Application numérique : rebond au seuil de Ricci scalaire $R_\star$

(déclencheur “matière/expansion” – comparatif radiation vs stiff)

Lolo (avec assistance IA pour la mise en forme)

6 février 2026

Résumé

On teste un déclencheur alternatif au Kretschmann K et au Weyl conforme $W = C^2$: le rebond est supposé se produire lorsque le **scalaire de courbure de Ricci** R atteint un seuil $R_\star$. Ce déclencheur est plus “matière/expansion” (il suit la trace de l’équation d’Einstein) et reste non nul en FLRW. On traduit $R_\star$ en une densité critique équivalente $\rho_\star(R)$ puis on calcule a_b/a_0 et R_b dans les deux cas usuels : radiation ($w = \frac{1}{3}$) et stiff ($w = 1$).

1 Qu’est-ce que R (Ricci scalaire) ?

R est la contraction du tenseur de Ricci :

$$R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}.$$

En relativité générale, il est directement lié à la *trace* du tenseur énergie-impulsion :

$$R = -8\pi G\, T \quad (\text{unités } c = 1), \qquad T \equiv T^{\mu}{}_{\mu} = -\rho + 3p.$$

Pour un fluide parfait $p = w\rho$:

$$T = \rho(3w - 1) \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = 8\pi G\, \rho(1 - 3w)} \quad (c = 1).$$

Point important : en **radiation pure** ($w = \frac{1}{3}$), on a $T = 0$ donc $R = 0$ *en FLRW*. Donc un seuil sur R *ne peut pas* déclencher un rebond si l’univers est strictement dominé par radiation parfaite. Il faut alors : (i) un contenu non radiatif, (ii) un $w_{\text{eff}} \neq 1/3$ (même légèrement), ou (iii) une modification de l’équation (RGH).

2 Hypothèse de déclencheur

On postule :

$$\boxed{|R| \to R_\star \;\Rightarrow\; \text{rebond}}.$$

Pour obtenir une application numérique, on utilise la relation FLRW (calibrage) :

$$|R| \approx 8\pi G\, |1 - 3w|\, \rho \quad (c = 1),$$

d’où une densité critique équivalente :

$$\boxed{\rho_\star(R) \approx \frac{R_\star}{8\pi G\, |1 - 3w|}}.$$

En SI, si on veut expliciter c, on aurait $R \sim (8\pi G/c^2)(\rho - 3p/c^2)$; ici on reste en convention $c = 1$ *car tout le reste de nos applications est comparatif.*

3 Échelle au rebond

Avec $\rho(a) = \rho_0\, a^{-3(1+w)}$, la condition $\rho(a_b) = \rho_\star$ donne :

$$\frac{a_b}{a_0} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_\star(R)}\right)^{\frac{1}{3(1+w)}}, \qquad R_b = R_0\,\frac{a_b}{a_0}.$$

Normalisation comparatif :

$$\rho_0 = 4.6 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg\,m^{-3}}, \qquad R_0 = 96\ \mathrm{Gly}.$$

4 Choix de seuils $R_\star$ (calibrage)

R a la dimension m^{-2}. Pour rester cohérent avec nos seuils sur K et W (en m^{-4}), on peut penser à

$$R_\star \sim \sqrt{K_\star} \quad \text{(ordre de grandeur)}.$$

Donc, si $K_\star = 10^{-5}\ \mathrm{m}^{-4}$ (“stellaire”), on aurait $R_\star \sim 3.16 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^{-2}$. Si $K_\star = 10^{19}\ \mathrm{m}^{-4}$ (“nucléaire”), $R_\star \sim 3.16 \times 10^{9}\ \mathrm{m}^{-2}$. Ce n’est **pas** une identité : juste une manière de choisir des seuils comparables.

5 Résultats numériques (attention radiation)

Comme expliqué, en radiation parfaite $R = 0$ en FLRW ; donc ce déclencheur est **inopérant** en $w = \frac{1}{3}$ dans la GR standard. On fournit donc :

- le cas **stiff** ($w = 1$), où $|1 - 3w| = 2$,
- et un cas **quasi-radiatif** $w_{\text{eff}} = 0.32$ (juste pour illustrer l’effet d’un petit écart à 1/3).

Paramètres numériques

$$G = 6.67430 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}, \quad \rho_0 = 4.6 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg\,m^{-3}}, \quad R_0 = 96\ \mathrm{Gly}.$$

TABLE 1 – Rebond au seuil $|R| = R_\star$: densité critique équivalente $\rho_\star(R)$ et échelle R_b. Deux seuils illustratifs : $R_\star = 3.16 \times 10^{-3}$ et 3.16×10^{9} (en m^{-2}). Cas stiff ($w = 1$) et quasi-radiatif ($w = 0.32$).

Cas	$R_\star$ (m^{-2})	$\rho_\star(R)$ ($\mathrm{kg\,m^{-3}}$)	R_b (a.l.)
stiff $w = 1$	3.16×10^{-3}	9.43×10^{5}	9.2×10^{4}
stiff $w = 1$	3.16×10^{9}	9.43×10^{17}	9.2×10^{2}
quasi-rad $w = 0.32$	3.16×10^{-3}	1.70×10^{7}	1.8×10^{2}
quasi-rad $w = 0.32$	3.16×10^{9}	1.70×10^{19}	1.8

Lecture.

- Pour $w = 1$ (stiff), un seuil Ricci “stellaire” donne un rebond très large (kly), car la loi a^{-6} rend la contraction à densité seuil plus “douce” en taille.
- Un léger écart à $w = 1/3$ rend R non nul et permet un rebond Ricci, mais le résultat dépend fortement de $|1 - 3w|$: si w est trop proche de 1/3, il faut une densité énorme pour atteindre un même $R_\star$.

Ce que ça signifie pour RGH (et pourquoi c'est intéressant)

- Si dans RGH l'équation effective liant R à la trace T est modifiée (ou si T inclut des contributions internes), alors R peut devenir un vrai déclencheur *même en régime quasi-radiatif.*
- Le déclencheur Ricci est conceptuellement "plus FRW" que Weyl : il suit la partie Ricci (matière/expansion) plutôt que les marées.
- Donc il est utile comme **test de contrôle** : si ton scénario repose sur des marées/structures, Ricci doit jouer un rôle secondaire.

Note humour : Ricci, c'est le compteur EDF de l'univers : il mesure la conso moyenne, pas les turbulences. ;