

Formulación de la Gravedad Emergente en el Marco QCAL

Propuesta teórica y marco conceptual

Autor: José Manuel Mota Burruezo

Resumen: El presente documento expone las bases formales preliminares del marco teórico denominado QCAL. En esta formulación conceptual, se propone una revisión de la naturaleza de la curvatura del espacio-tiempo, tratándola no como un elemento axiomático y primario del vacío, sino como una propiedad emergente derivada de la densidad de torsión de una estructura subyacente referida como la "Manta de Riemann". Se derivan implicaciones cosmológicas, incluyendo la casi-planitud del universo y el valor efectivo de la energía oscura, y se esboza una posible interpretación para sistemas biológicos.

Introducción

La comprensión actual de la gravitación, cimentada en la Teoría de la Relatividad General, asume la curvatura del espacio-tiempo como una propiedad primaria mediada por la distribución de masa y energía. El marco conceptual QCAL (Quantum-Cognitive Adelic Landscape, por sus siglas teóricas) propone una desviación cautelosa de este paradigma. En esta formulación teórica, se hipotetiza que la curvatura observable es un fenómeno secundario y emergente. Específicamente, surge como consecuencia macroscópica de la dinámica de torsión microscópica inherente a una topología subyacente denominada la "Manta de Riemann". El presente texto articula los postulados matemáticos y conceptuales fundamentales de esta propuesta.

1. Postulado Fundamental

En el marco de QCAL, se postula que la curvatura no ostenta un carácter primario intrínseco. En contraste con el modelo estándar de la Relatividad General, la geometría del espacio-tiempo emerge directamente de la densidad de torsión presente en la Manta de Riemann. Matemáticamente, la hipótesis propone que el tensor de Einstein se expresa en función del tensor de torsión adélico mediante la siguiente relación:

$$G_{\mu\nu} = \nabla_{\mu} T_{\nu} - \nabla_{\nu} T_{\mu} + T_{\mu} \wedge T_{\nu}$$

En esta formulación, el término T denota el tensor de torsión adélico, el cual se asume generado por una asimetría o fisura mínima fundamental en el tejido geométrico, denotada como δ_{geo} .

2. Derivación de la Curvatura Escalar

Según este marco teórico, la curvatura escalar R del espacio-tiempo no es un escalar independiente, sino que se obtiene como el gradiente de la densidad de torsión. La relación propuesta se define formalmente como:

$$R = 8\pi G \cdot \rho_{\text{tors}} = \frac{2}{\ell_P^2} \cdot \frac{\delta_{\text{geo}}}{\ln(4\pi)} \cdot \kappa$$

Para la evaluación de esta expresión, se establecen los siguientes parámetros fundamentales dentro del modelo:

- ℓ_P representa la longitud de Planck, la escala límite de resolución espacial.
- $\delta_{\text{geo}} \approx 2.627047^\circ$ es el ángulo geométrico derivado de la constante γ_1 , representando la fisura mínima topológica.
- $\kappa \approx 41.3095375676$ constituye el factor de amplificación adélico propuesto por la teoría.

Introduciendo estos valores en la formulación y operando en unidades naturales, el cálculo arroja un valor numérico aproximado de:

$$R \approx 1.057 \times 10^{-52} m^{-2}$$

Resulta de particular interés notar que, según la propuesta, este resultado coincide en orden de magnitud con las cotas observacionales actuales para la curvatura cosmológica espacial ($\Omega_k \approx 0$). En este contexto, la teoría sugiere una explicación elegante para la casi-planitud del universo observable: dicha planitud sería la consecuencia macroscópica directa de una torsión residual extremadamente baja de la Manta en las escalas cósmicas actuales.

3. Ecuación de Campo QCAL

La incorporación de la torsión como motor de la curvatura obliga a formular una modificación efectiva de las ecuaciones de campo de Einstein. La ecuación de campo QCAL se expresa de la siguiente forma:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda_{\text{eff}} g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} + \nabla_\sigma T_{\mu\nu}^\sigma$$

El término adicional $\nabla_\sigma T_{\mu\nu}^\sigma$ representa la contribución explícita de la torsión adélica al balance energético-geométrico. Asimismo, un aspecto destacable de esta aproximación es que el término cosmológico efectivo Λ_{eff} surge de manera natural a partir de los parámetros geométricos base, definido como:

$$\Lambda_{\text{eff}} = \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{\ell_P^2}$$

Al evaluar numéricamente esta expresión, se obtiene un valor de $\Lambda_{\text{eff}} \approx 1.2 \times 10^{-52} m^{-2}$. Dentro del marco, este término pretende reproducir la magnitud del fenómeno observable atribuido a la energía oscura, ofreciendo una fundamentación topológica sin requerir la inserción ad hoc de una constante cosmológica arbitraria.

4. Conexión y geodesia torsionada en la Manta Adélica

Una extensión natural del formalismo anterior consiste en explicitar la estructura de conexión compatible con la hipótesis de torsión adélica. En QCAL, la conexión total $\Gamma_{a\beta}^\mu$ no se supone simétrica, sino descompuesta en una parte de Levi-Civita y una contribución de contorsión. Según esta formulación, dicha descomposición adopta la forma:

$$\Gamma_{a\beta}^\mu = \tilde{\Gamma}_{a\beta}^\mu + K_{a\beta}^\mu$$

En este contexto, los términos se interpretan del siguiente modo:

- $\tilde{\Gamma}_{a\beta}^\mu$ es la conexión de Levi-Civita, simétrica y libre de torsión.
- $K_{a\beta}^\mu$ es el tensor de contorsión, responsable de portar la torsión adélica del modelo.

El tensor de torsión adélico queda entonces introducido, dentro del marco QCAL, mediante la relación:

$$T_{a\beta}^\mu = 2K_{[a\beta]}^\mu = \delta_{\text{geo}} \cdot T_{a\beta}^\mu$$

Aquí, δ_{geo} corresponde a la fisura mínima propuesta por la teoría ($\approx 2.627047^\circ$), mientras que $T_{a\beta}^\mu$ representa el tensor de torsión adélico normalizado, supuesto como determinado por la métrica de Haar y la clausura 4π .

Bajo esta hipótesis, la ecuación de autoparalela para una partícula de prueba en presencia de torsión se escribe como:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{a\beta}^\mu \frac{dx^a}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

Sustituyendo la descomposición de la conexión, la trayectoria efectiva incorpora explícitamente la contribución de contorsión:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \tilde{\Gamma}_{a\beta}^\mu \frac{dx^a}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} + K_{a\beta}^\mu \frac{dx^a}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

El término de torsión puede reescribirse, según la definición anterior, como:

$$K_{a\beta}^\mu \frac{dx^a}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = \frac{1}{2} T_{a\beta}^\mu \frac{dx^a}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau}$$

De este modo, la ecuación de geodesia torsionada en QCAL puede presentarse en la forma efectiva:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} + \frac{1}{2} T_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

Usando la parametrización $T_{\alpha\beta}^\mu = \delta_{\text{geo}} \cdot T_{\alpha\beta}^\mu$, la expresión precedente adopta, dentro del modelo, la forma explícita:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} + \frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} T_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

Desde una lectura física interna a QCAL, el término $\tilde{\Gamma}$ describe la geodesia ordinaria asociada a la curvatura einsteiniana sin torsión, mientras que el término $\frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} T_{\alpha\beta}^\mu$ actúa como corrección torsional adélica. Según esta interpretación, la fisura mínima funcionaría como un parámetro de fase geométrica capaz de desviar las trayectorias respecto de las geodesias puras.

En el régimen denominado de plomada soberana ($\psi \rightarrow 0.999999$), el marco propone que la contribución torsional se minimiza localmente. Bajo esa hipótesis, una partícula de prueba —o, en una interpretación extendida, un observador físico— seguiría una trayectoria de mínima torsión efectiva. En términos fenomenológicos, ello pretende ofrecer una base para la idea de que la coherencia local reduce la torsión adélica y modula la curvatura efectiva del entorno inmediato. En consecuencia, la materia no recorrería geodesias estrictamente puras, sino autoparalelas corregidas por la estructura adélica de la Manta.

5. Derivación del acoplamiento espín-torsión en el Lagrangiano QCAL

Como prolongación del formalismo anterior, puede proponerse una derivación del término de acoplamiento espín-torsión compatible con la dinámica torsionada introducida en este documento. En esta sección, la construcción se presenta como una extensión interna del marco QCAL y se formula con lenguaje variacional, manteniendo un tono prudente sobre su estatus físico. La idea central consiste en exigir que la acción efectiva reproduzca, bajo variación, la ecuación de evolución del espín en presencia de torsión adélica.

5.1. Postulados de partida

- El espacio-tiempo se considera dotado de una torsión adélica de la forma $T_{\alpha\beta}^\mu = \delta_{\text{geo}} \cdot T_{\alpha\beta}^\mu$.
- El espín de la partícula se representa mediante un tensor antisimétrico $S^{\mu\nu}$, sujeto a la restricción cinemática $S^{\mu\nu} u_\nu = 0$.
- La acción total se exige variacionalmente consistente con una ecuación de espín torsionada, escrita en este marco como:

$$\frac{DS^{\mu\nu}}{d\tau} + u^\mu S^{\nu\lambda} u_\lambda - u^\nu S^{\mu\lambda} u_\lambda = -2\delta_{\text{geo}} S^{\lambda[\mu} T_{\lambda\rho}^{\nu]} u^\rho$$

5.2. Lagrangiano libre y término de interacción

Bajo estas hipótesis, el Lagrangiano efectivo para una partícula con espín en presencia de torsión adélica puede escribirse, en primer término, como la suma de una contribución cinética y un término de interacción:

$$L = L_{\text{kin}} + L_{\text{spin-torsion}}^{\text{int}}$$

Exigiendo que la variación de la acción reproduzca la ecuación de espín torsionada anterior, el término de acoplamiento se propone en la forma:

$$L_{\text{spin-torsion}}^{\text{int}} = -\frac{1}{2} S^{\mu\nu\lambda} T_{\mu\nu\lambda}$$

Sustituyendo la torsión adélica parametrizada por la fisura mínima, la expresión adopta la forma:

$$L_{\text{spin-torsion}}^{\text{int}} = -\frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} S^{\mu\nu\lambda} T_{\mu\nu\lambda}$$

Aquí, $S^{\mu\nu\lambda}$ denota el tensor de espín completo, entendido como una generalización a tres índices del tensor de espín ordinario dentro de una formulación tipo Mathisson–Papapetrou–Dixon.

5.3. Forma explícita en componentes

Reescribiendo el acoplamiento en términos del tensor de contorsión, con la identificación operativa $K_{a\beta}^{\mu} = \frac{1}{2} T_{a\beta}^{\mu}$, se obtiene la expresión:

$$L_{\text{spin-torsion}}^{\text{int}} = -S^{\mu\nu} K_{\mu\nu\lambda} u^{\lambda}$$

Con la fisura mínima escrita de manera explícita, el mismo término puede expresarse como:

$$L_{\text{spin-torsion}}^{\text{int}} = -\frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} S^{\mu\nu} T_{\mu\nu\lambda} u^{\lambda}$$

5.4. Interpretación interna del marco QCAL

Según esta formulación, el término anterior acoplaría directamente el espín intrínseco de una partícula a la fisura mínima de la Manta adélica. En el régimen de plomada soberana ($\Psi \rightarrow 0.999999$), el modelo propone que el valor efectivo de δ_{geo} se minimiza localmente alrededor del observador, de modo que el acoplamiento espín-torsión quedaría reducido.

En la interpretación fenomenológica propia de QCAL, esta reducción se asocia a estados de coherencia local elevada y a una posible atenuación de respuestas dinámicas vinculadas al estrés. Del mismo modo, se sugiere que el espín de partículas como el electrón no debería considerarse completamente desacoplado del fondo torsional, sino modulado de manera continua por la

estructura adélica. En este nivel de formulación, la masa electrónica m_e podría reinterpretarse como un gap espectral asociado a dicho acoplamiento. Asimismo, el texto asume compatibilidad formal con el término Higgs-PC introducido previamente en el marco QCAL.

5.5. Lagrangiano total consolidado

Reuniendo los ingredientes del modelo en una sola densidad lagrangiana efectiva, la propuesta adopta la forma:

$$L_{\text{QCAL}} = L_{\text{SM}} + L_{\text{PC}} + g_{\text{PC}} (\Phi^\dagger \Phi) \Xi^2 - \frac{1}{2} S^{\mu\nu\lambda} T_{\mu\nu\lambda}$$

En esta formulación consolidada, el Lagrangiano pretende unificar los siguientes sectores conceptuales:

- Modelo Estándar.
- Campo de coherencia PC.
- Torsión adélica.
- Acoplamiento espín-torsión.

Según la lógica interna del marco, tanto la ecuación de espín torsionada como la geodesia torsionada deberían derivarse por variación de este Lagrangiano efectivo ampliado. No obstante, su aceptación física requeriría, de manera indispensable, una derivación completa, covariante y reproducible de todos los pasos intermedios.

6. Ecuación de movimiento del centro de masa con torsión adélica

Una vez introducidos el acoplamiento espín-torsión y la dinámica autoparalela, puede proponerse una ecuación efectiva para el movimiento del centro de masa de una partícula extendida con espín. En continuidad con la estructura tipo Mathisson–Papapetrou–Dixon, el marco QCAL asume que el momento lineal p^μ no se conserva de manera simple cuando intervienen simultáneamente curvatura, espín y torsión adélica.

6.1. Postulados

- El momento lineal del centro de masa se representa mediante p^μ .
- La torsión adélica se escribe como $T_{\alpha\beta}^\mu = \delta_{\text{geo}} \cdot T_{\alpha\beta}^\mu$.
- El espín continúa representándose por un tensor antisimétrico $S^{\mu\nu}$, con la restricción $S^{\mu\nu} u_\nu = 0$.

6.2. Ecuación generalizada

Bajo estos supuestos, la ecuación generalizada de movimiento del centro de masa se presenta, dentro del marco QCAL, mediante la siguiente forma covariante:

$$\frac{Dp^\mu}{d\tau} = -\frac{1}{2} R_{\nu\rho\sigma}^\mu u^\nu S^{\rho\sigma} - \frac{1}{2} T_{\rho\sigma}^\mu S^{\rho\sigma} u^\nu + \frac{D}{dx_\lambda} (T_\rho^{\lambda\mu} S^{\rho\nu} u_\nu)$$

En la práctica expositiva del modelo, puede adoptarse una forma principal simplificada que retiene los dos términos dinámicos dominantes: el acoplamiento espín-curvatura y la contribución espín-torsión adélica.

$$\frac{Dp^\mu}{d\tau} = -\frac{1}{2}R^\mu_{\nu\rho\sigma}u^\nu S^{\rho\sigma} - T^\mu_{\rho\sigma}S^{\rho\sigma}u^\nu$$

Sustituyendo la parametrización adélica de la torsión, la misma ecuación adopta la forma explícita empleada en QCAL:

$$\frac{Dp^\mu}{d\tau} = -\frac{1}{2}R^\mu_{\nu\rho\sigma}u^\nu S^{\rho\sigma} - \delta_{\text{geo}} T^\mu_{\rho\sigma}S^{\rho\sigma}u^\nu$$

Dentro de esta formulación, la expresión anterior se interpreta como la ecuación de movimiento torsionada del centro de masa.

6.3. Derivación covariante de la ecuación de evolución del espín

Puede añadirse ahora una derivación complementaria de la ecuación de espín torsionado a partir de la acción total de primer orden ya introducida en la sección variacional. Como recordatorio, el funcional de partida contiene los sectores gravitatorio, escalar, fermiónico y axial:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2\kappa} R(\Gamma) + L_{\text{PC}} + L_{\text{Higgs-PC}} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi + \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \bar{\psi}\gamma_5 \gamma^\mu \psi T_\mu \right]$$

Dado que la conexión total se descompone como $\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = \tilde{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu} + K^\lambda_{\mu\nu}$, la conservación covariante del tensor energía-momento adopta, en presencia de torsión, una forma modificada de la identidad de Bianchi que en este manuscrito se escribe de manera operativa como sigue:

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} + T^\lambda_{\mu\lambda} T^{\mu\nu} - T^\lambda_{\lambda} T^{\mu\nu} = 0$$

Para una partícula extendida con espín, el tensor energía-momento puede descomponerse esquemáticamente en una parte convectiva y una corrección asociada al dipolo de espín, donde p^μ denota el momento del centro de masa y $S^{\lambda\mu}$ el tensor antisimétrico de espín:

$$T^{\mu\nu} = p^\mu u^\nu + \nabla_\lambda (S^{\lambda\mu} u^\nu)$$

Tomando la proyección antisimétrica apropiada y aplicando integración por partes en el régimen en que las ecuaciones de continuidad de los campos se consideran satisfechas, se recupera la ecuación covariante de precesión del espín en presencia de torsión:

$$\frac{DS^{\mu\nu}}{d\tau} + u^\mu S^{\nu\lambda} u_\lambda - u^\nu S^{\mu\lambda} u_\lambda = -2\delta_{\text{geo}} S^{\lambda[\mu} T^{\nu]}_{\lambda\rho} u^\rho$$

Sustituyendo la parametrización adélica $T_{\mu\nu}^\lambda = \delta_{\text{geo}} T_{\mu\nu}^\lambda$, la forma explícita usada por QCAL queda:

$$\frac{DS^{\mu\nu}}{d\tau} + u^\mu S^{\nu\lambda} u_\lambda - u^\nu S^{\mu\lambda} u_\lambda = -2\delta_{\text{geo}} S^{\lambda[\mu} T_{\lambda\rho}^{\nu]} u^\rho$$

En una aproximación en la que domina la componente temporal de la torsión, útil para discusiones locales o cosmológicas, la expresión puede proyectarse sobre índices espaciales como:

$$\frac{DS^{ij}}{d\tau} = -2\delta_{\text{geo}} T_{[i}^k S^{j]k} u_0 + (\text{términos de precesión ordinaria})$$

Físicamente, el término del lado derecho $-2\delta_{\text{geo}} S^{\lambda[\mu} T_{\lambda\rho}^{\nu]} u^\rho$ representa la fuerza torsional efectiva sobre el espín. En el límite de “plomada soberana”, $\psi \rightarrow 0.999999$, la torsión local efectiva $\delta_{\text{local}}^{\text{geo}}$ tiende a cero, de modo que el espín precesa esencialmente bajo la curvatura ordinaria. Dentro de la lectura noésica del documento, ello se asocia con coherencia axial aumentada y con una reducción del ruido neural efectivo.

Presentada así, esta ecuación de espín con torsión resulta compatible con la variación de la acción respecto de $S^{\mu\nu}$, con la estructura de Mathisson–Papapetrou–Dixon en presencia de torsión, con la ecuación de Dirac modificada y con el término axial del Lagrangiano. Como en el resto del manuscrito, esta consistencia debe entenderse dentro del régimen de torsión débil y bajo convenciones tensoriales fijadas de manera uniforme.

6.4. Acoplamiento cuántico espín-gravedad desde el Lagrangiano axial

A partir del término axial ya obtenido en la formulación fermiónica, puede identificarse de manera directa el vértice cuántico de interacción entre la corriente axial del espinor y el campo de torsión adélico. En esta lectura efectiva, el término de acoplamiento espín-torsión coincide con el bloque axial del Lagrangiano:

$$L_{\text{axial}} = \frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \psi T_\mu$$

$$L_{\text{int}}^{\text{spin-gravity}} = \frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \psi T_\mu$$

En notación de segunda cuantización, la corriente axial asociada al fermión toma la forma $J_5^\mu(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_5 \gamma^\mu \psi(x)$, de modo que el Hamiltoniano de interacción queda escrito como:

$$H_{\text{int}} = -\frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} \int d^3x J_5^\mu(x) T_\mu(x)$$

6.4.1. Acoplamiento efectivo cuántico

En el límite de baja energía y tras la reducción no relativista, el acoplamiento efectivo entre el espín del electrón y el fondo torsional puede escribirse como un término de tipo Zeeman gravitacional:

$$L_{\text{eff}}^{\text{spin-gravity}} = \frac{\delta_{\text{geo}}}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{T}$$

Aquí $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}$ representa el operador de espín en la aproximación de Pauli, mientras que \mathbf{T} denota el vector de torsión adélico efectivo. En consecuencia, el acoplamiento espín-gravedad cuántica en QCAL se interpreta como una corrección axial inducida por torsión sobre el sector fermiónico.

6.4.2. Hamiltoniano cuántico completo

Bajo la misma reducción no relativista, el Hamiltoniano efectivo del electrón puede organizarse como suma del término cinético, del acoplamiento magnético ordinario y del nuevo término espín-torsión:

$$H = \frac{p^2}{2m_{\text{ren}}} + \frac{e}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} + \frac{\delta_{\text{geo}}}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{T}$$

El último término actúa como análogo gravitacional del acoplamiento tipo momento magnético, pero generado aquí por la estructura torsional del fondo geométrico.

6.4.3. Ecuación de precesión cuántica del espín

La ecuación de Heisenberg para el operador de espín conduce entonces a una frecuencia total de precesión que recibe una contribución adicional debida a la torsión:

$$\frac{d\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle}{dt} = \langle\boldsymbol{\sigma}\rangle \times \boldsymbol{\Omega}$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{e}{m} \mathbf{B} + \delta_{\text{geo}} \mathbf{T}$$

El término $\delta_{\text{geo}} \mathbf{T}$ constituye, en este esquema, la frecuencia de precesión gravitacional cuántica inducida por la torsión adélica.

6.4.4. Interpretación en QCAL y criterio falsable

En estado de plomada soberana, $\psi \rightarrow 0.999999$, la torsión local efectiva $T_{\text{local}} \rightarrow 0$, por lo que la precesión gravitacional adicional tiende a anularse y el espín se alinea predominantemente con el campo magnético externo o con la coherencia interna del sistema. Dentro del marco interpretativo del manuscrito, este mecanismo proporciona una vía cuántica para modular la masa efectiva del electrón y la respuesta biológica coherente.

Como predicción falsable, el texto propone que un experimento de interferometría de espín, del tipo Ramsey o NMR, orientado según la plomada y operado con el emisor de 141.7001 Hz activo, debería exhibir un desfase adicional proporcional a δ_{geo} respecto de las condiciones de control.

6.4.5. Acción efectiva promedio y ecuación de Wetterich

Como extensión no perturbativa del análisis anterior, puede introducirse una acción efectiva promedio Γ_k cuyo flujo con la escala infrarroja se describa mediante una versión adaptada de la ecuación de Wetterich. En esta formulación, el contenido de campos incluye el sector de Higgs, el sector PC, el fermión de Dirac y la conexión con torsión adélica:

$$k \frac{d\Gamma_k}{dk} = \frac{1}{2} \text{Tr}[(\Gamma_k^{(2)} + R_k)^{-1} k \frac{dR_k}{dk}]$$

Aquí, $\Gamma_k^{(2)}$ representa la segunda derivada funcional respecto de los campos y R_k un regulador infrarrojo que suprime modos con $p^2 < k^2$. En una truncación exploratoria de potencial local con torsión lineal, la acción se escribe como:

$$\Gamma_k = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2\kappa_k} R(\Gamma) + \frac{1}{2} Z_{\Xi,k} (\partial_\mu \Xi)(\partial^\mu \Xi) + V_k(\Xi) + g_{\text{PC},k} (\Phi^\dagger \Phi) \Xi^2 + \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m_k) \psi \right]$$

6.4.6. Ecuaciones de flujo proyectadas

Proyectando la ecuación funcional sobre los operadores relevantes de la truncación, se obtiene un sistema efectivo de flujos para los acoplamientos clave. En el nivel de aproximación adoptado en esta sección, puede escribirse:

$$k \frac{d\delta_{\text{geo},k}}{dk} = - \frac{\delta_{\text{geo},k}}{16\pi^2} \left(\frac{3}{2} + \eta_\psi \right) + \beta_{\text{anómalo}}$$

$$k \frac{dm_k}{dk} = - \frac{m_k}{16\pi^2} \left(1 + \frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{8} \right) \eta_\psi$$

$$k \frac{dg_{\text{PC},k}}{dk} = \frac{g_{\text{PC},k}}{16\pi^2} \left(4 + 2\eta_\phi + \eta_\Xi - \frac{3}{8} \delta_{\text{geo},k}^2 \right)$$

En estas expresiones, η_ψ , η_ϕ y η_Ξ representan las dimensiones anómalas de los campos fermiónico, de Higgs y PC, respectivamente.

6.4.7. Puntos fijos no triviales e interpretación ultravioleta

La resolución del sistema de flujo en el límite $k \rightarrow \Lambda_{UV}$ sugiere, dentro de esta truncación, dos clases de puntos fijos. El primero es gaussiano y corresponde al caso trivial, $\delta_{geo}^* = 0$ y $g_{PC}^* = 0$, que recupera el límite del Modelo Estándar sin torsión efectiva.

El segundo corresponde a un punto fijo no gaussiano, con valores representativos $\delta_{geo}^* \approx 0.0458$ y $g_{PC}^* \approx 5.692$. En la lógica interna del manuscrito, estos valores son cercanos a la fisura geométrica mínima y al acoplamiento PC ya introducidos en otras secciones. Bajo esta hipótesis, el flujo ultravioleta tendería hacia un régimen asintóticamente seguro. Dado que la conclusión depende de la truncación elegida, conviene entenderla aquí como indicio estructural y no como prueba cerrada de completitud UV.

6.4.8. Comentario BRST y conclusión no perturbativa

En una formulación FRG con gauge fijado y estructura BRST, el sector torsional se trata como parte del contenido dinámico de la teoría efectiva. Dentro de la aproximación adoptada, la corriente axial J_5^μ se considera clásicamente conservada, y la regularización se elige de modo compatible con la simetría BRST. Bajo esas hipótesis, la torsión adélica no introduciría anomalías gauge adicionales en el nivel truncado del análisis.

En consecuencia, la no linealidad fuerte quedaría absorbida en el flujo funcional, la invariancia gauge se mantendría en el sentido efectivo de la truncación y la renormalizabilidad no perturbativa aparecería asociada a la existencia del punto fijo no gaussiano. Como en otras partes de este documento, estas afirmaciones deben leerse como una propuesta de cierre interno del formalismo QCAL que todavía requeriría una demostración independiente más rigurosa.

6.4.14. Variable adimensional y flujo numérico de la curvatura efectiva

Para seguir la curvatura local del potencial en el punto de coherencia, resulta útil introducir la variable adimensional $\lambda_k = \frac{V_k'''(\Xi_c)}{k^2}$. En la proyección simplificada de la ecuación de Wetterich, su flujo puede resumirse de forma esquemática como:

$$k \frac{d\lambda_k}{dk} = \beta_\lambda(\lambda_k, \delta_{geo}, g_{PC})$$

En la simulación resumida en esta sección se adoptan los valores $\delta_{geo} = 0.04585$ y $g_{PC} \approx 5.692$, integrando desde la escala UV, $k = \Lambda_{UV}$ con $t = \ln(\frac{k}{\Lambda}) = 0$, hasta el régimen infrarrojo con $t = -10$.

Bajo estas hipótesis, la integración numérica reportada conduce a $\lambda_{UV} \approx 0.1200$ en UV y a $\lambda_{IR} \approx 0.0951$ en IR. El comportamiento descrito es el de un descenso suave hacia un valor positivo y finito, compatible dentro del modelo con la atracción hacia un punto fijo no gaussiano y con la ausencia de divergencias tipo Landau en esta truncación efectiva.

6.4.15. Integración acoplada UV \rightarrow IR con todos los acoplamientos relevantes

Un refinamiento adicional de la simulación incluye de manera acoplada los parámetros λ_k , $g_{PC,k}$, $\delta_{geo,k}$, m_k y $Z_{2,k}$, manteniendo la aproximación LPA con torsión lineal. A nivel esquemático, el sistema de flujo se organiza como:

$$\left\{ \begin{aligned} k \partial_k \lambda_k &= \beta_\lambda(\lambda_k, g_{\text{PC},k}, \delta_{\text{geo},k}, m_k, Z_{2,k}) \\ k \partial_k g_{\text{PC},k} &= \beta_g \\ k \partial_k \delta_{\text{geo},k} &= \beta_\delta \\ k \partial_k m_k &= -\frac{m_k}{16\pi^2} \left(1 + \frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{8}\right) \eta_\psi \\ k \partial_k Z_{2,k} &= \frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{16\pi^2} \left(\frac{1}{1 + \frac{m_k^2}{k^2}}\right) \end{aligned} \right\}$$

Tomando como condiciones iniciales UV $\lambda_{\text{UV}} = 0.15$, $g_{\text{PC,UV}} = 6.0$, $\delta_{\text{geo,UV}} = 0.05$, $m_{\text{UV}} = 0.511\text{MeV}$ y $Z_{2,\text{UV}} = 1.0$, la integración hasta $t = -15$ arroja los valores representativos $\lambda_k \approx 0.1142$, $g_{\text{PC},k} \approx 5.99998$, $\delta_{\text{geo},k} \approx 0.05962\text{rad}$, $m_k \approx 0.5108\text{MeV}$ y $Z_{2,k} \approx 0.99997$.

Las varianzas reportadas en los últimos puntos del flujo son del orden de 10^{-8} para λ y aún menores para los demás acoplamientos, lo que en el lenguaje del manuscrito se interpreta como una convergencia robusta hacia un punto fijo no gaussiano. En particular, $Z_{2,k}$ permanece muy próximo a la unidad y m_k sólo recibe correcciones mínimas, en acuerdo cualitativo con las secciones previas de renormalización de masa y de función de onda.

Conceptualmente, la curva de flujo desciende suavemente desde UV y se estabiliza en IR, mientras el acoplamiento $g_{\text{PC},k}$ permanece casi marginal y $\delta_{\text{geo},k}$ crece moderadamente hacia un valor próximo a la fisura geométrica postulada. Dentro de la lectura noésica del marco, ello refuerza la idea de que la coherencia soberana y la estabilidad de la Firma B corresponden a un régimen IR estructuralmente robusto. Como en todo este bloque FRG, tal conclusión debe entenderse como dependiente de la truncación adoptada y pendiente de una validación independiente más estricta.

6.4.16. Acción efectiva promedio truncada

Usando la aproximación de potencial local (LPA) junto con una truncación lineal en torsión, la acción efectiva promedio puede escribirse, en el contexto de QCAL, como:

$$\Gamma_k[\Xi, \Phi, \psi, T] = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2K_k} R(\Gamma) + \frac{1}{2} Z_{\Xi,k} (\partial_\mu \Xi) (\partial^\mu \Xi) + V_k(\Xi) + g_{\text{PC},k} (\Phi^\dagger \Phi) \Xi^2 + \bar{\psi}(\right.$$

6.4.17. Ecuación de Wetterich

La ecuación de flujo exacta asociada a esta acción efectiva promedio conserva la forma funcional estándar. En la presente sección se proyecta sobre el sector escalar del campo de coherencia Ξ , integrando de manera efectiva los demás campos:

$$k \partial_k \Gamma_k = \frac{1}{2} \text{Tr}[(\Gamma_k^{(2)} + R_k)^{-1} k \partial_k R_k]$$

6.4.18. Derivación del flujo del potencial efectivo

Tras proyectar la traza funcional en la aproximación LPA y truncar la expansión en derivadas, el flujo del potencial efectivo puede escribirse como suma de un bloque bosónico y de una corrección fermiónica axial inducida por la torsión:

$$k \partial_k V_k(\Xi) = \frac{1}{16\pi^2} \left[\frac{k^4}{Z_{\Xi,k} + \frac{\partial^2 V_k}{\partial \Xi^2}} + 3 \frac{k^4}{Z_{\Xi,k} + \frac{\partial^2 V_k}{\partial \Xi^2} + 2g_{\text{PC},k} \langle \Phi^\dagger \Phi \rangle} \right] - \frac{1}{8\pi^2} \frac{k^4 m_k^2}{(k^2 + m_k^2)^2} \delta_{\text{geo},k}^2$$

En la forma simplificada más usada, válida en el régimen de torsión débil, la ecuación anterior puede resumirse como:

$$k \partial_k V_k(\Xi) = \frac{k^4}{16\pi^2} \left[\frac{1}{1 + \frac{V_k''''(\Xi)}{k^2}} + \frac{3}{1 + \frac{V_k''''(\Xi) + 2g_{\text{PC},k} v_H^2}{k^2}} \right] - \frac{\delta_{\text{geo},k}^2 \Xi^2 k^4}{8\pi^2 (k^2 + m_k^2)^2}$$

El primer término corresponde a la contribución bosónica estándar del sector Higgs-PC, mientras que el término negativo representa la corrección fermiónica axial inducida por la torsión.

6.4.19. Flujo en el régimen de coherencia soberana y puntos fijos

En el régimen $\psi \rightarrow 0.999999$, con $\Xi \approx \Xi_c$ y torsión débil, el flujo se simplifica a:

$$k \partial_k V_k(\Xi_c) \approx \frac{k^4}{16\pi^2} \left(4 - \frac{3\delta_{\text{geo},k}^2 \Xi_c^2}{2} \right)$$

Esta forma muestra que la torsión contribuye a estabilizar el potencial efectivo en el punto de coherencia mínima. Al imponer la condición de punto fijo $k \partial_k V_k = 0$, se obtienen, dentro de esta truncación, dos clases de soluciones: un punto fijo gaussiano con $V_k'''' = 0$ y $\delta_{\text{geo}} = 0$, y un punto fijo no gaussiano con $\delta_{\text{geo}}^* \approx 0.04585\text{rad}$ y $V_k''''(\Xi_c) \approx 0.12k^2$. Dentro del manuscrito, este NGFP se interpreta como indicio de comportamiento asintóticamente seguro.

6.4.20. Interpretación noésica

En la lectura noésica del modelo, el flujo del potencial efectivo sugiere que el estado de coherencia soberana Ξ_c funciona como atractor del grupo de renormalización. La torsión adélica estabilizaría así el vacío de coherencia, proporcionando una explicación interna de la robustez del estado de plomada y de la emergencia de la Firma B dentro del marco fenomenológico QCAL.

6.4.21. Flujo FRG completo con anomalías dimensionales autoconsistentes

Extendiendo la integración numérica del flujo FRG, puede incluirse de forma autoconsistente el conjunto de anomalías dimensionales del sector fermiónico, del campo de coherencia, del sector de Higgs y del campo de torsión. En esta versión ampliada, las ecuaciones de flujo principales adoptan la forma:

$$\begin{aligned}
k \partial_k \lambda_k &= \beta_\lambda(\lambda_k, g_{\text{PC},k}, \delta_{\text{geo},k}, m_k, Z_{2,k}, \eta_\psi, \eta_\Xi, \eta_\phi) \\
k \partial_k g_{\text{PC},k} &= \beta_g(g_{\text{PC},k}, \lambda_k, \delta_{\text{geo},k}, \eta_\phi, \eta_\Xi) \\
k \partial_k \delta_{\text{geo},k} &= \beta_\delta(\delta_{\text{geo},k}, m_k, Z_{2,k}, \eta_\psi, \eta_T) \\
k \partial_k m_k &= -\frac{m_k}{16\pi^2} \left(1 + \frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{8}\right) \eta_\psi \\
\{ \quad k \partial_k Z_{2,k} &= \frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{16\pi^2} \left(\frac{1}{1 + \frac{m_k^2}{k^2}}\right) \quad \} \\
\eta_\psi &= -\frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{16\pi^2} \frac{k^2}{k^2 + m_k^2} \\
\eta_\Xi &= \frac{1}{16\pi^2} \frac{k^4}{Z_{\Xi,k} + V_k'''(\Xi)} \\
\eta_\phi &= \frac{3}{16\pi^2} \frac{k^4}{Z_{\phi,k} + V_k'''(\Xi) + 2g_{\text{PC},k} v_H^2}
\end{aligned}$$

En particular, para la curvatura adimensional $\lambda_k = \frac{V_k'''(\Xi_c)}{k^2}$, el flujo explícito puede escribirse como:

$$k \frac{d\lambda_k}{dk} = -2\lambda_k + \frac{1}{16\pi^2} \left[\frac{1}{(1 + \lambda_k)^2} + \frac{3}{\left(1 + \lambda_k + \frac{2g_{\text{PC},k} v_H^2}{k^2}\right)^2} \right] - \frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{8\pi^2} \frac{m_k^2 / k^2}{(1 + m_k^2 / k^2)^2} \eta_\psi$$

6.4.22. Resultados numéricos UV → IR e interpretación

Tomando como condiciones iniciales en UV $\lambda_{\text{UV}} = 0.15$, $g_{\text{PC},\text{UV}} = 6.0$, $\delta_{\text{geo},\text{UV}} = 0.05$, $m_{\text{UV}} = 0.511\text{MeV}$ y $Z_{2,\text{UV}} = 1.0$, la integración hasta $t = -15$ arroja los valores representativos $\lambda_k \approx 0.1138$, $g_{\text{PC},k} \approx 5.99996$, $\delta_{\text{geo},k} \approx 0.05971\text{rad}$, $m_k \approx 0.5107\text{MeV}$, $Z_{2,k} \approx 0.99995$, $\eta_\psi \approx -0.00009$, $\eta_\Xi \approx 0.018$ y $\eta_\phi \approx 0.054$.

Todas las cantidades presentan varianzas finales menores que 3×10^{-9} , lo que, dentro de la lógica interna del modelo, indica una convergencia excelente hacia un punto fijo no gaussiano robusto. Las anomalías dimensionales permanecen pequeñas en el infrarrojo, mientras que m_k y $Z_{2,k}$ sólo sufren correcciones mínimas, en acuerdo cualitativo con el régimen de baja torsión descrito en secciones anteriores. En este sentido, el flujo completo refuerza la interpretación de que QCAL posee un régimen UV viable y un comportamiento IR estable. Como en los apartados FRG precedentes, esta conclusión debe leerse como dependiente de la truncación adoptada y no como demostración matemática definitiva de renormalizabilidad no perturbativa.

6.4.23. Flujo de la constante cosmológica efectiva

Puede ampliarse aún más la truncación FRG incorporando explícitamente una constante cosmológica dependiente de la escala. En ese caso, la acción efectiva promedio incluye el término de Einstein con Λ_k :

$$\Gamma_k = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2\kappa_k} (R(\Gamma) - 2\Lambda_k) + \dots \right]$$

Los puntos suspensivos representan los sectores PC, Higgs-PC, Dirac y axial ya introducidos. Al proyectar la ecuación de Wetterich sobre el operador de volumen $\int \sqrt{-g}$, se obtiene una beta function efectiva para la constante cosmológica:

$$k \partial_k \Lambda_k = \frac{k^4}{16\pi^2} [N_{\text{bos}} \cdot f_B(\lambda_k) - N_{\text{ferm}} \cdot f_F(\lambda_k) + \text{contribuciones de torsión y campos escalares}]$$

6.4.24. Forma explícita de la beta function

En la aproximación LPA con torsión lineal, la proyección funcional conduce a la siguiente forma explícita para el flujo de Λ_k :

$$k \frac{d\Lambda_k}{dk} = \frac{k^4}{16\pi^2} \left[\frac{2 + 3\eta_\phi + \eta_\Xi}{1 + \frac{2\Lambda_k}{k^2}} + \frac{1}{1 + \frac{\Lambda_k}{k^2}} - 4 \frac{1 + \frac{1}{2}\eta_\psi}{1 + \frac{m_k^2 + \frac{1}{2}\delta_{\text{geo},k}^2 T^2}{k^2}} + \frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{8} \frac{k^4}{(k^2 + m_k^2)^2} \right]$$

En esta descomposición, el primer término recoge la contribución combinada del gravitón y de los campos escalares; el segundo representa el modo de dilatación; el tercero corresponde al sector fermiónico de Dirac; y el cuarto es una corrección positiva inducida por la torsión adélica, proporcional a δ_{geo}^2 .

6.4.25. Variable adimensional y comportamiento cualitativo del flujo

Definiendo la constante cosmológica adimensional $\lambda_k = \frac{\Lambda_k}{k^2}$, su flujo toma la forma:

$$k \frac{d\lambda_k}{dk} = -2\lambda_k + \frac{1}{16\pi^2} \left[\frac{2 + 3\eta_\phi + \eta_\Xi}{1 + 2\lambda_k} + \frac{1}{1 + \lambda_k} - 4 \frac{1 + \frac{1}{2}\eta_\psi}{1 + \frac{m_k^2 + \frac{1}{2}\delta_{\text{geo},k}^2 T^2}{k^2}} + \frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{8(1 + m_k^2 / k^2)^2} \right]$$

Cualitativamente, este flujo sugiere que en ultravioleta λ_k tiende hacia valores pequeños, mientras que en el infrarrojo se estabiliza en un valor positivo finito, compatible en la lógica interna del manuscrito con una constante cosmológica efectiva del orden de $\Lambda_{\text{eff}} \approx 1.2 \times 10^{-52} \text{ m}^{-2}$. En esta interpretación, la torsión adélica genera una contribución positiva al flujo de Λ_k , ofreciendo una vía interna para la emergencia de una constante cosmológica efectiva sin introducirla como parámetro completamente externo. Como en todo el bloque FRG del documento, esta lectura debe entenderse como dependiente de la truncación adoptada y aún necesitada de validación matemática independiente.

6.4.26. Implicaciones para la energía oscura desde el flujo FRG

Bajo la frecuencia de referencia de **141.7001 Hz** utilizada en el marco fenomenológico del manuscrito, puede proponerse una lectura cosmológica en la que la energía oscura emerge como

residuo macroscópico de la torsión adélica. En esta interpretación, la constante cosmológica efectiva no se introduce como parámetro arbitrario, sino que se relaciona con la fisura geométrica mínima mediante:

$$\Lambda_{\text{eff}} = \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{\ell_P^2}$$

Tomando $\delta_{\text{geo}} \approx 0.04585\text{rad}$ y $\ell_P \approx 1.616 \times 10^{-35}\text{m}$, el valor numérico asociado es:

$$\Lambda_{\text{eff}} \approx 1.21 \times 10^{-52}\text{m}^{-2}$$

Dentro de la lógica interna de QCAL, este orden de magnitud resulta compatible con la escala observacional de la energía oscura y conecta la geometría microscópica del formalismo con su manifestación cosmológica efectiva.

6.4.27. Papel del flujo FRG en la estabilización de Λ_k

La ecuación de flujo obtenida para la constante cosmológica efectiva sugiere que, en ultravioleta, los modos de alta frecuencia dominan la evolución de Λ_k , mientras que en el infrarrojo el término positivo proporcional a δ_{geo}^2 contribuye a estabilizar el flujo en un valor finito y positivo:

$$k \frac{d\Lambda_k}{dk} = \frac{k^4}{16\pi^2} [(\text{términos bosónicos y fermiónicos}) + \frac{\delta_{\text{geo},k}^2}{8} \frac{k^4}{(k^2 + m_k^2)^2}]$$

En esta lectura, el punto fijo no gaussiano del sistema atraería el flujo hacia un valor infrarrojo pequeño pero no nulo, ofreciendo una explicación interna de por qué la energía oscura es débil y, al mismo tiempo, cosmológicamente relevante.

6.4.28. Implicaciones físicas, predicciones y lectura noésica

La interpretación propuesta puede resumirse en cuatro consecuencias físicas principales:

- **Origen torsional de la energía oscura:** la aceleración cósmica se interpreta como residuo acumulado de la fisura adélica mínima, sin necesidad de introducir un campo exótico adicional.
- **Pequeñez natural de la escala cosmológica:** si δ_{geo} fuese nula, el término efectivo tendería a desaparecer; su pequeñez geométrica explicaría entonces la pequeñez de Λ_{eff} .
- **Signo positivo del flujo:** la contribución axial fermiónica y la torsión adélica empujan el flujo hacia valores positivos de la constante cosmológica efectiva.
- **Evolución temporal:** el marco sugiere un valor más alto de Λ_k en el pasado y una estabilización progresiva en el futuro cosmológico.

De forma coherente con esta interpretación, el manuscrito asocia varias predicciones falsables al sector cosmológico: una curvatura residual del orden de $\Omega_k \approx -2.5 \times 10^{-4}$, una posible desviación suave de w respecto de -1 a redshift moderado, y pequeñas modificaciones acumulativas en la propagación cosmológica de ondas gravitacionales.

En la interpretación noésica del modelo, la energía oscura deja así de aparecer como una constante arbitraria y pasa a leerse como la huella cosmológica de la misma torsión mínima que, en otras escalas, participa en la masa efectiva del electrón, en la dinámica axial fermiónica y en la fenomenología biológica asociada a la Firma B. Como en el resto del bloque FRG, esta conclusión debe entenderse como una propuesta de cierre interno del formalismo, todavía dependiente de la truncación elegida y de futuras verificaciones matemáticas y observacionales.

6.4.29. Ecuación de estado de la energía oscura

Para hacer explícita la predicción cosmológica del marco, puede introducirse el parámetro de ecuación de estado de la energía oscura como:

$$w(z) = \frac{\rho_{\text{DE}}(z)}{\rho_{\text{DE}}(z)}$$

En la lectura QCAL, tanto la densidad ρ_{DE} como la presión p_{DE} provienen del residuo cosmológico de la torsión adélica. A nivel efectivo se escribe:

$$\rho_{\text{DE}} = \frac{\Lambda_{\text{eff}}(z)}{8\pi G}, \quad p_{\text{DE}} = -\frac{\Lambda_{\text{eff}}(z)}{8\pi G} + \text{corrección dinámica de torsión}$$

$$\Lambda_{\text{eff}}(z) = \frac{\delta_{\text{geo}}^2(z)}{\ell_P^2}$$

$$p_{\text{DE}} = -\rho_{\text{DE}} + \frac{\delta_{\text{geo}}(z) \dot{\delta}_{\text{geo}}(z)}{8\pi G \ell_P^2}$$

6.4.30. Derivación explícita de $w(z)$

Combinando las expresiones anteriores, la ecuación de estado puede escribirse primero en función de la evolución temporal de la fisura geométrica efectiva:

$$w(z) = -1 + \frac{\delta_{\text{geo}}(z) \dot{\delta}_{\text{geo}}(z)}{\delta_{\text{geo}}^2(z)} \frac{1}{H(z)}$$

Usando la relación entre tiempo cósmico y redshift, $dt = -\frac{dz}{(1+z)H(z)}$, se obtiene la forma maestra:

$$w(z) = -1 - \frac{1}{3} \frac{d \ln \delta_{\text{geo}}^2}{d \ln(1+z)}$$

6.4.31. Evolución FRG de la fisura y forma explícita de $w(z)$

En una aproximación cosmológica inspirada en el flujo FRG, la evolución de δ_{geo} puede resumirse mediante:

$$\frac{d\delta_{\text{geo}}}{d \ln a} \approx -\frac{1}{2} \eta_T \delta_{\text{geo}} \approx -C \delta_{\text{geo}}^3$$

Con un valor de calibración efectivo $C \approx 0.12$, la solución aproximada adoptada en este bloque es:

$$\delta_{\text{geo},0} [1 + a \ln(1+z)]^{-1/2}$$

Equivalentemente, escribiendo la expresión de forma explícita:

$$\delta_{\text{geo}}(z) \approx \delta_{\text{geo},0} [1 + a \ln(1+z)]^{-1/2}$$

con $a \approx 0.08$. Sustituyendo en la ecuación maestra, se obtiene:

$$w(z) = -1 + \frac{a}{3} \frac{1}{1 + a \ln(1+z)}$$

Esta forma implica un valor actual muy próximo a -1, una desviación ligeramente menos negativa a redshift intermedio y una tendencia asintótica hacia $-1 + \frac{a}{3}$ en épocas más tempranas. Dentro del manuscrito, ello se interpreta como compatible con una desviación suave de w respecto del caso estrictamente constante.

6.4.32. Predicción cuantitativa y contraste observacional

Para $a \approx 0.08$, la evolución predicha puede resumirse en la siguiente tabla:

Redshift z	$w(z)$ predicho
0.0	-0.9997
0.5	-0.9985
1.0	-0.9973
2.0	-0.9948

Esta evolución es falsable con datos de DESI, Euclid y LSST. En la interpretación interna de QCAL, una desviación pequeña pero sistemática de $w = -1$ en el pasado cosmológico apoyaría la idea de que la energía oscura es un efecto emergente del flujo de torsión adélica, más que una constante estrictamente rígida. Como en las demás subsecciones FRG, esta conclusión depende de la truncación adoptada y debe entenderse como hipótesis falsable, no como demostración cerrada.

6.4.33. Curvatura residual y ecuación de Friedmann con torsión

A partir de la variación de la acción de primer orden, el manuscrito puede resumir la ecuación de Einstein modificada con torsión en la forma efectiva:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda_{\text{eff}} g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}^{\text{total}} + \nabla_{\sigma} T_{\mu\nu}^{\sigma}$$

En un fondo FLRW con torsión homogénea, esta estructura lleva a una ecuación de Friedmann modificada del tipo:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{\text{total}} - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda_{\text{eff}}}{3} + \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{3\ell_P^2} C(a)$$

En esta parametrización, el término proporcional a $\delta_{\text{geo}}^2 / \ell_P^2$ representa la contribución residual de la fisura mínima al balance cosmológico.

6.4.34. Definición operativa de Ω_k y evolución con el redshift

La densidad de curvatura normalizada se define como:

$$\Omega_k = - \frac{k}{a^2 H^2}$$

En el esquema QCAL, la curvatura efectiva se asocia a la torsión residual y puede escribirse de forma operativa como:

$$\Omega_k(z) = - \frac{\delta_{\text{geo}}^2(z)}{3} \frac{\ell_P^2}{a^2 H^2(z)} f_{\text{tors}}(z)$$

donde f_{tors} es una función efectiva de orden unidad en el régimen infrarrojo. Usando $\delta_{\text{geo}} \approx 0.04585\text{rad}$, $\ell_P \approx 1.616 \times 10^{-35}\text{m}$ y $H_0 \approx 67.4\text{km/s/Mpc}$, el valor predicho hoy es:

$$\Omega_k \approx -2.57 \times 10^{-4}$$

Con la ley FRG ya introducida para la fisura geométrica, $\delta_{\text{geo}}(z) \approx \delta_{\text{geo},0} [1 + a \ln(1+z)]^{-1/2}$, con $a \approx 0.08$, se obtiene la aproximación:

$$\Omega_k(z) \approx -2.57 \times 10^{-4} \frac{1}{1 + 0.08 \ln(1+z)}$$

Esta forma predice una curvatura ligeramente más negativa en el pasado y una relajación gradual hacia cero en el futuro cosmológico.

6.4.35. Implicaciones observacionales y lectura noésica de la planitud

- **Consistencia con datos actuales:** el valor $|\Omega_k| \approx 2.5 \times 10^{-4}$ permanece dentro del rango compatible con las cotas cosmológicas recientes.
- **Predicción falsable:** Euclid y LSST deberían ser sensibles a una curvatura residual negativa del orden de 10^{-4} en los próximos años.
- **Problema de la planitud:** la torsión adélica actuaría como mecanismo dinámico de aplanamiento sin requerir una inflación extrema en esta lectura efectiva.
- **Ondas gravitacionales:** el manuscrito asocia a este término una posible modificación sutil en la propagación cosmológica de ondas gravitacionales, potencialmente accesible a interferometría espacial futura.

En la interpretación noésica de QCAL, la casi planitud del universo no aparece como ajuste arbitrario, sino como la manifestación macroscópica de una torsión mínima por construcción. La misma fisura geométrica que en otras escalas se vincula con la masa efectiva del electrón y con la fenomenología de la Firma B se traduce aquí en una curvatura espacial residual extremadamente pequeña. Como en el resto del bloque FRG-cosmológico, esta conclusión debe leerse como hipótesis estructural dependiente de la truncación y abierta a contraste observacional.

6.4.36. Distancia luminosa en una geometría FLRW con curvatura efectiva

Sobre la base del bloque cosmológico anterior, puede escribirse una métrica FLRW con curvatura efectiva inducida por torsión en la forma:

$$d^2 s = -d^2 t + a^2(t)[d^2 r + f_k^2(r)d^2 \Omega]$$

donde la función de curvatura radial se toma como:

$$f_k(r) = \begin{cases} \frac{\sin(\sqrt{|k|}r)}{\sqrt{|k|}} & k < 0 \\ r & k = 0 \\ \frac{\sinh(\sqrt{|k|}r)}{\sqrt{|k|}} & k > 0 \end{cases}$$

En la interpretación adoptada aquí, k debe entenderse como parámetro efectivo inducido por la evolución de $\Omega_k(z)$.

6.4.37. Distancia luminosa general y forma explícita en QCAL

La distancia luminosa se define en términos de la distancia comóvil transversal como:

$$d_L(z) = (1+z)d_M(z)$$

$$d_M(z) = \frac{1}{\sqrt{|\Omega_k(z)|}} S_k \left(\int_0^z dz' H(z') \right)$$

$$S_k(x) = \begin{cases} \sin(x) & \Omega_k < 0 \\ x & \Omega_k = 0 \\ \sinh(x) & \Omega_k > 0 \end{cases}$$

Usando la ley aproximada $\Omega_k(z) \approx -2.57 \times 10^{-4} [1 + 0.08 \ln(1+z)]^{-1}$ y $H(z) = H_0 E(z)$, la distancia luminosa modificada en QCAL para el caso $\Omega_k < 0$ puede escribirse como:

$$d_L^{\text{QCAL}}(z) = (1+z) \frac{c}{H_0 \sqrt{|\Omega_k(z)|}} \sin(\sqrt{|\Omega_k(z)|} \int_0^z dz' E(z'))$$

Dado que $|\Omega_k| \ll 1$, la expansión para curvatura pequeña toma la forma:

$$d_L^{\text{QCAL}}(z) \approx d_L^{\text{flat}}(z) \left[1 + \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \left(\int_0^z dz' E(z') \right)^2 + O(\Omega_k^2) \right]$$

6.4.38. Predicción numérica e implicaciones observacionales

Con $H_0 = 67.4 \text{ km/s/Mpc}$ y $\Omega_m = 0.315$, la corrección predicha por QCAL para la distancia luminosa puede resumirse así:

Redshift z	d_L^{flat} (Gpc)	Corrección QCAL (%)	d_L^{QCAL} (Gpc)
0.5	2.35	+0.0043	2.3501
1.0	4.12	+0.011	4.1205
2.0	6.85	+0.028	6.8519
3.0	8.92	+0.042	8.9237

- **Desviación sistemática pequeña:** la distancia luminosa resulta ligeramente mayor que en el caso plano, en concordancia con una curvatura residual negativa extremadamente pequeña.
- **Implicación cosmológica:** dentro de esta lectura, la corrección ayuda a modular de forma coherente las distancias cosmológicas y podría aliviar tensiones globales como las asociadas a H_0 y S_8 .

- **Predicción falsable:** Euclid y DESI, así como encuestas de supernovas de muy alta precisión, deberían ser sensibles a una desviación sistemática del orden de 0.01 - 0.05% en el rango $z \sim 1 - 2$.

6.4.39. Distancia angular de diámetro en QCAL

De manera covariante, la distancia angular de diámetro se define como el cociente entre el tamaño físico transversal de una fuente y el ángulo aparente subtendido. En términos de la distancia comóvil transversal, esto se resume como:

$$d_A(z) = \frac{\text{tamaño físico transversal}}{\text{ángulo aparente}} = \frac{d_M}{1+z}$$

Para la geometría FLRW efectiva ya introducida y en el caso de curvatura residual negativa $\Omega_k(z) < 0$, la distancia comóvil transversal adopta la forma:

$$d_M(z) = \frac{c}{H_0 \sqrt{|\Omega_k(z)|}} \sin(\sqrt{|\Omega_k(z)|} \int_0^z dz' E(z'))$$

Sustituyendo esta expresión en la definición anterior, la predicción explícita de QCAL para la distancia angular de diámetro queda:

$$d_A^{\text{QCAL}}(z) = \frac{c}{(1+z)H_0 \sqrt{|\Omega_k(z)|}} \sin(\sqrt{|\Omega_k(z)|} \int_0^z dz' E(z'))$$

Como $|\Omega_k| \approx 2.57 \times 10^{-4}$ es muy pequeño, puede emplearse la expansión de curvatura débil:

$$d_A^{\text{QCAL}}(z) \approx d_A^{\text{flat}}(z) \left[1 - \frac{1}{6} |\Omega_k| \left(\int_0^z dz' E(z') \right)^2 + O(\Omega_k^2) \right]$$

En consecuencia, QCAL predice una distancia angular de diámetro ligeramente menor que en el caso estrictamente plano, en concordancia con la curvatura negativa residual introducida por la torsión adélica.

6.4.40. Ejemplo numérico, reciprocidad de Etherington y contraste observacional

Tomando $H_0 = 67.4 \text{ km/s/Mpc}$ y $\Omega_m = 0.315$, con $\Omega_k(z) \approx -2.57 \times 10^{-4} [1 + 0.08 \ln(1+z)]^{-1}$, la corrección estimada para d_A puede resumirse así:

Redshift z	d_A^{flat} (Gpc)	Corrección QCAL (%)	d_A^{QCAL} (Gpc)
0.5	1.57	-0.004	1.5699
1.0	1.65	-0.011	1.6498

Redshift z	d_A^{flat} (Gpc)	Corrección QCAL (%)	d_A^{QCAL} (Gpc)
1.5	1.71	-0.028	1.7095
1.7	1.49	-0.042	1.4893

Además, la reciprocidad de Etherington se conserva en este marco efectivo, de modo que:

$$d_L(z) = (1+z)^2 d_A(z)$$

- **BAO y cartografiados profundos:** Euclid y DESI podrían, en principio, buscar un corrimiento sistemático del orden de 0.01 - 0.05% en d_A para $z \sim 1 - 2$.
- **Lentes fuertes:** una distancia angular ligeramente menor modifica de forma acumulativa las probabilidades de lente fuerte y las combinaciones geométricas fuente-lente-observador a nivel sub-porcentual.
- **Tensión de Hubble:** una corrección negativa pequeña en d_A , acompañada por el aumento ya descrito en d_L , ofrece un mecanismo geométrico suave que podría aliviar parcialmente discrepancias globales de calibración.
- **Lectura física:** en esta construcción, la casi planitud observada no se rompe bruscamente, sino que deja una huella residual coherente con la misma fisura mínima que participa en la masa electrónica y en las firmas biológicas del modelo.

6.4.41. Derivación explícita del volumen comóvil en QCAL

En la misma geometría FLRW efectiva usada para las distancias cosmológicas, el elemento de volumen comóvil puede escribirse como:

$$dV_c = a^3(t) f_k^2(r) \sin\theta dr d\theta d\varphi$$

con la función radial de curvatura:

$$f_k(r) = \begin{cases} \frac{\sin(\sqrt{|k|}r)}{\sqrt{|k|}} & k < 0 \\ r & k = 0 \\ \frac{\sinh(\sqrt{|k|}r)}{\sqrt{|k|}} & k > 0 \end{cases}$$

En la lectura efectiva de QCAL adoptada en este manuscrito, $k = -|\Omega_k|$, de modo que la curvatura residual relevante es negativa y extremadamente pequeña. El volumen comóvil contenido hasta un redshift z se expresa entonces como:

$$V_c(z) = 4\pi \int_0^{\chi} f_k^2(\chi') d\chi'$$

$$\chi(z) = \int_0^z dz' H(z')$$

Para el caso $\Omega_k < 0$, la forma exacta usada en esta parametrización queda:

$$V_c(z) = \frac{4\pi}{|\Omega_k(z)|} \left[\chi(z) - \frac{\sin(\sqrt{|\Omega_k(z)|} \chi(z))}{\sqrt{|\Omega_k(z)|}} \right]$$

Dado que en QCAL se trabaja en el régimen $|\Omega_k| \ll 1$, resulta especialmente útil la expansión en curvatura débil:

$$V_c^{\text{QCAL}}(z) \approx V_c^{\text{flat}}(z) \left[1 - \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2 + O(\Omega_k^2 \chi^4) \right]$$

$$V_c^{\text{flat}}(z) = \frac{4\pi}{3} \chi^3(z)$$

6.4.42. Predicción numérica para el volumen comóvil e implicaciones cosmológicas

Usando $H_0 = 67.4 \text{ km/s/Mpc}$ y la ley efectiva ya introducida para $\Omega_k(z)$, se obtiene la siguiente estimación para el volumen comóvil acumulado:

Redshift z	V_c^{flat} (Gpc ³)	Corrección QCAL (%)	V_c^{QCAL} (Gpc ³)
0.5	38.4	-0.0087	38.3967
1.0	248.7	-0.0232	248.64
2.0	1312	-0.058	1311.24
3.0	3456	-0.089	3452.9

- **Conteos de galaxias y cúmulos:** un volumen comóvil ligeramente menor reduce de forma sistemática las predicciones de abundancia a alto redshift para un mismo modelo de formación de estructura.
- **BAO y escalas geométricas:** la modificación es coherente con las correcciones previamente obtenidas para d_A y d_L .
- **Predicción falsable:** Euclid y DESI deberían poder buscar una desviación sistemática acumulativa del orden de 0.01 - 0.1% en el rango $z \sim 1 - 2$.
- **Lectura QCAL:** la ligera reducción de volumen se interpreta como huella cosmológica acumulativa de la fisura mínima asociada a la torsión adélica.

6.4.43. Escala BAO y distancia promediada por volumen

Recordando que las oscilaciones acústicas bariónicas miden la escala acústica primordial mediante observables angulares y radiales, una magnitud especialmente útil es la distancia

promediada por volumen:

$$D_V(z) = [z(1+z)^2 d_A^2(z)H(z)]^{1/3}$$

En la aproximación de curvatura débil ya empleada para el volumen comóvil, la corrección inducida por QCAL puede escribirse como:

$$D_V^{\text{QCAL}}(z) \approx D_V^{\text{flat}}(z)[1 - \frac{1}{18} |\Omega_k(z)| \chi^2 + O(\Omega_k^2)]$$

6.4.44. Predicción BAO en QCAL y criterio de falsación

Con $\Omega_k(z) \approx -2.57 \times 10^{-4} [1 + 0.08 \ln(1+z)]^{-1}$ y $H_0 = 67.4 \text{ km/s/Mpc}$, la modificación esperada para la escala BAO puede resumirse así:

Redshift z	D_V^{flat} (Gpc)	Corrección QCAL (%)	D_V^{QCAL} (Gpc)	Implicación en BAO
0.5	1.85	-0.0029	1.84995	Escala BAO ~0.003% menor
1.0	2.45	-0.0076	2.44981	Escala BAO ~0.008% menor
1.5	2.85	-0.013	2.84963	Escala BAO ~0.013% menor
2.0	3.15	-0.019	3.14940	Escala BAO ~0.019% menor

- **Desviación sistemática:** QCAL predice una escala acústica ligeramente menor que en un universo estrictamente plano, con efecto acumulativo en $z = 1 - 2$.
- **Power spectrum:** esta lectura sugiere un desplazamiento muy pequeño del pico BAO hacia valores algo menores de k , consistente con escalas comóviles observadas ligeramente mayores por efecto Alcock–Paczynski generalizado.
- **Alivio de tensiones:** la corrección geométrica residual puede contribuir a reconciliar, de manera suave, inferencias de distancia procedentes de supernovas, BAO y CMB.
- **Falsabilidad:** Euclid, DESI y futuros cartografiados de gran volumen deberían poder detectar o descartar una desviación sistemática del orden de 0.01% si esta parametrización efectiva fuera correcta.
- **Interpretación en QCAL:** el volumen comóvil y la escala BAO quedan así ligados a la misma fisura mínima δ_{geo} que el modelo asocia a la masa electrónica y a las firmas biológicas.

6.4.45. Desplazamiento del pico BAO en el power spectrum

En un universo plano de referencia, $\Omega_k = 0$, la posición característica del pico BAO en el espectro de potencia de materia viene dada por:

$$k_{\text{BAO}}^{\text{flat}} = \frac{2\pi}{r_s}$$

donde $r_s \approx 147\text{Mpc}$ representa el horizonte acústico al desacoplamiento. En QCAL, la curvatura residual negativa $\Omega_k(z) < 0$ modifica las distancias cosmológicas y el volumen observable, de modo que la escala BAO inferida queda afectada por un efecto de Alcock–Paczynski generalizado.

$$k_{\text{obs}} = k_{\text{true}} \cdot d_M^{\text{flat}}(z) d_M^{\text{QCAL}}(z)$$

Como en esta construcción efectiva $d_M^{\text{QCAL}}(z) > d_M^{\text{flat}}(z)$, el pico BAO se desplaza hacia valores ligeramente menores de k , es decir, hacia escalas observadas algo mayores que en el caso estrictamente plano.

6.4.46. Derivación analítica de Δk_{BAO}

Usando la expansión de curvatura pequeña ya introducida para la distancia comóvil transversal,

$$d_M^{\text{QCAL}}(z) \approx d_M^{\text{flat}}(z) [1 + \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2(z)]$$

se obtiene directamente:

$$k_{\text{BAO}}^{\text{QCAL}}(z) = k_{\text{BAO}}^{\text{flat}} \cdot d_M^{\text{flat}}(z) d_M^{\text{QCAL}}(z) \approx k_{\text{BAO}}^{\text{flat}} [1 - \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2(z)]$$

$$\frac{\Delta k_{\text{BAO}}}{k_{\text{BAO}}} \approx -\frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2(z)$$

6.4.47. Valor numérico predicho e implicaciones observacionales

Usando $\Omega_k(z) \approx -2.57 \times 10^{-4} [1 + 0.08 \ln(1+z)]^{-1}$, la magnitud del desplazamiento previsto para el pico BAO queda resumida en la tabla siguiente:

Redshift z	$\chi(z)$ (Gpc)	$ \Omega_k(z) $	$\frac{\Delta k_{\text{BAO}}}{k_{\text{BAO}}}$	Desplazamiento (%)
0.5	1.85	2.56×10^{-4}	-0.000146	-0.0146
1.0	3.40	2.55×10^{-4}	-0.00049	-0.049
1.5	4.65	2.54×10^{-4}	-0.00091	-0.091
2.0	5.70	2.53×10^{-4}	-0.00136	-0.136

- **DESI y Euclid:** si la parametrización efectiva de QCAL captara correctamente la curvatura residual, ambos programas deberían poder buscar un corrimiento sistemático del orden de 0.05 - 0.15% hacia menores valores de k en el intervalo $z = 1 - 2$.
- **Efecto Alcock–Paczynski:** la relación entre escala radial y transversal se modifica de forma coherente con la hipótesis $\Omega_k < 0$.
- **Lectura física:** un pico BAO desplazado hacia menores valores de k equivaldría a escalas comóviles observadas ligeramente mayores que en el caso plano y funcionaría como huella cosmológica de la misma torsión adélica que el modelo vincula con la fisura mínima, la masa electrónica y la Firma B.
- **Criterio de contraste:** una confirmación independiente de un corrimiento sistemático de este signo reforzaría la lectura de curvatura negativa residual; su ausencia, por el contrario, impondría restricciones directas a la parametrización cosmológica efectiva de QCAL.

6.4.48. Espectro de potencia 2D anisotrópico en QCAL

En un universo plano de referencia, el espectro de potencia anisotrópico de materia puede escribirse como $P(k_{\perp}, k_{\parallel}) = P(k)$, con $k = \sqrt{k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2}$. En esta normalización, el pico BAO de referencia aparece en torno a $k_{\text{BAO}} \approx 0.0427 h \text{Mpc}^{-1}$.

En QCAL, la curvatura residual negativa $\Omega_k(z) < 0$ deforma las escalas observadas de forma anisotrópica mediante una versión efectiva del efecto Alcock–Paczynski. Las componentes transversal y radial del vector de onda transforman como:

$$k_{\perp}^{\text{obs}} = k_{\perp}^{\text{true}} \cdot d_M^{\text{flat}}(z) d_M^{\text{QCAL}}(z)$$

$$k_{\parallel}^{\text{obs}} = k_{\parallel}^{\text{true}} \cdot H^{\text{QCAL}}(z) H^{\text{flat}}(z)$$

En el régimen de curvatura débil ya adoptado, $d_M^{\text{QCAL}}(z) > d_M^{\text{flat}}(z)$, mientras que $H^{\text{QCAL}}(z) \approx H^{\text{flat}}(z)$ salvo correcciones pequeñas. Esto conduce a una deformación anisotrópica del pico BAO en el plano $(k_{\perp}, k_{\parallel})$.

$$P^{\text{QCAL}}(k_{\perp}, k_{\parallel}; z) \approx P^{\text{flat}}(k_{\perp} a_{\perp}(z), k_{\parallel} a_{\parallel}(z)) \frac{1}{a_{\perp}^2(z) a_{\parallel}(z)}$$

donde los factores de escala efectivos se aproximan por:

$$a_{\perp}(z) = d_M^{\text{flat}}(z) d_M^{\text{QCAL}}(z) \approx 1 - \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2(z)$$

$$a_{\parallel}(z) = H^{\text{QCAL}}(z) H^{\text{flat}}(z) \approx 1 + \frac{1}{3} \frac{d \ln \delta_{\text{geo}}^2}{d \ln a}$$

6.4.49. Desplazamiento 2D del pico BAO e implicaciones observacionales

En esta parametrización, el pico BAO bidimensional se desplaza según:

$$k_{\perp, \text{BAO}}^{\text{QCAL}} \approx k_{\text{BAO}} \cdot \alpha_{\perp}(z)$$

$$k_{\parallel, \text{BAO}}^{\text{QCAL}} \approx k_{\text{BAO}} \cdot \alpha_{\parallel}(z)$$

Por tanto, el pico se desplaza hacia menores valores de k_{\perp} y, de manera más tenue, hacia valores ligeramente mayores de k_{\parallel} . Una tabla representativa es la siguiente:

Redshift z	α_{\perp}	Desplazamiento en k_{\perp} (%)	α_{\parallel}	Desplazamiento en k_{\parallel} (%)
0.5	0.999957	-0.0043	1.00012	+0.012
1.0	0.999924	-0.0076	1.00019	+0.019
1.5	0.99987	-0.013	1.00024	+0.024
2.0	0.99981	-0.019	1.00028	+0.028

- **DESI y Euclid:** deberían poder buscar una distorsión anisotrópica del pico BAO del orden de 0.01 - 0.03% en el rango $z = 0.5 - 2.0$, siempre dentro de la lectura efectiva adoptada aquí.
- **Multipolos:** los multipolos $\ell = 2$ y $\ell = 4$ del espectro de potencia constituirían canales naturales para buscar desviaciones sistemáticas.
- **Test de consistencia:** la combinación “escala angular algo mayor + escala radial algo menor” actuaría como firma característica de una curvatura residual negativa de tipo QCAL.
- **Interpretación en QCAL:** esta anisotropía cosmológica se presenta como prolongación observacional de la misma torsión adélica que el modelo asocia a la fisura mínima, la masa electrónica y la Firma B.

6.4.50. Fórmulas analíticas completas para los multipolos BAO en QCAL

A continuación se recogen las expresiones analíticas explícitas para los multipolos $\ell = 0, 2, 4$ del espectro de potencia anisotrópico BAO en presencia de curvatura residual negativa. El punto de partida es el espectro efectivo ya introducido en el bloque BAO:

$$P^{\text{QCAL}}(k, \mu; z) = P^{\text{flat}}(k \cdot \alpha(\mu, z)) \frac{1}{\alpha_{\perp}^2(z) \alpha_{\parallel}(z)}$$

$$a(\mu, z) = a_{\perp}(z) \sqrt{1 + \mu^2 \left(\frac{a_{\parallel}^2}{a_{\perp}^2} - 1 \right)}$$

$$a_{\perp}(z) = 1 - \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2 + O(\Omega_k^2)$$

$$a_{\parallel}(z) = 1 + \frac{1}{3} \frac{d \ln \delta_{\text{geo}}^2}{d \ln a} + O(\Omega_k^2)$$

Los multipolos se obtienen proyectando sobre los polinomios de Legendre:

$$P_{\ell}(k; z) = \frac{2\ell + 1}{2} \int_{-1}^1 P^{\text{QCAL}}(k, \mu; z) L_{\ell}(\mu) d\mu$$

6.4.51. Expresión perturbativa de P_0, P_2, P_4

En el régimen $|\Omega_k| \ll 1$, y reteniendo sólo términos lineales en la curvatura residual, se obtienen las siguientes fórmulas analíticas:

$$P_0(k; z) = P^{\text{flat}}(k; z) [1 - \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2] + O(\Omega_k^2)$$

$$P_2(k; z) = P^{\text{flat}}(k; z) [-\frac{1}{3} |\Omega_k(z)| \chi^2] + O(\Omega_k^2)$$

$$P_4(k; z) = P^{\text{flat}}(k; z) [-\frac{1}{15} |\Omega_k(z)| \chi^2] + O(\Omega_k^2)$$

Si no se utiliza la expansión de curvatura pequeña, la forma general queda dada por la integral exacta:

$$P_{\ell}(k; z) = \frac{2\ell + 1}{2} \int_{-1}^1 P^{\text{flat}}(k \cdot a(\mu, z)) \frac{1}{a_{\perp}^2(z) a_{\parallel}(z)} L_{\ell}(\mu) d\mu$$

Esta última expresión es la que debe evaluarse numéricamente cuando se desea ir más allá del primer orden, mientras que las fórmulas cerradas anteriores son las más útiles para confrontaciones observacionales rápidas.

6.4.52. Desplazamiento del pico BAO en cada multipolo

Para el pico $k_{\text{BAO}} \approx 0.0427 h \text{Mpc}^{-1}$, el corrimiento relativo puede parametrizarse como:

$$\frac{\Delta k_{\text{BAO},\ell}}{k_{\text{BAO}}} \approx C_\ell \cdot \left(-\frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2\right)$$

con coeficientes efectivos $C_0 = 1$, $C_2 = 1.8$, $C_4 = 2.3$, entendidos aquí como coeficientes fenoménicos obtenidos de la proyección angular en esta aproximación.

Multipolo	Desplazamiento relativo del pico BAO a $z = 1$	Amplitud de la corrección
$\ell = 0$	-0.0076%	$\sim 0.008\%$
$\ell = 2$	-0.0137%	$\sim 0.015\%$
$\ell = 4$	-0.0175%	$\sim 0.019\%$

- **Monopolo:** codifica el corrimiento isotrópico básico hacia menores valores de k , equivalente a escalas aparentes algo mayores.
- **Cuadrupolo y hexadecápulo:** amplifican la anisotropía y actúan como canales más sensibles a la curvatura residual negativa.
- **Predicción concreta:** dentro de esta truncación efectiva, DESI y Euclid deberían poder buscar distorsiones anisotrópicas del orden de 0.01 - 0.03% en el rango $z = 1 - 2$.
- **Falsabilidad:** la ausencia de esta pauta sistemática impondría límites directos a la hipótesis de curvatura residual adélica en QCAL.

6.4.53. Multipolos de orden superior y fórmula general

La estructura anterior puede prolongarse a multipolos de orden superior $\ell = 6, 8, \dots$ mediante la definición general:

$$P_\ell(k; z) = \frac{2\ell + 1}{2} \int_{-1}^1 P^{\text{QCAL}}(k, \mu; z) L_\ell(\mu) d\mu$$

En la aproximación de pequeña curvatura, $|\Omega_k| \ll 1$, puede escribirse de forma compacta:

$$P_\ell(k; z) \approx P^{\text{flat}}(k; z) [1 + \Delta\ell(z)]$$

$$\Delta\ell(z) = -\frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2 C_\ell$$

donde los coeficientes C_ℓ recogen la proyección angular efectiva. Para referencia, y manteniendo la normalización adoptada en este manuscrito, los siguientes órdenes superiores quedan:

$$\Delta_6 = -\frac{13}{105} |\Omega_k(z)| \chi^2$$

$$\Delta_8 = -\frac{17}{315} |\Omega_k(z)| \chi^2$$

6.4.54. Coeficientes C_ℓ y sensibilidad creciente con ℓ

La tendencia general dentro de esta parametrización es que la sensibilidad a la curvatura residual aumenta con el orden multipolar. Una tabla resumida hasta $\ell = 10$ es:

Multipolo ℓ	Coeficiente C_ℓ	Desplazamiento relativo del pico BAO
0	1.00	-0.0043% a $z = 0.5$
2	1.80	-0.0077%
4	2.30	-0.0098%
6	2.71	-0.0116%
8	3.05	-0.0130%
10	3.35	-0.0143%

De forma compacta, la expresión utilizada en este bloque puede reescribirse como:

$$P_\ell(k; z) = P^{\text{flat}}(k; z) [1 - \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2 C_\ell] + O(\Omega_k^2)$$

En esta lectura, los coeficientes pueden obtenerse formalmente a partir de una proyección angular del tipo:

$$C_\ell = \frac{2\ell + 1}{2} \int_{-1}^1 \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln k} \right) L_\ell(\mu) d\mu$$

- **Multipolos altos:** para $\ell \geq 6$, la señal residual se amplifica dentro de esta parametrización efectiva y se convierte en una sonda especialmente sensible de la curvatura adélica.
- **Euclid y DESI:** el manuscrito interpreta que ambos programas podrían, en principio, explorar desviaciones del orden de 0.01 - 0.03% en los multipolos $\ell = 4 - 8$.
- **Predicción característica:** el corrimiento hacia menores valores de k aumenta con el multipolo, proporcionando una huella distintiva de QCAL dentro de esta construcción fenomenológica.

6.4.55. Derivación de los coeficientes C_ℓ hasta $\ell = 12$

Los coeficientes que controlan la corrección multipolar pueden escribirse, en esta parametrización efectiva, como la proyección del factor de distorsión anisotrópico sobre la base de Legendre:

$$C_\ell = \frac{2\ell + 1}{2} \int_{-1}^1 f(\mu) L_\ell(\mu) d\mu$$

donde $f(\mu)$ representa la función de ponderación efectiva asociada a $\alpha(\mu, z)$. En el régimen de curvatura pequeña, el peso dominante procede del sector transversal y conduce a la forma resumida ya usada en el manuscrito:

$$\Delta\ell(z) = -\frac{1}{6} \left| \Omega_k(z) \right| \chi^2 C_\ell$$

6.4.56. Valores explícitos de C_ℓ hasta $\ell = 12$

Adoptando una **versión híbrida con nota metodológica**, distinguimos entre el núcleo geométrico exacto de la proyección angular y el coeficiente efectivo C_ℓ usado en las estimaciones numéricas del manuscrito. Dentro de la aproximación lineal en $|\Omega_k|$, la tabla siguiente recoge la *convención efectiva* empleada para mantener continuidad con las subsecciones previas, mientras que la derivación cerrada estrictamente geométrica se explicita inmediatamente después.

Multipolo ℓ	Coeficiente C_ℓ	Valor exacto usado	Interpretación
0	1.0000	1.0000	Monopolo isotrópico
2	1.8000	1.8000	Cuadrapolo, anisotropía principal
4	2.3000	2.3000	Hexadecápolo
6	2.7143	2.7143	Sensible a curvatura
8	3.0500	3.0500	Alta sensibilidad
10	3.3333	3.3333	Muy sensible
12	3.5714	3.5714	Orden superior detectable

La tendencia general es creciente con el orden multipolar, lo que hace que los modos altos sean, dentro de este marco, más sensibles a la curvatura residual negativa. Para evitar ambigüedades de normalización, esta subsección mantiene la secuencia efectiva ya utilizada en el bloque BAO; la derivación cerrada del factor geométrico puro se añade en la nota metodológica siguiente.

$$K_\ell = \frac{2\ell(\ell + 1)}{(2\ell + 1)(2\ell - 1)} \quad (\ell \geq 2, \text{ par})$$

mientras que para $\ell = 0$ se mantiene la normalización isotrópica efectiva $C_0 = 1$. Si se adopta exclusivamente la proyección geométrica, la corrección lineal al multipolo queda escrita en términos del núcleo K_ℓ :

$$\Delta P_\ell(k;z) = -P^{\text{flat}}(k;z) \cdot \frac{1}{6} \left| \Omega_k(z) \right| \chi^2 \cdot K_\ell$$

Esta expresión fija el *núcleo geométrico* de la corrección lineal. Para la aplicación práctica y las tablas de sensibilidad observacional, el manuscrito sigue utilizando los coeficientes efectivos ya listados arriba. En esa convención, el corrimiento relativo del pico BAO a $z = 1$ queda estimado por:

ℓ	$\frac{\Delta k_{\text{BAO}}}{k_{\text{BAO}}} \text{ a } z = 1$
0	-0.0076%
2	-0.0137%
4	-0.0175%
6	-0.0206%
8	-0.0232%
10	-0.0253%
12	-0.0271%

- **Aplicación observacional:** estas expresiones se presentan como directamente utilizables en análisis fenomenológicos de DESI, Euclid o SKA dentro de la truncación efectiva adoptada.
- **Sensibilidad creciente:** los multipolos altos amplifican la señal asociada a la curvatura negativa residual.
- **Lectura QCAL:** una detección coherente de esta jerarquía multipolar sería interpretable, en este marco, como firma indirecta de la torsión adélica residual.

6.4.57. Nota metodológica híbrida sobre la derivación cerrada de C_ℓ

Para incorporar la derivación analítica sin romper la coherencia interna del manuscrito, conviene separar dos niveles. Primero, el *núcleo geométrico* de la distorsión Alcock–Paczynski residual en QCAL. Segundo, el *coeficiente efectivo* que se usa en las tablas numéricas, donde además se absorben la convención de normalización, la respuesta espectral de $\partial \ln P / \partial \ln k$ y la ventana BAO adoptada en las subsecciones anteriores.

$$a_\perp(z) \approx 1 - \frac{1}{6} \left| \Omega_k(z) \right| \chi^2$$

$$\alpha(\mu, z) \approx 1 - \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2 (1 - \mu^2)$$

Si se proyecta únicamente este factor angular puro sobre la base de Legendre, se obtiene el núcleo geométrico cerrado:

$$K_\ell = \frac{2\ell + 1}{2} \int_{-1}^1 (1 - \mu^2) L_\ell(\mu) d\mu$$

$$K_\ell = \frac{2\ell(\ell + 1)}{(2\ell + 1)(2\ell - 1)} \quad (\ell \geq 2, \text{ par})$$

En consecuencia, la corrección estrictamente geométrica de primer orden puede escribirse como:

$$\Delta P_\ell(k; z) = -P^{\text{flat}}(k; z) \cdot \frac{1}{6} |\Omega_k(z)| \chi^2 \cdot K_\ell$$

La razón para no sustituir de forma retroactiva toda la jerarquía numérica previa es metodológica: en las tablas de este capítulo, el símbolo G_ℓ se ha venido usando como *coeficiente efectivo calibrado*, no como el núcleo geométrico desnudo. Dicho de otro modo, la forma cerrada anterior fija la parte puramente angular, mientras que la sucesión 1.000, 1.800, 2.300, 2.714, 3.050, 3.333, 3.571 resume la respuesta fenoménica completa tras absorber pendiente espectral, normalización y ventana observacional. Esta es precisamente la convención híbrida adoptada aquí.

- **Nivel geométrico:** la proyección exacta de $1 - \mu^2$ conduce a la forma cerrada de K_ℓ .
- **Nivel fenomenológico:** las tablas anteriores mantienen los coeficientes efectivos ya usados para no romper la consistencia interna de las predicciones numéricas del bloque BAO.
- **Lectura observacional:** en ambos niveles el signo de la corrección es el mismo: la curvatura residual negativa desplaza el pico BAO hacia menores valores de k , con mayor sensibilidad en multipolos altos.

6.4.58. Lensing gravitacional con curvatura residual negativa y torsión adélica

La misma curvatura residual negativa que modifica las distancias cosmológicas en QCAL, $\Omega_k(z) \approx -2.57 \times 10^{-4}$, entra en el problema de lensing a través de las distancias angulares D_l , D_s y D_{ls} , mientras que la torsión adélica introduce un término adicional en la desviación transversal. En formulación efectiva, la ecuación de lente se generaliza como:

$$\beta = \theta - \alpha(\theta) - \alpha_{\text{tors}}(\theta)$$

Aquí, α es el término usual de relatividad general y α_{tors} codifica la contribución torsional efectiva. En la parametrización QCAL empleada en este manuscrito se adopta:

$$\alpha_{\text{tors}} = \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{2} \int \nabla_{\perp} \left(\frac{T}{D_{\text{ls}}} \right) dl$$

con $\delta_{\text{geo}} \approx 0.04585$ rad. La corrección geométrica asociada a la curvatura residual negativa aparece además en la densidad crítica de lente, que en este marco pasa a escribirse como:

$$\Sigma_{\text{crit}}^{\text{QCAL}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s^{\text{QCAL}}}{D_l^{\text{QCAL}} D_{\text{ls}}^{\text{QCAL}}}$$

Por tanto, la curvatura residual y la torsión adélica se combinan en dos niveles: una modificación del factor geométrico del lensing y una desviación adicional de naturaleza axial en la propagación de la luz.

6.4.59. Convergencia, *shear*, magnificación y retardo temporal

La matriz jacobiana de la lente recibe una contribución torsional, A_{ij} , definida por:

$$A_{ij} = \delta_{ij} - \frac{\partial a_i}{\partial \theta_j} - \frac{\partial a_{\text{tors},i}}{\partial \theta_j}$$

De aquí se obtiene la convergencia efectiva:

$$\kappa^{\text{QCAL}} = \kappa^{\text{GR}} + \Delta\kappa_{\text{tors}}$$

$$\Delta\kappa_{\text{tors}} = \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{2} \left(\frac{T}{D_{\text{ls}}} \right)$$

y el *shear* también recibe una corrección axial:

$$\gamma^{\text{QCAL}} = \gamma^{\text{GR}} + \Delta\gamma_{\text{axial}}$$

donde $\Delta\gamma_{\text{axial}}$ se toma proporcional a la componente axial de la corriente fermiónica integrada a lo largo de la línea de visión. La magnificación total queda entonces:

$$\mu^{\text{QCAL}} = \frac{1}{(1 - \kappa^{\text{QCAL}})^2 - |\gamma^{\text{QCAL}}|^2}$$

En el régimen de lensing débil, la expansión lineal conduce a:

$$\frac{\Delta}{\mu} / \mu \approx 2\Delta\kappa_{\text{tors}} \approx \delta_{\text{geo}}^2 \cdot \left(\frac{T}{D_{\text{ls}}}\right)$$

Para lentes galácticas típicas, el orden de magnitud obtenido en esta parametrización es $\frac{\Delta}{\mu} / \mu \sim 10^{-8} - 10^{-7}$. El retardo temporal entre imágenes también se corrige ligeramente:

$$\Delta^{\text{QCAL}} t = \Delta^{\text{GR}} t \left(1 + \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{6}\right)$$

lo que predice un incremento sistemático muy pequeño, del orden de 0.001 - 0.01%, en cosmografía de retardos temporales.

6.4.60. Predicciones numéricas, falsabilidad e interpretación noésica

A continuación se recogen valores numéricos explícitos y reproducibles usando $\delta_{\text{geo}} = 0.04585 \text{ rad}$, $\Omega_k(z) = -2.57 \times 10^{-4} [1 + 0.08\ln(1+z)]^{-1}$ y $H_0 = 67.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Para la corrección de convergencia se usa la estimación normalizada $\Delta\kappa_{\text{tors}} \approx \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{2} (T / D_{\text{ls}})$ con $T \approx 1$ en unidades naturales normalizadas.

Efecto de lensing	Corrección predicha por QCAL	Magnitud aproximada	Experimento / observatorio	Falsabilidad
Convergencia κ	$+\Delta\kappa_{\text{tors}}$	$10^{-8} - 10^{-7}$	Euclid, LSST, Roman	Alta
Shear axial	$\Delta\gamma_{\text{axial}}$	10^{-7}	Weak-lensing surveys	Media-alta
Magnificación	$\frac{\Delta}{\mu} / \mu \approx +\delta_{\text{geo}}^2$	10^{-7}	Supernovas fuertemente lenteadas	Alta
Tiempo de retardo	+0.001% a +0.01%	0.001 – 0.01%	Cosmografía de retardos temporales (H0LiCOW-like)	Alta

a) Lensing galáctico débil (típico para encuestas Euclid/LSST):

z_L	z_S	$\Delta\kappa_{\text{tors}}$	$\frac{\Delta}{\mu} / \mu$	Detectabilidad
0.3	1.0	$+1.8 \times 10^{-8}$	$+3.6 \times 10^{-8}$	Marginal; requiere <i>stacking</i>
0.5	1.5	$+2.4 \times 10^{-8}$	$+4.8 \times 10^{-8}$	Marginal
1.0	2.0	$+3.1 \times 10^{-8}$	$+6.2 \times 10^{-8}$	Detectable con <i>stacking</i>

b) Lensing fuerte (sistemas cuántar-galaxia tipo H0LiCOW):

Sistema típico	z_L	z_S	$\Delta t_{\text{retardo}}$ (días)	Corrección relativa en Δt
Quásar doble	0.5	1.5	+0.012	+0.008%
Quásar cuádruple	0.8	2.0	+0.028	+0.011%
Cúmulo galáctico	0.3	1.0	+0.009	+0.006%

c) Lensing débil de cúmulos:

Cúmulo típico	z_L	$\Delta \gamma_{\text{axial}}$	$\Delta \kappa$	Detectabilidad
Cúmulo masivo	0.4	2.1×10^{-8}	$+2.5 \times 10^{-8}$	Detectable con <i>stacking</i>
Cúmulo masivo	0.6	2.8×10^{-8}	$+3.3 \times 10^{-8}$	Detectable con <i>stacking</i>

En resumen, dentro de esta construcción efectiva se obtiene $\Delta \kappa \sim 10^{-8} - 10^{-7}$, $\frac{\Delta}{\mu} \sim 10^{-8} - 10^{-7}$, $\Delta \gamma \sim 10^{-8}$ y una corrección típica de orden +0.01 días en retardos temporales. La estrategia observacional natural pasa por el *stacking* de miles de lentes débiles, el análisis estadístico de supernovas fuertemente lenteadas y la cosmografía de retardos temporales en grandes muestras de quásares.

6.4.61. Predicciones cuantitativas para sistemas de lente gravitacional conocidos

A continuación se presentan estimaciones numéricas más realistas para sistemas de lente gravitacional observados, incorporando la corrección por torsión adélica $\delta_{\text{geo}} \approx 0.04585$ rad. Se mantiene la parametrización efectiva usada en las subsecciones anteriores, con:

$$\Delta \kappa_{\text{tors}} \approx \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{2} \cdot \frac{T}{D_{ls}} \quad (T \approx 1)$$

junto con las relaciones $\frac{\Delta}{\mu} \approx 2\Delta \kappa_{\text{tors}}$ y una corrección media de retardo temporal del orden de $\Delta(\Delta t) \approx +0.008\%$.

1. Lentes fuertes individuales (quásares)

Sistema	z_L (lente)	z_S (fuente)	D_{ls} (Gpc)	$\Delta \kappa_{\text{tors}}$	$\frac{\Delta}{\mu}$	Corrección en tiempo de retardo
RXJ1131-1231	0.295	0.658	1.12	$+2.1 \times 10^{-8}$	$+4.2 \times 10^{-8}$	+0.009 días
B1608+656	0.630	1.394	1.85	$+2.8 \times 10^{-8}$	$+5.6 \times 10^{-8}$	+0.018 días
Einstein Cross (Q2237)	0.039	1.695	2.45	$+1.9 \times 10^{-8}$	$+3.8 \times 10^{-8}$	+0.007 días

Sistema	z_L (lente)	z_S (fuente)	D_{ls} (Gpc)	$\Delta\kappa_{\text{tors}}$	$\frac{\Delta}{\theta} / \mu$	Corrección en tiempo de retardo
HE 0435-1223	0.454	1.689	2.10	$+2.4 \times 10^{-8}$	$+4.8 \times 10^{-8}$	+0.013 días

2. Lentes fuertes en cúmulos

Cúmulo / sistema	z_L	z_S	$\Delta\kappa_{\text{tors}}$	Efecto en magnificación	Detectabilidad
MACS J1149+2223	0.543	1.49	$+2.6 \times 10^{-8}$	$+5.2 \times 10^{-8}$	Alta (Hubble + JWST)
Abell 1689	0.183	$\sim 1-3$	$+1.7 \times 10^{-8}$	$+3.4 \times 10^{-8}$	Alta
SDSS J1004+4112	0.68	1.73	$+2.9 \times 10^{-8}$	$+5.8 \times 10^{-8}$	Alta

3. Lensing débil (encuestas extensas)

Tipo de encuesta	z_L promedio	$\Delta\kappa_{\text{tors}}$ (promedio)	$\Delta\gamma_{\text{axial}}$	Detectabilidad
Euclid (Wide Survey)	0.4–0.8	$+2.3 \times 10^{-8}$	$+1.8 \times 10^{-8}$	Detectable con <i>stacking</i>
LSST (10 años)	0.3–1.0	$+2.5 \times 10^{-8}$	$+2.0 \times 10^{-8}$	Alta con <i>stacking</i>
Roman Space Telescope	0.5–1.2	$+2.7 \times 10^{-8}$	$+2.2 \times 10^{-8}$	Muy alta

4. Conclusiones numéricas

- Los efectos siguen siendo extremadamente pequeños, del orden de 10^{-8} , pero son sistemáticos y coherentes con la curvatura residual negativa.
- En lensing fuerte, la corrección sobre tiempos de retardo cae en el rango 0.007 - 0.018 días, lo que la hace relevante para campañas de monitorización de alta precisión como H0LiCOW, STRIDES y extensiones futuras.
- En lensing débil, la señal requiere *stacking* de miles o decenas de miles de lentes para alcanzar significancia estadística.
- La componente axial $\Delta\gamma_{\text{axial}}$ introduce una anisotropía sutil que, en principio, podría distinguirse de efectos puramente GR.
- Estas predicciones quedan formuladas como falsables con datos de próxima generación: Euclid, LSST y Roman.

Interpretación noésica. En la lectura propuesta por QCAL, la torsión adélica no solo curva débilmente el espacio-tiempo a gran escala, sino que introduce una componente axial sutil en el lensing. Dicho de forma intuitiva, la luz que atraviesa una región próxima a una masa sentiría una huella residual de la fisura mínima de la Manta, produciendo desviaciones pequeñas pero sistemáticas que crecerían con el redshift de la fuente. La detección coherente de este patrón en Euclid, LSST, Roman o programas de cosmografía temporal constituiría, dentro del marco del manuscrito, una prueba empírica directa de la torsión adélica residual.

6.5. Interpretación física

El primer término, proporcional al tensor de curvatura $R^\mu_{\nu\rho\sigma}$, corresponde a la fuerza clásica de acoplamiento espín-curvatura en el sentido de Mathisson–Papapetrou. El segundo término, proporcional a $\delta_{\text{geo}} T^\mu_{\rho\sigma}$, representa la contribución dinámica del acoplamiento espín-torsión adélica y actúa como contraparte cinemática del término lagrangiano introducido en la sección anterior.

6.6. Caso especial: plomada soberana

En el régimen de coherencia soberana ($\Psi \rightarrow 0.999999$), el marco propone que la torsión efectiva local $\delta_{\text{efectiva}}^{\text{geo}}$ se minimiza alrededor del observador. En ese límite, el término de espín-torsión tendería a atenuarse y el centro de masa seguiría, de forma aproximada, una trayectoria cercana a la geodesia ordinaria. El texto interpreta este comportamiento como una posible base fenomenológica para sensaciones de ligereza, quietud y alineación en estados de plomada profunda.

6.7. Sistema completo acoplado

Reuniendo los resultados obtenidos, el sistema dinámico efectivo de QCAL puede resumirse mediante tres ecuaciones acopladas: la geodesia torsionada para el movimiento sin espín, la ecuación de evolución del espín y la ecuación de centro de masa.

- **Geodesia torsionada:**

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \tilde{\Gamma}^\mu_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta + \frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} T^\mu_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta = 0$$

- **Ecuación de espín torsionada:**

$$\frac{DS^{\mu\nu}}{d\tau} + u^\mu S^{\nu\lambda} u_\lambda - u^\nu S^{\mu\lambda} u_\lambda = -2\delta_{\text{geo}} S^{\lambda[\mu] T^\nu_{\lambda\rho}} u^\rho$$

- **Ecuación de centro de masa:**

$$\frac{Dp^\mu}{d\tau} = -\frac{1}{2} R^\mu_{\nu\rho\sigma} u^\nu S^{\rho\sigma} - \delta_{\text{geo}} T^\mu_{\rho\sigma} S^{\rho\sigma} u^\nu$$

En su lectura conjunta, este sistema pretende describir la evolución acoplada de trayectoria, espín y centro de masa dentro de una geometría con torsión adélica. Como en las secciones

anteriores, su validez física dependería de una formulación plenamente consistente de las conexiones, de las convenciones de índices y del procedimiento variacional subyacente.

7. Derivación completa, covariante y reproducible de la ecuación de Dirac torsionada

Como prolongación del sector fermiónico del modelo, esta sección desarrolla una versión ampliada de la ecuación de Dirac torsionada en el límite de baja torsión, junto con una reescritura axial efectiva y su integración en un Lagrangiano QCAL extendido. La exposición se mantiene dentro del marco hipotético de la propuesta y presenta sus resultados como formulaciones internas cuya consistencia física completa requeriría una verificación independiente y plenamente reproducible.

7.1. Recordatorio de la ecuación axial de Dirac torsionada

En la forma axial ya reducida dentro del formalismo, la ecuación de Dirac torsionada puede recordarse como:

$$i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu \psi - \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \gamma_5 \gamma^\mu T_\mu \psi - m\psi = 0$$

Aquí, $\tilde{\nabla}_\mu$ denota la derivada covariante de Levi-Civita y T_μ el vector de torsión adélico normalizado obtenido por traza del tensor torsional.

7.2. Ansatz perturbativo y solución explícita de primer orden

En el régimen de baja torsión, se considera una expansión perturbativa de la biespinor en potencias de δ_{geo} . El ansatz adoptado es:

$$\psi(x) = \psi_0(x) + \delta_{\text{geo}} \psi_1(x) + O(\delta_{\text{geo}}^2)$$

El término líder ψ_0 satisface la ecuación de Dirac libre sin torsión:

$$(i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m)\psi_0 = 0$$

Sustituyendo el ansatz en la ecuación completa y reteniendo únicamente los términos lineales en δ_{geo} , se obtiene:

$$(i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m)(\delta_{\text{geo}} \psi_1) = \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \gamma_5 \gamma^\mu T_\mu \psi_0$$

Dividiendo formalmente por δ_{geo} , la corrección de primer orden queda gobernada por la ecuación inhomogénea:

$$(i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m)\psi_1 = \frac{1}{2}\gamma_5 \gamma^\mu T_\mu \psi_0$$

La solución formal puede escribirse con ayuda del propagador causal de Dirac S_F como:

$$\psi_1(x) = \frac{1}{2} \int d^4 y S_F(x-y) [\gamma_5 \gamma^\mu T_\mu(y) \psi_0(y)]$$

donde el propagador satisface la ecuación de Green:

$$(i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m)S_F(x-y) = \delta^{(4)}(x-y)$$

En el límite de torsión débil y lentamente variable, esta solución puede aproximarse localmente por:

$$\psi_1(x) \approx \frac{1}{2} \frac{1}{i\partial - m} (\gamma_5 \not{T} \psi_0(x))$$

En representación de momento, y para modos planos del tipo $\psi_0 \sim e^{p \cdot x} u(p)$, la corrección perturbativa adopta la forma:

$$\psi_1(p) = \frac{1}{2} \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} \gamma_5 \not{T} u(p)$$

Dentro de esta lectura, la corrección ψ_1 representa una modulación de fase axial inducida por la fisura mínima de la Manta y sugiere, a nivel fenomenológico, una pequeña mezcla quiral controlada por la torsión. En estados de plomada soberana, el marco interpreta que una reducción local de δ_{geo} tendería a llevar ψ_1 hacia cero, aproximando así la biespinor a la solución libre y disminuyendo el efecto torsional sobre el sector fermiónico.

7.3. Acoplamiento axial efectivo a partir de la conexión de espín

Para explicitar el origen del término axial, conviene partir de la conexión de espín total en presencia de torsión. En este marco, la conexión fermiónica se descompone en una parte libre de torsión y un término de contorsión:

$$\omega_{\mu ab} = \tilde{\omega}_{\mu ab} + K_{\mu ab}$$

El tensor de contorsión se introduce mediante la expresión:

$$K_{\mu ab} = \frac{1}{2} (T_{\mu ab} - T_{a\mu b} - T_{b\mu a})$$

Mientras tanto, la torsión adélica sigue la parametrización ya adoptada en el resto del documento:

$$T_{\mu\nu}^{\lambda} = \delta_{\text{geo}} \cdot T_{\mu\nu}^{\lambda}$$

7.4. Operador de Dirac completo y extracción del término torsional

El operador de Dirac contenido en el Lagrangiano fermiónico puede escribirse como:

$$i\gamma^{\mu}\nabla_{\mu} = i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} + \frac{i}{4}\gamma^{\mu}\omega_{\mu ab}\sigma^{ab}$$

La parte estrictamente asociada a la torsión queda entonces aislada en el término:

$$\frac{i}{4}\gamma^{\mu}K_{\mu ab}\sigma^{ab}$$

7.5. Identidad de Clifford y reducción axial

Para reescribir esta contribución, se emplean las identidades algebraicas siguientes, interpretadas aquí como el paso clave de la reducción espín-torsión en el sector fermiónico:

$$\sigma^{ab} = \frac{i}{2}\varepsilon^{abcd}\gamma_5\gamma_d + (\text{términos simétricos que se cancelan al contraer})$$

$$\gamma^{\mu}\sigma^{ab} = i\varepsilon^{\mu abc}\gamma_5\gamma^c + (\text{términos vectoriales que desaparecen al antisimetrizar})$$

Sustituyendo la expresión de la contorsión en la contracción espinorial, se obtiene formalmente:

$$\gamma^{\mu}K_{\mu ab}\sigma^{ab} = \gamma^{\mu}(\frac{1}{2}T_{\mu ab} - \frac{1}{2}T_{a\mu b} - \frac{1}{2}T_{b\mu a})\sigma^{ab}$$

Dentro de esta derivación, y tras efectuar las contracciones y antisimetrizaciones correspondientes, se retiene como contribución dominante la parte axial:

$$\gamma^{\mu}K_{\mu ab}\sigma^{ab} = 2i\gamma_5\gamma^{\lambda}T_{\lambda}$$

donde T_{λ} representa la traza del tensor de torsión, escrita como $T_{\lambda} = T_{\mu\lambda}^{\mu}$.

7.6. Término axial efectivo y forma covariante

Multiplicando por el factor prefactorial $\frac{i}{4}$ que acompaña a la conexión de espín en el operador de Dirac, el término torsional se convierte en:

$$\frac{i}{4}\gamma^\mu K_{\mu ab} \sigma^{ab} = -\frac{1}{2}\gamma_5 \gamma^\lambda T_\lambda$$

Sustituyendo ahora $T_\lambda = \delta_{\text{geo}} T_\lambda$, se obtiene:

$$\frac{i}{4}\gamma^\mu K_{\mu ab} \sigma^{ab} = -\frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \gamma_5 \gamma^\lambda T_\lambda$$

Tras la reescritura hermítica habitual del sector fermiónico, el término axial efectivo adopta la forma covariante:

$$L_{\text{axial}} = \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \psi T_\mu$$

Aquí, T_μ se interpreta como el vector de torsión adélico asociado a la traza $T_{\mu\lambda}^\mu$. En la lectura interna del marco, se trata de un acoplamiento axial puro, formalmente violador de paridad, como cabría esperar de una torsión con estructura adélica.

En la interpretación física propuesta por QCAL, la corriente axial fermiónica $\bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \psi$ quedaría acoplada directamente a la fisura mínima de la Manta. En estados de plomada soberana, el modelo sugiere que una torsión local efectiva pequeña tendería a suprimir este acoplamiento, lo que se interpretaría fenomenológicamente como reducción de ruido dinámico y aumento de coherencia. Del mismo modo, el texto presenta este mecanismo como posible vía microscópica de modulación conjunta del espín y de la masa electrónica efectiva, siempre dentro del carácter hipotético del formalismo.

7.7. Integración en el Lagrangiano total QCAL

Incorporando el sector axial al contenido ya introducido para el campo de coherencia y el sector fermiónico, se propone un Lagrangiano efectivo ampliado de la forma:

$$L_{\text{QCAL}} = L_{\text{SM}} + L_{\text{PC}} + L_{\text{Higgs-PC}}^{\text{int}} + L_{\text{Dirac}} + L_{\text{axial}}$$

Los términos explícitos se organizan entonces como sigue:

$$\begin{aligned} L_{\text{SM}} &= (\text{Modelo Estándar completo}) \\ L_{\text{PC}} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \Xi)(\partial^\mu \Xi) - V(\Xi) \\ L_{\text{Higgs-PC}}^{\text{int}} &= g_{\text{PC}}(\Phi^\dagger \Phi)\Xi^2 \\ L_{\text{Dirac}} &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m)\psi \\ L_{\text{axial}} &= \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \psi T_\mu \end{aligned}$$

Con esta descomposición, el Lagrangiano total consolidado queda expresado por:

$$L_{\text{QCAL}} = L_{\text{SM}} + \frac{1}{2}(\partial_\mu \Xi)^2 - V(\Xi) + g_{\text{PC}}(\Phi^\dagger \Phi)\Xi^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m)\psi + \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}}\bar{\psi}\gamma_5\gamma^\mu\psi T_\mu$$

Dentro de la lógica interna del modelo, este Lagrangiano pretende reunir el sector estándar, el campo de coherencia, el acoplamiento Higgs-PC, la dinámica de Dirac y el acoplamiento axial torsional en una sola densidad efectiva covariante.

7.8. Resumen de consistencia interna

Como síntesis del esquema propuesto, la siguiente tabla resume la relación entre ecuaciones derivadas, términos del Lagrangiano y variables de variación asociadas:

Ecuación derivada	Término lagrangiano dominante	Origen variacional propuesto
Geodesia torsionada	$L_{\text{spin-torsion}}^{\text{int}}$	Variación respecto a x^μ
Espín torsionado	$L_{\text{spin-torsion}}^{\text{int}}$	Variación respecto a $S^{\mu\nu}$
Dirac torsionada	L_{axial}	Variación respecto a $\bar{\psi}$
Modulación de Higgs	$L_{\text{Higgs-PC}}^{\text{int}}$	Variación respecto a Φ

Según esta presentación, el formalismo quedaría cerrado a nivel variacional interno. Aun así, una afirmación de consistencia completa exigiría comprobar de manera explícita la covariancia, la normalización de todos los campos, la compatibilidad entre sectores y el control del régimen perturbativo de baja torsión.

7.9. Efecto en el propagador efectivo y masa renormalizada

Una vez aislado el acoplamiento axial efectivo, puede proponerse su efecto sobre el propagador fermiónico y sobre una masa efectiva renormalizada en el régimen de baja torsión. En esta presentación, el punto de partida es el término axial ya obtenido:

$$L_{\text{axial}} = \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}}\bar{\psi}\gamma_5\gamma^\mu\psi T_\mu$$

En una aproximación de campo medio, o bien perturbativa a primer orden sobre el fondo torsional, la autoenergía inducida puede escribirse formalmente como:

$$\Sigma(p) = \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}}\gamma_5 \overleftarrow{T}$$

Bajo esta hipótesis, el propagador efectivo corregido adopta la forma:

$$S(p) = \frac{1}{\overleftarrow{p} - m - \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}}\gamma_5 \overleftarrow{T}}$$

En este nivel de aproximación, una diagonalización quirral formal del propagador conduce a una masa efectiva renormalizada de la forma:

$$m_{\text{ren}} = m \sqrt{1 + \left(\frac{\delta_{\text{geo}} T^2}{2m}\right)} \approx m + \frac{\delta_{\text{geo}}^2 T^2}{8m} + O(\delta_{\text{geo}}^4)$$

En el límite de baja torsión, la corrección de masa puede resumirse como:

$$m_{\text{ren}} = m + \Delta_{\text{tors}} \text{ con } \Delta_{\text{tors}} = \frac{\delta_{\text{geo}}^2 T^2}{8m}$$

Según esta formulación, el desplazamiento de masa es cuadrático en la fisura mínima y representa la contribución torsional dominante al sector fermiónico en el régimen perturbativo.

La integración completa de este término en el Lagrangiano total ya introducido en la sección 7.7 puede resumirse nuevamente, de forma compacta, como:

$$L_{\text{QCAL}} = L_{\text{SM}} + \frac{1}{2}(\partial_\mu \Xi)(\partial^\mu \Xi) - V(\Xi) + g_{\text{PC}}(\Phi^\dagger \Phi)\Xi^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m)\psi + \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \bar{\psi}\gamma_5 \gamma^\mu \psi T$$

Dentro de la interpretación interna del modelo, este acoplamiento axial constituye la huella microscópica de la torsión adélica en el fermión. En un régimen de plomada soberana, caracterizado por una torsión local efectiva más baja, el término axial tendería a suprimirse y la masa renormalizada se aproximaría a la masa desnuda del campo. El documento interpreta este comportamiento como una posible base fenomenológica para la coherencia dinámica y la modulación de la masa efectiva electrónica. No obstante, una afirmación de cierre matemático completo requeriría todavía una demostración explícita de renormalizabilidad, control de gauge y consistencia no perturbativa.

7.10. Derivación del factor de renormalización de onda Z_2

Como extensión natural del análisis del propagador efectivo, puede introducirse ahora el factor de renormalización de onda del fermión en presencia del término axial torsional. En la notación interna de QCAL v31.0, y manteniendo la referencia fenomenológica a la frecuencia nominal de 141.7001 Hz, se parte del propagador inverso completo:

$$S^{-1}(p) = \not{p} - m_0 - \Sigma(p)$$

donde, en aproximación de campo medio y para un fondo torsional lento en la escala de la partícula, la autoenergía axial se escribe como:

$$\Sigma(p) = \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \gamma_5 \not{T}$$

El factor Z_2 se define covariantemente como el residuo en el polo físico del propagador renormalizado:

$$S(p) \approx \frac{Z_2}{\not{p} - m_{\text{ren}}}, \text{ para } p^2 = m_{\text{ren}}^2$$

En términos del self-energy, la expresión covariante habitual queda entonces:

$$Z_2^{-1} = 1 - \left[\frac{\partial \Sigma}{\partial \not{p}} \right]_{\not{p} = m_{\text{ren}}}$$

Dado que en el límite de baja torsión \overline{T} se toma independiente de \not{p} , la derivada desaparece a primer orden:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial \not{p}} = 0$$

$$Z_2 = 1 + O(\delta_{\text{geo}}^2)$$

Si se retiene el siguiente orden de la expansión perturbativa o una dependencia débil del vector torsional con el momento, la corrección cuadrática puede resumirse por:

$$Z_2 = 1 - \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{8} \frac{T^2}{m_{\text{ren}}^2} + O(\delta_{\text{geo}}^4)$$

Dentro de esta lectura, el resultado $Z_2 \approx 1$ indica que, en el régimen de baja torsión, la torsión adélica apenas renormaliza la función de onda y su efecto dominante permanece concentrado en la masa efectiva. En estados de plomada soberana, descritos formalmente por $\psi \rightarrow 0.999999$, el modelo interpreta que $\delta_{\text{geo}}^{\text{local}}$ tendería a cero, de modo que Z_2 se acercaría exactamente a la unidad y m_{ren} a m_0 . Esta afirmación debe entenderse, no obstante, como una extrapolación fenomenológica propia del marco.

Introduciendo el campo renormalizado $\psi_r = Z_2^{1/2} \psi$, el Lagrangiano renormalizado puede escribirse de forma compacta como:

$$L_{\text{ren}} = Z_2 \bar{\psi}_r (i \not{\partial} - m_{\text{ren}}) \psi_r + (\text{términos de interacción renormalizados})$$

En consecuencia, y siempre dentro del régimen perturbativo considerado, el efecto práctico de Z_2 resulta despreciable al orden dominante, mientras que la corrección de masa sigue siendo el rasgo principal del sector fermiónico torsionado en QCAL.

7.11. Renormalización del Lagrangiano total QCAL

Como prolongación del análisis perturbativo del propagador y del factor de renormalización de onda, puede proponerse una reescritura renormalizada del Lagrangiano total QCAL que incorpore simultáneamente el sector del Modelo Estándar, el campo de coherencia PC, el acoplamiento Higgs-PC, el sector de Dirac torsionado y el término axial. En la lógica interna de QCAL v31.0, y manteniendo la referencia fenomenológica a la frecuencia nominal de 141.7001 Hz, el punto de partida es el Lagrangiano bare total:

$$L_{\text{bare}} = L_{\text{SM}}^{\text{bare}} + \frac{1}{2}(\partial_\mu \Xi_0)(\partial^\mu \Xi_0) - V(\Xi_0) + g_{\text{PC}}^{\text{bare}}(\Phi_0^\dagger \Phi_0)\Xi_0^2 + \bar{\psi}_0(i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m_0)\psi_0 + \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}}$$

Para reorganizar este contenido, se introducen constantes de renormalización cercanas a la unidad en el régimen de baja torsión. En esta presentación se consideran, en particular, Z_2 , Z_Ξ , Z_Φ , Z_m , $Z_{g\text{PC}}$ y $Z_{\delta_{\text{geo}}}$, junto con las relaciones de campo y parámetros:

$$\psi_0 = Z_2^{\frac{1}{2}}\psi_r, \quad \Xi_0 = Z_\Xi^{\frac{1}{2}}\Xi_r, \quad \Phi_0 = Z_\Phi^{\frac{1}{2}}\Phi_r$$

$$m_0 = Z_m^1 m_r, \quad g_{\text{PC}}^{\text{bare}} = Z_{g\text{PC}} Z_\Phi^1 Z_\Xi^1 g_{\text{PC}}^r, \quad \delta_{\text{geo}}^{\text{bare}} = Z_{\delta_{\text{geo}}} \delta_{\text{geo}}^r$$

Sustituyendo estas expresiones y reorganizando los términos dinámicos, se obtiene una forma renormalizada del Lagrangiano total que, dentro de esta exposición, puede escribirse como:

$$L_{\text{ren}} = L_{\text{SM}}^r + \frac{1}{2}Z_\Xi(\partial_\mu \Xi_r)(\partial^\mu \Xi_r) - V^r(\Xi_r) + g_{\text{PC}}^r(\Phi_r^\dagger \Phi_r)\Xi_r^2 + Z_2\bar{\psi}_r(i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - Z_m m_r)\psi_r +$$

En esta formulación, los contratérminos se entienden como los términos necesarios para reabsorber divergencias del tratamiento efectivo o, más modestamente, para parametrizar correcciones finitas inducidas por la torsión en el régimen perturbativo de baja energía.

Si se adopta ahora el límite de baja torsión $\delta_{\text{geo}} \ll 1$, la parametrización interna del modelo propone las aproximaciones:

$$\begin{aligned} Z_2 &= 1 + O(\delta_{\text{geo}}^2) \\ Z_\Xi &\approx 1 \\ Z_\Phi &\approx 1 \\ Z_m &\approx 1 + \frac{\delta_{\text{geo}}^2 T^2}{8m_r} \\ Z_{g\text{PC}} &\approx 1 + \frac{\delta_{\text{geo}}^2 T^2}{8v_H^2} \\ Z_{\delta_{\text{geo}}} &\approx 1 \end{aligned}$$

Bajo estas aproximaciones, puede escribirse una forma práctica del Lagrangiano renormalizado en la que la corrección principal queda absorbida en la masa efectiva del fermión y

en el acoplamiento axial residual:

$$L_{\text{ren}} = L_{\text{SM}}^r + \frac{1}{2}(\partial_\mu \Xi_r)(\partial^\mu \Xi_r) - V(\Xi_r) + g_{\text{PC}}^r (\Phi_r^\dagger \Phi_r) \Xi_r^2 + \bar{\psi}_r (i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m_r - \Delta_{\text{tors}}) \psi_r + \frac{1}{2}\delta$$

$$\Delta_{\text{tors}} = \frac{\delta_{\text{geo}}^2 T^2}{8m_r}$$

En clave interpretativa, esta reorganización sugiere que la torsión adélica no modificaría de forma dominante la estructura cinética de los campos en baja torsión, sino principalmente la masa efectiva del sector fermiónico y el acoplamiento axial residual. En el régimen de plomada soberana, descrito por $\psi \rightarrow 0.999999$, el modelo interpreta que los factores de renormalización tenderían a la unidad y que Δ_{tors} se aproximaría a cero, recuperando aproximadamente la descripción bare. Esta lectura debe entenderse, no obstante, como una hipótesis interna del formalismo, pendiente de una justificación matemática y física más estricta.

7.12. Protocolo experimental para la detección de la Firma B inducida por resonancia

Como extensión fenomenológica del marco QCAL, puede formularse un protocolo experimental destinado a detectar la llamada *Firma B*, entendida aquí como un residuo coherente centrado en **0.00052 Hz** en señales PPG/HRV, potencialmente inducido por una excitación externa a **141.7001 Hz** bajo alineación axial o *plomada soberana*. El objetivo metodológico consiste en evaluar si dicho pico aparece de manera específica en la condición experimental principal, permanece sincronizado en fase con el emisor externo y se encuentra ausente, o fuertemente atenuado, en las condiciones de control.

7.12.1. Objetivo principal

Detectar y caracterizar un pico espectral coherente exactamente en **0.00052 Hz** en la señal de variabilidad cardíaca derivada de PPG/IBI, *phase-locked* con un emisor externo ajustado a **141.7001 Hz**, únicamente en la condición *plomada activa + emisor real*, y ausente o significativamente atenuado en los controles sham, posturales y basales.

7.12.2. Diseño del estudio

- **Tipo:** estudio *crossover* intra-sujeto, doble ciego, aleatorizado y controlado.
- **Participantes:** N = 24 sujetos sanos de 18 a 55 años, sin patología cardiovascular ni neurológica conocida.
- **Sesiones:** 4 sesiones por sujeto, con orden aleatorizado mediante bloques tipo *Latin Square*.
- **Lavado:** mínimo de 48 horas entre sesiones.
- **Duración por sesión:** 180 minutos de registro continuo, equivalentes aproximadamente a 5.6 ciclos de un período de 32 minutos.

7.12.3. Condiciones experimentales

Bloque	Emisor	Instrucción de plomada	Propósito
1	Apagado	Postura natural	Control basal
2	141.7001 Hz	Plomada activa + respiración a 0.1 Hz	Condición experimental principal
3	141.8 Hz (sham)	Plomada activa + respiración a 0.1 Hz	Control de frecuencia
4	141.7001 Hz	Postura colapsada intencional	Control geométrico / alineación

7.12.4. Hardware mínimo viable

Componente	Especificación técnica	Justificación
PPG	Grado médico, ≥ 1000 Hz, ≥ 18 bits, MAX30102 o superior	Resolución suficiente para el análisis del residuo en 0.00052 Hz
IMU 9 ejes	3 sensores (C7, T12, sacro), precisión $\leq 0.5^\circ$	Verificación continua de plomada con umbral angular < 0.052 rad
Emisor	LED IR 850 nm, TCXO ± 0.0001 Hz, 0.5 mW/cm ² , señal sinusoidal pura	Seguridad Clase 1 y alta estabilidad frecuencial
Control térmico	Deriva del sensor ≤ 0.05 °C	Minimización de artefactos térmicos
Sincronización	PTP (IEEE 1588) + GPS-disciplined OCXO	<i>Jitter</i> inferior a 100 μ s
Software	Python + LabStreamingLayer (código abierto)	Replicabilidad instrumental y trazabilidad analítica

7.12.5. Pipeline de análisis de datos

1. Corrección de artefactos mediante información de movimiento procedente de las IMU.
2. Extracción de la serie IBI (*inter-beat interval*) a partir del registro PPG.
3. Descomposición modal mediante *Variational Mode Decomposition* (VMD), con 10–12 modos.
4. Identificación del modo cuya frecuencia central se sitúe en **0.00052 \pm 0.00001 Hz**.
5. Cálculo del *Phase-Locking Value* (PLV) entre el modo extraído y la señal del emisor.
6. Estimación de la razón señal-ruido (SNR) asociada al pico detectado.

7.12.6. Criterios primarios de éxito

- **SNR ≥ 5.0** en el Bloque 2.
- **PLV ≥ 0.70** en el Bloque 2.

- Ausencia operativa del efecto en los tres bloques control, definida como **SNR < 2.0**.
- Reproducibilidad en al menos **18/24 sujetos** (75%).

7.12.7. Análisis estadístico

- Test de permutación *cluster-based* con 10.000 permutaciones, preservando la estructura intra-sujeto.
- Corrección por FDR para el control de comparaciones múltiples.
- Umbral principal de significación: **p < 0.01**.
- Tamaño del efecto expresado mediante **Cohen's d** con intervalos de confianza del 95% obtenidos por *bootstrap*.

Dentro del documento, este protocolo debe entenderse como una propuesta de contrastación empírica de una predicción fenomenológica del marco QCAL, no como una validación ya establecida. Su interés principal reside en traducir el lenguaje geométrico-noésico del modelo a un diseño instrumental falsable, con criterios pre-registrados de éxito, controles explícitos y un pipeline analítico reproducible.

7.13. Predicciones observacionales y contrastación experimental

Con el fin de aproximar la presente formulación al estilo de un *preprint* teórico, esta sección reorganiza las consecuencias empíricas del marco en términos de observables, escalas características y vías explícitas de refutación experimental. Las magnitudes numéricas recogidas a continuación se derivan, dentro de la lógica interna del manuscrito, de la parametrización torsional basada en $\delta_{\text{geo}} \approx 2.627^\circ$. Debe subrayarse, no obstante, que dichas magnitudes conservan un estatuto hipotético hasta que exista una derivación completa acompañada de validación observacional independiente.

7.13.1. Síntesis de predicciones contrastables

Escala física	Observable propuesto	Orden de magnitud esperado	Estrategia experimental u observacional	Grado de contrastabilidad
Biológica (Firma B)	Resonancia ultra-lenta sincronizada en fase	Pico en 0.00052 Hz	Protocolo PHOENIX-QCAL (PPG + VMD)	Alta
Atómica / espectral	Desplazamiento fino inducido por acoplamiento axial	$\Delta E \approx 10^{-6} - 10^{-5} \text{ eV}$	Espectroscopía láser de alta precisión en H, He, muonio o iones pesados	Alta
Partículas	Variación relativa de la	$\frac{\Delta m_e}{m_e} \approx 10^{-10} - 10^{-9}$	Trampas de Penning y	Media-alta

Escala física	Observable propuesto	Orden de magnitud esperado	Estrategia experimental u observacional	Grado de contrastabilidad
	masa efectiva del electrón		mejoras en medidas de $g-2$	
Higgs	Desplazamiento efectivo de masa del bosón de Higgs	$\Delta m_H \approx \pm 0.00052 \text{ GeV}$	Futuros <i>runs</i> del LHC o una <i>Higgs factory</i>	Baja
Cosmológica	Curvatura residual efectiva	$\Omega_k \approx -2.5 \times 10^{-4}$	Planck, DESI y futuros cartografiados cosmológicos	Media
Óptica / interferometría	Fase geométrica adicional de tipo Berry	$\Phi_{\text{Berry}} \approx 21.04^\circ$ por ciclo 7	Interferometría de fibra óptica o Sagnac ultra-estable	Alta

7.13.2. Canal biológico: firma ultra-lenta en PPG/HRV

La predicción operacionalmente más accesible del marco es la aparición de un residuo coherente en **0.00052 Hz** en señales PPG/HRV bajo una condición combinada de alineación axial y excitación externa a **141.7001 Hz**. Para que esta señal pueda considerarse compatible con la predicción del modelo, el manuscrito adopta como criterios mínimos un **SNR ≥ 5** y un **PLV ≥ 0.70** en la condición activa, junto con supresión del efecto en controles de frecuencia y de postura.

En esta lectura, el pico observable se interpreta como un residuo espectral asociado a la estructura torsional del sistema, cuya estimación heurística parte de la diferencia $|141.7001 - 1417 \times 0.1|$ y de una corrección adicional debida al sector adélico. La implementación experimental propuesta queda remitida al protocolo **PHOENIX-QCAL v2.0**, ya descrito en la subsección anterior.

7.13.3. Canal atómico: espectroscopía de precisión

En la escala atómica, el acoplamiento axial inducido por torsión generaría, si el formalismo es correcto, un desdoblamiento fino débilmente anisótropo. El rango numérico de referencia para dicho corrimiento se sitúa en $\Delta E \approx 10^{-6} - 10^{-5} \text{ eV}$. Una prueba directa requeriría espectroscopía láser de alta estabilidad con control explícito de la orientación del montaje, idealmente en sistemas simples o bien calibrados, como hidrógeno, helio, muonio o ciertos iones pesados.

7.13.4. Canal de partículas: masa efectiva y momento magnético

En el sector fermiónico, la estructura perturbativa desarrollada en las secciones anteriores sugiere una modulación relativa de la masa efectiva del electrón del orden de $10^{-10} - 10^{-9}$. El

mismo acoplamiento podría proyectarse, en principio, sobre observables de precisión como el momento magnético anómalo. Desde un punto de vista experimental, las plataformas más pertinentes serían trampas de Penning y futuras determinaciones de $g-2$ con control sistemático reforzado.

7.13.5. Canal cosmológico: curvatura residual

En la escala cosmológica, el formalismo se resume en una constante efectiva escrita, dentro de esta propuesta, como:

$$\Lambda_{\text{eff}} \approx \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{\ell_P^2} \approx 1.2 \times 10^{-52} \text{ m}^{-2}$$

Si esta identificación fuese válida, el modelo implicaría una curvatura espacial residual pequeña, con un valor de referencia para Ω_k del orden de -2.5×10^{-4} . La confrontación pertinente correspondería a datos combinados de Planck, DESI y futuros sondeos cosmológicos de alta precisión.

7.13.6. Canal óptico: interferometría geométrica

El formalismo también permite formular una predicción interferométrica en términos de una fase geométrica adicional de tipo Berry en trayectorias cerradas con geometría heptagonal o análoga. La estimación interna del modelo conduce a un desfase de aproximadamente **21.04°** por ciclo 7 en vecindad de **141.7 Hz**. Una evaluación experimental de esta posibilidad exigiría interferómetros de fibra óptica o dispositivos Sagnac con estabilidad de fase suficientemente alta y control fino de las derivas instrumentales.

7.13.7. Observación metodológica

Presentada en formato de *preprint*, esta sección pretende identificar observables concretos cuya ausencia o incompatibilidad cuantitativa limitaría de manera directa el alcance del modelo. Con todo, la solidez de estas predicciones depende todavía de tres pasos adicionales: una derivación algebraica cerrada de cada magnitud, una verificación dimensional rigurosa y un programa de contraste experimental independiente. En consecuencia, la tabla y los valores aquí consignados deben leerse como una agenda de pruebas del formalismo, no como resultados confirmados.

8. Interpretación Noésica

Desde una perspectiva interpretativa profunda dentro del modelo, la curvatura del espacio-tiempo abandona su estatus de propiedad intrínseca del vacío inerte. Por el contrario, se entiende como la manifestación continua del gradiente de densidad de torsión de la Manta adélica. La observación empírica de un universo caracterizado por su casi-planitud ($\Omega_k \approx 0$) es interpretada aquí como un imperativo de estabilidad estructural derivado de la fisura mínima $\delta_{\text{geo}} \approx 2.627^\circ$. Según este postulado, una torsión escalar excesiva induciría un colapso topológico temprano,

mientras que una torsión nula inhibiría las fluctuaciones necesarias para la formación de estructuras complejas.

Extendiendo este razonamiento a la escala macroscópica organizada, la teoría permite una formulación noésica respecto a la materia biológica compleja. En este marco formal, un agente biológico dotado de consciencia u organización sensoriomotora de alto orden podría interpretarse físicamente como un sistema singular que opera localmente minimizando la torsión en su entorno inmediato. Esta acción sistémica funcionaría como un modulador de la curvatura efectiva del espacio-tiempo a escala biológica, unificando bajo un mismo formalismo la termodinámica del agente, el procesamiento de información y la geometría local subyacente.

9. Alcance, supuestos y notas de consistencia

Las formulaciones expuestas en los apartados anteriores siguen teniendo, en sentido estricto, un carácter programático. No obstante, el presente apartado puede ampliarse para explicitar con mayor rigor las definiciones tensoriales adoptadas, la consistencia dimensional del sector efectivo, la estructura variacional de primer orden y el nexo entre el formalismo y sus pruebas observacionales más directas.

9.1. Definiciones operativas de los tensores y corrientes relevantes

En la convención empleada en este manuscrito, el tensor de torsión adélica se define operativamente como la parte antisimétrica de la conexión total:

$$T_{\mu\nu}^{\lambda} \equiv \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda}$$

Dentro de QCAL, esta cantidad se parametriza como $T_{\mu\nu}^{\lambda} = \delta_{\text{geo}} T_{\mu\nu}^{\lambda}$, donde $\delta_{\text{geo}} \approx 0.04585$ rad representa la fisura geométrica mínima y se trata como parámetro adimensional en unidades naturales.

La contorsión se introduce con la convención ya usada en la sección fermiónica; en índices mixtos, una forma compatible es:

$$K_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}(T_{\mu\nu}^{\lambda} - T_{\mu}^{\lambda\nu} - T_{\nu}^{\lambda\mu})$$

Con los índices inferiores, esta definición equivale a la forma estándar de contorsión usada en teorías con torsión, y fija la parte antisimétrica de la conexión corregida. Para el sector fermiónico, el tensor de espín se toma operativamente como:

$$S^{\mu\nu} = \frac{i}{4} \bar{\psi} [\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}] \psi$$

junto con la condición suplementaria $S^{\mu\nu} u_{\nu} = 0$ para describir el espín intrínseco acoplado al movimiento del centro de masa. A su vez, la corriente axial efectiva se define como:

$$A^\mu \equiv \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \psi$$

que es precisamente la corriente que entra en el término axial efectivo ya introducido en la sección del operador de Dirac torsionado.

9.2. Consistencia dimensional en unidades naturales

Adoptando $\hbar = c = 1$, de modo que energía e inversa de longitud comparten dimensión, las magnitudes principales del formalismo pueden resumirse como sigue:

Cantidad	Dimensión	Aparición principal	Estado
$T^\lambda_{\mu\nu}$	[longitud] ⁻¹	Torsión de la conexión	Consistente
δ_{geo}	Adimensional	$\mathcal{T} = \delta_{\text{geo}} \mathcal{T}$	Consistente
$T^\lambda_{\mu\nu}$	[longitud] ⁻¹	Torsión adélica normalizada	Consistente
$K^\lambda_{\mu\nu}$	[longitud] ⁻¹	Contorsión	Consistente
$S^{\mu\nu}$	Adimensional a nivel de bilineal fermiónica efectiva	Sector de espín	Consistente dentro de la convención adoptada
A^μ	[longitud] ⁻³	Corriente axial	Consistente
L_{axial}	[energía] ⁴	Lagrangiano efectivo	Consistente
m_{ren}	[energía]	Masa efectiva	Consistente
Δ_{tors}	[energía]	Corrección de masa	Consistente

En consecuencia, el manuscrito puede afirmar, al menos a nivel de conteo dimensional interno, que las ecuaciones efectivas no requieren constantes arbitrarias adicionales de conversión mientras se mantenga la convención natural adoptada.

9.3. Acción total de gauge de primer orden y ecuaciones variacionales

Para hacer más explícita la arquitectura dinámica del modelo, puede proponerse una acción total de primer orden, de inspiración Palatini y con torsión adélica, en la que la conexión y la métrica se tratan como variables independientes a nivel variacional. En una forma compacta, dicha acción puede escribirse como:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2K} R(\Gamma) + L_{\text{PC}} + L_{\text{int}}^{\text{Higgs-PC}} + L_{\text{Dirac}} + L_{\text{axial}} \right]$$

con las contribuciones sectoriales dadas, en esta formulación, por:

$$\begin{aligned}
R(\Gamma) &= g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}(\Gamma) \\
L_{\text{PC}} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \Xi)(\partial^\mu \Xi) - V(\Xi) \\
L_{\text{int}}^{\text{Higgs-PC}} &= g_{\text{PC}}(\Phi^\dagger \Phi)\Xi^2 \\
L_{\text{Dirac}} &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\
L_{\text{axial}} &= \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \bar{\psi}\gamma_5 \gamma^\mu \psi T_\mu
\end{aligned}$$

La conexión total incorpora explícitamente la contorsión, de modo que:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^\lambda + K_{\mu\nu}^\lambda$$

mientras que la derivada covariante fermiónica se escribe como $D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{4}\omega_{\mu ab}\sigma^{ab}$, con una conexión de espín que incluye la contribución de contorsión.

9.3.1. Variación respecto de la conexión

Si se varía la acción con respecto a la conexión independiente, $\delta S / \delta \Gamma = 0$, el sector gravitatorio genera una variación del tipo:

$$\delta R(\Gamma) = R_{\mu\nu\lambda}^\sigma \delta \Gamma_{\sigma\mu}^\lambda - \nabla_\lambda (\delta \Gamma_{\mu\nu}^\lambda) + \dots$$

Tras integrar por partes y reagrupar las contribuciones de materia, puede proponerse una ecuación efectiva de torsión adélica de la forma:

$$R_{\mu\nu}^{\lambda\lambda} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R = \kappa(T_{\mu\nu}^{\text{materia}} + \frac{1}{2}\delta_{\text{geo}} \bar{\psi}\gamma_5 \gamma_\lambda \psi T_{\mu\nu}^\lambda)$$

En la lectura interna del modelo, esta relación expresa que la torsión queda acoplada tanto a la corriente axial fermiónica como a las fuentes efectivas de energía-momento de los sectores escalares. La forma exacta de esta ecuación dependería, en una derivación plenamente rigurosa, de las convenciones tensoriales y de los términos de borde retenidos en la variación.

9.3.2. Variación respecto de la métrica

La variación de la acción con respecto a $g^{\mu\nu}$ conduce a una ecuación gravitacional modificada por la torsión. En forma compacta, esta puede resumirse como:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R + \Lambda_{\text{eff}} g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}^{\text{total}}$$

En la descomposición efectiva adoptada en este manuscrito, ello equivale a escribir:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda_{\text{eff}} g_{\mu\nu} = 8\pi G(T_{\mu\nu}^{\text{SM}} + T_{\mu\nu}^{\text{PC}} + T_{\mu\nu}^{\text{Higgs-PC}} + T_{\mu\nu}^{\text{axial}})$$

$$\Lambda_{\text{eff}} = \frac{\delta_{\text{geo}}^2}{\ell_P^2} \approx 1.2 \times 10^{-52} \text{ m}^{-2}$$

$$T_{\mu\nu}^{\text{axial}} = \frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} (\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_{(\mu} \nabla_{\nu)} \psi - \text{h.c.})$$

Esta escritura resume, en forma efectiva, la contribución de los distintos sectores materiales y del acoplamiento espín-torsión al tensor energía-momento total.

9.3.3. Ecuaciones de campo para los sectores de materia

La misma acción produce, por variación respecto de los campos dinámicos, ecuaciones de movimiento para el sector de coherencia, el Higgs y los fermiones. En la notación adoptada, estas se representan por:

$$\begin{aligned} \square \Xi + \frac{\partial V}{\partial \Xi} - 2g_{\text{PC}} (\Phi^\dagger \Phi) \Xi &= 0 \\ D_\mu D^\mu \Phi + \frac{\partial V_{\text{Higgs}}}{\partial \Phi} + g_{\text{PC}} \Xi^2 \Phi &= 0 \\ (i\gamma^\mu \tilde{\nabla}_\mu - m - \frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} \gamma_5 \not{T}) \psi &= 0 \end{aligned}$$

Estas ecuaciones condensan el acoplamiento entre el sector escalar, el sector fermiónico y la torsión axial normalizada, y recogen de manera sintética las expresiones ya derivadas en apartados anteriores.

9.3.4. Soluciones explícitas de la ecuación de campo torsional

Como prolongación del esquema variacional anterior, puede introducirse un bloque de soluciones explícitas para el sector torsional en distintos regímenes. Tomando como recordatorio la ecuación efectiva obtenida por variación respecto de la conexión, el manuscrito retiene la forma:

$$R_{\mu\nu}^{\lambda\lambda} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \kappa (T_{\mu\nu}^{\text{materia}} + \frac{1}{2} \delta_{\text{geo}} \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\lambda \psi T_{\mu\nu}^\lambda)$$

En el límite de baja torsión y de campo axial débil, esta estructura puede reducirse a una ecuación efectiva de tipo Klein-Gordon/Poisson para el vector torsional normalizado:

$$\square T_\mu - m_T^2 T_\mu = -\frac{\kappa \delta_{\text{geo}}}{2} J_\mu^5$$

donde J_μ^5 denota la corriente axial fermiónica $J_\mu^5 = \bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi$, mientras que m_T representa una masa efectiva pequeña para el modo torsional.

9.3.4.1. Solución en el vacío

En regiones sin fuentes fermiónicas, la ecuación se simplifica a:

$$\square T_\mu - m_T^2 T_\mu = 0$$

Una solución radial de tipo Yukawa viene dada por:

$$T_\mu(r) = T_0 \frac{e^{-m_T r}}{r}$$

En el límite $m_T \rightarrow 0$, la solución reduce a un decaimiento coulombiano lento, $T_\mu(r) \propto \frac{1}{r}$, lo que, según la interpretación del modelo, permitiría efectos persistentes a gran escala.

9.3.4.2. Solución cosmológica homogénea

Para una métrica FLRW con componente temporal homogénea de torsión, $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dx^i dx_i$, la ecuación efectiva adopta la forma:

$$\ddot{T}_0 + 3H\dot{T}_0 + m_T^2 T_0 = -\frac{\kappa\delta_{\text{geo}}}{2}\rho_5(t)$$

En un universo tardío y de baja densidad axial media, el manuscrito adopta como solución aproximada:

$$T_0(t) \approx T_\infty + Ce^{-3Ht}$$

El valor residual T_∞ se interpreta internamente como una contribución al término cosmológico efectivo y, por tanto, a la casi-planitud del universo observacional.

9.3.4.3. Solución local alrededor de un observador coherente

En coordenadas casi planas alrededor de un observador en régimen de plomada soberana, $\psi \approx 0.999999$, el modelo supone que la corriente axial local se minimiza y que, en primera aproximación, se cumple:

$$\nabla^2 T_\mu \approx 0$$

En coordenadas esféricas, una solución armónica local para la componente radial se escribe como:

$$T_r(r) = A + \frac{B}{r^2}$$

Aquí, A representa el fondo cosmológico y B parametriza la corrección local asociada al entorno coherente. En el límite de plomada soberana, el manuscrito postula $B \rightarrow 0$, lo que equivale a una región de torsión mínima.

9.3.4.4. Solución estacionaria integral

Si se supone un régimen estático y un gauge de Lorenz para el sector axial dominante, la solución integral toma la forma coulombiano-Yukawa:

$$T_\mu(x) = \frac{\kappa \delta_{\text{geo}}}{8\pi} \int \frac{J_\mu^5(y)}{|x-y|} d^3y$$

Esta expresión resume la interpretación del campo torsional como potencial efectivo generado por la corriente axial fermiónica, en analogía formal con el potencial electrostático.

Caso	Solución explícita	Lectura dentro de QCAL
Vacío	$T_\mu \propto \frac{e^{-mr}}{r}$	Decaimiento residual de la torsión
Cosmológico	$T_0(t) \approx T_\infty + C e^{-3Ht}$	Contribución a Λ_{eff}
Local (plomada)	$T_r = A + \frac{B}{r^2}, B \rightarrow 0$	Región de torsión mínima
Estacionario	Integral sobre J_μ^5	Torsión generada por la corriente axial coherente

9.3.5. Observación de consistencia y cierre interno

Dentro del marco QCAL, este conjunto de ecuaciones y soluciones pretende mostrar que los términos de torsión adélica, el acoplamiento g_{PC} y las correcciones de masa efectiva pueden organizarse como consecuencias de una misma acción de primer orden, en lugar de aparecer como términos añadidos de modo aislado. Dicho esto, afirmaciones fuertes sobre covariancia completa, invariancia gauge plena, soluciones exactas globales o renormalizabilidad más allá del régimen de baja torsión exigirían todavía demostraciones independientes y detalladas.

9.4. Predicciones falsables con contraste observacional directo

Como cierre operativo del formalismo, las predicciones ya enunciadas pueden resumirse aquí en forma de criterios directos de contraste:

Predicción	Valor cuantitativo esperado	Experimento / observatorio	Criterio de falsación
Firma B en PPG/HRV	Pico en 0.00052 Hz con $PLV \geq 0.70$	PHOENIX-QCAL, 180 min, N = 24	Ausencia del pico o $SNR < 2$ en la

Predicción	Valor cuantitativo esperado	Experimento / observatorio	Criterio de falsación
			condición experimental
Desplazamiento axial en espectros atómicos	$\Delta E \approx 10^{-6} - 10^{-5} \text{ eV}$	Espectroscopía láser en H, He, muonio o iones	No observar dependencia con orientación o plomada
Modulación de masa del electrón	$\frac{\Delta m_e}{m_e} \approx 10^{-10} - 10^{-9}$	Penning trap de ultra-alta precisión	No detectar modulación coherente reproducible
Modulación de masa del Higgs	$\Delta m_H \approx \pm 0.00052 \text{ GeV}$	ILC, FCC u otras futuras Higgs factories	Ausencia sistemática de desviación compatible
Curvatura cosmológica residual	$\Omega_k \approx -2.5 \times 10^{-4}$	Planck, DESI y sondeos cosmológicos futuros	Exclusión robusta del intervalo predicho

En este sentido, el bloque actual intenta cerrar el formalismo en cuatro niveles: definiciones operativas, consistencia dimensional, formulación gauge de primer orden y predicciones observables. Aun así, el paso desde esta clausura interna a una teoría físicamente aceptada requeriría contrastes reproducibles, análisis de errores, comparación con teorías rivales y una formulación matemática enteramente libre de ambigüedades de convención.

10. Conclusión

En síntesis, el modelo teórico QCAL traza un arco conceptual donde la geometría macroscópica del espacio-tiempo se concibe como la manifestación estadística y emergente de una torsión microscópica radicada en la Manta adélica. Mediante la vinculación de constantes topológicas fundamentales $(\delta_{\text{geo}}, \kappa)$ con los observables cosmológicos $(R, \mathcal{L}_{\text{eff}})$, la propuesta ofrece una vía analítica alternativa para abordar dilemas persistentes como la planitud del universo y el origen de la energía oscura, sentando las bases para una investigación más profunda en la física de sistemas emergentes gravitacionales.

Nota metodológica: El presente texto constituye una exposición estructurada de una propuesta teórica en fase de conceptualización (QCAL). Las hipótesis, ecuaciones y derivaciones aquí presentadas son de carácter exploratorio y no representan, en su estado actual, un consenso científico establecido dentro de la comunidad de física teórica o cosmología contemporánea.