

# Application numérique : rebond déclenché par un seuil de Kretschmann $K_\star$ (RGH – version hypothétique)

Lolo (avec assistance IA pour la mise en forme)

6 février 2026

## Résumé

On remplace la condition de rebond “densité critique” par une condition purement géométrique : *le rebond est déclenché quand l’invariant de Kretschmann  $K \equiv R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$  atteint un seuil  $K_\star$* . On en déduit une densité critique *équivalente*  $\rho_\star(K)$  (ordre de grandeur) et des échelles associées au rebond.

## 1 Hypothèses (annoncées)

1. Fond FLRW plat pour le *fond* cosmologique.
2. Le rebond est défini par un plafond de courbure totale :

$$K \leq K_\star, \quad \text{et rebond lorsque } K \rightarrow K_\star.$$

3. Pour traduire  $K_\star$  en une “densité critique” équivalente, on utilise la relation GR d’ordre de grandeur pour un fluide parfait  $p = w\rho$  (utile comme *calibrage*, même si le mécanisme fondamental est géométrique).
4. Normalisation numérique (comparatif d’échelle) :

$$\rho_0 \equiv 4.6 \times 10^{-31} \text{ kg m}^{-3}, \quad R_0 = 96 \text{ Gly.}$$

**Note :** pour un contenu stiff ( $w = 1$ ), si sa densité actuelle réelle n’est pas  $\rho_0$ , il faut remplacer  $\rho_0$  par  $\rho_{w=1,0}$ .

## 2 Traduction $K_\star \Rightarrow \rho_\star(K)$

Pour un fluide  $p = w\rho$ , une estimation standard en FLRW donne :

$$K \approx \frac{64}{3} \pi^2 G^2 \rho^2 (9w^2 + 12w + 7).$$

On définit donc une densité critique *équivalente* :

$$\rho_\star(K) \approx \sqrt{\frac{3K_\star}{64\pi^2 G^2 (9w^2 + 12w + 7)}}.$$

## 3 Échelles au rebond

Avec la loi d’échelle  $\rho(a) = \rho_0 a^{-3(1+w)}$ , le rebond  $\rho(a_b) = \rho_\star$  donne :

$$\frac{a_b}{a_0} = \left( \frac{\rho_0}{\rho_\star(K)} \right)^{\frac{1}{3(1+w)}}, \quad R_b = R_0 \frac{a_b}{a_0}.$$

## 4 Résultats numériques (radiation vs stiff)

TABLE 1 – Résultats pour deux seuils  $K_\star$  (“stellaire” et “nucléaire”) et deux contenus dominants : radiation ( $w = \frac{1}{3}$ ) et stiff ( $w = 1$ ). Référence :  $\rho_0 = 4.6 \times 10^{-31} \text{ kg m}^{-3}$ ,  $R_0 = 96 \text{ Gly}$ .

Seuil	Contenu	$K_\star \text{ (m}^{-4}\text{)}$	$\rho_\star(K) \text{ (kg m}^{-3}\text{)}$	$a_b/a_0$	$R_b \text{ (a.l.)}$
<b>Stellaire</b>	Radiation ( $w = \frac{1}{3}$ )	$10^{-5}$	$9.43 \times 10^5$	$8.36 \times 10^{-10}$	$8.02 \times 10^1$
<b>Stellaire</b>	Stiff ( $w = 1$ )	$10^{-5}$	$6.17 \times 10^5$	$9.52 \times 10^{-7}$	$9.14 \times 10^4$
<b>Nucléaire</b>	Radiation ( $w = \frac{1}{3}$ )	$10^{19}$	$9.43 \times 10^{17}$	$8.36 \times 10^{-13}$	$8.02 \times 10^{-2}$
<b>Nucléaire</b>	Stiff ( $w = 1$ )	$10^{19}$	$6.17 \times 10^{17}$	$9.52 \times 10^{-9}$	$9.14 \times 10^2$

**Lecture rapide.** À  $K_\star$  fixé, le cas stiff ( $w = 1$ ) rebondit à une échelle beaucoup plus grande que le cas radiation, car la densité stiff varie comme  $a^{-6}$  (contre  $a^{-4}$  pour radiation). Cela peut aider à construire des rebonds “doux” à grande échelle *si* un secteur effectif  $w \simeq 1$  est présent avant le rebond (et si les anisotropies/cisaillements sont contrôlés).

### Remarques (RGH / prudence)

- Ce document ne prouve pas une dynamique complète : il *calibre* numériquement un scénario “plafond de courbure”.
- Dans une RGH Weyl+symplectique, on peut interpréter  $K_\star$  comme une borne imposée par la structure interne  $(\omega, J)$  (régularisation/saturation) tandis que  $\Phi$  pilote l’échelle.
- Les échelles  $R_b$  sont associées à un choix de normalisation comobile (ici  $R_0$ ) : ce n’est pas une “bille” matérielle.