut relier X à une quantité cosmologique simple. On adopte un **ansatz de scaling** minimal, dans l'esprit de nos tests Weyl/Kretschmann :

$$\boxed{X \;\approx\; \chi\, H^4} \qquad (\chi > 0 \text{ coefficient effectif})$$

où χ encode : couplages hypercomplexes, amplitudes internes (ω, J), normalisation de trace, etc.

Pourquoi H^4 ? H a dimension $[H] = \mathrm{s}^{-1}$; H^4 correspond à une échelle "quadratique en courbure" (comme K ou W en m^{-4}) après conversion d'unités. Ici, on *calibre* pour que $X_\star$ puisse être comparé aux seuils $K_\star$ et $W_\star$ (ordre de grandeur). C'est un choix de *gabarit*, pas une dérivation.

4 Densité critique équivalente

En reprenant la relation d'échelle (comparatif) :

$$H^2 \sim \frac{8\pi G}{3}\rho,$$

on obtient au seuil $X = X_\star$:

$$X_\star \approx \chi \left(\frac{8\pi G}{3}\right)^2 \rho_\star^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\rho_\star(X) \approx \sqrt{\frac{X_\star}{\chi}}\,\frac{3}{8\pi G}}.$$

5 Échelle du rebond : radiation vs stiff

Avec $\rho(a) = \rho_0\, a^{-3(1+w)}$, la condition $\rho(a_b) = \rho_\star$ donne :

$$\boxed{\frac{a_b}{a_0} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_\star(X)}\right)^{\frac{1}{3(1+w)}}, \qquad R_b = R_0\frac{a_b}{a_0}}.$$

Normalisation de comparaison :

$$\rho_0 = 4.6 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg\,m^{-3}}, \qquad R_0 = 96\ \mathrm{Gly}.$$

6 Choix de seuils $X_\star$ (calibrage)

On choisit deux valeurs illustratives, dans le même esprit que nos seuils sur K :

$$X_\star = 10^{-5}\ \text{(unité effective)} \quad (\text{“stellaire”}), \qquad X_\star = 10^{19}\ \text{(unité effective)} \quad (\text{“nucléaire”}).$$

Note : l'unité exacte de X dépend de la normalisation de D_μ et de la trace interne ; on utilise ici un *calibrage* pour produire des ordres de grandeur comparables.

7 Résultats numériques (pour $\chi = 1$)

TABLE 1 – Rebond au seuil hypercomplexe $X_\star$ (ansatz $X \simeq \chi H^4$), avec $\chi = 1$. On donne R_b en années-lumière (a.l.) pour radiation ($w = \frac{1}{3}$) et stiff ($w = 1$).

Seuil $X_\star$	R_b (a.l.) radiation	R_b (a.l.) stiff
10^{-5}	~ 80	$\sim 9.1 \times 10^4$
10^{19}	$\sim 8.0 \times 10^{-2}$	$\sim 9.1 \times 10^2$

Lecture. Avec ce gabarit, X se comporte numériquement comme un “seuil à la Weyl/Kretschmann” (quadratique en ρ), et on retrouve les mêmes ordres de grandeur : ~ 80 a.l. (radiation, seuil stellaire) ou $\sim$ kly (stiff). **La nouveauté n'est pas l'échelle** : c'est la *signification* du seuil (non-commutativité interne RGH).

8 Option : domaines/inhomogénéités

Si un domaine a une surdensité δ (modèle jouet) :

$$\rho_{\rm dom}(a) = (1+\delta)\rho_0\, a^{-3(1+w)}.$$

Alors le facteur de décalage est identique à nos autres scénarios “domaines” :

$$\boxed{\frac{a_b^{\rm dom}}{a_b^{\rm fond}} = (1+\delta)^{\frac{1}{3(1+w)}}}.$$

Donc, typiquement :

$$\text{radiation} : (1+\delta)^{1/4}, \qquad \text{stiff} : (1+\delta)^{1/6}.$$

Interprétation : si X est bien un invariant local, les îlots denses peuvent rebondir à des échelles plus larges.

Ce que χ représente (le vrai bouton RGH)

Le paramètre effectif χ absorbe :

- normalisation du commutateur (définition exacte de D_μ),
- couplage au secteur interne (ω, J),
- contributions Weyl / non-métricité si elles entrent dans D_μ,
- choix de trace/invariant interne.

Si tu veux “un univers très isotrope mais rebond large”, c’est ici que ça se joue :

$$\rho_\star \propto \chi^{-1/2}, \qquad R_b \propto \chi^{+\frac{1}{6(1+w)}}.$$

Limites (honnêteté)

- Le lien $X \simeq \chi H^4$ est un **ansatz** de test. Une dérivation RGH fixera la dépendance exacte (H^4, $H^2\sigma^2$, gradients, etc.).
- La dimension de X est **conventionnelle** tant que D_μ n’est pas fixé : d’où le statut “calibrage” de $X_\star$.
- Ce document sert à rendre l’idée *opérationnelle* : un seul seuil $X_\star$, un seul bouton χ, et des comparaisons immédiates.

Note humour : là, l’univers rebondit quand il devient trop *non-commutatif* – même les opérateurs se disputent, alors on repart en expansion. ;