Application numérique : rebond au seuil de Kretschmann

Variante avec anisotropies (cisaillement) – test d'ordre de grandeur

Lolo (avec assistance IA pour la mise en forme)

6 février 2026

Résumé

Dans un fond FLRW strict, fixer un seuil de Kretschmann $K_\star$ revient presque à fixer une densité critique équivalente $\rho_\star$, donc les échelles obtenues ressemblent à celles d'un rebond "à densité critique". La différence conceptuelle devient nette dès qu'on quitte FLRW et qu'on autorise des anisotropies (cisaillement) : l'invariant de Kretschmann est sensible aux *marées* et au *cisaillement*, donc un plafond $K_\star$ peut déclencher le rebond plus tôt (quand ρ est plus faible) si le cisaillement augmente K. Ce document fait un *test d'ordre de grandeur* illustratif.

1 Hypothèses et cadre de test

1. On garde l'idée : **rebond quand** $K \to K_\star$ (plafond de courbure totale).
2. On relâche FLRW strict : on autorise un **cisaillement** (type Bianchi I) caractérisé par un scalaire σ.
3. On ne cherche **pas** ici une expression exacte de K en Bianchi I (qui dépend des directions) : on modélise l'effet du cisaillement par un facteur multiplicatif *heuristique* sur K.
4. On illustre numériquement le cas **radiation** ($w = \frac{1}{3}$) pour rester comparable aux documents précédents.

Paramètre de cisaillement (adimensionné). On introduit un paramètre Σ (sans dimension) mesurant "combien de cisaillement" on a relativement au fond :

$$\Sigma \sim \frac{\sigma^2}{H^2} \quad \text{(idée : cisaillement faible } \Sigma \ll 1\text{, fort } \Sigma \gtrsim 1\text{).}$$

En contraction, Σ tend à croître (instabilité BKL) si aucun mécanisme ne la coupe : c'est *précisément* ce qui rend un plafond sur K intéressant.

2 Pourquoi $K_\star$ devient différent de $\rho_\star$ hors FLRW

En FLRW, on a typiquement $K \propto G^2\rho^2$ (à facteur dépendant de w), d'où une correspondance quasi automatique $K_\star \leftrightarrow \rho_\star$.

Hors FLRW, K reçoit des contributions supplémentaires en cisaillement (termes du type $H^2\sigma^2$, σ^4, etc.). Donc, *à densité égale*, un cisaillement non nul augmente K et peut faire atteindre $K_\star$ **plus tôt**, c'est-à-dire pour une densité plus faible.

3 Modèle heuristique (illustration)

On encode l'effet du cisaillement par un facteur :

$$K \approx K_{\text{FLRW}}\,(1 + \alpha\Sigma + \beta\Sigma^2),$$

avec des coefficients α, β d'ordre 1 (ici **choix illustratif** : $\alpha = 2$, $\beta = 1$). Alors, pour un même plafond $K_\star$, la densité critique équivalente est réduite :

$$\rho_\star^{\text{eff}}(K, \Sigma) \approx \frac{\rho_\star^{\text{FLRW}}(K)}{\sqrt{1 + \alpha\Sigma + \beta\Sigma^2}}.$$

Lecture : plus Σ est grand, plus on déclenche le rebond à densité moyenne plus faible.

4 Normalisation numérique

On conserve les mêmes références que précédemment :

$$\rho_0 = 4.6 \times 10^{-31}\ \text{kg}\,\text{m}^{-3}, \qquad R_0 = 96\ \text{Gly}.$$

Pour radiation ($w = \frac{1}{3}$), on utilise :

$$\frac{a_b}{a_0} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_\star^{\text{eff}}}\right)^{1/4}, \qquad R_b = R_0\,\frac{a_b}{a_0}.$$

5 Résultats (ordre de grandeur)

Table 1 – Effet illustratif du cisaillement sur l'échelle du rebond, à plafond $K_\star$ fixé. Cas radiation $w = \frac{1}{3}$. Les valeurs $\Sigma = 1$ et 10 sont des scénarios "cisaillement modéré" et "fort" (illustratifs).

Seuil $K_\star$	Σ	$\rho_\star^{\text{eff}}$ ($\text{kg}\,\text{m}^{-3}$)	a_b/a_0	R_b (a.l.)
10^{-5} m^{-4} ("stellaire")	0	9.43×10^5	8.36×10^{-10}	80
10^{-5} m^{-4} ("stellaire")	1	4.71×10^5	9.94×10^{-10}	95
10^{-5} m^{-4} ("stellaire")	10	8.57×10^4	1.52×10^{-9}	146
10^{19} m^{-4} ("nucléaire")	0	9.43×10^{17}	8.36×10^{-13}	8.0×10^{-2}
10^{19} m^{-4} ("nucléaire")	1	4.71×10^{17}	9.94×10^{-13}	9.5×10^{-2}
10^{19} m^{-4} ("nucléaire")	10	8.57×10^{16}	1.52×10^{-12}	1.46×10^{-1}

Interprétation. Dans ce test, le cisaillement rend le plafond $K_\star$ **plus contraignant** que la simple densité moyenne : le rebond se déclenche *plus tôt* (densité plus faible) lorsque Σ augmente. C'est exactement la raison pour laquelle un seuil sur K est conceptuellement intéressant : il "voit" les marées/anisotropies.

Limites (honnêteté scientifique)

— Les coefficients α, β sont **illustratifs** : une dérivation exacte en Bianchi I donnerait une forme précise.

— Le but ici est de montrer *le mécanisme* : hors FLRW, K dépend d'autre chose que ρ.

— Dans une RGH Weyl+symplectique, on peut interpréter l'effet "coupe-cisaillement" comme provenant du secteur interne (ω, J) (régularisation/saturation), tout en gardant Φ comme variable d'échelle.